

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Уфа, ул. Космонавтов, 9.8

М	А	0	0	0	2	7	2	8	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия БАДРЕТДИНОВА

Имя Аделя

Отчество ИРЕКОВНА

Дата рождения 22.10.2008 Класс 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7 (937) 785-85-27 Подпись Бадр

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 2 8 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N° 1

1	2	3	4	5	Σ
20	15	0	20	10	65

М

Ответ: 119

Пример:

119, 119, 119, 119, 119, 119, 119, 119, 119, 119, 119, 119, 119, 119, 476

$\text{НОД} = 119$, т.к. число $476 = 119 \cdot 4$.

Док-во:

Пусть $\text{НОД} = x$. Так сумма четного кол-ва чисел четная, то кол-во нечетных чисел - нечетно.

Если $\text{НОД} = x$, тогда 2023 делится на x .

Значит $x = \begin{cases} 1, \\ 7, \\ 17, \\ 119, \\ 289, \\ 2023. \end{cases}$

Заметим, что это точно не 2023 (т.к. если 2023, то сумма минимум $2023 \cdot 14 > 2023 \cdot 1 = 2023$. Больше равно данному. Противоречие).

И это точно не ²⁸⁹2023 (т.к. $289 \cdot 14 > 289 \cdot 10 = 2890 > 2023$. Противоречие).

А 119 - можно, т.к. есть пример (выше).



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	Ч	О	О	О	2	7	2	8	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$2x^2 + 4x = 0. \quad N \geq 2$$

Корни: $x_1 = 0, x_2 = -2$.

$$0^2 + 2 \cdot 0 = 0; \quad (-2)^2 - 2 \cdot 2 = 0$$

 $0 = 0$ - верно $4 - 4 = 0$ - верно.

~~Стало:~~ $4x^2 + 0x - 4 = 0;$

$$4x^2 - 4 = 0.$$

Корни: $x_3 = 1; x_4 = -1$.

$$4 \cdot (1)^2 - 4 = 0; \quad 4 \cdot (-1)^2 - 4 = 0;$$

 $4 - 4 = 0$ - верно $4 - 4 = 0$ - верно.

$$x_3 > x_1 \text{ на } 1 \quad (x_3 = x_1 + 1) \quad \text{и}$$

$$x_4 > x_2 \text{ на } 1 \quad (x_4 = x_2 + 1).$$

(Нахождение:

 Приведенный трехчлен
в условии, т.е. $a=1$

Пусть (в кв. ур $ax^2 + bx + c = 0$) $a=2$, тогда по
т. Виета: $\frac{-b}{2} + 2 = \frac{-(b-4)}{4} \Rightarrow b = 4$.

~~С~~ А т.к. $(x_1 + 1)(x_2 + 1) = x_1 x_2 + (x_1 + x_2) + 1$, то

$$\frac{c-4}{4} = \frac{c}{2} + \frac{b}{2} + 1 = \frac{c}{2} - 1. \text{ Следовательно}$$

~~С~~ $c = 0$. Отсюда иск. кв. трехчлен
($2x^2 + 4x = 0$, а "новый", $4x^2 - 4 = 0$).

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 2 8 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 4

Ответ: 28 см.

~~Сер.~~ Сер. стоит рядом с Черн или Поп.

Рыж. с Бел, Черн. или Поп.

Бел. с Рыж, Черн или Поп.

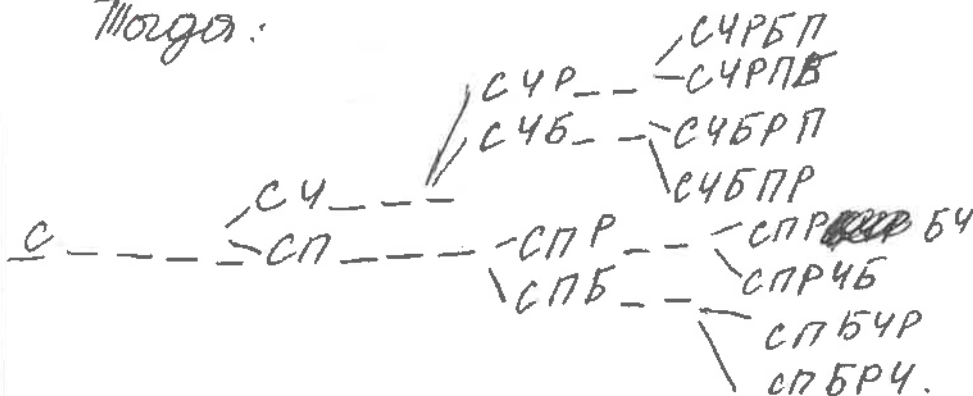
Черн с Сер, Рыж, Бел.

Поп. с Сер, Рыж, Бел.

1 сп) Сер _ _ _ _

Если он с краю.

Тогда:



8 сп., если он 1-ый и 8 сп., если он последний.

16 сп.

2 сп) Сер _ _ _ _ Если он 2-ой или 4-ый.

Т.е. либо ЧСП _ _ , либо ПСЧ _ _ .

Т.е. ЧСПРБ, ЧСПБР, либо ПСЧБР, ПСЧРБ.

Чсп если он 2-ой и Чсп, если он 4-ый. = 8 сп.

3 сп) ~~БЧСПР~~ _ _ _ Сер _ _ , если он 3-ий.

Тогда БЧСПР, РЧСПБ, БПСЧР, РПСЧБ - 4 сп.

Итого: 16 + 8 + 4 = 28 сп.



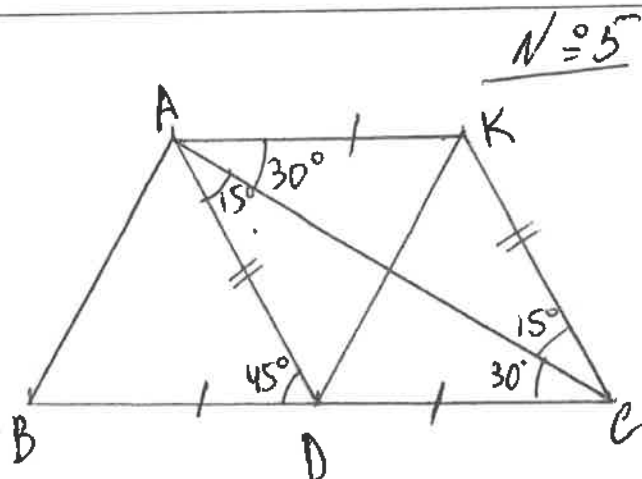
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 2 8 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



1) Пусть $KC \parallel AD$, а т.к. $S_{ABD} = S_{ADC}$, а $S_{ABD} = S_{DKC}$, то $\triangle ABD = \triangle DKC$ по I пр. Значит $AB = DK$. Заметим, что $\angle AKB =$
 сторона диагональ.
 $= \angle KDC$, значит $\angle ABD = 45^\circ$.

Ответ: 45° .

N°3

$$(n+2)^2 - 6n = 6^2 = 36 - 6n$$

$$n^2 - 3n + 4 = 36 - 6n$$

$$n^2 - 3n + 4 = 36 - 6n$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

с. УФА, ул. КОСМОДРОВ 8

М	А	0	0	0	2	0	7	5	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия ЕСТЕХИМ

Имя НИКИТА

Отчество АЛЕКСЕЕВИЧ

Дата рождения 25.09.2008 Класс 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 890292442127 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	6
10	10	0	20	20	60

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 0 7 5 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

задача 1

Разделим 2023 на простые множители:

$$2023 = 7 \cdot 17 \cdot 17$$

Пусть эти 14 чисел будут: $v \cdot a_1; v \cdot a_2; \dots; v \cdot a_{14}$, тогда их НСД будет v .

$$v \cdot a_1 + v \cdot a_2 + \dots + v \cdot a_{14} = v(a_1 + a_2 + \dots + a_{14}) = 2023$$

Заметим, что $2023 : \text{НСД}(v \cdot a_1, v \cdot a_2, \dots, v \cdot a_{14}) = 2023 : v$ и $2023 : (a_1 + \dots + a_{14})$

Поскольку $2023 = 7 \cdot 17 \cdot 17$, то $v(a_1 + a_2 + \dots + a_{14}) = 7 \cdot 17 \cdot 17$.

~~Заметим, что тогда минимальное значение~~
 ~~$v = 17 \cdot 17$~~

Заметим, что минимальное значение $a_1 + a_2 + \dots + a_{14} = 105$, но если брать в учёт то, что $2023 : (a_1 + \dots + a_{14})$, то $7 \cdot 17 \cdot 17$. Тогда максимальное значение $v = 17$.

Ответ: 17, примеры: 17; 2·17; 3·17; 4·17; 5·17; 6·17; 7·17; 8·17; 9·17; 10·17; 11·17; 12·17; 13·17; 28·17.

ВНИМАНИЕ! Проверять только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 0 7 5 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 12

Пусть исходный многочлен: $ax^2 + bx + c$, тогда

полученный: $(a+2)x^2 + (b-4)x + (c-4) = 0$ a = 1.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \end{cases} \quad (\text{не используем эти данные})$$

$$(a+2)x^2 + (b-4)x + (c-4) = 0$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2 = -\frac{b-4}{a+2} \\ (x_1+1)(x_2+1) = \frac{c-4}{a+2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b-4}{a+2} - 2 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c-4}{a+2} + \frac{b}{a} - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b-4}{a+2} - 2 \\ x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \end{cases}$$

$$-\frac{b-4}{a+2} - 2 = -\frac{b}{a}$$

$$2a^2 = 2b$$

$$a^2 = b$$

~~$$\frac{c-4}{a+2} +$$~~
$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c-4}{a+2} + \frac{b}{a} - 1 \end{cases}$$

$$a(c-4a) + ab + 2b \cdot a^2 - 2a = a(c+2c)$$

$$0,5a^3 + 0,5a^2 + 3a = c$$

Ответ: $x^2 + ax + (0,5a^2 + 0,5a - 3)$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М Н О О О 2 0 7 5 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

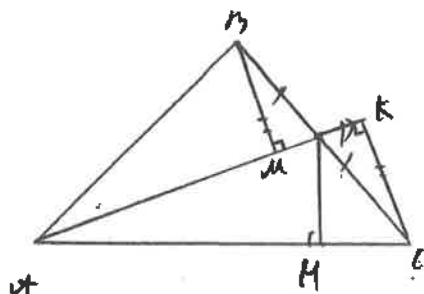
Задача №5

Дано: $ND = DC$

$\angle ACB = 30^\circ$

$\angle ADN = 45^\circ$

Найти: $\angle AB1$



Решение:

① $ND = DC \Rightarrow AD - \text{мед. } \Delta ABC \Rightarrow S_{AND} = S_{ADC}$

② проведем BM и $CK \perp AD$, так, что $K, M \in$ прямой $\text{выс. } AD$

③ $S_{AND} = S_{ADC}$

$S_{AND} = 0,5 AD \cdot NM$

$S_{ADC} = 0,5 AD \cdot KC$

$\Rightarrow NM = KC$

④ Рассмотрим ΔNMD и ΔDCK :

$NM = KC$

$ND = DC$ (усл.)

$\Rightarrow \Delta NMD = \Delta DCK$ (по гипот. и катетам)

⑤ Пусть $KC = NM = a$.

⑥ $\angle NDA = 45^\circ$ (усл.)

$\angle NDA = \angle KDC$ (верт.)

$\Rightarrow \angle NDA = \angle KDC = 45^\circ \Rightarrow \Delta KDC - \text{равноб.} \Rightarrow KD = KC = a = NM = MD$

⑦ проведем выс. DM в ΔADC



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 7

М А О О О 2 0 7 5 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в разрез справа



$$\textcircled{8} \quad \angle KDL = 45^\circ \Rightarrow (D = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 45^\circ} = \sqrt{2}a$$

$$\textcircled{9} \quad \angle A = 70^\circ (y.u.) \Rightarrow DH = 0,5 \quad DL = 0,5 \sqrt{2}a$$

$$\textcircled{10} \quad \angle ADL = 780^\circ - \angle AMH = 135^\circ$$

$$\left. \begin{aligned} \angle L + \angle D + \angle C + \angle ADL &= 780^\circ \quad (\text{сумма углов в } \Delta) \\ \angle L &= 30^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle D + \angle C = 75^\circ$$

$$\textcircled{11} \quad \angle D + \angle C = 75^\circ \Rightarrow AD = \frac{\sin 75^\circ}{\sin 15^\circ} = a(\sqrt{3} + 1) = \sqrt{3}a + a$$

$$\textcircled{12} \quad AM = AP - a = \sqrt{3}a$$

$$\textcircled{13} \quad \angle L = 30^\circ (y.u.) \Rightarrow (H = \sqrt{2,5}a)$$

$$\textcircled{14} \quad \frac{AM}{HL} = \frac{\sqrt{3}a}{\sqrt{2,5}a}$$

$$\frac{AM}{DL} = \frac{a}{\sqrt{2}a}$$

$$\frac{\sqrt{3}a}{\sqrt{2,5}a} = \frac{a}{\sqrt{2}a}$$

$$\Rightarrow \angle AMH \approx \angle DMH \Rightarrow \angle L = \angle MAD = 30^\circ$$

$$\textcircled{15} \quad \angle ABL = 780^\circ - \angle MAD - \angle AMH = 705^\circ$$

$$\text{Сумма: } 705^\circ$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 7

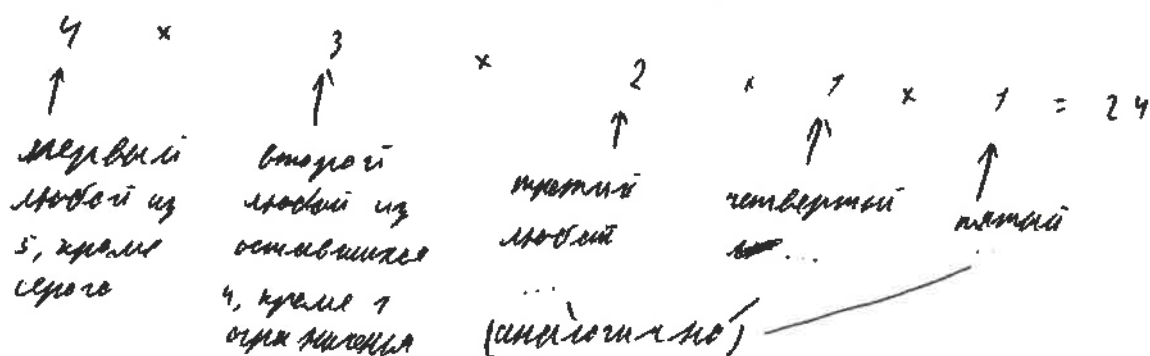
М А О О О 2 0 7 5 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 14

Начнём их расставлять. Рассмотрим 2 случая, обусловленная тем, что только у серого 2 ограниченных на пары (у остальных по 1.)

I вариант: первый не серый:



II вариант: первый серый:

$1 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1 = 4$ (аналогично с первым)

$$24 + 4 = 28$$

Ответ: 28



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Уфа Космонавтов 8

М	А	0	0	0	2	6	1	9	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия СОПОВ

Имя ЯРОСЛАВ

Отчество ВИКТОРОВИЧ

Дата рождения 26.12.2007 Класс 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7 93731 02500 Подпись ЯС

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	Σ
20	5	1	5	20	61

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3.

М А О О О 2 6 1 9 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 1.

$$49 \cdot 43 = 210\%$$

13 чисел будут равны $49 \cdot 3 = 147$.

$$2 \text{ числа} - 49 \cdot 2 = 98$$

$$\text{НОД}(147; 98) = 49.$$

Задача 5.

Есть 2 способа выбрать учеников:

1) По 1 из каждого кружка или

2) 2 из одного кружка

2 из второго и

и 1 из третьего.

$$1) \cdot \binom{2}{2} \cdot \binom{2}{2} \cdot \binom{2}{2} = 2^6 = 64 \text{ способа.}$$

2) 1) М У Ф

2) У М Ф

3) Ф У М

4) У Ф М

5) Ф М У

6) М Ф У

$$1 \cdot 1 \cdot \binom{2}{2} = 4.$$

выбрать
2 мальчика

выбрать

2 девочек.

Вторым вариантом можно выбрать $4 \cdot 6 = 24$ человек способами.

Всего: $64 + 24 = 88$ способов.

$$a^6 - 6a^3 + 12 = b^3$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 6 1 9 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверка только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 4.

$$\angle BAC = 20^\circ$$

$$\angle ABC = \angle ACB = \frac{180-20}{2} = 80^\circ$$

$AD = BD$ м.к. $\triangle ADB$ равнобедр.

$$\text{м.к. } \angle A = \angle DBA = 20^\circ$$

$$\angle ADB = 180 - 20 - 20 = 140^\circ$$

$$\angle CDB = 180 - 80 - 60 = 40^\circ$$

$$\angle CEB = 180 - 50 - 80 = 50^\circ$$

$$\angle x + \angle y + 40^\circ = 180^\circ$$

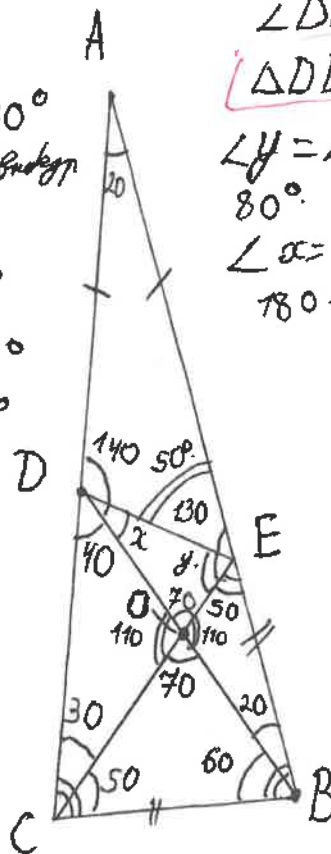
$$2x + \angle y = 140^\circ$$

$\triangle CEB$ - равнобедр.

$$\angle y = 180 - 50 - 80 = 50^\circ$$

$$\angle x = 180 - 80 - 70 = 30^\circ$$

$$\text{Отсюда } \angle EDB = 30^\circ$$



$$\angle DEA = \angle OEB \text{ м.к.}$$

$$\triangle DEA \sim \triangle OEB \text{ ?}$$

$$\angle y = \angle AEO - \angle AED = 180 - 50 = 80^\circ$$

$$\angle x = 180 - \angle y - \angle DOE = 180 - 80 - 70 = 30^\circ$$

Задача 2.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$(a+1)(x+1)^2 + (b-2,5)(x+1) + (c-11) = 0$$

$$ax^2 + 2ax + a + x^2 + 2x + 1 + bx - 2,5x + b - 2,5 + c - 11 = 0$$

$$\begin{cases} (a+1)x^2 + (2a+b-0,5)x + b+c-12,5 = 0 & (1) \\ ax^2 + bx + c = 0 & (2) \end{cases}$$

$$x^2 + (2a-0,5)x + b-12,5 = 0$$

$$x^2 + 2ax + b = 0,5x + 12,5$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 6 1 9 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Задача 9.

$$\begin{cases} n+3=a^3 \\ n^2+3=b^3 \end{cases} \begin{cases} n=a^3-3 \\ (a^3-3)^2+3=b^3 \end{cases} \begin{cases} n=a^3-3 \\ a^6-6a^3+9+3=b^3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^6-6a^3+12=b^3 \\ n=a^3-3 \end{cases} \begin{cases} a^6=b^3+6a^3+12 \\ n=a^3-3 \end{cases}$$

$$\cancel{a^6-6a^3+12}$$

Нет таких чисел a и b .

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

КГЭУ

М	А	0	0	0	2	7	2	5	8	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия КАЛЮШИН

Имя ДМИТРИЙ

Отчество АЛЕКСАНДРОВИЧ

Дата рождения 22.12.2007

Класс 8

Предмет Математика

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89379507373

Подпись Александр

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы шифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 2 5 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

1. $2023 = 7 \cdot 17^2$, откуда его делители:

1; 7; 17; 119; 289; 2023.

Так как, если в сумме каждое простое делитель и какое-либо число (в нашем случае НОД), то и сама сумма делится на него. Поэтому НОД и число будут делителями 2023.

1) НОД = 2023 не подходит, так как $2023 \cdot 14 > 2023$.

2) НОД = 289 тоже не подходит: $289 \cdot 14 = 4046 > 2023$

3) НОД = 119: $119 \cdot 14 = 1666$, это меньше 2023, но тем самым и числа, равные 119, и 3 числа, равные 238, которые в сумме дадут 2023.

(119; 119; 119; 119; 119; 119; 119; 119; 119; 119; 238; 238; 238)

2. Число трехчлен $x^2 + bx + c$, корни которого равны u и v . Второе трехчлен $3x^2 + (b-4)x + c-4$, корни которого равны $u+1$ и $v+1$. По теореме Виета получаем

$$\begin{cases} u+v = -b; \\ uv = c, \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} u+v+2 = (4-b):3; \\ (u+1)(v+1) = (c-4):3. \end{cases}$$

подставляем в 1-е уравнение 2-ой системы 1-е уравнение 1-ой системы:

$$-b+2 = \frac{4-b}{3} \Rightarrow b=1. \text{ Подставляем полученное значение}$$

$$\text{в 2-е уравнение 2-ой системы: } (u+1)(v+1) = \frac{c-4}{3}; \quad \underbrace{uv}_{c} + \underbrace{u+v}_{-b=-1} + 1 = \frac{c-4}{3};$$

$$3c = c-4 \Rightarrow c = -2.$$

Изначально уравнение трехчлен $x^2 + x - 2$

3. $n+2=a^3$ | при перекожем эти уравнения
 $n^2-2n+4=b^3$ | получим: $(n+2)(n^2-2n+4)=n^3+8=(av)^3$

Получаем, что разность двух кубов (целого и натурального числа) равна 8 ($(av)^3 - n^3 = 8$)

1) при $n < 0$:

n^3 принимает значения: $-1; -8; -27; -64; \dots$ (только при $n \leq -1; a^3 < 1$)

$a(av)^3 = 7; 8; 27; 64; \dots$, где $a \geq 1; v \geq 1; a, v \in \mathbb{N}$

Заметим, что ~~между этими формулами не может быть равенства~~
~~при $n \leq -1$ и $a, v \in \mathbb{N}$ и $n \leq 0$ $av = \sqrt[3]{7, 27, 64, \dots} \notin \mathbb{N}$~~

при $n \geq 0$:

n^3 принимает значения: $0; 1; 8; 27; 64; \dots$

$a(av)^3$; при $a, v \in \mathbb{N}$, будет равным: $0; 1; 8; 27; 64; \dots$

Заметим, что разность в 8 может быть получена, только если $n=0; (av)^3=8$ (в других случаях быть не может), но при $n=0, a^3=2 \Rightarrow a=\sqrt[3]{2} \notin \mathbb{N}$, откуда таких случаев быть не может.

