

10 КЛАСС

На выполнение работы отводится 150 минут. Ответом на каждую задачу может быть число или комбинация чисел и букв. Все численные ответы следует давать в единицах измерения, указанных в условии задачи.

№ задания	Балл за задание
1.	7 баллов
2.	7 баллов
3.	7 баллов
4.	8 баллов
5.	8 баллов
6.	12 баллов
7.	12 баллов
8.	13 баллов
9.	13 баллов
10.	13 баллов

1) Бельчонок забыл пароль от сейфа, куда он спрятал орех. Он помнит, что паролем является наименьшее трехзначное число, произведение цифр которого равно 240. Какой же пароль от сейфа?

Правильный ответ: 568.

2) Многочлен $x^4 - x^3 - 18x^2 + 52x + a$ делится на $x - b$ при двух различных действительных b . Одно из них $b = 2$. Найдите второе.

Правильный ответ: -5 .

3) Имеется три ёмкости 12, 48 и 10 литров водных растворов некоторого вещества. Во второй ёмкости процентное содержание вещества в растворе на 15% больше, чем в первой, а в третьей ёмкости содержится 35% раствор. Из второй ёмкости перелили половину раствора в первую ёмкость, а оставшуюся половину – в третью ёмкость. Оказалось, что теперь в первой и третьей ёмкостях процентное содержание вещества в растворе стало одинаковым. Сколько процентов вещества первоначально содержал первый раствор?

Правильный ответ: 37.

4) У Бельчонка в сундуке лежат 70 орехов трёх видов: фундук, миндаль и кешью. Если он не глядя вытащит из сундука 14 орехов, среди них обязательно найдется 6 орехов одного вида. Какое наименьшее количество орехов надо достать бельчонку, чтобы обязательно нашлось сразу 25 орехов одного вида?

Правильный ответ: 52.

5) В треугольнике ABC проведены пересекающиеся в точке O биссектрисы AK и CL и медиана BM . Известно, что $AB=4$, $BC=3$, $OK=OL$. Найдите квадрат длины медианы BM .

Правильный ответ: 9,25.

6) Четырехзначное число $\overline{abcd}$ не делится на 10, а сумма чисел $\overline{abcd} + \overline{acbd}$ делится на 900. Какой остаток получится при делении числа $\overline{abcd}$ на 90?

Правильный ответ: 45.

7) Некоторые клетки белой квадратной доски 9×9 покрасили в серый или оранжевый цвета. Бельчонок за один ход может перейти по горизонтали, вертикали или диагонали на любую соседнюю клетку. Оказалось, что если бельчонок захочет пройти с любой белой клетки до любой другой белой клетки, то он гарантированно пройдет через клетки серого и оранжевого цветов. Какое наибольшее количество белых клеток могло быть на доске?

Правильный ответ: 9.

8) Около треугольника PQR описана окружность ω . T – точка пересечения биссектрисы внешнего угла P этого треугольника и окружности ω . Найдите градусную меру $\angle QPR$, если известно, что $\angle PRT = \angle PRQ = 28^\circ$.

Правильный ответ: 68.

9) На поляне в лесу за круглым столом собрались 60 бельчат. Каждый из них либо рыцарь, либо лжец. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут. Каждый за столом сказал: «Оба моих соседа лжецы». Через некоторое время бельчата пересели и каждый сказал: «Оба моих соседа такие же, как и до пересадки». Какое наибольшее количество рыцарей могло быть за столом?

Правильный ответ: 20.

10) Вася выписал в ряд натуральные числа, которые нацело делятся на 9: 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99, 108, 117,

После этого он выписал последовательность из суммы цифр этих чисел: 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 18, 9, 9,

Затем Вася сложил первые 550 членов этой последовательности. Какое число он получил?

Правильный ответ: 8505.