

11 КЛАСС

На выполнение работы отводится 150 минут. Ответом на каждую задачу может быть число или комбинация чисел и букв. Все численные ответы следует давать в единицах измерения, указанных в условии задачи.

№ задания	Балл за задание
1.	7 баллов
2.	7 баллов
3.	7 баллов
4.	8 баллов
5.	8 баллов
6.	12 баллов
7.	12 баллов
8.	13 баллов
9.	13 баллов
10.	13 баллов

1) Пусть x_1 и x_2 – корни квадратного уравнения $x^2 - (2m+1)x - 2,5m^2 - m = 2$. Какое минимальное значение может принимать $x_1^2 + x_2^2$?

Правильный ответ: 4.

2) Дан равнобедренный прямоугольный треугольник PQR ($\angle P = 90^\circ$). Точка T выбрана так, что $\angle PQT = \angle PRT = 30^\circ$. Найдите градусную меру $\angle QTR$. Если значений несколько, то в ответ запишите их сумму.

Правильный ответ: 270.

3) В последовательности чисел $1, 2, 3, \dots, 1000$ сначала вычеркнули все те числа, которые делятся на 2, потом последовательно все те, которые делятся на 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19. Чему равна сумма оставшихся составных чисел?

Правильный ответ: 7393.

4) Для арифметической прогрессии с тысячным членом $a_{1000} = 150$ и разностью, равной 0,5, найдите значение выражения

$$9900 \cdot \left(\frac{1}{a_{1580} \cdot a_{1581}} + \frac{1}{a_{1581} \cdot a_{1582}} + \dots + \frac{1}{a_{2019} \cdot a_{2020}} \right).$$

Правильный ответ: 15.

5) Автобус выехал со скоростью 40 км/ч из филиала I Сибирского федерального университета в филиал II, находящийся на расстоянии 240 км от филиала I. Одновременно с ним из филиала II в филиал I выехал автомобиль со скоростью x км/ч. Через 30 минут после встречи с автобусом автомобиль, не доезжая до филиала I, повернул обратно и с той же скоростью поехал в филиал II. Найдите количество целых значений x , при которых автомобиль приедет в филиал II раньше автобуса.

Правильный ответ: 63.

6) Некоторые клетки белой квадратной доски 6×6 покрасили в серый или оранжевый цвета. Бельчонок за один ход может перейти в соседнюю по стороне клетку. Оказалось, что если бельчонок захочет пройти с любой белой клетки в любую другую белую клетку, то он гарантированно пройдет через клетки серого и оранжевого цветов. Какое наибольшее количество белых клеток могло быть на доске?

Правильный ответ: 8.

7) Бельчата Вася, Дима, Коля и Саша составляли расписание смен охраны сундука с орехами на 21 день. В первый и последний дни охранять должен Вася, а в остальные – кто-то один из них четверых. Известно, что Вася не является другом Саши, а Дима не является другом Коли. Все остальные бельчата дружат друг с другом. Сколько существует способов составить расписание смен, если в соседние дни могут дежурить только друзья, и один бельчонок не может дежурить два дня подряд?

Правильный ответ: 524288.

8) Для натуральных чисел n , m и k справедливы равенства

$$n - m = (\text{НОД}(n, m))^2, n \cdot m = k^2.$$

Найдите последнюю цифру числа k . Если полученных значений несколько, то в ответ запишите их в порядке убывания без пробелов.

Правильный ответ: 046.

9) Пусть I – точка пересечения биссектрис, а M – точка пересечения медиан треугольника PQR . Известно, что $\angle IPR$ и периметр треугольника PQR равен 24. Найдите длину PR .

Правильный ответ: 8.

10) Сколько различных 3-элементных подмножеств множества $\{1, 2, \dots, 11, 20\}$ не содержат двух последовательных чисел?

Ответ: 129.