Ответ: не существует.

4. Рассмотрим все случаи расстановки от серого бельчонка.

1) Если серый стоит первым в ряду:

вторым может быть либо чёрный, либо полосатый, (2)

третьим: либо рыжий, либо белый (2)

четвёртым: ~~либо~~ один из двух из двух оставшихся (2)

пятый: либо (1)

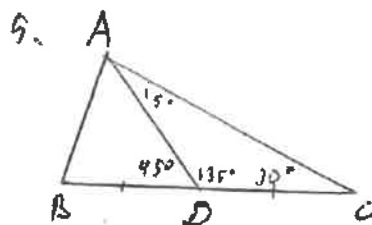
комбинаций: $2^3 = 8$

2) Если серый стоит последний, то ситуация аналогична, только наоборот, т.е. комбинаций всё ещё 8.

3) Если серый стоит вторым, третьим, четвёртым, то

~~один из двух~~ соседних с серым бельчонок — чёрный и полосатый, оставшиеся места могут занять либо рыжий или белый, комбинаций для каждого случая: $2^2 = 4$.

Считаем сумму комбинаций: $8 + 8 + 4 + 4 + 4 = 28$.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	2	2	7	9	7	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

КГЭУ _____

Адрес площадки проведения _____

Шифр _____

Вариант № 3 _____

Фамилия БОЛЫШАКОВ _____

Имя МАКСИМ _____

Отчество Сергеевич _____

Дата рождения 5 _____ Класс 8 _____

Предмет МАТЕМАТИКА _____

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы 26.02.23 _____

Номер телефона 89178958515 Подпись  _____

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	2
20	20	20	20	20	100

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 2 7 9 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 1

Ответ: 49

Пусть НОД всех 15 чисел = k . Пусть i -е из чисел = $a_i \cdot k$,
 $(1 \leq i \leq 15)$
 a_i натуральное, т.к. все числа кратны k . Также
~~все a_i различные, т.к. если $a_i = a_j$ (при $i \neq j$), то~~
 ~~$a_i \cdot k = a_j \cdot k$, но есть i -е и j -е~~ Тогда $\sum_{i=1}^{15} a_i \geq 15 \cdot 1 =$
 $= 15$ (т.к. $a_i \geq 1$). Тогда поскольку сумма всех
чисел = $2107 = \left(\sum_{i=1}^{15} a_i\right) \cdot k$, то $k \leq \frac{2107}{15} < 141$.
А также 2107 кратно k . Тогда k - делитель 2107 ,
меньший 141 . Заметим, что $2107 = 7 \cdot 7 \cdot 43$,
и наибольший делитель 2107 , меньший 141 ,
равен $7 \cdot 7 = 49$ (т.к. $7 \cdot 43 > 141$). Тогда $k \leq 49$.

Пример чисел: пусть у нас есть 14 чисел
равных 49 и одно равное $(43-14) \cdot 49 = 29 \cdot 49 =$
 $= 1421$. Сумма чисел = $1421 + 14 \cdot 49 = 1421 +$
 $+ 686 = 2107$. А также если все $i \cdot 49$ поставим
«среди них есть
равно 49»

их НОД = 49.

Тогда ответ - 49.

ВНИМАНИЕ! Проводятся только те, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Задача 2

Пусть a, b, c — исходные коэфф. трёхчлена;

($a=1$ по условию). ; x_1, x_2 — его корни. Тогда для

исходного трёхчлена по теореме Виета $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$;

$x_1 x_2 = \frac{c}{a}$. Для нового трёхчлена (корни x_1+1 и

x_2+1) по т. Виета $(x_1+1) + (x_2+1) = \frac{-(b-2,5)}{a+1} = x_1 + x_2 + 2$;

$(x_1+1)(x_2+1) = \frac{c-11}{a+1} = x_1 x_2 + (x_1 + x_2 + 1)$; $x_1 + x_2 + 1 =$

$= \frac{-b}{a} + 1$; тогда $(x_1+1)(x_2+1) - (\frac{-b}{a} + 1) =$

$= \frac{c-11}{a+1} + \frac{b}{a} - 1 = \frac{c}{a}$. Разложим на $a(a+1)$ и

получим $ac - 11a + \frac{(b-1)a(a+1)}{n.k. a=1} = ac + c \Rightarrow$

$\Rightarrow c = (b-1)a(a+1) - 11a = 2(b-1) - 11$.

А также по $\frac{-(b-2,5)}{a+1} - 2 = \frac{-b}{a}$, но $\frac{b-2,5}{a+1} + 2 =$

$= \frac{b}{a}$; разложим на $a(a+1)$ и получим $ab - 2,5a +$

$+ 2a(a+1) = ab + b \Rightarrow b = 2a(a+1) - 2,5a = 4 - 2,5 = 1,5$.

Тогда исходные коэфф. a, b, c ^{исходного} трёхчлена равны 1,

1,5, -10 (н.к. $c = (b-1)a(a+1) - 11a = 2(b-1) - 11 = 2 \cdot 0,5 -$

$-11 = -10$) $\Rightarrow$ исходный трёхчлен $= x^2 + 1,5x - 10$.



Задача 3

Ответ: нет. Пред. противное: что такие n, a, b существуют.

Заметим, что $a \geq 1$, т.к. если $a = 1$, то $n+3 = 1 \Rightarrow n = -2$

Если $a = 2$, то $n+3 = 8$, то тогда $n = 5$ и $n^2+3 = 28$ (?!).

$= 28 = b^3$ (?!, т.к. $b \in \mathbb{N}$). Тогда $a \geq 3$. Если $n+3 = a^3$, то $n = a^3 - 3$ и $n^2+3 = (a^3-3)^2+3 = a^6 - 6a^3 + 12$.

Докажем, что $a^6 - 6a^3 + 12 > (a^2-1)^3$. $(a^2-1)^3 =$

$$= a^6 - 3a^4 + 3a^2 - 1; \quad a^6 - 6a^3 + 12 - (a^2-1)^3 =$$

$$= a^6 - 3a^4 - 6a^3 + 13 = 3a^4 - 6a^3 + 13 = 3a^4 - 6a^3 + 13 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3a^4 - 6a^3 - 6a^2 + 13 \geq 3a^4 - 12a^3 + 13; \text{ но}$$

$$\text{поскольку } a \geq 3, \quad 3a^4 \geq 3 \cdot 81 = 243 > 12a^3 \Rightarrow 3a^4 - 12a^3 + 13 \geq (3a^4 - 12a^3) + 13 = 13 > 0. \text{ Тогда } a^6 - 6a^3 + 12 >$$

$(a^2-1)^3$. Но также $a^6 - 6a^3 + 12 < a^6$, т.к.

$$6a^3 > 6 \cdot 3^3 = 6 \cdot 27 > 12. \text{ Тогда } a^6 - 6a^3 + 12 =$$

$$= b^3 < (a^2)^3, > (a^2-1)^3 \Rightarrow b > a^2-1, \text{ но меньше}$$

a^2 . Также не бывает, т.к. $b \in \mathbb{N}, a \in \mathbb{N}$. Тогда таких n не существует.

★ $a \neq 3$, т.к. иначе $n+3 = 27$ и $n = 24$; тогда $24^2+3 =$

$$= 579 = b^3 \text{ (?!, т.к. } b \in \mathbb{N}). \text{ Тогда } a \neq 1, a \neq 2, a \neq 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a \geq 4.$$





Задача 4

Если $AB = AC$, то $\angle ABC = \angle ACB$;

$$\angle ABC + \angle ACB + 20^\circ = 2\angle ABC + 20^\circ = 180^\circ \Rightarrow \angle ABC = \angle ACB = 80^\circ. \text{ Также}$$

$$\angle BDC + \angle DCB + \angle CBD = 180^\circ = 60^\circ +$$

Если $AB = AC$, то $\angle ABC = \angle ACB$;

$$2\angle ACB = 180^\circ - 20^\circ \Rightarrow \angle ACB =$$

$$\angle ACB = 80^\circ. \text{ Отметим точку}$$

точку F на AE так, что $\angle CBF = 20^\circ$;

$$\text{Тогда } \angle BFC = 180^\circ - 20^\circ - 80^\circ = 80^\circ = \angle BCF.$$

Тогда $BC = BF$. Также $\angle BEC = 180^\circ - 80^\circ -$

$$50^\circ = 50^\circ = \angle ECB \Rightarrow \angle BCE = \angle BEC \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BE = BC = BF. \text{ Также } \angle EBF = 80^\circ -$$

$$20^\circ \Rightarrow \angle EBF = 60^\circ \Rightarrow \triangle EBF \text{ равносто-}$$

роenny $\Rightarrow EF = BF$. Также $\angle BFD =$

$$180^\circ - 80^\circ = 100^\circ; \angle DBF = 60^\circ - 20^\circ = 40^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle BDF = 40^\circ = 180^\circ - 100^\circ - 40^\circ =$$

$$= \angle FBD \Rightarrow BF = FD. \text{ Также из}$$

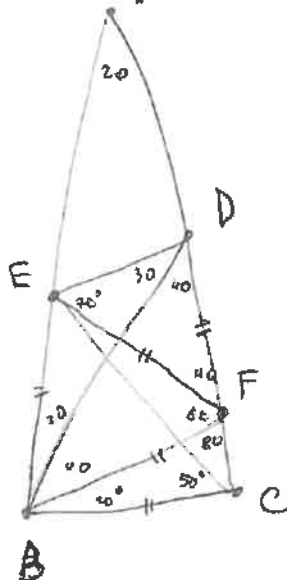
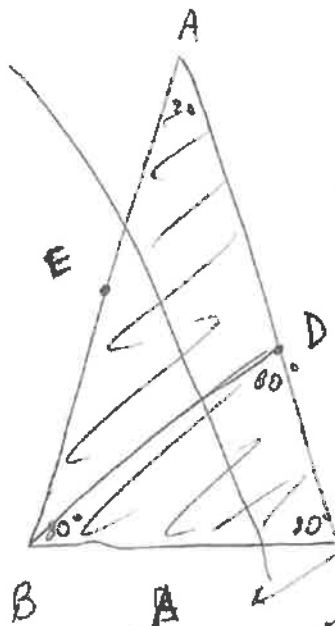
$\triangle BFC$ равностор., $\angle BFE = 60^\circ$ и $\angle EFD = 100^\circ - 60^\circ = 40^\circ$.

(и.к. $FE = FD$)

$$\text{Тогда } 2 \cdot \angle EDF = \angle EDF + \angle DEF = 140^\circ \Rightarrow \angle EDF =$$

$$= 70^\circ; \angle BDF = 40^\circ \Rightarrow \angle FDB = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ.$$

Ответ: 30° .



M A O O O 2 2 7 9 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 5

Ответ: 88.

Рассмотрим 3 случая: 1-ый: когда из каждой команды мы возьмём ≤ 1 девочку. Тогда всего из каждой команды ^(всего 3) возьмём ~~по~~ нужно взять ровно 1 девочку, и тогда ровно 1 мальчика, т.к. из 4 команды ровно две.

Тогда из 4 команды 2 в., выбрать мальчика - 2 в. девочку (т.к. 2 м. и 2 д.). Всего $2 \cdot 2 = 4$ в. выбрать 1 м. и д. из 4 и 3 команды, итого $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ вариантов в этом случае.

2-й случай: когда из какой-то команды будем 2 девочки. Тогда из оставшихся команд будем по 1 и по 0 девочек в какой-то порядке. Всего 3 в., выбрать команду откуда возьмём 2 д., среди 2 оставшихся команд 2 вар. выбрать команду где будет 1 д., оставшейся - 0 д. Итого 6 вариантов распределить кол-во девочек по командам.

В команде где возьмём 2 д., возьмём 2 д., и ^{никого} ~~всех~~ ^{мальчиков} ~~всех~~.
В команде где возьмём 0 д., возьмём только ~~оба мальчика~~.

В команде где 1 д., там 1 м., и $2 \cdot 2 = 4$ в. выбрать откуда нужных людей. Итого $6 \cdot 4 = 24$ в. в этом случае.

Итого $64 + 24 = 88$ вариантов всего рассмотреть команду.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

КГЭУ

М	А	О	О	2	2	5	1	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант №

1

Фамилия

Мурашкин

Имя

Тимофей

Отчество

Викторович

Дата рождения

31.08.2006

Класс

8

Предмет

Математика

Работа выполнена на

3

листах

Дата выполнения работы

26.02.2023

Номер телефона

+7996504560

Подпись

АЕ

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа
в разрез справа

Zagora $\sqrt{1}$.

Разложим число 2023 на простые множители.

$$2023 = 7 \cdot 17 \cdot 17$$

Тогда, чтобы получить наибольший прибыль, то

первые 13 чисел будут 17.7, а 14-ое число будет

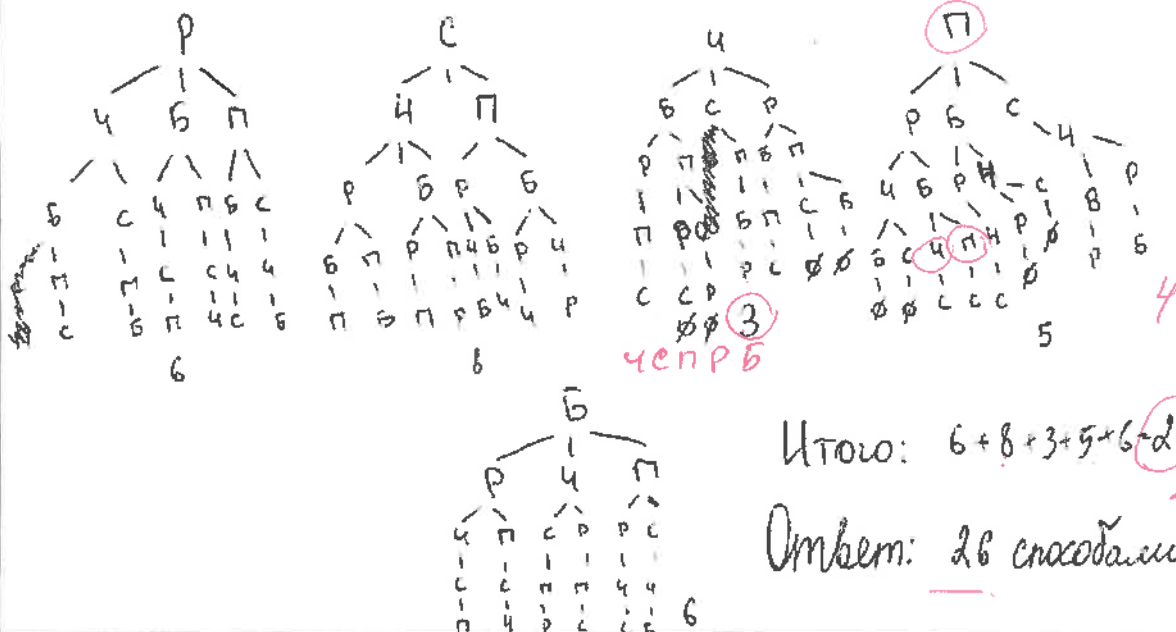
17.7 (17-13) = 17.7.4. y Σ так $\text{HOD} = 119.117$

Вспомогательная таблица: Значит НОД = 119; Пример равен:

$$\underbrace{119, 119, 119, 119, 119, 119, 119, 119, 119, 119, 119, 119, 119}_{13 \cdot 119} \quad \underbrace{496}_{1 \cdot 496}$$

Laguna n° 4

Рассмотрим "деревья" с бильятами, когда каждый из них - первый в ряду.



Итого: $6 + 8 + 3 + 5 + 6 = 28$ человек

Отвѣтъ: 26 способамъ

Задача 3

$$n^2 - 2n + 4 = b^3$$

$$n^2 - 2n + 4 - b^3 = 0$$

$$D = 4 - 4(4 - b^3) = 4 - 16 + 4b^3 = 4b^3 - 12 = 4(b^3 - 3)$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{4(b^3 - 3)} = 2\sqrt{b^3 - 3}$$

Т.е. $b^3 - 3 = k^2$, где k - натуральное число, b - целое (по ум.)

$$n^2 + 4n + 4 - 6n = b^3$$

$$(n+2)^2 - 6n = b^3; n+2 = a^3$$

$$(a^3)^2 - 6n = b^3$$

$$a^6 - 6n = b^3$$

$$a^6 - 6n - 3 = b^3$$

$$a^6 - 3(n+1) = b^3$$

$$a^6 - 3(a^3 - 1) = b^3$$

$$a^6 - 3a^3 + 3 = b^3$$

$$a^3(a^3 - 3) + 3 = b^3$$

$$a^3(a^3 - 3) = b^3 - 3; b^3 - 3 = k^2$$

$$a^3(a^3 - 3) = k^2$$

Такое может быть, если $a^3 - 3 = a$, чтобы $a^3 \cdot a = a^4 = k^2$ *не обязательно*

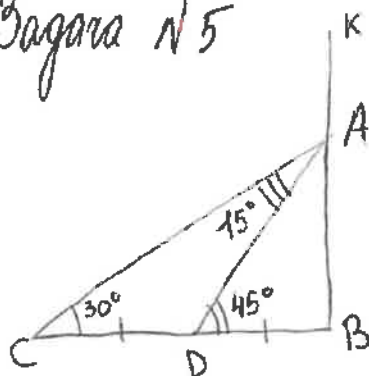
$$a^3 - 3 = a$$

$$a^3 - a = 3$$

$$a(a-1) = 3$$

По условию; a - натуральное число, а в нашем уравнении множителем числа 3 отнимаются на 1. Но такое быть не может. Соответственно таких n нет. Ответ: Нет.

Задача №5



Дано:
 $\triangle ABC$
 $DC = DB$
 $\angle ADB = 45^\circ$
 $\angle ACD = 30^\circ$
 Найти:
 $\angle ABC$

Решение:
 $\angle CAD = \angle ADB - \angle ACD$ (т.к. $\angle ADB$ — по св-ву внешн. угла
 внешний)
 $\angle CAD = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$
 Соответственно, угол
 $\angle ABD = \angle KAD - \angle ADB$
 $\angle KAD = 180^\circ - 30^\circ - 15^\circ = 135^\circ$
 $\angle ABD = 135^\circ - 45^\circ = 90^\circ$

Ответ: 90°

Задача 2.

увел. на 2! $x^2 \rightarrow 3x^2$

$x^2 + px + q = 0$ — исходное выражение; корни: x_1, x_2

$2x^2 + (p-4)x + q-4 = 0$ — новое выражение; корни: $(x_1+1), (x_2+1)$

По теореме Виета: $x_1 x_2 = q$; $x_1 + x_2 = -p$
 $(x_1+1)(x_2+1) = (q-4)$; $(x_1+1) + (x_2+1) = -p+4$

$$x_1 x_2 + x_2 + x_1 + 1 = q - 4$$

$$q + x_1 + x_2 + 1 = q - 4$$

$$x_1 + x_2 + 1 = -4$$

$$x_1 + x_2 = -5$$

$$-p = -5$$

$$p = 5$$

Т.е. сумма двух множителей
 числа q равна -5 , значит $q < 0$

$$\sqrt{D} = \sqrt{5^2 + 4q}$$

нат. число, только, если

$$\sqrt{D} = \sqrt{49} = 7$$

$$q = -6$$

Корни обязательно целые!

Ответ: Исходный квадратный трёхчлен:
 $x^2 + 5x - 6 = 0$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

КСЭУ

М	А	О	О	0	2	1	3	2	7	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Ахметова

Имя Аскар

Отчество Эсугарович

Дата рождения 10.10.2008

Класс 8

Предмет АПТЕЧАТКА

Работа выполнена на 2 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7 987 408 25 35

Подпись

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы шифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 1 3 2 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6
20	19	0	10	5	54

115

Дано:

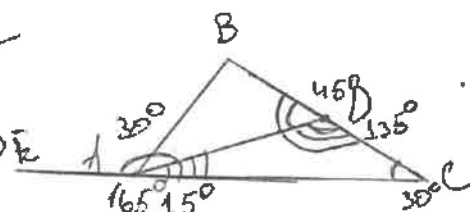
$\triangle ABC$

D - середина BC

$$\angle ACB = 30^\circ$$

$$\angle ADB = 45^\circ$$

$$\angle ABC = ?$$



Решение

$$\angle ADB = 45^\circ \Rightarrow \angle ADC (\text{смежные}) = 180 - 45 = 135$$

$$\angle CAD = 135 + 30 = 180 - 165 = 15^\circ$$

$$\angle EAD = 180 - 15 = 165$$

$$\angle CAB = 180 - (165 - 15) = 180 - 150 = 30^\circ$$

$$\angle ABC = 180 - (30 + 45) = 180 - 75 = 105$$

$$\text{Ответ: } \angle ABC = 105^\circ$$

1

$$2023 = 119 \cdot 17$$

119 наибольший общий делитель кроме самого 2023

$$\text{Пример } 119 + 119 \dots 119 + 119 - 4$$

13 слагаемых

$$\text{Ответ: } 119$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	О	О	О	2	1	3	2	7	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в разное время



1 Б Ч С П Р
2 Б Ч

✓4

ответ: 14 вариантов

2 Б П С Ч Р
3 Р П С П Б
4 Р П С Ч Б
5 С П Р Ч Б
6 С Ч Р П Б
7 С Ч Б П Р
8 С П Б Ч Р
9 Р П Б Ч С
10 Р Ч Б П С
11 Б Ч Р П С
12 Б Ч Р П С
13 С Б Ч П Р
14 Б Ч П Р С

Пропущена половина вариантов,
например, СПРБЧ, СЧБРП и т.д.

СБ - нельзя.

✓2

$$x^2 + bx + c$$

$$3x^2 + (b-4)x + (c-4) = (x-x_1-1)(x-x_2-1)$$

$$b = -x_1 - x_2$$

$$c = x_1 \cdot x_2$$

$$b - b - 4 = 2 \quad 2b + 4 = 6$$

$$\frac{c-4}{3} \xrightarrow{3} c = -2$$

Ответ: $x^2 + x - 2$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Красноярск

М	А	0	0	0	2	2	4	1	9	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Салю

Имя Кирилл

Отчество Андреевич

Дата рождения 19.05.2008 Класс 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы 26.07.2023

Номер телефона 8-950-401-07-10 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

M	A	0	0	0	2	2	4	1	9	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Пусть x - НОД данных натур. чисел, а числа
 $ax; bx; cx \dots$

Тогда их сумма $ax + bx + cx + \dots = 2107$
 $(a + b + c + \dots)x = 2107$

2107-7.4.43

$$1) x = 49$$

$$a+b+c \dots = 43$$

2) $x = 43$
 $a + b + c + \dots = 49$

3) $x = 301$
 $a + b + c + \dots + z$

4) $x = 7$
 erkl. = 301

5) $x = 1$
 $\text{ans} = 2107$

6) $\lambda = 710 \text{ nm}$
 $e + h + c_{\text{rel}} = 1$

Т.к. по условию $a, b, c, \dots$ - натур., следовательно № 3, 8 не подходит
потому, что сумма 15 натур чисел не может быть ≤ 15
из оставшихся فقط вариант 05 самое большое значение $x = 49$
пример

[illegible]

Answer: $10A = 49$

42

1) $x^2 + vx + c$ - приведённый квадратный трёхчлен ($a=1$)

$$2) (x+1)x^2 + (b-2,5)x + (c-11) = x^2 + (b-2,5)x + (c-11)$$

Найти корни первого x_1 и x_2 , а второго x_1+1 и x_2+1
по теореме Виета:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad 1) \quad x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -6$$

$$2) x_1 + 1 + x_2 + 1 = \frac{-6 + 2,5}{2}$$

$$x_1 + x_2 + 2 = \underline{-6 + 2.5}$$

$$2 + x_1 + x_2 = -6 + 2$$

$$-612 = -\frac{6+2,5}{2} \cdot 2$$

$$-2b + 4 = -b + 2,5 | +b$$

$$-6 + 4 = 2, 5 \quad 1-4$$

$$-b = -1,5 \quad | : -1$$

$$b = 1,5$$

Вариант № 3

М	А	О	О	О	2	2	4	1	9	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

По теореме Виета

$$x_1, x_2 = \frac{c}{a} \quad 1) \quad x_1, x_2 = \frac{c}{a} = ($$

$$2) \quad (x_1 + 1)(x_2 + 1) = \frac{c - 11}{2}$$

$$x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 1 = \frac{c - 11}{2} \quad x_1 + x_2 = -b$$

$$x_1 x_2 - 6 + 1 = \frac{c - 11}{2}$$

$$x_1 x_2 - 1,5 + 1 = \frac{c - 11}{2}$$

$$x_1 x_2 - 0,5 = \frac{c - 11}{2}$$

$$x_1 x_2 = \frac{c - 11}{2} + 0,5$$

$$\frac{c - 11}{2} + 0,5 = c \quad | \cdot 2$$

$$c - 11 + 1 = 2c$$

$$-10 = c$$

$$c = -10$$

$$a = 1 \quad b = 1,5 \quad c = -10$$

$$x^2 + 1,5x - 10$$

N3

$$n + 3 = 0^3$$

$$n^2 + 3 = 6^3$$

$$n = 0^3 - 3$$

$$n^2 = 6^3 - 3 = (0^3 - 3)^2$$

$$6^3 - 3 = (0^3 - 3)^2$$





т.к. ^{нб} взять можно только двоих из каждой команды
то это можно сделать 3 способами:

М+А М+М А+А

1/ Если из одной команды брать 2-х М или 2-х А, то из
другой команды следует взять 2-х людей противоположного
пола и из 3-ей ~~нб~~ М и А. т.к. не дружат между собой.
т.е. если взять 2-х М из физики, то:

Ф М М М/А
М А М

и ~~нб~~ взять можно 6-ю вариантами
(3!=6)

способов ~~нб~~ выбрано, где А или 2 М из команды

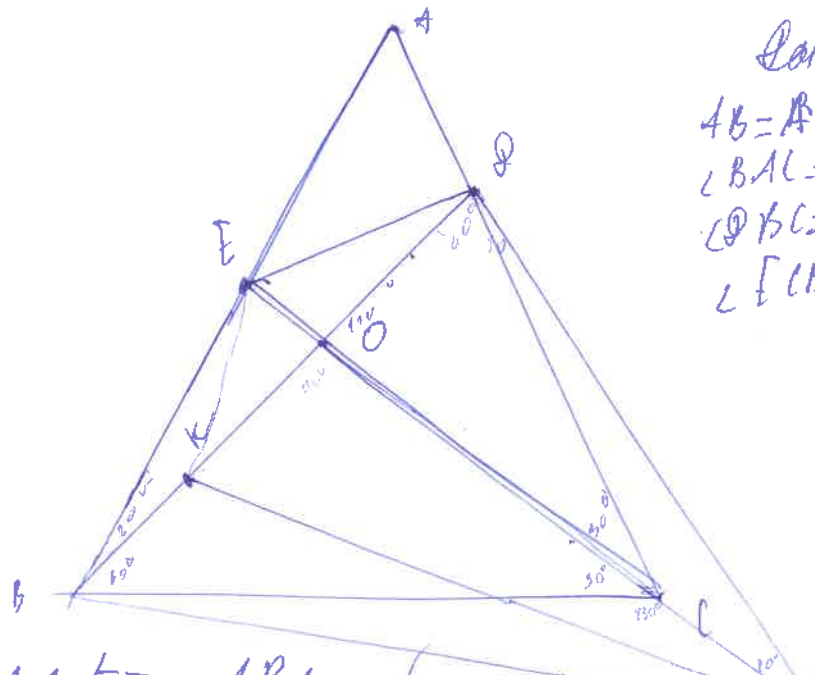
1, но выбрать М и А: М₁А₁, М₁А₂, М₂А₁, М₂А₂ - 4
т.е. если брать из одной команды двух противоположных
людей, то вариантов будет $2 \cdot 4 = 24$
2) Также можно из всех команд брать по М и А, тогда
разное количество команд не будет, но из каждой
команды можно выбрать по разному т.е.

Ф М А

4 вар 4 вар 4 вар
по 4 варианта

3) и тогда всего способов $24 + 64 = 88$ способов

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Дано

$AB = AC$
 $\angle BAC = 20^\circ$
 $\angle FBC = 60^\circ$
 $\angle ECB = 50^\circ$

Найти:
 $\angle EFB$

1) $AB = AC \Rightarrow \triangle ABC - \text{равнобедренный} \Rightarrow \angle B = \angle C = \frac{180^\circ - \angle A}{2} = \frac{180^\circ - 20^\circ}{2} = 80^\circ$

2) $\angle FBC = 60^\circ$
 $\angle ECB = 50^\circ \Rightarrow \angle BOC = 180^\circ - 60^\circ - 50^\circ = 70^\circ$

3) $\angle BOC = 70^\circ \Rightarrow \angle EOB = \angle FOC = 80^\circ - \angle BOC$ (верт.)
 $\angle EOB = \angle FOC = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

4) $\angle BOC = 110^\circ$
 $\angle ABC = 80^\circ$
 $\angle FBC = 60^\circ \Rightarrow \angle EBO = 80^\circ - 60^\circ - 20^\circ$

5) $\angle EBO = 20^\circ$
 $\angle EOB = 110^\circ \Rightarrow \angle BEO = 180^\circ - 20^\circ - 110^\circ = 50^\circ$

6) Рассмотрим $\triangle FOC$ где $\angle OFC = 50^\circ$

7) $\angle EOB = \angle FOC$
 $\angle BEO = \angle OFC \Rightarrow \triangle EBO \sim \triangle FOC$

8) рассмотрим $\triangle FOC$
 $\angle FOC = 60^\circ$
 $\angle FCO = 50^\circ \Rightarrow \angle OFC = 70^\circ$
 так как $CO > FO$ то гипотенуза больше катета

9) $OH = CO + CH$ ($CO = OH + CH$ по лемме для т.е. $\angle OFH > \angle OFC$)

10) $\triangle EBO \sim \triangle FOC \Rightarrow \frac{EO}{FO} = \frac{OB}{OC} > 1 \Rightarrow EO > FO$

11) рассмотрим $\triangle FOC$

12) $\frac{EO}{OH} = \frac{FO}{OC} \Rightarrow \frac{EO}{BO} = \frac{FO}{CO} \Rightarrow \triangle EBO \sim \triangle FOC$
 $\angle EFB = 50^\circ$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Красноярск

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	2	3	6	9	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант № 3

Фамилия ЛЕОНТЬЕВА

Имя Екатерина

Отчество Владимировна

Дата рождения 06.10.2008 Класс 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89535863970 Подпись Киш

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Вариант № 3

М А О О О 2 3 6 9 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6
15	18	15	0	20	68

Задача 11.

Заметим, что $2107 = 7^2 \cdot 43$. Также, если у 15 чисел $\text{НОД} = a$, то их $S : a$, т.к. каждое из них представимо в виде $a \cdot x_i \Rightarrow$ их НОДом может быть только число, на которое делится 2107. А это $7; 7^2; 7 \cdot 43; 7^2 \cdot 43$

1) $7^2 \cdot 43$ не подходит, т.к. $\neq$ все слагаемые кратны 2107, а мин, которое ему кратно это само 2107.
 $\Rightarrow \textcircled{0}$

2) $43 \cdot 7$. Не подходит, т.к. сложим первые 15 чисел, кратные $43 \cdot 7$. Это $43 \cdot 7 \cdot 1 + 43 \cdot 7 \cdot 2 + \dots + 43 \cdot 7 \cdot 15$
 $= 43 \cdot 7 (1 + \dots + 15) = 43 \cdot 7 \cdot \frac{15 \cdot 16}{2} = 43 \cdot 7 \cdot 120$, а это $\textcircled{6}$ больше 2107. $\Rightarrow \textcircled{0}$

3) 7^2 . Также сложим первые 15 чисел. $\frac{7 \cdot 7 \cdot 15 \cdot 16}{2}$
 $= 7^2 \cdot \frac{120}{2}$, а $7^2 \cdot 60 > 7^2 \cdot 43$

4) 43 . $\frac{43 \cdot 15 \cdot 16}{2} = 43 \cdot 15 \cdot 8$, $43 \cdot 15 \cdot 8 > 43 \cdot 7 \cdot 7$

5) Остается только 7 и 1. Попробем, что 7 подходит. Возьмем первые 14 чисел, кратные 7 и вычтем из 2107 их сумму, получим число, также кратное 7. Их сумма < 2107 (14 чисел $: 7$) и равна $\frac{7 \cdot 14 \cdot 15}{2} = 49 \cdot 15$.



Задача №5.

Заметим, что есть всего 2 случая: две девочки из 4 команды или все 3 из разных. Рассмотрим их по отдельности.

1) Из одной:

C_4^2 - кол-во способов выбрать ту команду, где 2 дев.

C_2^2 - кол-во способов выбрать команду, где 2 мальчика (если 2 д. из 4 команды, то и 2 м из 4 команды)

2^2 - кол-во способов выбрать 4 д и 4 м из ост. команд $\Rightarrow 3 \cdot 2 \cdot 4$

2) Где все 3 из разных.

2^3 - кол-во способов выбрать 3 д

2^3 - кол-во способов выбрать 3 м.

$\Rightarrow$ Ответ: $24 + 2^6$.

Задача №3.

Заметим, что $(a^3 - 3)^2 + 3 = b^3$

$a^6 - 6a^3 + 12 = b^3$ Напишем таблицу остатков степеней a^6 по mod 9.

Далее посмотрим, какие остатки дает $a^6 - 6a^3 + 12$ по mod 9.

0 3

1 7

2 1

3 3

4 7

5 1

6 3

7 7

8 1

	1	2	3
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	4	8
3	3	0	0
4	4	7	1
5	5	7	8
6	6	0	0
7	7	4	1
8	8	1	8

Если $a \equiv 2$, то $n \equiv 8 \Rightarrow n^2 \equiv 4 \Rightarrow n^2 + 3 \equiv 7 \Rightarrow b^3 \equiv 7 \Rightarrow \emptyset$

Если $a \equiv 5$, то $n \equiv 2 \Rightarrow n^2 \equiv 4 \Rightarrow n^2 + 3 \equiv 7 \Rightarrow b^3 \equiv 7 \Rightarrow \emptyset$

Если $a \equiv 8$, то $n \equiv 5 \Rightarrow n^2 \equiv 7 \Rightarrow n^2 + 3 \equiv 1 \Rightarrow b^3 \equiv 1$

$\Rightarrow n \equiv 5$. Но также мы знаем, что $b^3 - 3 = n^2$

Посмотрим, где подходит. Подходит только $b^3 \equiv 4$; $n^2 \equiv 4 \Rightarrow \emptyset$, т.к. $n^2 \equiv 4$; $n^2 \equiv 5$

6?

Задача 12.

Заметим, что если изначально кв. трехмен имел вид $x^2 + bx + c$, а после изменения коэф. $2x^2 + (b-2,5)x + (c-11)$, возникает Δ , т.к. корни где $\pm$ будут x_1, x_2 , где $2 \mid x_1+1, x_2+1$

$$\begin{cases} -(x_1 + x_2) = b \\ -(x_1 + 1 + x_2 + 1) = \frac{b-2,5}{2} \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 = -b$$

$$-(-b+2) = \frac{b-2,5}{2}$$

$$b-2 = \frac{b-2,5}{2}$$

$\Rightarrow \Delta$.

$$\frac{b}{2} = 0,75; \quad b = 1,5$$

$\Rightarrow$ изначально трехмен был неприведенный (ошибка в условии). Он сначала имел вид $ax^2 + bx + c$, а после $(a+1)x^2 + (b-2,5)x + (c-11)$

Составим систему.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 + x_2 + 2 = -\frac{b-2,5}{a} \end{cases}$$

$$-\frac{b}{a} + 2 = -\frac{b-2,5}{a}$$

$$-b + 2a = -b - 2,5$$

$$\Rightarrow 2a = -2,5$$

$$a = -1,25$$

$a \neq 0$

$$\begin{cases} x_1 x_2 = \frac{-c}{1,25} \\ (x_1 + 1)(x_2 + 1) = \frac{-c + 11}{1,25} \end{cases}$$

$$x_1 x_2 + \frac{-b}{a} + 1 = \frac{11 - c}{1,25}$$

$$\frac{-c}{1,25} + \frac{b}{1,25} + 1 = \frac{11 - c}{1,25}$$

$$b - c + 1,25 = 11 - c$$

$$b + 1,25 = 11$$

$$b = 11 - 1,25$$

$$b = 9,75$$



Вариант № 3

М А О О О 2 3 6 9 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Далее найдем с.

$$\frac{X_1 X_2}{a} - 11 = \frac{(X_1 + 1)(X_2 + 1)}{a + 1}$$

$$\frac{X_1 X_2 - 11a}{a} = \frac{X_1 X_2 - \frac{b}{a} + 1}{a + 1}$$

$$(a + 1)(X_1 X_2 - 11a) = a X_1 X_2 - b + a$$

$$a X_1 X_2 + X_1 X_2 - 11a^2 - 11a = a X_1 X_2 - b + a$$

$$X_1 X_2 = 12a - b + 11a^2$$

$$X_1 X_2 = 11a(a + 1) - b + a$$

$$X_1 X_2 = 11 \cdot 1,25 \cdot 0,25 - 9,75 + 1,25$$

$$X_1 X_2 = -8,5 - 8,5 + \frac{55}{16} = -8,5 + 3\frac{7}{16}$$

$$\frac{11 \cdot 1,25 \cdot 0,25}{4 \cdot 1000 \cdot 1000} = -8,5 + 3 \frac{7 \cdot 5^4}{10000} =$$

$$\frac{1000}{90} \cdot 16$$

$$10000 = 2^4 \cdot 5^4$$

$$-8,5 + 3,4375 = -5,0625$$

$$1,625$$

$$\begin{array}{r} 85000 \\ - 34375 \\ \hline 50625 \end{array}$$

$$-1,25X^2 + 9,75X - 5,0625 = 0$$

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

КРАСНОЯРСК

М	А	0	0	0	2	3	0	4	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 2

Фамилия РЯБИНИНА

Имя Юлия

Отчество НИКОЛАЕВНА

Дата рождения 25.06.2008 Класс 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 8 983 202 83 40 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Белый конек»

от
Рябинина Юлия Николаевна
(ФИО участника)

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по МАТЕМАТИКЕ, выполненной «26» февраля 2023 г. на площадке г. Красноярск, ул. Академическая, 226
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

8 983 202 83 40 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

ryabina2506@gmail.com (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 04.04.2023. 12-18

Подпись участника Олимпиады: Рябинин

ШИФР РАБОТЫ МА0002304223

КЛАСС 8

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

Дата и время отправки работы (время – красноярское) 06.04.23 16³⁰

М А О О О 2 3 0 4 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6
20	5	10	0	20	55

$$1. \quad n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_{18} = 2075$$

$$\begin{array}{r|l} 2075 & 5 \\ 415 & 5 \\ 83 & 83 \\ 1 & 1 \end{array}$$

~~НОД max - будет~~~~НОД(n₁, n₂, ..., n₁₈)~~

НОД(n₁, n₂, n₃, ..., n₁₈) будет делителем числа 2075, т.к. если каждое число делится на "какое-то одно число", то их сумма тоже делится на это число $\Rightarrow$

$$2075 : \text{НОД}(n_1, n_2, n_3, \dots, n_{18})$$

у числа 2075 4 простых делителя

~~Заметим, что НОД $\neq 83$, т.к. $83 \cdot 18 =$~~

Самый большой делитель 83

так $25 < 83$, а $83 \cdot 5 \cdot 18 > 2075 \Rightarrow$ не подходит $\Rightarrow$

НОД 83 - наибольший

Поэтому предположим, что есть таких 18 н.ч. сумма которых

$$2075 \text{ и } \text{НОД}(83)$$

и правда такие числа есть

$$83 + 83 + 83 + 83 + 83 + 83 + 83 + 83 + 83 + 83 + 83 + 166 + 166 + 166 + 166 + 166 = 2075$$

и каждое слагаемое : 83

5. Ф Ф Ф В В В Ш Ш Ш - настоящие заказы
1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9

$$3 \left\{ \begin{array}{l} \text{Ф В Ш Ф Ш Ш В В Ф} \\ \text{Ф В Ш Ф Ш Ш В В В} \\ \text{Ф В Ш Ф Ш Ш Ф В В} \end{array} \right.$$

$$3 \left\{ \begin{array}{l} \text{Ф В В Ш Ш Ш Ф Ф В} \\ \text{Ф В В Ш Ш Ш Ф В Ф} \\ \text{Ф В В Ш Ш Ш В Ф Ф} \end{array} \right.$$

То есть зафиксировав 1 девушку получается $9 + 9 + 3 + 3 = 24$ варианта

у нас 9 девушек $\Rightarrow 9 \cdot 24 = 216$ вариантов

Ответ : 216 вариантов

Зафиксируем девушку, которой выдан первый заказ
у нас получилось три случая - фиксированным 6 позициям, заметим, что не трогая девушек Ф мы можем найти 9 вариантов расп. морож.
Поменяв мороженое у 2 и 3 ещё 9в.
В ситуации где у 2 и 3 одинаковое мороженое у одной тройки тоже одинаковое мороженое $\Rightarrow$ 3 варианта
Поменяв вид мороженого у 2 и 3 ещё 3 варианта



$$3. \quad n+1=a^3 \quad n^2-4n+7=b^3$$

$$a, b \in \mathbb{N} \quad n - \text{целое}$$

$$\text{т.к. } a, b \in \mathbb{N} \Rightarrow a^3 \geq 0 \text{ и } b^3 \geq 0$$

$$\cdot \text{ Если } a^3=0 \Rightarrow n+1=0 \Rightarrow n=-1$$

$$(-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 7 = 12 \quad 12 \text{ не явл. кубом} \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$\cdot \text{ В остальных случаях } a^3 > 0 \Rightarrow n \geq 0$$

$$\cdot n=0 \Rightarrow a^3=1 \quad b^3=7 \quad 7 \text{ не явл. кубом} \Rightarrow \text{не подходит} \Rightarrow$$

$$n > 0$$

$$\cdot b^3 \geq 7 \quad (\text{т.к. если } b^3 < 7, \text{ то } n^2 - 4n + k = 0 \Rightarrow D = b^2 - 4ac = 16 - 4k)$$

~~Заметим, что.~~

$$2. \quad \text{Приведём к кв. трёхчлену } 1. \quad x^2 + px + q$$

$$x^2 + px + q = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = p^2 - 4q$$

$$D > 0$$

$$2. \quad 2x^2 + (p+1)x + q - 22 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (p+1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (q-22) = p^2 + 2p + 1 - 8q + 176 =$$

$$= p^2 + 2p - 8q + 177$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

$$+ \begin{cases} x_1 = \frac{-p + \sqrt{p^2 - 4q}}{2} = \frac{-p-1 + \sqrt{p^2 + 2p - 8q + 177}}{2 \cdot 2} + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = \frac{-p - \sqrt{p^2 - 4q}}{2} = \frac{-p-1 - \sqrt{p^2 + 2p - 8q + 177}}{2 \cdot 2} + 1 \end{cases}$$

$$\frac{-p + \sqrt{p^2 - 4q} - p - \sqrt{p^2 - 4q}}{2} = \frac{-p-1 + \sqrt{p^2 + 2p - 8q + 177} - p-1 - \sqrt{p^2 + 2p - 8q + 177}}{4} + 2$$

$$\frac{-2p}{2} = \frac{-2p-2}{4} + 2 \quad | \cdot 4$$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 2 3 0 4 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$-4p = -2p - 2 + 8$$

$$-2p = 6$$

$$p = -3$$

$$q < 4 \quad \text{т.к.} \quad D > 0 \quad p^2 > 4q$$

~~$$q = 4,5 \quad \text{наша подбора}$$~~

~~$$x^2 - 3x + 4,5 = 0$$~~

~~$$D = 6^2 - 4ac = 9$$~~

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Бельчонок»

от

Самикова М.А.
(ФИО участника)

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по математике, выполненной «26» 02 2023 г. на площадке г. Волжский, ул. Дружбы, 65
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

+7(905)3946744 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

darina.semenova@mail.ru (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 5.04.2023 12:38

Подпись участника Олимпиады: Самикова

ШИФР РАБОТЫ МА 0002494223

КЛАСС 8

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

Дата и время отправки работы (время – красноярское) 06.04.23 16³⁰

1	2	3	4	5	Σ
15	0	5	1	0	21

173

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	2	4	9	4	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в ответе справа

N1
 $\max(HOD)$ - т.е. число $(2023 + 14x)$ - это $\max$. Если делится не будет, мы прибавляем к $14x + x$, и делим наибольший общий делитель ставим меньше.

- $14x \neq 2023$ (т.к. 2023 - кр.)
- $15x \neq 2023$ (т.к. 2023 не оканчивается на 5 и на 0)
- $15x \neq 2023$ (т.к. 2023 не кр.)
- $16x \neq 2023$ (т.к. 2023 - кр.)
- $17x = 2023$ (подходит, это первое подходящее $\Rightarrow HOD = 119$)

$$2023 : 17 = 119$$

Ответ: 119.

N3
 $a, b \in \mathbb{N}$
 n - целое.

$$\begin{cases} n+2=a^2 \\ n^2-2n+4=b^2 \end{cases}$$

$$(a^2-2)^2 - 2(a^2-2) + 4 = b^2$$

Пусть $x = a^2 - 2$, Тогда $x^2 - 2x + 4 = b^2$
 $x^2 - 2x + (4 - b^2) = 0$

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + 7 &= 0 \\ D = 4 - 4 \cdot 7 = -24 \\ \emptyset \quad b=3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - (b^2 - 4) &= 0 \\ D = 4 + 4(b^2 - 4) &= 4 + 4b^2 - 16 = 4b^2 - 12 \\ x_1 &= \frac{2 + \sqrt{4b^2 - 12}}{2} \notin \mathbb{N} \text{ Почему?} \\ x_2 &= \frac{2 - \sqrt{4b^2 - 12}}{2} \notin \mathbb{N} \end{aligned}$$

Ответ: не существует.

N4
 $\underline{5} \quad \underline{2/3} \quad \underline{3/2} \quad \underline{2/1} \quad \underline{1}$

$$\begin{aligned} &5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 + 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 + 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 + 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 + \\ &+ 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 + 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 285 \end{aligned}$$

Ответ: 285

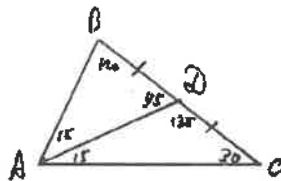
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	2	4	9	4	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5



Т.к. $BD = DC$: $\angle BAD = \angle DAC \Rightarrow \angle BAD = 15^\circ$

$\Rightarrow \angle ABD = 120^\circ$

Ответ: 120°



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа

в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Красноярск

М	А	О	О	О	2	5	7	5	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 2

Фамилия ЕРЕМЕЕВА

Имя Мария

Отчество Михайловна

Дата рождения 29.05.2008

Класс 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79509816971

Подпись ЕМ

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Вариант № 2

М А О О О 2 5 7 5 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	Σ
20	10	15	10	10	75

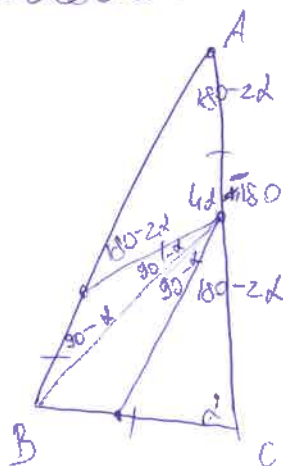
Задача 1

$$2075 = 5^3 \cdot 83$$

Если НОД всех чисел — x , значит их сумма $\geq x$, если их НОД $\geq 5 \cdot 83$, то сумма $\geq 18 \cdot 5 \cdot 83$, т.е. больше чем 2075. Тогда след. по величине делитель 2075 — 83.

Пример: $8 \cdot 83, \underbrace{83 \dots 83}_{17}$

Задача 2



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа





Задача 3

$$n+1=a^3 \Rightarrow a^3-1=n \Rightarrow (a^3-1)^2-4(a^3-1)+7=b^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^6-6a^3+12=b^3$$

a^3 при делении на 9 может давать остатки -1, 0, 1.

$$1) a^3 \equiv -1$$

$$2) a^3 \equiv 0$$

$$3) a^3 \equiv 1$$

$$a^6-6a^3+12 \equiv 1+6+12 \equiv 19$$

$$a^6-6a^3+12 \equiv 3$$

$$a^6-6a^3+12 \equiv 1+6+12 \equiv 19$$

Из всех случаев подходит только $a^3 \equiv -1$

Предположим, $b^3 \geq a^6$, тогда:

$$a^6-6a^3+12 \geq a^6$$

$$12 \geq 6a^3$$

$2 \geq a^3$, и т.к. a — натуральное, $a=1$, тогда $n=0$ и $b=7$, противоречие

Следовательно $a^6 > b^3$, т.е. $b^3 \leq (a^2-1)^3$

$$a^6-6a^3+12 \leq a^6-a^4+a^2-1$$

$$-6a^3 \leq -a^4+a^2-13$$

Задача 5

Есть 3 вида мороженого, А, В и С. Допустим, мороженое доставлено мороженое было вида А, тогда оставили 2 вида мороженого доставить в м. вида В и С, т.е. C_2^2 способами. А для каждого из 3 мороженых вида В и С они доставить в м. для др. видов, т.е. $(C_2^3)^2$. И т.к. 1-го или нескольких мороженых доставить правильно можно выбрать 3 способами, всего $3 \cdot C_2^2 \cdot (C_2^3)^2$, т.е.

$$9 \cdot \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot \left(\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2} \right)^2 = 9 \cdot 15 \cdot 400 = 54000$$

Ответ: 54000 маселов

Задача 3

$$n+1 = a^3 \Rightarrow n = a^3 - 1$$

$$(a^3 - 1)^2 - 4(a^3 - 1) + 7 = b^3 \Rightarrow a^6 - 6a^3 + 12 = b^3$$

$$a^3 \equiv -1, 0, 1 \pmod{9}$$

$$1) a^3 \equiv 1$$

$$a^6 - 6a^3 + 12 \equiv 1 - 6 + 12 \equiv 7 \pmod{9}$$

$$2) a^3 \equiv 0$$

$$a^6 - 6a^3 + 12 \equiv 0 - 0 + 12 \equiv 3 \pmod{9}$$

$$3) a^3 \equiv -1$$

$$a^6 - 6a^3 + 12 \equiv 1 - 6 + 12 \equiv 7 \pmod{9}$$

Из всех случаев возможен только $a^3 \equiv 1 \pmod{9}$

Предположим, $b^3 \geq a^6$, тогда:

$$a^6 - 6a^3 + 12 \geq a^6$$

$$2 \geq a^3, \text{ и } a \text{ — натуральное} \Rightarrow a=1, \Rightarrow b^3=7, \Rightarrow b \text{ не натуральное}$$

Тогда $b^3 < a^6$, и т.к. $a^6 \equiv 1 \pmod{9}$ и $b^3 \equiv 1 \pmod{9}$, то $b^3 \leq (a^2 - 3)^3$

$$a^6 - 6a^3 + 12 \leq a^6 - 9a^4 + 27a^2 - 27$$

$$3a^4 + 3a^2 + 10 \leq 2a^3 \quad ?$$

$$3a^4 + 3a^2 \leq 3a^4 + 3a^2 + 5 \leq 2a^3$$

$$3a^4 + 3a^2 \leq 2a^3$$

$$3a^2(a^2 - 1) \leq 2a^3, \text{ но т.к. } a \geq 1, a^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3a^2(a^2 - 1) > 3a^3 > 2a^3, \text{ что противоречит}$$

Ответ: не существует



Задача 2

$a = 1$

$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$

$1) (a+1)x^2 + (b+1)x + c-22 = 0 \rightarrow x_1 + x_2 - 2 = -\frac{(b+1)}{a+1} \quad x_1 x_2 - x_1 x_2 + \frac{c-22}{a+1}$

$\Rightarrow 2 = -\frac{b}{a} + \frac{b+1}{a+1} \Rightarrow 2 = \frac{a-b}{a(a+1)} \Rightarrow \boxed{b = a - 2a^2 - 2}$

$2) \frac{b}{a} + 1 = \frac{c-22}{a+1} - \frac{c}{a}$

$$\frac{ac - 22a - ac - c - ab - b - a^2 - a}{a(a+1)} = 0$$

$$\boxed{-a^2 - ab - c - b - 23a = 0}$$

$3) \frac{c}{a} - 1 = \frac{c-b-23}{a+1}$

$$\frac{ac - ab - 23a - ac - c + a^2 + a}{a(a+1)} = 0$$

$$\boxed{a^2 - 22a - ab - c = 0}$$

$2a^2 + a + b = 0$

 $\Downarrow$

$2a^2 + a + a - 2a^2 - 2 = 0$

$2a - 2 = 0$

$a = 1$

$b = -3$

$\frac{c}{a} - 1 = \frac{c-b-23}{a+1} \Rightarrow c-1 = \frac{c-20}{2} \Rightarrow c = 18$

$x^2 - 3x - 18 = 0, \text{ корни } x_1 = 6, x_2 = -3$

$2x^2 - 4x - 40 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 20 = 0, \text{ корни } x_1 = 5 \text{ и } x_2 = -4$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

МОУ СШ №30 г. Волжский

М	А	О	О	О	2	8	6	9	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия Валуев

Имя Алексей

Отчество Константинович

Дата рождения 27.10.2008 Класс 8

Предмет Математика

Работа выполнена на 7 листах Дата выполнения работы 26.02.23

Номер телефона 79610651737 Подпись А

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	Σ:
20	15	0	20	0	55

14.5

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	2	8	6	9	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рабочем пространстве



Задача 14

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + \dots + a_m = 2023$$

$$2023 = 17^2 \cdot 7$$

$$\text{пусть } HOD = n$$

тогда представим $a_1, a_2, \dots, a_m$ как $n \cdot k_1, n \cdot k_2, n \cdot k_3, \dots, n \cdot k_m$ соответственно, где $k_i > 0$ так все числа натуральные

$$\text{тогда } n \cdot (k_1 + k_2 + k_3 + \dots + k_m) = 2023$$

$$k_1 > 0, k_2 > 0, k_3 > 0, \dots, k_m > 0 \quad (k_i - \text{целое} \Rightarrow k_i \geq 1)$$

$$\Rightarrow \text{целая } k_1 + k_2 + k_3 + \dots + k_m = S \Rightarrow S \geq 14$$

$$nS = 2023; S \geq 14$$

$$\text{так } 2023 = 17^2 \cdot 7 \cdot 1$$

то $n = 17^2 \cdot 7$ или 17^2 или $17 \cdot 7$ или 7 или 17
если $n = 17^2 \cdot 7$, то $S = 1 \Rightarrow$ противоречие или 1

если $n = 17^2$, то $S = 7 \Rightarrow$ противоречие

если $n = 7$, то $S = 17^2$

или $n = 17$, то $S = 17 \cdot 7$

если $n = 17 \cdot 7$, то $S = 17$

если $n = 1$, $S = 2023$

$$\Rightarrow n = 7, 17 \text{ или } 17 \cdot 7 \text{ или } 1$$

$\Rightarrow$ максимальное

$$\text{возможное } n = 17 \cdot 7 \text{ так}$$

$$= 119$$

Ответ: 119

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	2	8	6	9	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Задача

Пусть некое уравнение имеет корни x_1 и x_2 и запишем на ax^2+bx+c тогда по теореме Виета:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}; \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}; \end{cases}$$

$$a=1$$

Если изменить коэффициенты уравнения получим вид $(a+2)x^2 + (b-4)x + (c-4)$, а его корни станут равными x_1+1 и x_2+1

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + 2 = -\frac{b-4}{a+2} \\ (x_1+1) \cdot (x_2+1) = \frac{c-4}{a+2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 + x_2 + 2 = -\frac{b-4}{a+2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 = -\frac{b-4}{a+2} + \frac{b}{a} \\ 2 = \frac{-ab+4a+ab+2b}{(a+2)a} \end{cases}$$

$$2 = \frac{4a+2b}{(a+2)a}$$

$$1 = \frac{2a+b}{(a+2)a} \Rightarrow a^2+2a=2a+b$$

$$\underline{b=a^2}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{a^2}{a} = -a$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 8 6 9 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ: Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



продолжение решения задачи №4

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \\ (x_1+1)(x_2+1) = \frac{c-4}{a+2} \\ x_1+x_2 = -a \end{cases}$$

$$(x_1+1)(x_2+1) = \frac{c-4}{a+2}$$

$$x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 1 = \frac{c-4}{a+2}$$

$$\frac{c}{a} - a + 1 = \frac{c-4}{a+2}$$

$$\frac{c}{a} - a = \frac{c-4-a-2}{a+2}$$

$$\frac{c}{a} - a = \frac{c-a-6}{a+2}$$

$$\frac{c-a^2}{a} = \frac{c-a-6}{a+2}$$

$$ac - a^2 - 6a = ac + 2c - a^2 - 2a^2$$

$$2c = a^3 + a^2 - 6a$$

$$c = \frac{a^3 + a^2 - 6a}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 \cdot x_2 = \frac{a^3 + a^2 - 6a}{2a} = \frac{a^2 + a + 6}{2} \\ (x_1+1)(x_2+1) = \frac{a^3 + a^2 - 6a - 4}{2(a+2)} \\ x_1 + x_2 = -a \end{cases}$$

$$(x_1+1)(x_2+1) = \frac{a^3 + a^2 - 6a - 4}{2(a+2)}$$

$$x_1 + x_2 = -a$$

$$(x_1+1)(x_2+1) = \frac{a^3 + a^2 - 6a - 4}{2(a+2)}$$

$$x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 1 = \frac{a^3 + a^2 - 6a - 4}{2(a+2)}$$

$$2x_1 x_2 + 2x_1 + 2x_2 + 2 = \frac{a^3 + a^2 - 6a - 4}{a+2}$$

$$a^2 + a + 6 - 2a + 2 = \frac{a^3 + a^2 - 6a - 4}{a+2}$$

$$a^2 - a + 8 = \frac{a^3 + a^2 - 6a - 4}{a+2}$$

$$(a^2 - a + 8)(a+2) = a^3 + a^2 - 6a - 4$$

$$a^3 - a^2 + 16a + 2a^2 - 2a + 16 = a^3 + a^2 - 6a - 4$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 8 6 9 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



продолжите решение задачи на

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 \cdot x_2 = \frac{\alpha^3 + \alpha^2 - 6\alpha}{2\alpha} = \frac{\alpha^2 + \alpha + 6}{2} \\ (x_1 + 1) \cdot (x_2 + 1) = \frac{\alpha^3 + \alpha^2 - 6\alpha - 8}{2(\alpha + 2)} \\ x_1 + x_2 = -\alpha \end{cases}$$

$$x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 1 = \frac{\alpha^3 + \alpha^2 - 6\alpha - 8}{2(\alpha + 2)}$$

$$2x_1 x_2 + 2x_1 + 2x_2 + 2 = \frac{\alpha^3 + \alpha^2 - 6\alpha - 8}{\alpha + 2}$$

$$\alpha^2 + \alpha + 6 - 2\alpha + 2 = \frac{\alpha^3 + \alpha^2 - 6\alpha - 8}{\alpha + 2}$$

$$\alpha^2 - \alpha + 8 = \frac{\alpha^3 + \alpha^2 - 6\alpha - 8}{\alpha + 2}$$

$$(\alpha^2 - \alpha + 8)(\alpha + 2) = \alpha^3 + \alpha^2 - 6\alpha - 8$$

$$\alpha^3 - \alpha^2 + 8\alpha + 2\alpha^2 - 2\alpha + 16 = \alpha^3 + \alpha^2 - 6\alpha - 8$$

$$\alpha^3 + \alpha^2 + 6\alpha + 16 = \alpha^3 + \alpha^2 - 6\alpha - 8$$

$$12\alpha = -24$$

$$\alpha = -2$$

$$\Rightarrow 6 - \alpha^2 = 4$$

$$c = \frac{\alpha^3 + \alpha^2 - 6\alpha}{2} = \frac{-8 + 4 + 12}{2} = 4$$

$\Rightarrow$ исходное уравнение имеет вид:
 $-2x^2 + 4x + 4$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 8 6 9 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



по условию: ^{Задачу № 4}
 Р не рядом с С
 Ч не рядом с П
 С не рядом с Б
 М не рядом с Р и Б, но
 с может стоять рядом только с Ч и П
 тогда рассматриваем 2 случая когда
 С стоит внутри и когда С стоит
 снаружи:



когда С стоит ближе к левому краю
 но последние два бильярдиста это Б и Р (Б Р или Р Б)
 => когда С стоит ближе к левому - 2 случая
 когда С стоит ближе к правому на аналогичном месте 2 случая

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	2	8	6	9	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

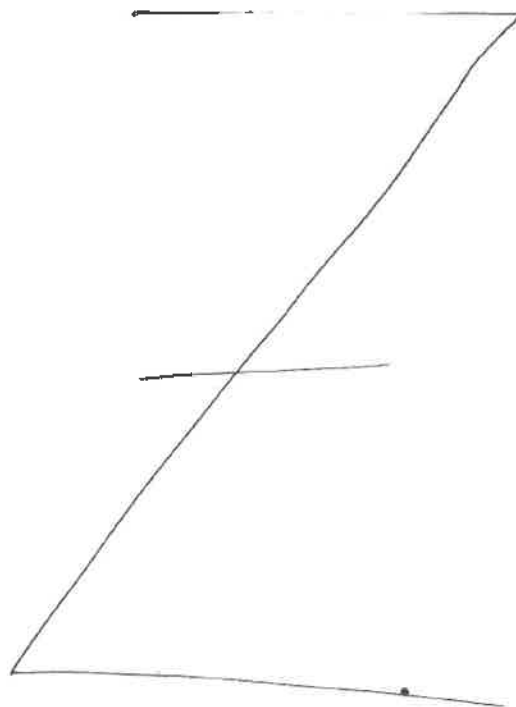
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



продолжение решения
задачи №4

тогда всего для случая ПСЧ
— $2+2+2$ — 6 вариантов

для случая ЧСЧ рассуждаем
аналогично получаем также
6 вариантов



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 2 8 6 9 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



2 случая, когда С стоит справа:
когда С стоит слева края:



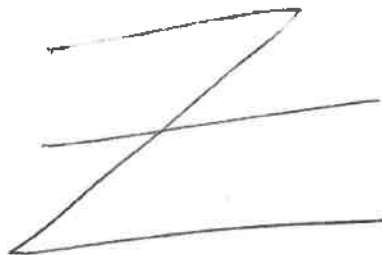
когда С стоит или Ч или П

когда Ч и П стоит либо Р либо Б

когда Р и Б оставшиеся 2 могут стоять
в любом порядке. т.е. а в или в а

⇒ если С стоит слева края то случаев - $2^3 - 8$
когда С стоит справа края случаев столько же
т.е. 8. т.к. расстановки будут точно проверены
⇒ общее кол-во случаев равно $8 + 8 = 16$

Ответ: 2^8 расстановок



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Красноярск

М	А	0	0	0	2	8	6	8	1	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 2

Фамилия ЧЕЛЫШКИНА

Имя АНАСТАСИЯ

Отчество ПАВЛОВНА

Дата рождения 18.06.2008 Класс 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 6 листах Дата выполнения работы 26.02.2023г.

Номер телефона 89832914583 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Вариант № 2

М А О О О 2 8 6 8 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№1.
Сначала, разложим 2045 на множители:

$$\begin{array}{r} 2045 \div 5 = 409 \\ 409 \div 5 = 81.8 \\ 81 \div 3 = 27 \\ 27 \div 3 = 9 \\ 9 \div 3 = 3 \\ 3 \div 3 = 1 \end{array}$$

Это значит, что наибольший общий множитель либо 5 либо 25 (5·5) либо 81.

5·81 = 405, не подходит, потому что чтобы делить нацело

на 415 оно должно быть не меньше этого числа, а $415 \cdot 18 > 2045$ значит невозможно.

81 тоже не подходит потому что

поэтому у нас остается 2 варианта: либо 25 либо 5, если существует вариант где можно об. дел. 25 значит ок и является и является такой вариант:

$$150^1 + 150^2 + 150^3 + 150^4 + 150^5 + 150^6 + 150^7 + 150^8 + 100^9 + 50^{10} + 50^{11} + 50^{12} + 50^{13} + 25^{14} + 25^{15} + 25^{16} + 25^{17} + 25^{18} = 2045$$

Ответ: максимальное значение комбинированного делителя 25

Вариант № 2

М А О О О 2 8 6 8 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N2

У нас есть коэффициенты a, b, c (эти буквы мы их и обозначим), нам сказано, что это приведённый квадратный трёхчлен, поэтому коэффициент a изначально равен 1. Запишем коэффициенты изначально, и ниже «преобразуем»:

Изначально:

$$a_1 = 1$$

$$b_1 = b$$

$$c_1 = c$$

После:

$$a_2 = 1 + 1 = 2$$

$$b_2 = b_1 + 1$$

$$c_2 = c_1 - 22$$

Также, по мере решения, мы можем составить равенства, как было изначально, и как стало потом:

Изначально:

$$x_1 + x_2 = -b_1$$

$$x_1 \cdot x_2 = c_1$$

Потом:

$$(x_1 - 1) + (x_2 + 1) = \underline{b_1 + 1}$$

$$(x_1 - 1) \cdot (x_2 + 1) = \underline{c_1 - 22}$$

Попробуем сложить 2 из этих уравнения, чтобы найти ~~предела~~ ^{коэффициент}.



Вариант № 2

М А О О О 2 8 6 8 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$(x_1 + x_2) + (x_1 - 1)(x_2 - 1) = \frac{-(b_1 + 1)}{2} + (-b_1)$$

$$\underline{x_1 + x_2 + x_1 - 1 + x_2 - 1} = \frac{-b_1 - 1}{2} - b_1$$

$$2x_1 + 2x_2 - 2 = \frac{-b_1 - 1}{2} - b_1 \quad | \cdot 2$$

$$4x_1 + 4x_2 - 4 = -b_1 - 1 - 2b_1$$

$$4(x_1 + x_2 - 1) = -3b_1 - 1$$

$$4(-b_1 - 1) = -3b_1 - 1 \quad (\text{т.к. } x_1 + x_2 = -b_1)$$

$$-4b_1 - 4 = -3b_1 - 1$$

$$-4b_1 + 3b_1 = -1 + 4$$

$$-b_1 = 3$$

$$b_1 = -3$$

Теперь, чтобы найти константу с попробуем вынести из "потом" знак минус:

$$(x_1 - 1)(x_2 - 1) - x_1 x_2 = \frac{c_1 - 22}{2} - c_1$$

$$\cancel{x_1 x_2} - x_1 - x_2 + 1 - \cancel{x_1 x_2} = \frac{c_1 - 22}{2} - c_1$$

$$-(x_1 + x_2) + 1 = \frac{-c_1 - 22}{2} - c_1 \quad | \cdot 2$$

$$-2(x_1 + x_2) + 2 = -c_1 - 22 - 2c_1$$

$$-2 \cdot 3 + 2 = -2c_1 - 22 \quad (\text{т.к. } x_1 + x_2 = -b_1 = 3)$$

$$-6 + 2 = -2c_1 - 22$$

$$2c_1 = -22 + 4$$

$$2c_1 = -18 \quad c_1 = -9$$

Вариант № 2

М А О О О 2 8 6 8 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



раз у нас есть все коэффициенты, значит мы можем составить изначальный квадратный трехчлен: $1x^2 - 3x - 9 = 0$

Ответ: $1x^2 - 3x - 9 = 0$

N5

Рассмотрим все возможные варианты

Возьмем девчонку заказывающую фруктовое мороженное, и америто его ей пригласили. тогда есть 4 варианта развития событий если обоим кто-то из них заказывал фруктовое дали вафельное, если обоим дали шоколадное, и если ~~обоим~~ у девчонки дали вафельное другое шоколадное и наоборот. если обоим дали вафельное, то тем кто заказывал шоколадное дали 2 фруктовых и 1 вафельное вариантов таких раскладов 3. Ну и все кто заказывал вафельное дали шоколадное.

Вариант № 2

М А О О О 2 8 6 8 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



давайте, если хотим дать шоколадное,
то всем кто заказывал вафельные
даем 2 фруктовых и 1 шоколадное
также во втором раскладе 3
ну и всем кто заказывал шоко-
ладное даем вафельное. если
одной даем вафельное, другой
шоколадное, то тем кто зака-
зывал шоколадное ~~мы даем вафельное~~
~~и 2 фруктовых из вариантов 1 и 2~~
~~2 вафельных и 1 фруктовое (3 варианта)~~
~~и 1 варианте всем кто заказывал~~
~~вафельное) осталось~~
2 вафельных и 1 фруктовое
(3 варианта) вафельных
2 шоколадных и одно фруктовое
Рассчитываем на каждый из 4 вариантов:

$$1) = 3$$

$$2) = 3$$

$$3) = \cancel{3} \cdot 3 = 9$$

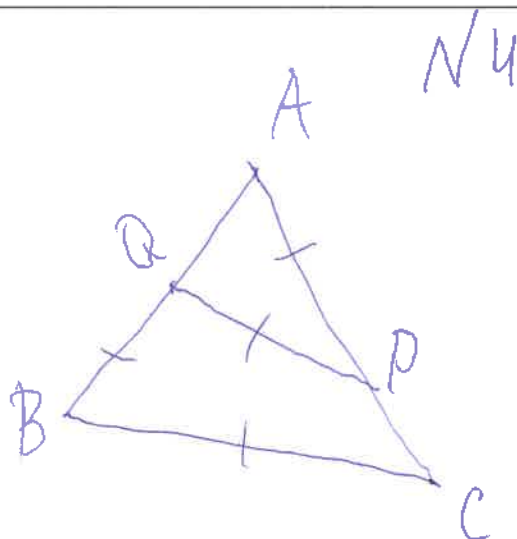
$$4) = 3 \cdot 3 = 9$$

Складываем: $3 + 3 + 9 + 9 = 24$ на 1 девушку,
наших у нас 9, поэтому $24 \cdot 9 = 216$
Ответ: 216 вафельное.

Вариант № 2

М А О О О 2 8 6 8 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа

Дано:

 $\triangle ABC$ $AB = AC$ $AP \perp PQ$ $AB \cap Q$ $\angle B = \angle C$ $AP = PQ = QB = PC$

Найти:

 $\frac{\angle ACB}{\angle APQ} = ?$

Решение:

$$\angle A = \angle Q \text{ (т.к. } PQ = AP \text{)}$$

$$\angle A = 180 - \angle B - \angle C = 180 - 2\angle C \text{ (т.к. } \angle B = \angle C \text{)}$$

$$\angle APQ = 180 - \angle A - \angle Q = 180 - 360 + 4\angle C = 4\angle C - 180$$

$$\frac{\angle ACB}{\angle APQ} = \frac{\angle C}{4\angle C - 180} = \frac{\angle C}{4(\angle C - 180)}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\angle C}{4(\angle C - 180)}$$

N3

Ответ: такого целого n не существует.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. САНКТ-ПЕТЕРБУРГ

М	А	0	0	0	2	7	2	6	4	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия АВТАМОНОВ

Имя ВЛАДИМИР

Отчество ВЛАДИМИРОВИЧ

Дата рождения 21.09.2008

Класс 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 2 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7 904 606 28 39

Подпись



Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

7	2	3	4	5	2
20	19	10	0	20	59

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 7 2 6 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 1.

Обозначим эти 15 натуральных чисел, как: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{15}$.
Значит $a_1 + a_2 + \dots + a_{15} = 2107$. Тогда обозначим $\text{НОД}(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{15})$ буквой K ,
и каждый K -кратный.

Т.к. $\text{НОД}(a_1, a_2, \dots, a_{15}) = K$, то $a_1 = K \cdot n_1, a_2 = K \cdot n_2, \dots, a_{15} = K \cdot n_{15}$.

Значит $Kn_1 + Kn_2 + \dots + Kn_{15} = 2107 \Rightarrow K(n_1 + n_2 + \dots + n_{15}) = 2107$.

При этом т.к. $a_1 = Kn_1, a_2 = Kn_2, \dots, a_{15} = Kn_{15}$, где $a_1, a_2, \dots, a_{15}$ — натуральные
(по усл.) и K — натуральное (по опр. НОД), то $n_1, n_2, \dots, n_{15}$ — натуральные

(т.к. $a: \text{НОД}(a, b) = n$, где a, b — натуральные, по опр. НОД). Значит $n_1, n_2, \dots, n_{15} \geq 1$,
а $n_1 + n_2 + \dots + n_{15} \geq 15$. Значит $2107 = K \cdot (n_1 + \dots + n_{15})$

Разложим 2107 на пр. множ:

$$\begin{array}{r} 2107 \\ 7 \overline{) 2107} \\ \underline{2107} \\ 0 \end{array} \Rightarrow 2107 = 7 \cdot 7 \cdot 43$$

≥ 15
наименьшее

или: $2107 = 1 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 43$
Значит K кратен 43 $\Rightarrow 2107 = 49 \cdot 43, K = 49, n_1 + n_2 + \dots + n_{15} = 43$

нет т.к. $n_1, \dots, n_{15} < 15$

Приведём пример:

$$\begin{aligned} a_1 + \dots + a_{15} &= 2107 \\ Kn_1 + \dots + Kn_{15} &= 2107 \\ 49n_1 + 49n_2 + \dots + 49n_{15} &= 2107 \end{aligned}$$

Тогда $n_1 + n_2 + \dots + n_{15} = 43$
пусть это соответствующие числа:

10, 10, 10, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2

$$\begin{aligned} \text{Тогда пример: } 49 \cdot 10 + 49 \cdot 10 + 49 \cdot 10 + \dots + 49 \cdot 2 &= 2107 \\ 490 + 490 + 490 + 49 + 49 + 49 + 49 + 49 + 49 + 49 + 49 + 49 + 49 + 98 &= 2107 \end{aligned}$$

Ответ: максимальный НОД составных равен 49.

пример: $490 + 490 + 490 + 49 + 49 + 49 + 49 + 49 + 49 + 49 + 49 + 49 + 49 + 98 = 2107$

15 чисел, НОД кот. равен 49

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Санкт-Петербург

М	А	0	0	0	2	3	0	3	1	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Ромин

Имя Андрей

Отчество Алексеевич

Дата рождения 10.12.2008 Класс 8

Предмет Математика

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79313483130 Подпись А.Ромин

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	Σ
20	19	0	5	20	64

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М	А	О	О	О	2	3	0	3	1	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ: Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках строки



$$x^2 + bx + c = 0 \quad (*)$$

$$\downarrow$$

$$2x^2 + (b-2,5)x + c-11 = 0 \quad (**)$$

] корни (*) — x_1 и x_2 , $\Rightarrow$ корни (**) — x_1+1 и x_2+1

По теореме Виета:

$$\text{для } (*) \begin{cases} x_1 + x_2 = -b & (1) \\ x_1 x_2 = c & (2) \end{cases}$$

$$\text{для } (**) \begin{cases} (x_1+1) + (x_2+1) = \frac{2,5-b}{2} & (3) \\ (x_1+1)(x_2+1) = \frac{c-11}{2} & (4) \end{cases}$$

(1); (3)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -b \\ x_1 + x_2 + 2 = \frac{2,5-b}{2} \end{cases}$$

$$-2 = -b - \frac{2,5-b}{2} \quad | \cdot 2$$

$$-4 = -2b - 2,5 + b$$

$$-1,5 = -b; \quad \boxed{b = 1,5}$$

(2); (4)

$$(x_1+1)(x_2+1) = x_1 x_2 + \underbrace{x_1 + x_2 + 1}_{-b+1 = -1,5}$$

$$\frac{c-11}{2} = c - \frac{1,5}{2} \quad | \cdot 2$$

$$c-11 = 2c-1$$

$$\boxed{c = -10}$$

Ответ: $x^2 + 1,5x - 10 = 0$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М а о о о 2 3 0 3 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1.

Заметим, что сумма чисел будет делиться на их НОД, $\Rightarrow$ надо разложить на множители число 2107.

$$2107 = 7^2 \cdot 43$$

$$\text{] НОД} = 2107, \Rightarrow \sum \text{чисел} - \min 2107 \cdot 10 - !?$$

$$\text{] НОД} = 43 \cdot 7 = 301, \Rightarrow \sum \text{чисел} > 301 \cdot 10 = 3010 - !?$$

$$\text{] НОД} = 49, \Rightarrow \sum \text{чисел}$$

будут $29 \cdot 49; 49; 49; 49; \dots; 49$, их

НОД равен 49, а $\sum = 49 \cdot 43 = 2107$

Ответ: 49, пример — $29 \cdot 49; 49; \dots; 49$, 14 чисел

№5.

1 мальчик — М, девочка — Д, $\Rightarrow$ существует способ получить сборную (взять моделей):

М	МД
Ф	МД
И	МД

или

М	ММ
Ф	МД
И	ДД

а также варианты, аналогичные второй, т.е.

$$\text{общее кол-во} - (2 \cdot 2)^3 + (1 \cdot 4 \cdot 1) \cdot 6 = 88$$

Ответ: 88 вариантов

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



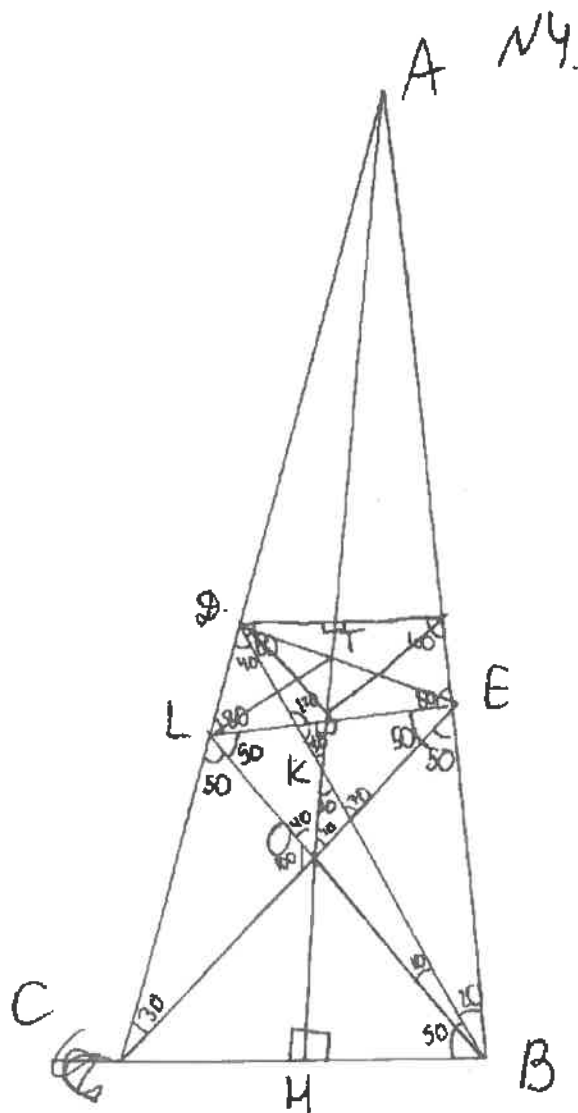
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 3 0 3 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Дано:
 $\angle BAC = 20^\circ$
 $\angle ABC = 60^\circ$
 $\angle ECB = 50^\circ$
 $\angle EDB = ?$

1. $[AH] \perp BC$, $(\cdot) H \in BC \Rightarrow$
 $\triangle COB$ - р/б и $\angle OCB = \angle OBC =$
 $= 50^\circ \Rightarrow \angle OKB = 30^\circ$.

2. $[BO] \cap AC = [L] \Rightarrow$
 т.к. $\angle LCB = 80^\circ$, а $\angle LBC = 50^\circ$,
 $\angle CLB = 80 - 50$

3. $\triangle LOE$. $\angle LOA = \angle AOE =$
 $= \angle COH = \angle HOB$ как верт-
 $= 40^\circ \Rightarrow \triangle LOE$ - р/б и
 $\angle OLE = \angle OEL = (80 - 80) : 2 = 50^\circ$
 и. По теореме $\angle AOE \perp LE$

$\angle CDB = 40^\circ$, $\angle DLE = 80^\circ \Rightarrow$

$\angle OTD = \beta$, $\angle EDB = \alpha \Rightarrow$
 $\alpha + \beta = 180^\circ$

$\beta = 90 + \angle DEL \Rightarrow$
 $\angle DEL = 60 - \alpha$

$[TL] \Rightarrow \angle TLE = 60 - \alpha \Rightarrow$

$120 - 2\alpha + 80 - (60 - \alpha) + 40 + \alpha = 180$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

ЛЕНИНА 16

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	2	1	2	7	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант № 1

Фамилия ДУБОВСКИЙ

Имя Илья

Отчество ЕГОРОВИЧ

Дата рождения 27.11.2008

Класс 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 12(832)-321-40-43

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Вариант № 1

M A 0 0 0 2 1 2 7 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



1. Если НОД всех этих натуральных делителей

Т.к. каждый из натуральных делителей на этот НОД, то и само число (2023) делится на этот НОД

$$2023 = 7 \cdot 17^2.$$

То есть 2023 делится на 7, 17, 289, 119, 1, 2023.

Когда определяем, какое минимальное число может быть.

(Если код каких-то этих чисел делителю 17, то каждое из чисел минимизирует 17)

Поскольку все меньшие по 2023 быть не могут, $(2023 : 14 = 2023)$ Все меньшие минимизируют 289 быть не могут $(289 \cdot 14 > 2023)$.

А вот все меньшие минимизируют по 119 быть могут.

Пример: $119 + 119 + 119 + \dots + 119 + 476$

13 раз

2. Т.к. предельно упрощенный, то $x^2 + bx + c = 0$.

То в теореме Виета

$$x_1 + x_2 = -c$$

$$x_1 \cdot x_2 = -b$$

Тогда упрощенный, то есть $3x^2 + (b-4)x + (c-4) = 0$.

Приведенно.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 2 1 2 7 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$x^2 + \frac{(b-4)}{3} \cdot x + \frac{(c-4)}{3} = 0.$$

По Виету и условию, получаем, что

$$(x_1+1)(x_2+1) = \frac{c-4}{3}$$

$$(x_1+1) + (x_2+1) = -\frac{b-4}{3}$$

$$x_1 + x_2 + 2 = -\frac{b-4}{3}$$

Из первого мы знаем, что $x_1 + x_2 = -b$

$$2 - b = -\frac{b-4}{3}$$

$$6 - 3b = -(b-4)$$

$$(x_1+1)$$

$$x_1 - b + 2 = -\frac{b-4}{3}$$

$$-b + 2 = \frac{4-b}{3}$$

$$-3b + 6 = 4 - b$$

$$2 = 2b$$

$$b = 1$$

$$(x_1+1)(x_2+1) = \frac{c-4}{3}$$

$$\begin{matrix} \swarrow & \searrow \\ c & -b \end{matrix}$$

$$c - b + 1 = \frac{c-4}{3}$$

$$b = 1$$

$$c = \frac{c-4}{3}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 1 2 7 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$3c = c - 4$$

$$c = -2.$$

$$a = 1$$

$$\text{Ответ: } x^2 + x - 2 = 0$$

4. Заметим, что по условию серый не сидит рядом с рыжим и белым. Этого условия, чтобы определить возможные для места которые по условию не занимают сразу рядом т.к. по условию и серый не сидит рядом. Тогда рассмотрим все возможные случаи:

1)

1	2	3	4	5
С		БР	БР	БР

 ← примерная мет (без учета)

В каждой из клеток кроме первой от С (серого) может находиться белый либо рыжий.

Но когда они сидят в 4 и 5, это невозможно.

Тогда вариантов, тут будет: $2 \cdot 2 - 2 = 4$. И на каждый вариант из этих расположения черного и белого $\Rightarrow 4 \cdot 2 = 8$ вариантов. Итого, не учитывая при С в 5 позиции. $8 \cdot 2 = 16$ вар.

2)

1	2	3	4	5
	С		БР	БР

Будет только два варианта как посадить белого и рыжего. На каждый из этих вариантов по два варианта посадки черного и белого. $2 \cdot 2 = 4$. И итого не для позиции серого в 4. $4 \cdot 2 = 8$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 1 2 7 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

3)

БР			С		БР
----	--	--	---	--	----

Две позиции на левую и правую. Две позиции на верхнюю и нижнюю.

$$2 \cdot 2 = 4.$$

Ответ: $6 + 8 + 4 = 28$ вар.

$$3. \quad n+2=a^3$$

$$n^2-2n+4=b^3$$

$$(n+2)^2-6n=b^3$$

$$(n+2)^2=a^6$$

$$a^6-6n=b^3$$

$$a^6-6(a^3-2)=b^3$$

$$a^6-6a^3+12=b^3$$

$$a^3(a^3-6)+12=b^3$$

$$a^3=n+2$$

$$(n+2)(n-4)+12=b^3$$

$$b^3=(n+2)^2-6n$$

$$(n+2)(n-4)+12=(n+2)^2-6n$$

$$n^2-4n+2n-8+12=n^2+4n+4-6n$$

Перемножим для проверки.

$$a^3b^3=(n+2)(n^2-2n+4)$$

$$a^3b^3=n^3-2n^2+4n+2n^2-4n+8$$

$$a^3b^3=n^3+8$$

$$(ab)^3=n^3+2^3.$$

Что невозможно по величине переменной

Финиш

;)



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Ростов-на-Дону

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	2	6	1	6	3	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант № 1

Фамилия ЧЕРААНЦЕВ

Имя АРТЕМ

Отчество ДЕНИСОВИЧ

Дата рождения 05.05.2008

Класс 8

Предмет Математика

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы 26.02.23

Номер телефона 951844 1544

Подпись Чераанцев

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Вариант № 1

М	А	О	О	О	2	6	1	6	3	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

51
Представим сумму в виде $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{14} = 2023$
по условию КОА всех $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{14}$ равен какому-то n
то сумма всех $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{14}$ тоже кратна этому n .
 $2023 : 1; 7; 289; 2023$ соотв. для КОА может = 1.
Когда все a между собой взаимно простые. НОА 289
быть не может. 289 — это число: $17 \cdot 17$ то 289. А
сумма этих чисел кратных 289 = $289 \cdot 14 = 4046 > 2023$
А КОА 2023 не может быть таким же простым.
Соотв. максимальный возможный КОА
может быть 7, вот пример:

$$289 = 17^2$$

$$7 \cdot 17 = 119$$

$$\underbrace{140 + 140 + 140 + \dots + 140}_{13} + 203 = 2023$$

$$140 : 7 = 20 \text{ и } 203 : 7 = 29 \Rightarrow 2023 : 7$$

Ответ: 7

Вариант № 1

М	А	О	О	О	2	6	1	6	3	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

52
 Если данные квадратные трехчлен имеет вид: $x^2 + px + q = 0$
 по Теореме Виета $x_1 + x_2 = -p$ и $x_1 \cdot x_2 = q$. Тогда
 трехчлен примет вид: $(x+1)x^2 + (p-4)x + (q-4) = 0$ при
 этом по Теореме Виета $(x_1+1) + (x_2+1) = \frac{-(p-4)}{3}$ и
 $(x_1+1) \cdot (x_2+1) = \frac{q-4}{3}$

Запишем это все в виде системы

$$\begin{cases} x^2 + px + q = 0 \\ x_1 + x_2 = -p \\ x_1 \cdot x_2 = q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = -x_1 - x_2 \\ q = x_1 \cdot x_2 \end{cases} \text{ подставим это во вторую систему}$$

$$3x^2 + (p-4)x + (q-4) = 0$$

$$\begin{cases} (x_1+1) + (x_2+1) = -\frac{(p-4)}{3} \\ (x_1+1) \cdot (x_2+1) = \frac{q-4}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x_1+1) + (x_2+1) = -\frac{(-x_1-x_2-4)}{3} \\ (x_1+1) \cdot (x_2+1) = \frac{x_1 \cdot x_2 - 4}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2 = \frac{x_1 + x_2 + 4}{3} \\ x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 1 = \frac{x_1 x_2 - 4}{3} \end{cases}$$

$$3(x_1 + x_2 + 2) = x_1 + x_2 + 4$$

$$3(x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 1) = x_1 x_2 - 4$$

$$3x_1 + 3x_2 + 6 = x_1 + x_2 + 4$$

$$3x_1 x_2 + 3x_1 + 3x_2 + 3 = x_1 x_2 - 4$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 = -2 \\ 2x_1 x_2 + 3x_1 + 3x_2 + 7 = 0 \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 = -1 \Rightarrow x_1 = -1 - x_2$$

подставим это во вторую

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	2	6	1	6	3	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа

$$2(-1-x_2)x_2 + 3|-1-x_2| + 3x_2 + 7 = 0$$

$$(-2-2x_2)x_2 + (-3-3x_2) + 3x_2 + 7 = 0$$

$$-2x_2 - 2x_2^2 - 3 - 3x_2 + 3x_2 + 7 = 0$$

$$-2x_2^2 - 2x_2 + 4 = 0$$

$$2x_2^2 + 2x_2 - 4 = 0$$

$$x_2^2 + x_2 - 2 = 0$$

$$\text{т.к. } \Delta = 1 + 4 = 5 > 0 \quad 1 + 1 - 2 = 0$$

$$1) x_{12} = 1$$

$$2) x_{22} = -\frac{2}{1} = -2$$

$$1) x_2 = 1$$

$$x_1 = -1 - 1 = -2$$

$$p = -(-2) - 1 = 1$$

$$q = 1 \cdot (-2) = -2$$

Тогда искомым трехгран имеет вид $x^2 + x - 2$

$$2) x_2 = -2$$

$$x_1 = -1 - (-2) = 1$$

$$p = -1 - (-2) = 1$$

$$q = 1 \cdot (-2) = -2$$

и искомым трехгран имеет такой же вид $x^2 + x - 2$

Ответ: $x^2 + x - 2$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	2	6	1	6	3	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$53$$

$$a^3 = n+2$$

$$b^3 = n^2 - 2n + 4$$

$$ab^3 = (n+2)(n^2 - 2n + 4)$$

$$(ab)^3 = n^3 + 2^3$$

т.к. a и b натур. $a \cdot b$ - натурал
тогда $(ab)^3$ - куб натурального числа

n^3 - куб целого числа

При последовательности кубов

$$-4^3 - 3^3 - 2^3 - 1^3 0 1^3 2^3 3^3 4^3$$

$$-64 -27 -8 -1 0 1 8 27 64$$

т.к. $(ab)^3 \neq n^3$ т.к. если $(ab)^3 = n^3 \Rightarrow ab = n$ и $0 = 2^3$ ^{тогда} ^{неприводим}

состав $(ab)^3$ и n^3 два куба $(ab)^3 > 0$

разница между этими кубами $= 2^3 = 8$.

Разница 8 только между кубами $-2; 0; 2$. Далее

разница строго увеличивается. т.к. $(ab)^3 > 0$ то единственно существующий вариант когда $(ab)^3 = 2^3$

тогда $n^3 = 0 \Rightarrow n = 0$, а $ab = 2$ тогда либо $a=1, b=2$ либо $b=1, a=2$. Но по условию $n+2=a^3$, а при $n=0$ не может получиться никакие значения, тогда ответ нет.

Ответ: Нет

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 6 1 6 3 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



54

Р-и белая стоящая рядом с С-серой по условию Р-и и Б-белый белая не стоят рядом с С. значит с кем стоят Ч-зеленый и П-полосатый.

Р-и все возможные расстановки С на всех 5 местах и исключая будет ответом на задачу.

Когда С стоит первым справа от него стоят либо Ч либо П; далее не стоят ни Ч ни П т.к Ч и П не стоят рядом.

А потом откидываем варианты. Всего вариантов $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$. Столько же вариантов когда С стоит последним.

Когда С стоит 2 или 4 слева и справа от него также стоят Ч и П. но они могут меняться местами

и Б и Р также стоят близко на 2 местах. Таких вариантов $2 \cdot 2 = 4$. и последний вариант когда С стоит 3 Ч и П стоят рядом и Р и Б по краям. Таких вариантов также 4. Всего всего Вариантов $8 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 4 = 28$.

Когда С первый:

СПБЧР
СПБРЧ
СПРЧБ
СПРБЧ
СЧРПБ
СЧРБП
СЧБРР
СЧБРП

Все варианты!

и когда С последний зеркально

2) Когда С второй:

ЧСПБР
ЧСПРБ
ПСЧБР
ПСЧРБ
Все варианты!
и когда С третий зеркально

3) Когда С третий:

БЧСПА
РЧСПБ
БПСЧР
РПСЧБ
Все варианты

Ответ: 28

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. КРАСНОДАР Матрица

М	А	0	0	0	2	2	2	2	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант №

I

Фамилия ЦУРАНОВ

Имя РУСЛАН

Отчество СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 25.02.2008

Класс 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 8 361 501 3172

Подпись Цуранов

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

1	2	3	4	5	7
10	18	20	10	5	63

Вариант № 1

М А О О О 2 2 2 2 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Квадратный трехчлен задан $\sqrt{2}$

~~Уравнение~~ в первом случае имеет вид:

1) $x^2 + bx + c = 0$ и по теореме Виета:

$$x_1 x_2 = c$$

$$x_1 + x_2 = -b$$

2) Во втором случае у нас квадратный трехчлен имеет вид

3 $2x^2 + (b-4)x + (c-4) = 0$ По теореме Виета разделим

на 2 и получим

$$x^2 + \frac{(b-4)}{2}x + \frac{(c-4)}{2} = 0 \text{ По теореме Виета}$$

$$(x_1+1)(x_2+1) = \frac{(c-4)}{2}$$

$$x_1 + x_2 + 2 = \frac{c-4}{2} \rightarrow \text{Отсюда заменим } x_1 + x_2 = -b \text{ и получим}$$

$$-b + 2 = \frac{c-4}{2}$$

$$-b = \frac{-b}{2}$$

$$2b = b \quad b = 0 \text{ Отсюда раскроем скобки}$$

$$x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 1 = \frac{c-4}{2} \text{ где } x_1 + x_2 = -b = 0 \text{ и } x_1 x_2 = c$$

$$c + 1 = \frac{c-4}{2}$$

$$c = -6 \text{ Отсюда наш трехчлен выведет как}$$

$$x^2 + 0x - 6 = 0 \text{ Отсюда } x^2 - 6 = 0$$

Задача решена в других условиях.
Не проверено наличие корней.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 2 2 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 1/1

Чтобы найти НОД, все 14 чисел

Нужно что в числе не было

1 и были как можно больше чисел

различающихся друг на друга и по возможности

различные разности чисел на множестве

$$\begin{array}{r|l} 2023 & 7 \\ 289 & 17 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array}$$

Отсюда можно составить

сумму которая будет

минимум так как

$$7 \cdot 17 = 119$$

$$289 \cdot 6 +$$

$$289 \cdot 6 + 119 + 17 \cdot 7 = 2023 \text{ так как НОД}$$

равен 17 и это будет оптимальное решение

Ответ 17

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 71

М А О О О 2 2 2 2 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа

в рамке справа



Задача №3

у нас есть выражение

$$n+2=a^3 \text{ и } n^2-2n+4=b^3 \text{ тогда } n \geq 0 \text{ и}$$

$$\text{то тогда } n^2-2n+4-b^3=0 \text{ по Теореме Виета}$$

$$\text{Введем } n+2=a^3 \text{ и } n^2-2n+4=b^3 \text{ где } n \geq 0 \text{ и } a$$

$$a^3 > 0 \text{ тогда } n \text{ из отрицательных равно}$$

$$\text{только } -1 \text{ но этот корень не подходит}$$

$$\text{если подставим в второе выражение тогда}$$

$$n^2-2n+4-b^3=0 \text{ и по Теореме Виета}$$

$$n_1 \cdot n_2 = 4-b^3$$

$$n_1+n_2=2 \text{ Отсюда } b^3=1 \text{ или } 2 \text{ но подставляем}$$

$$\text{из 6 выражения они не подходят и}$$

$$\text{из них для выводов что это не}$$

$$\text{возможно.}$$

$$\text{Ответ Невозможно}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	О	О	О	2	2	2	2	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Задача №4

Возникли и передерли все варианты так что мы будем считать белыми на первом месте и считать сколько для него вариантов.

- 1) РЧСПБ, РЧБМС, РПСЧБ, РМБЧС, РБПСЧ, РБЧСП - 6В
- 2) СМБЧР, СПРЧБ, СЧБПР, СЧРПБ - 4В (8).
- 3) БЧРПС, БЧСПР, БПРЧС, БПСЧР, БРПСЧ, БРЧСП - 6В
- 4) ЧСПБР, ЧСПРБ, ЧРБПС - 3В (4)
- 5) ПБРЧС, ПСЧБР, ПСЧРБ, ПРБЧС - 4В где

П - полосатый, Б - белый, Ч - черный, С - серый, Р - рыжий.

И то всего получаемые все варианты 4

Всего их получается $6+4+6+3+4=23В$

Ответ 23 способа вставить в ряд

5 пропущено.

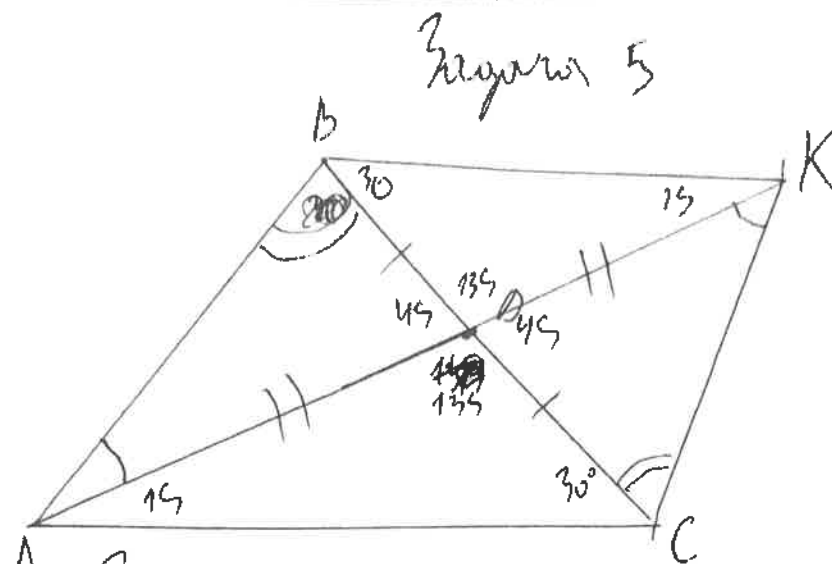
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 2 2 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



А. Сначала проводим отрезок AD на длину AD
 и получим параллелограмм $ABKC$
 где я ~~не знаю~~ можно найти много углов
 из параллелограмма и получаем $\angle KBC = 30^\circ$
 $\angle ADC = 135^\circ$ $\angle BKC = 15^\circ$ и другие
 я не знаю что дальше.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

СВФУ

М	А	0	0	0	2	7	8	5	7	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия Овсехников

Имя Леонид

Отчество Константинович

Дата рождения 28.12.2008

Класс 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79248988102

Подпись Овс

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	Σ
20	20	19	15	20	94

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	О	О	О	2	7	8	5	7	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 1

Оценка: Если d — код всех натуральных, то $2023 = d(a_1 + a_2 + \dots + a_{14})$.

$\Rightarrow d$ — делитель 2023. Однако, $d \leq \frac{2023}{14}$. Если больше, то m к какому из $a_1, a_2, \dots, a_{14} \geq 1$, то $m \leq 14$, и $2023 > 14 \cdot \frac{2023}{14}$ — противоречие. Итого $d \leq 148$; но $2023 = 7 \cdot 17^2$, наибольшее значение, подходящее под критерий — 119 ($7 \cdot 17$);

Пример: 119 ~~или~~ 13 чисел по 119 и 475

Задача 5

Дано: $\triangle ABC$ — остроу.

$\angle C = 30^\circ$, $\angle ADB = 45^\circ$

Найти: $\angle ABC$

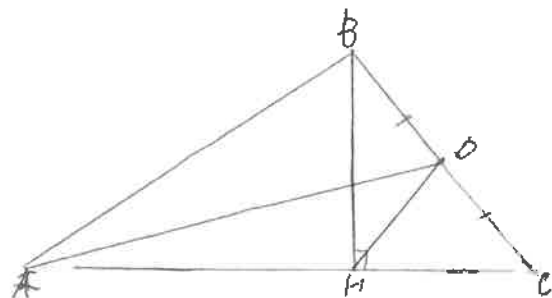
Решение: $\angle ADB$ — внеш. для

$\triangle ADC \Rightarrow \angle BDC = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$

Пров BH — высота $\Rightarrow \angle HBC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$; BH — против $30^\circ \Rightarrow BH = \frac{1}{2}BC = BD$; ~~пр~~ пров DH ; $BD = BH$, $\angle HBD = 60^\circ \Rightarrow \triangle HBD$ — равносторонний $\Rightarrow \angle BDH = 60^\circ = \angle ADB + \angle ADH \Rightarrow \angle ADH = 15^\circ \Rightarrow DA \perp AC \Rightarrow \triangle ADH$ — равнобедренный $\Rightarrow AH = HD = BH \Rightarrow \triangle AHB$ — равнобедренный с $\angle H = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ABH = 45^\circ$; $\angle ABC = \angle ABH + \angle HBC = 45^\circ + 60^\circ = 105^\circ$

Ответ: 105° .



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	О	О	О	2	7	8	5	7	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №2

Пусть изначальное $x^2 + px + q$; по Теореме Виета:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1 \cdot x_2 = q \end{cases} \text{ (где } x_1, x_2 \text{ - корни); тогда после преобразований:}$$

$$(x_1 + 1) + (x_2 + 1) = x_1 + x_2 + 2 = -p + 2 = \frac{-p+4}{3} \Rightarrow 6 - 3p = -p + 4 \Rightarrow 2p = 2, p = 1$$

$\Rightarrow$ получили $3x^2 + 3x + (q-4)$ из $x^2 + x + q$, тогда

$$(x_1 + 1)(x_2 + 1) = x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2 + 1 = q - p + 1 = q = \frac{q-4}{3} \Rightarrow 3q = q-4, q = -2;$$

проверяем: $x^2 + x - 2 = 0$ корни по сумме корней $-06 - 1$ и -2 ;

$$3x^2 - 3x - 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0, \text{ также по сумме корней } -06 (2-6+1)$$

- корни -1 и 2 - верно



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 8 5 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача № 3.

$n^2 - 2n + 4 = (n-2)^2 = 6^2$; т.к. $\text{НОЗ}(2;3) = 1$, то $n-2$ — куд; $n-2 = 6^2$; $n+2 = 6^2$; Замечу, что куды на т.ч. имеют делит. на 9
такие же остатки, как 7 чисел 0, 1, -1; подставим остатки вме-
сто 6² $\begin{cases} n-2 \equiv 0 \\ n-2 \equiv 1 \pmod{9} \\ n-2 \equiv -1 \pmod{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \equiv 2 \pmod{9} \\ n \equiv 3 \pmod{9} \\ n \equiv 1 \pmod{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n+2 \equiv 4 \pmod{9} \\ n+2 \equiv 5 \pmod{9} \\ n+2 \equiv 3 \pmod{9} \end{cases}$
Но 6² не может давать остатки 3, 4, 5 при делении на 9
это надо доказывать

Отв: нет.

Задача № 4.

Составим таблицу, где "-" не могут стоять рядом; а буквы -
первые буквы раскраски:

	Р	С	Д	Н
Р	-	-	-	-
С	-	-	-	-
Д	-	-	-	-
Н	-	-	-	-

Проверим все варианты: 1) Если на первом месте - Р, за ним могут стоять С, Д, Н; после белая - Ч или П, после них - серый, затем - оставшийся (2 вар.)
или Ч или П - серый или белый, после серый - из Ч и П, за тем белый (1 в); после белый - Ч или П; затем
или Ч или П, затем С, либо наоборот (еще 2 в, итого 3 в). Всего 5 в.

2) Если на первом месте - С, затем Ч или П, затем Р или Д, затем 2 из оставшихся (итого 2³ = 8 в.). 3) Если на первом месте - Белый: За ним или Р или Ч или П; если Р - вперед или П или Ч, затем С, затем ост. (2 в.) Если П или Ч, то после - С, затем ост из П и Ч, затем Р (2 в.)
4) Имена С и Ч - симметричны, т.к. у них одинаж возможные соседи и они не стоят вместе. Имен. если Ч - за ним С, за ним П, за ним либо Д либо Р (всего 2 + 3 в = 5 в.)

Ответ. 21 вариант.

Ком-рей: Серый может стоять только первым или между Ч и П.
или последним.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

МОУ СШ №30 г. Волжский

М	А	0	0	0	2	2	5	2	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия Ибрахимов

Имя Анастасия

Отчество Ивановна

Дата рождения 26.09.2008 Класс 8

Предмет Математика

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89093197014 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 2 2 5 2 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа



N1

1	2	3	4	5	6
20	0	5	10	5	50

Разложим на множители число 2023

$$\begin{array}{r} 2023 \\ 17 \overline{) 2023} \\ \underline{289} \\ 17 \\ \underline{17} \\ 1 \end{array}$$

$$2023 = 17 \cdot 17 \cdot 7$$

Удобнее будет представить это, как

$$2023 = 119 \cdot 17$$

Другим образом

$$2023 = 119 + 119 + 119 \dots + 119$$

17 раз

Т.к. в условии число 2023 представлено суммой 14 натуральных чисел, преобразуем следующим образом

$$2023 = 119 \cdot 11 + 119 \cdot 6 = 119 \cdot 11 + 238 \cdot 3$$

$$2023 = \underbrace{119 + 119 \dots + 119}_{11 \text{ раз}} + \underbrace{238 + 238 + 238}_{3 \text{ раза}}$$

(Мы берем одинаковые числа, т.к. наибольший общий делитель будет в случае $2023 : 14 = 146 (\text{ост. } 7)$, но остаток не позволяет нам взять это число, ведь делится должно нацело)

— НОД всех этих чисел будет 119

Ответ: 119

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 5 2 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№3

Рассмотрим кубы чисел.

Заметим, что последние цифры будут повторяться 1, 8, 7, 4, 5, 6, 3, 2, 9, 0 и опять этот ряд (случая 10 чисел)

$$\begin{array}{ll} 1^3 = 1 & 7^3 = 343 \\ 2^3 = 8 & 8^3 = 512 \\ 3^3 = 27 & 9^3 = 729 \\ 4^3 = 64 & 10^3 = 1000 \\ 5^3 = 125 & 11^3 = 1331 \\ 6^3 = 216 & 12^3 = 1728 \end{array}$$

Т.к. n из первого уравнения равна $n = a^3 - 2$ её последние цифры будут

9, 6, 5, 2, 3, 4, 1, 0, 7, 8

и вычитаем по принципу последняя цифра $\times 2$

8, 2, 0, 4, 6, 8, 2, 0, 4, 6. Цифры будут повторяться.

Из этого можно показать, что подходят кубы только с четкой цифрой на конце.

Будем подставлять в формулы все четные кубы из первого десятка кубов, т.е.

$$\begin{array}{l} 2^3 = 8 \\ 4^3 = 64 \\ 6^3 = 216 \\ 8^3 = 512 \\ 10^3 = 1000 \end{array}$$

Они не должны равняться, а и в - разные числа. Например, n занят. и 0, $n+2$ занят. и 2, n^2-2n+4 занят. и 4, это возможно

В итоге получим, что никто из последующих кубов не подойдет в формулы $n+2 = a^3$ и $n^2-2n+4 = b^3$ (см. выше)

= в последующих тоже не найдется такого числа n (т.к. повторится посл. числа)

Ответ: 119.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	2	2	5	2	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в разное время



ИЦ

5 бельчат
• рыжий • серый • белый • черный • полосатый
будем рассматривать комбинации с тем или иным цветом бельчонка на первом месте.

Если на первом месте стоит Рыжий бельчонок,
то вариантов их расстановки будет 5

РБПСЧ
РБЧСП
РМСПБ
РЧБПС
РПСЧБ

Такое же кол-во вариантов будет и когда на первом месте будет стоять полосатый бельчонок

Если на первом месте будет стоять серый

СБРЧ
СМРБЧ
СПБЧР
СПРЧБ
СЧБРП
СЧБПР
СМРПБ
СМРБП

8 вр.

БЧРПС
БЧСПР
БРПСЧ
БРЧСП
БПСМР
БМРПС

6 вр

Если белый, то

Если черный, то:

ЧРБПС
ЧБРПС
ЧСПРБ
ЧСПБР

4 вр

Всего вариантов будет

$$5 \cdot 2 + 6 + 8 + 4 = 28 \text{ вр.}$$

Ответ: 28

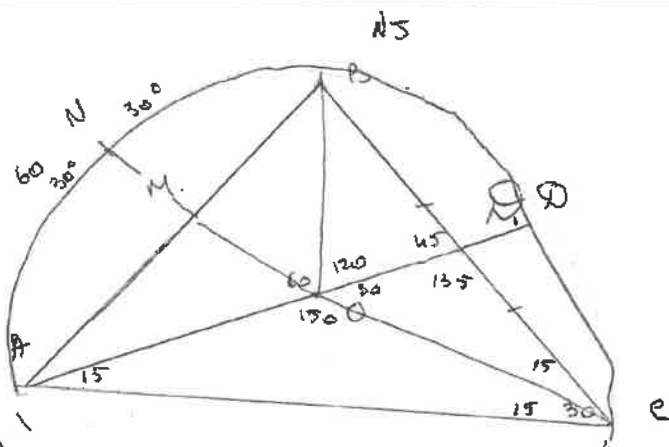
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 2 2 5 2 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проводятся только те, что записаны с этой стороны листа в рамке справа



Дано:
 $BA = BC$
 $\angle ACB = 30^\circ$
 $\angle CAB = 45^\circ$
 Найти: $\angle ABC$

Опишем окружность вокруг $\triangle ABC$

Каждый угол —

$$\angle AOC = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ \text{ (смежн с } \angle AOB = 45^\circ)$$

$$\angle DAC = 180^\circ - 30^\circ - 135^\circ = 15^\circ \text{ (из теоремы о сумме углов в треугольнике)}$$

Продлим AO до пересек с окруж

Возьмем точку O , лежащую на AO за центр окружности, тогда соединим её с B

$$\angle AOB = 60^\circ \Rightarrow (\angle ACB \cdot 2 = 30 \cdot 2 = 60)$$

$$\angle AOB = 60^\circ$$

$$\angle BOA = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

Соединим O и C

$$\angle BOC = \angle DAC \cdot 2 = 15 \cdot 2 = 30^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle BOC = 30^\circ$$

$$\text{Тогда } \angle AOC = 360^\circ - \angle AOB - \angle BOA - \angle BOC = 360^\circ - 60^\circ - 120^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

Из $\triangle AOC$

$$\angle OCA = 180^\circ - 150^\circ - 15^\circ = 15^\circ$$

$$\angle NOA = 150^\circ \Rightarrow \angle NAO = 150^\circ$$

$\angle BAC$ опирается на $\angle BOC$, которая состоит из $\angle BOA = 150^\circ - 30^\circ = 120^\circ$

$$\text{и } \angle BOC = 15 \cdot 2 = 30^\circ$$

На рисунке центр окруж-ти не может лежать на AO , т.к. диаметр, делющий хорду BC пополам, перпендикулярен ей

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	2	2	5	2	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

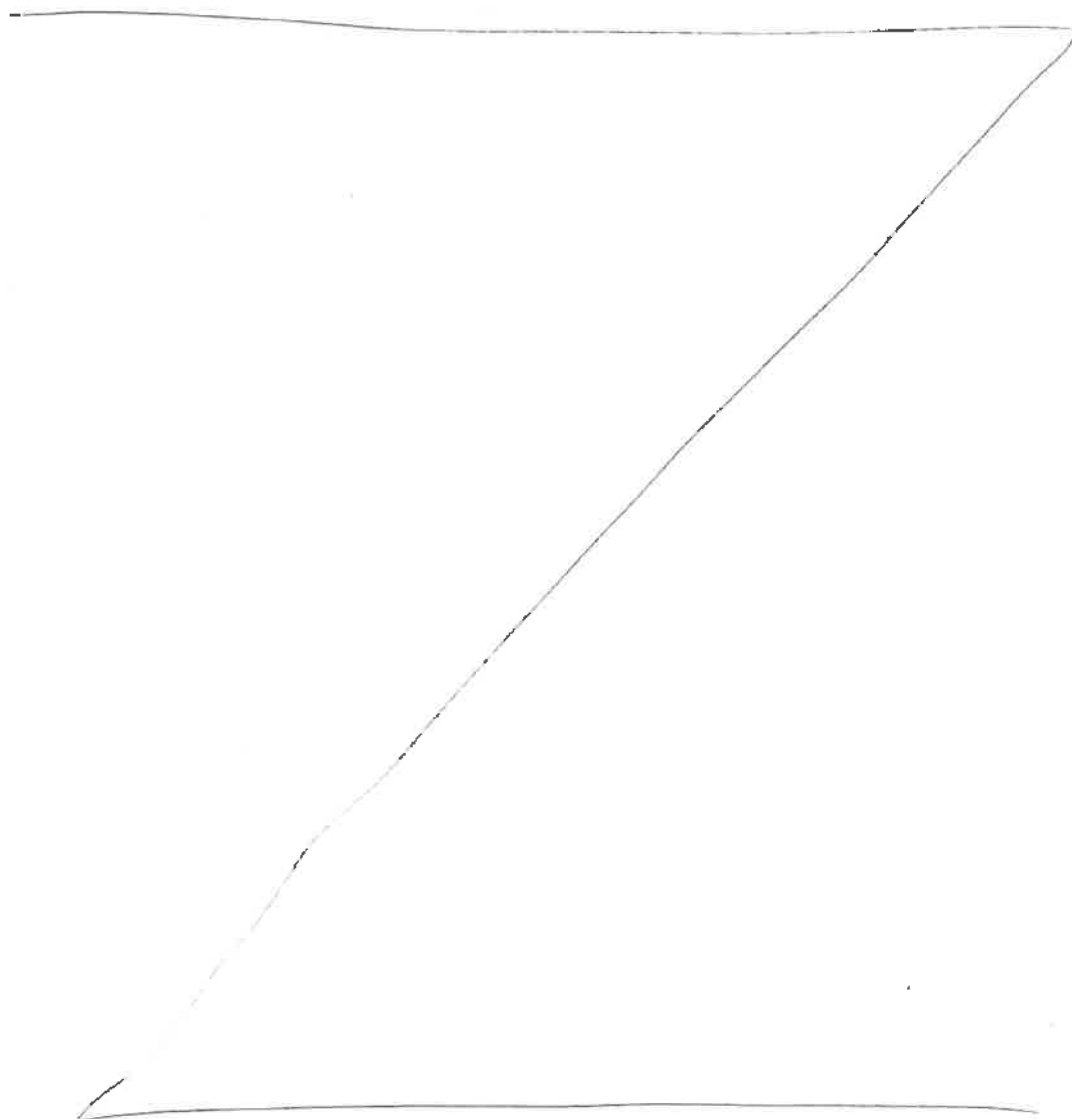
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа



Используется $\angle BAC$
 $\angle ABC$ опирается на $\angle BAC = 30 + 120 = 150^\circ$
 $\angle ABC = 150 : 2 = 75^\circ$

$$\angle ABC = 180 - \angle BAC - \angle BCA = 180 - 75 - 30 = 75^\circ$$

Ответ: 75°



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

МОУ сш №30 г. Волыцкий
Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	2	2	2	4	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Бричко

Имя Макар

Отчество Олегович

Дата рождения 09.06.2008 Класс 8

Предмет математика

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89640651404

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	Σ
15	19	5	20	15	74

Handwritten signature

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М	А	О	О	О	2	2	2	2	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



N1

Заметим, что если все 15 чисел делятся на НОД, то и их сумма делится на НОД.

$$2 \cdot 10^4 = 7 \cdot 301 = 1 \cdot 2107 = 43 \cdot 7^2$$

Разберем варианты:

1) НОД = 2107, тогда все числа мин. 2107. Тогда их сумма больше 2107

2) НОД = 301, тогда все числа мин. 301. Тогда их сумма мин. 301 · 15, что больше 2107

3) НОД = 7, тогда все пацуются. Пример:

$\underbrace{7, 7, \dots, 7}_{14 \text{ чисел}}, 2009$

Ответ: НОД = 7. Пример выше.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М	А	О	О	О	2	2	7	7	7	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа
в решете справа



№2

$$x^2 + bx + c = 0$$

$$(1) x_1 + x_2 = -b$$

$$(2) x_1 \cdot x_2 = c$$

$$2x^2 + (b-2,5)x + (c-11) = 0$$

$$(3) (x_1+1) + (x_2+1) = \frac{2,5-b}{2}$$

$$(4) (x_1+1)(x_2+1) = \frac{c-11}{2}$$

$$2 = \frac{2,5-b}{2} + b - \text{из (3) вычитаем (1)}$$

$$2 = 1,25 + 0,5b$$

$$b = 1,5$$

$$(5) x_1 + x_2 + 1 = \frac{c-11}{2} - c - \text{из (4) вычитаем (2)}$$

$$1 = \frac{2,5-b}{2} - \left(\frac{c-11}{2} - c\right) - \text{из (3) вычитаем (5)}$$

$$1 = \frac{1}{2} - \frac{c-11}{2} + c$$

$$1 = \frac{1}{2} - 0,5c + 5,5 + c$$

$$0,5 = 5,5 + 0,5c$$

$$c = -10$$

Ответ: $x^2 + 1,5x + (-10) = 0$

Не проверено сумм-е корней.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М	А	0	0	0	2	2	7	7	7	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N3

$$n+3=a^3$$

$$n^2+3=b^3$$

Заметим, если a^3 - четн., то $n \equiv 5 \pmod{8}$. Тогда $n^2+3 \equiv 4 \pmod{8} \Rightarrow b^3 \equiv 4 \pmod{8}$. Значит n - ~~нечетно~~ четно. $2x+3=a^3$, $4x^2+3=b^3$.

Если n ~~нечетно~~ четно, то тоже не выходит

Ответ: нет

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



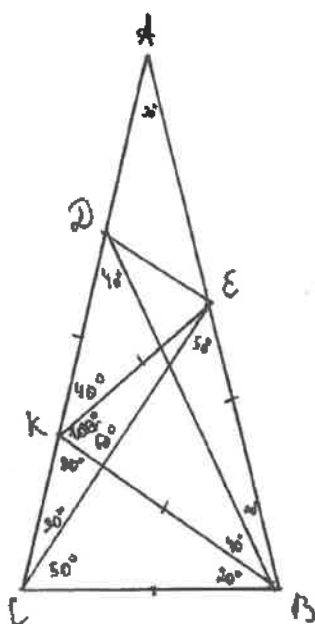
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 2 7 7 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№4

Дано:

$$AB = AC$$

$$\angle DBC = 60^\circ$$

$$\angle ECB = 50^\circ$$

Решение:

Отметим на стороне AC точку K так, чтобы $\angle KBE = 20^\circ$.

Тогда, $\angle KCB = \angle KCB = 20^\circ$ ($\triangle ABC$ - равноб., $\angle ACB = \angle ABC = \frac{180^\circ - 20^\circ}{2} = 80^\circ$, $\angle KCB = 180^\circ - \angle ABC - \angle KCB = 80^\circ$). $KB = CB$. $\angle CEB = 50^\circ$ ($180^\circ - \angle ECB - \angle ABC = 50^\circ$).

$\angle KBE = 60^\circ \Rightarrow \triangle KEB$ - равноб. $\angle KDB = \angle EBD$ (т.к. $\angle DKB = 180^\circ - \angle KCB = 80^\circ$, $\angle KDB = 180^\circ - \angle KCB - \angle DKB = 40^\circ$) $\Rightarrow KB = KD$. $\angle DKE = 100^\circ$, $\angle KEB = 40^\circ$.

$$\angle EDK = \angle KDB + \angle EDB = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ. \angle EDK = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ$$

Ответ: 30°

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 9

М А 0 0 0 2 2 7 7 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 5

Давайте разберем варианты:

Будем брать вначале из математики, затем из физики и потом из информатики. Заметим, что вариантов, когда мы берем 2 мальчика из математики и берем 2-х девочек из математики одинаковое кол-во, ведь варианты будут симметричны. Значит разберем 2 случая: берем 2-х мальчиков или берем 1 девочку и 1 мальчика.

1) берем 2-х мальчиков.

Тогда в следующий раз берем либо:

1) 2-х девочек
Тут 1 вариант
взять 2-х девочек
Тогда из информ.
можно взять
только 1 дев и 1
мальчика.

Тогда всего 1 вар.
X
11
8 вариантов

2) 1 дев и 1 мальч.
Тут 4 варианта
Дальше мы можем
взять только
2-х девочек 1
вариантом

Тогда тут 4 вар.
X 2
11
8 вариантов

2) берем 1 мальчика и 1 девочку

Тогда 2 варианта:

4 способа

1) берем 2-х дев или 2-х
мальч. Тут будет
симметрично (вариан-
ты дублируются).
Тогда по какому
либю можем взять
только 2-х дев.
или мальч.

Тогда тут 1 вар.
X 2
11
2 варианта

2) берем 1 девочку и мальч.
тут 4 вар.
Тогда из информ.
мы берем также
1 дев и 1 мальч.

Итого: $4 \cdot 4 = 16$ вар.

Умножить на 4.

Всего вариантов: $8 + 8 + 2 + 16 = 34$ варианта

Ответ: 34 варианта.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

МОУ СШ №30

г. Волжский

М	А	0	0	0	2	6	2	0	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия МАЙЕР

Имя АЛЕКСАНДР

Отчество АЛЕКСЕВИЧ

Дата рождения 07.08.2009 Класс 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы 26.02.23

Номер телефона 8-960-896-51-75 Подпись dm

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	Σ
20	5	18	20	0	63

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	О	О	О	2	8	2	0	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Представим эти 14 чисел в виде:

$k_1 \cdot n; k_2 \cdot n; k_3 \cdot n \dots k_{14} \cdot n$ ~~так~~ так, чтобы их НОД ~~будет~~ равен n

Разобьем 2023 на множители:

$$2023 = 17^2 \cdot 7$$

Найдем, чему может равняться n :

$$n = 7:$$

$$k_1 n + k_2 n + \dots + k_{14} n = 2023$$

$$n(k_1 + k_2 + \dots + k_{14}) = 2023$$

$$k_1 + k_2 + \dots + k_{14} = 289$$

подходит, т.к. сумма $k_1 \dots k_{14}$ больше 14

$$n = 17:$$

$$k_1 n + k_2 n + \dots + k_{14} n = 2023$$

$$n(k_1 + k_2 + \dots + k_{14}) = 2023$$

$$k_1 + k_2 + \dots + k_{14} = 119$$

подходит, т.к. сумма $k_1 \dots k_{14}$ больше 14

$$n = 17 \cdot 7:$$

$$k_1 n + k_2 n + \dots + k_{14} n = 2023$$

$$n(k_1 + k_2 + \dots + k_{14}) = 2023$$

$$k_1 + k_2 + \dots + k_{14} = 17$$

подходит, т.к. сумма $k_1 \dots k_{14}$ больше 14

$$n = 17^2$$

$$k_1 n + k_2 n + \dots + k_{14} n = 2023$$

$$n(k_1 + k_2 + \dots + k_{14}) = 2023$$

$$k_1 + k_2 + \dots + k_{14} = 7$$

не подходит т.к. сумма $k_1 \dots k_{14} < 14$

максимальный НОД

будет $17 \cdot 7$.

пример:

13 чисел: $17 \cdot 7 \cdot 1$

и

1 число: $17 \cdot 7 \cdot 4$.

Ответ: $17 \cdot 7 = 119$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

МА 0 0 0 2 6 2 0 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в месте справа



$ax^2 + bx + c$ - было $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}, \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}; \end{cases}$ $a = 1!$

$(a+4)x^2 + (b-4)x + c-4$ - стало $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2 = \frac{4-b}{a+4}, \\ (x_1+1)(x_2+1) = \frac{c-4}{a+4}; \end{cases}$

$$\frac{4-b}{a+4} - \frac{-b}{a} = 2$$

$$\frac{4a - ab + ab + 2b}{a^2 + 2a} = 2$$

$$4a + 2b = 2a^2 + 4a$$

$$2b = 2a^2$$

$$\boxed{b = a^2}$$

$$\frac{c-4}{a+4} - \frac{c}{a} = x_1 + x_2 + 1$$

$$\frac{ac - 4a - ac - 2c}{a^2 + 2a} = x_1 + x_2 + 1 = \frac{-b}{a} + 1 =$$

$$= \frac{-a^2}{a} + 1 = 1 - a$$

$$-4a - 2c = (1-a)(a^2 + 2a)$$

$$-4a - 2c = a^2 + 2a - a^3 - 2a^2$$

$$-2c = -a^2 + 6a - a^3$$

$$2c = a^3 + a^2 - 6a$$

$$c = \frac{a^3}{2} + \frac{a^2}{2} - 3a$$

$$ax^2 + a^2x + \frac{a^3}{2} + \frac{a^2}{2} - 3a = 0$$

$$ax^2 + a^2x + \frac{a^3}{2} + \frac{a^2}{2} = 3a$$

$$x^2 + ax + \frac{a^2}{2} + \frac{a}{2} = 3$$

$$2x^2 + 2ax + a^2 + a = 6$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

МА 0 0 0 2 8 2 0 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках стрелы



№3

$$a^3 = n + 2$$

$$b^3 = n^2 - 2n + 4$$

$$a^3 \cdot b^3 = (n^2 - 2n + 4)(n + 2) = n^3 + 8$$

$a^3 \cdot b^3$ - куб числа (ab)

n^3 - куб числа n

$\Rightarrow$ ~~нельзя~~ n^3 - куб

$$n^2 - 2n + 4 = (n + 2)^2$$

$$n^2 - 2n + 4 = n^2 + 2n + 4 \Rightarrow \emptyset$$

Пропустить рассуждения?
 $b^3 = 8$?

Ответ: не может.

№4

Известно: "Р" стоит не рядом с "С"

"Ч" стоит не рядом с "П"

"С" стоит не рядом с "Б"

Р - рыжий
С - серый
Б - белый
П - полосатый
Ч - черный

Полоз

кого
Р Б Ч С П
Р Б П С Ч
Р Ч Б П С
Р П Б Ч С
Б Р Ч С П
Б Р П С Ч
Ч Р Б П С
П Р Б Ч С
С Ч Р Б П
С П Р Б Ч

можно расставить так:

С Ч Р П Б
С П Р Ч Б
Ч Б Р П С
П Б Р Ч С
Б Ч Р П С
Б П Р Ч С
Ч С П Р Б
П С Ч Р Б
С П Б Р Ч
С Ч Б Р П

Б Ч С П Р
Б П С Ч Р
Ч С П Б Р
П С Ч Б Р
С Ч Б П Р
С П Б Ч Р
Р П С Ч Б
Р Ч С П Б

Всего 28 вариантов.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

МОУ СШ №30

М	А	0	0	0	2	7	6	8	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия КУЗНЕЦОВ

Имя АРТЕМ

Отчество ИВАНОВИЧ

Дата рождения 27.03.2008

Класс 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 8 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79044206352

Подпись Артём

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	Σ
20	0	20	20	20	80

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

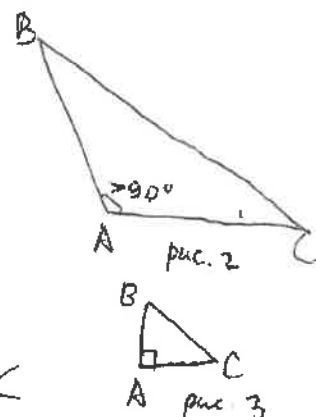
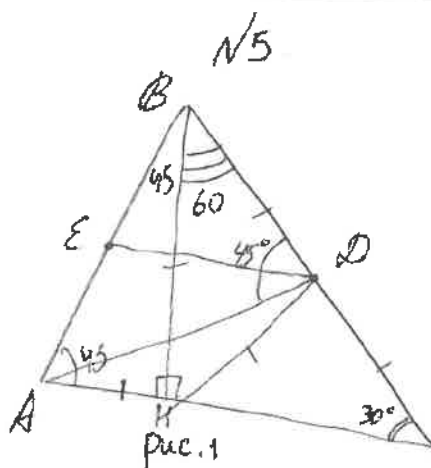
М	А	0	0	0	2	7	6	8	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

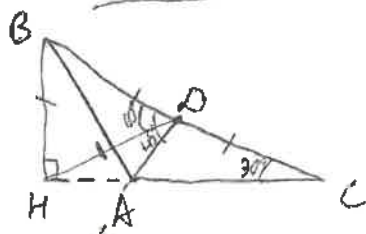
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа



D - сев BC
 $\angle ACB = 30^\circ$
 $\angle ADB = 45^\circ$
 $\angle ABC = ?$



Решение:
 Проведем $\rightarrow (|| AC)$ среднюю линию $\triangle ABC$. Т.к. D - середина BC , то D принадлежит средней линии. Пусть E - точка E , которая также E средней линии, середина AB .
 Проведем высоту $\rightarrow (BH)$ из точки B к AC . Докажем, что $\angle A$ ~~не может~~ является острым и поэтому высота будет (BH) внутри $\triangle ABC$, т.е. как на рис. 1, а рис. 2 и рис. 3 невозможны.
 Если $\angle A > 90^\circ$ (рис. 2):



$\angle ADB = 45^\circ$
 $\angle ACD = 30^\circ$
 $\angle H = 90^\circ$
 $\Rightarrow DH = BD = CD$ (т.к. DH - медиана $\triangle BDC$ и $\angle HDB = 90^\circ$),
 $BH = DH = BD$ (т.к. катет, лежащий против угла в 30° , равен $\frac{1}{2}$ гипотенузы, $BC = BD + CD, BD = CD$)
 $BH = DH = BD \Rightarrow \triangle BHD$ - равнобедренный $\Rightarrow \angle BHD = 60^\circ$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 2 7 6 8 6 2 3

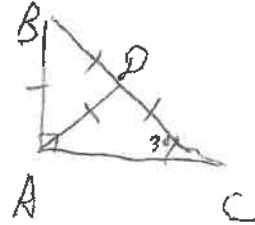
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в правой стороне



Но $\angle BDN = 60^\circ$ было меньше угла $\angle ADB = 45^\circ$
 что быть не может $\Rightarrow$ рис. 2 невозможен

Если $\angle A = 90^\circ$:



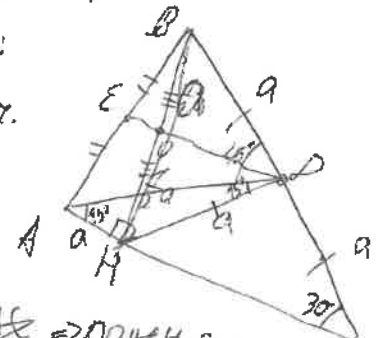
$\triangle ABD$ равнобедренный,
 потому $\angle ADB = 60^\circ$, но по условию $\angle ADB = 45^\circ \Rightarrow$

AD - мед. в прямоуг. $\triangle ABC \Rightarrow AD = BD = CD$
 $BA = \frac{1}{2} BC$ (т.к. лежит против угла в 30° , а BC - гипотенуза),
 значит $BA = AD = BD$

$\Rightarrow$ рис. 3 тоже невозможен

Т.к. доказать, что рис. 1 - единственный возможный, рассмотрим это:

соединим D, H, O - пересек. DE и BH



~~т.к. $\angle BDN = 60^\circ$ было меньше угла $\angle ADB = 45^\circ$ что быть не может $\Rightarrow$ рис. 2 невозможен~~
~~Если $\angle A = 90^\circ$: $\triangle ABD$ равнобедренный, потому $\angle ADB = 60^\circ$, но по условию $\angle ADB = 45^\circ \Rightarrow$ рис. 3 тоже невозможен~~
 $\Rightarrow BD = DH$

Т.к. BH лежит против угла в 30° в прямоуг. $\triangle ABC$, то $BH = \frac{1}{2} BC = DH$ (DH - медиана к гипотенузе) $= BD \Rightarrow$

~~$BD = DH = BH = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} AB$~~
 $\Rightarrow \triangle BDH$ - равнобедренный $\Rightarrow \angle BDH = 60^\circ = \angle ADB + \angle ADH$,
 $\angle ADB = 45^\circ$ (по усл.) $\Rightarrow \angle ADH = 15^\circ$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	2	7	6	8	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках строки



$\angle DAC = 15^\circ$ ($\angle ADB = 45^\circ$ и является высотой при $\triangle ADC$)

$\Rightarrow \angle DAC + \angle ACD = \angle ADB$, $\angle ACD (= \angle ACB) = 30^\circ$

$\Rightarrow \angle DAC = 45^\circ - 30^\circ$

1. $\angle HBC = 60^\circ$ (в $\triangle BHC$ $\angle C = 30^\circ$, $\angle H = 90^\circ$)

2. $\angle AHN = 15^\circ$ $\Rightarrow \triangle DNA$ - равнобедр., т.е. $DN = AN$
 $\angle DAC = 15^\circ$

$DN = AN$ $\Rightarrow \triangle ANB$ - равнобедр., а т.к.
 $DN = BN$ $\Rightarrow \triangle ANB$ - равнобедр. (вн-высот),
 $\angle ANB$ является прями. $\angle$

$\Rightarrow \triangle ANB$ - равнобедр. прями. $\angle$

$\Rightarrow \angle ABH = 115^\circ$

Т.к. $\angle ABC = \angle ABH + \angle HBC$, $\angle ABC = 60^\circ + 45^\circ = 105^\circ$

Ответ: 105°

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 6 8 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$a, b \in \mathbb{N}$, n - число

$$n+2 = a^3$$

$$n^2 - 2n + 4 = b^3 \quad \rightarrow \quad (n+2)(n^2 - 2n + 4) = (ab)^3$$

$$n^3 + 8 = (ab)^3$$

$$(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

Докажем, что $n^3 + 8 = (ab)^3$ невозможно при целом n :

Т.к. $n+2 = a^3$ и $a \in \mathbb{N}$, то $n \neq 0$ (т.е. число $a^3 = 2 \Rightarrow a = \sqrt[3]{2}$ — иррационально и $2, \sqrt[3]{2} \notin \mathbb{N}$), т.е. $(ab)^3 \neq 2^3$.

Рассмотрим ближайшие кубы к $(ab)^3$.

$$1. (ab)^3 (ab+1)^3 = ab^3 + 3(ab)^2 + 3ab + 1$$

~~Разница между $(ab)^3$ и $(ab+1)^3$ равна $3+3+1=7 \neq 8$~~
Разница между $(ab)^3$ и $(ab+1)^3$ равна $3+3+1=7 \neq 8$

$$2. (ab-1)^3 = ab^3 - 3(ab)^2 + 3ab - 1$$

~~Разница между $(ab)^3$ и $(ab-1)^3$ равна $3-3-1=-1 \neq 8$~~
Разница между $(ab)^3$ и $(ab-1)^3$ равна $3-3-1=-1 \neq 8$

$$3. (ab+2)^3 = ab^3 + 3 \cdot 2 \cdot (ab)^2 + 3 \cdot 2^2 \cdot ab + 8$$

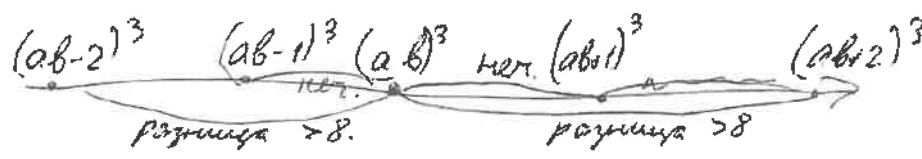
Разница между $(ab)^3$ и $(ab+2)^3$ больше 8, т.к. ab — натуральное

$$4. (ab-2)^3 = ab^3 - 3 \cdot 2 \cdot (ab)^2 + 3 \cdot 2^2 \cdot ab - 8$$

Разница между $(ab)^3$ и $(ab-2)^3$ тоже больше 8,

т.к. при $a, b \in \mathbb{N}$ $3 \cdot 2 \cdot (ab)^2 > 3 \cdot 2^2 \cdot ab$.

В графиках выглядит так:



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	0	0	0	2	7	6	8	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в расклад справа



Таким образом, не существует целых n ,
при которых выполняется равенство $n^3 + 8 = (ab)^3$
(случай при $n=0$ также был рассмотрен, при $n=0$
 $a \notin \mathbb{N}$ т.к. $a^3 = n+2=2$ при $n=0$), так как
 n^3 находится между $(ab)^3$ и $(ab-2)^3$ и $\neq (ab-1)^3$, значит
 n не ~~является~~ ^{(т.к. разница} ~~целым~~ ^{между ними > 8)} ~~является~~ ^{(т.к. разница}
~~целым~~ ^{между} $(ab-1)^3$ и $(ab)^3$
или n находится между $(ab)^3$ и $(ab+2)^3$ и
 $\neq (ab+1)^3$ тогда не принадлежит $\mathbb{Z}$, и также
 n не ~~является~~ ^{(т.к. разница} ~~целым~~ ^{между} $(ab+1)^3$ и $(ab+2)^3$
~~является~~ ^{(т.к. разница} ~~целым~~ ^{между} $(ab+2)^3$ и $(ab+3)^3$
и n не ~~является~~ ^{(т.к. разница} ~~целым~~ ^{между} $(ab+3)^3$ и $(ab+4)^3$
и т.д.
Противоречие, т.к. n по условию целое.
Ответ: не существует.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 6 8 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в решке справа



$$\begin{array}{r} 2023 \div 7 \\ 289 \div 17 \\ 19 \div 19 \end{array}$$

Оценка: Возможные НОД: $1, 7, 119, 289, 2023$.

Докажем, что $\text{НОД} \leq 119$.

$2023 = 7 \cdot 17 \cdot 17$, это единственное разложение, значит наибольший возможный НОД для всех чисел $289, 2023$.

Но числа 14 и 8 не $\in \mathbb{N}'$, значит если $\text{НОД} = 2023$, то

мин. сумма $2023 \cdot 14$ (если НОД для всех $= 2023$, то наименьшее число: 2023), но сумма $= 2023$. Противоречие следующей по убыванию $289 \text{ НОД} = 289$. Также мин.

сумма равна $289 \cdot 14$, но $2023 = 289 \cdot 7$. Противоречие.

Значит, $\text{НОД} \leq 119$.

Пример:

$$\underbrace{119 + 119 + \dots}_{13} + \underbrace{119 \cdot 4}_{1} = 119 \cdot 17 = 2023$$

Ответ: 119.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	2	7	6	8	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Р - белый, С - серый и т.д. NЧ.

Рассмотрим расположение Рыжего Белогожка:

① Р _ _ _ _ (или аналогичный
сигнал ^{1-е} Р - на последнюю
месте.)

Серого можно поставить тремя 3 способами:

1. Р - С - Б → Белого можно поставить одним способом на поверхности, Полосатого двумя способами, Чёрного одним
2. Р Б - С - → Белого только одним способом на стене, Полосатого 2 способами, Чёрного одним
3. Р - Б - С → Белого только 1 способом, т.к. иначе Чёрный и Полосатый рядом. Чёрный и Белого и Полосатого 2 способами симметрично

Значит, если Р не I место, то $1 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1$ для Р на поверхности месте, $2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = 12$ способов, значит симметрично

② _ Р _ _ _ (или аналогичный из РР - на IV месте)

Р _ _ _ _ Серого можно только 2 способами:

1. Б Р - С - Белого только ¹ одним способом, Ч и П симметрично двумя
2. _ Р Б - С Белого только 2 способами 1 способом, т.к. иначе Ч и П рядом, Ч и П симметрично двумя способами.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	2	7	6	8	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках справа



Значит, если Р на II месте, то

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ Р & С & Б & Ч & П \end{matrix} = 4. \text{ Аналогично для Р на IV месте}$$

Значит, 8 способов.

③ — — Р — —

Серого можно поставить 2 способами

$$\begin{matrix} 1. \uparrow \text{С} & \text{Ч и П} & \text{Р} & \text{Ч и П} & \text{Б} \\ 2. \uparrow \text{С} & \text{Ч и П} & \text{Р} & \text{Б} & \text{Ч и П} \end{matrix}$$

Белого двумя способами, в ~~каждом~~ Ч и П суммарно можно 2 способами.

$$\begin{matrix} 2. \uparrow \text{Б} & \text{Р} & \text{С} \\ 2. \uparrow \text{Б} & \text{Р} & \text{С} \end{matrix}$$

Белого двумя способами, Ч и П тоже суммарно двумя

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ Р & С & Б & Ч & П \end{matrix} = 8 \text{ способов}$$

Суммарно в трёх случаях $12 + 8 + 8 = 28$ способов.

Ответ: 28 способов.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

МОУ ЦИЗО Волжский

М	А	0	0	0	2	4	1	0	9	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия Павловская

Имя Мария

Отчество Павловна

Дата рождения 15.06.2009 Класс 8

Предмет Математика

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89627615677 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 4 1 0 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа.



№1

Разложим 2023 на множители

$$2023 = 17^2 \cdot 7$$

Значит возможные значения НОД, это $2023; 17^2; 17 \cdot 7; 17; 7;$

$\text{НОД} \neq 2023$ т.к все числа натуральные, и тогда бы

≤ 14 чисел была бы > 2023 , это невозможно по условию

$\text{НОД} \neq 17^2$ т.к такое возможно при ^{макс.} семи числах
(все равны 17^2), иначе либо ≤ 14 чисел > 2023
или хотя бы одно из чисел $\nmid 17^2$

Наибольшее значение среди оставшихся вариантов

$$\text{НОД} = 17 \cdot 7$$

Например при числах

$$a_1; a_2; a_3 \dots a_{13} = 17 \cdot 7 \quad (a_1; a_2 \dots a_{14} - \text{числа из условия})$$

$$a_{14} = 17 \cdot 7 \cdot 4$$

Ответ: $\text{НОД} = 17 \cdot 7$

1	2	3	4	5	Σ
20	10	5	20	5	60

1.0

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 2 4 1 0 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



√2

Изм. только

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac > 0$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

А стало: $q = 1$

$$D = (b-4)^2 - 4(a+2)(c-4)$$

$$x_{\text{нов}} = \frac{-b+4 + \sqrt{(b-4)^2 - 4(a+2)(c-4)}}{2a+4} =$$

$$= x_1 + 1$$

$$\frac{-b+4 + \sqrt{b^2 - 8b - 4ac + 16a - 8c + 32}}{2a+4} = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + 1$$

$$2a(-b+4 + \sqrt{b^2 - 8b - 4ac + 16a - 8c + 32}) = (2a+4)(-b + \sqrt{b^2 - 4ac} + 2a)$$

$$-2ab + 8a + 2a\sqrt{b^2 - 8b - 4ac + 16a - 8c + 32} = -2ab + 4a + 2a\sqrt{b^2 - 4ac} + 4a^2$$

$$= -2ab + 2a\sqrt{b^2 - 4ac} + 4a^2 - 4b + 4\sqrt{b^2 - 4ac} + 8a$$

$$2a\sqrt{b^2 - 8b - 4ac + 16a - 8c + 32} = 2a\sqrt{b^2 - 4ac} + 4a^2 - 4b + 4\sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$\sqrt{b^2 - 8b - 4ac + 16a - 8c + 32} = \sqrt{b^2 - 4ac} + 2a + \frac{2\sqrt{b^2 - 4ac} - 4b}{2a}$$

$$\sqrt{b^2 - 8b - 4ac + 16a - 8c + 32} - \sqrt{b^2 - 4ac} - \frac{2\sqrt{b^2 - 4ac}}{a} = \frac{4a^2 - 4b}{2a}$$

$$\sqrt{b^2 - 8b - 4ac + 16a - 8c + 32} - \frac{(a+2)\sqrt{b^2 - 4ac}}{a} = 2a - \frac{2b}{a}$$

$$b^2 - 8b - 4ac + 16a - 8c + 32 + \frac{(a+2)^2(b^2 - 4ac)}{a^2} = 4a^2 + \frac{4b^2}{a^2}$$

$$b^2 - 8b - 4ac + 16a + 8c + 48 + \frac{ab^2 - a^2c + 2ab - 8ac}{a^2} = 4a^2 + \frac{4b^2}{a^2}$$

$$b^2 - 8b - 4ac + 16a + 8c + 48 + 4c$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	2	4	1	0	9	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№3

Из 1-ого выражения $n = a^3 - 2$

Подставим во второе

$$(a^3 - 2)^2 - 2(a^3 - 2) + 4 = b^3$$

$$a^6 - 4a^3 + 4 - 2a^3 + 4 + 4 = b^3$$

$$a^6 - 6a^3 + 16 = b^3$$

b^3 из второго выражения $= n^2 - 2n + 4$

$$a^6 - 6a^3 + 16 = n^2 - 2n + 4$$

$$(a^3 - 3)^2 + 7 = (n - 1)^2 + 3$$

$$(a^3 - 3)^2 + 4 = (n - 1)^2$$

$(a^3 - 3)^2 = (n - 1)^2$, $a^3 = n + 2$ (условие)
т.е. тогда св. преобраз

Рассмотрим ~~при каких~~ все возможные квадраты с разницей 4

$$(-7)^2 = 49$$

$$(-6)^2 = 36$$

$$(-5)^2 = 25$$

$$(-4)^2 = 16$$

$$(-3)^2 = 9$$

$$(-2)^2 = 4$$

$$(-1)^2 = 1$$

$$0^2 = 0$$

$$1^2 = 1$$

$$2^2 = 4$$

$$3^2 = 9$$

$$\vdots$$

Нам подходит

$$(-2)^2 \text{ и } 0^2$$

$$\text{и } 0^2; 2^2$$

$$(a^3 - 3)^2 + 4 = 4$$

$$= (n - 1)^2$$

$$n - 1 = 2$$

$$n = 3, \text{ а вот } a^3$$

~~будет равно 3~~

~~но тогда а~~

~~будет нецелым~~

$$a^3 - 3 = 0$$

$$a^3 = 3$$

тогда a^3 - нецелое

☐

$$(a^3 - 3)^2 + 4 = (n - 1)^2$$

$$n - 1 = -2$$

$$n = -1$$

$$(a^3 - 3)^2 = 0$$

$$a^3 - 3 = 0$$

a^3 - нецелое

☐

Значит таких чисел не существует.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 2 4 1 0 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в решете справа



Заполним таблицу по условию

Бельчонок:	Может играть с:
Рыж.	Бел., Сер., Полос.
Сер.	Сер., Полос.
Бел.	Рыж., Сер., Полос.
Сер.	Рыж., Сер., Бел.
Полос.	Рыж., Сер., Бел.

Заметим, что у ^{каждого} бельчонка ^{есть} близки от остальных ^и друга с которыми он может играть.

Рассмотрим 5 вариантов расстановки ^{каждого} бел., сер. и полос.

1) Сер. Сер.
 $\begin{matrix} \text{С.} & \text{З.} \\ \text{Р} & \text{Б} \\ \text{Б} & \text{Р} \\ \text{П} & \text{П} \end{matrix}$

Т.е. когда перед серым никто не стоит. Смотря и расставляя белых по таблице получим 4 варианта, а с учетом симметрии (СЗРБП и ПБРСС) получим 8

2) С П
 $\begin{matrix} \text{С} & \text{П} \\ \text{Р} & \text{Б} \\ \text{Б} & \text{Р} \\ \text{П} & \text{П} \end{matrix}$

Аналогично 8 вар. с симметр

3) З С П
 $\begin{matrix} \text{З} & \text{С} & \text{П} \\ \text{Р} & \text{Б} & \text{Б} \\ \text{Б} & \text{Р} & \text{П} \end{matrix}$ и варианты с сим.

4) П С З
 $\begin{matrix} \text{П} & \text{С} & \text{З} \\ \text{Р} & \text{Б} & \text{Б} \\ \text{Б} & \text{Р} & \text{П} \end{matrix}$ 4 варианта с симметрией

5) $\begin{matrix} \text{П} & \text{С} & \text{З} \\ \text{Р} & \text{Б} & \text{Б} \\ \text{Б} & \text{Р} & \text{П} \end{matrix}$ тут 2 варианта с симметрией и всего с учетом симметрии 28 вариантов.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

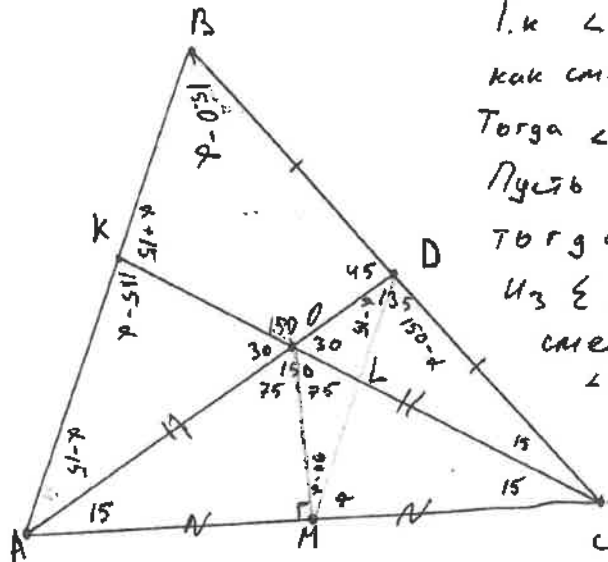
М А 0 0 0 2 4 1 0 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа
в разд. справа



~5



Т.к. $\angle ADB = 45$, то $\angle ADC = 135$
как смежн

Тогда $\angle DAC = 15$ из $\angle A$

Пусть СК - биссектриса $\angle C$,

тогда $\angle KCD = \angle KCA = 15$

из $\angle A$ $\angle DOC = 30$, $\angle$

смежные с $\angle A$ углы
 $\angle KOA = \angle AOC = 150$

$\angle KOA = 30$ как верт.

Тогда $\triangle ACO$ равнобедр ($AO = OC$)

Проведем BO так, что $BO = OC = AO$

Тогда $\angle OBC = 15$ (как в равнобедр)

и $\angle BOC = 150$, тогда $\angle AOB = 60 \Rightarrow \angle BAO = \angle ABO = 60$

$\angle B$ в $\triangle ABC = 75^\circ$

Проведем высоту (медиану и бис.) $\angle AOC$

Тогда MD будет средней линией

$\angle AOM = 75$ (из $\angle A$)

$\triangle MDC$ подобен $\triangle ABC$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Иркутск

М	А	0	0	0	2	5	1	0	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 2

Фамилия Рудык

Имя Алёша

Отчество Александровна

Дата рождения 16.07.2008

Класс 8

Предмет Математика

Работа выполнена на 6 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 8952

Подпись

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

1	2	3	4	5	Σ
20	10	5	5	20	60

Вариант № 2

М	А	О	О	О	2	5	1	0	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Пусть n НОД всех 18 чисел, тогда,
2075 делится на n : $2075 \mid n$

$$2075 = 5^2 \cdot 83$$

Если $n = 2075$, то каждое из 18 чисел
хотя бы 2075 - противоречие.

Если $n = 5 \cdot 83 = 415$, то каждое из
чисел хотя бы 415 $415 \cdot 18 > 2075$
противоречие.

Если $n = 83$. $83 \cdot 18 \leq 2075$ - подходит.

Пример: 83, 83, 83, 83, 83, 83, 83,
83, 83, 83, 83, 166, 166, 166, 166, 166,
166, 166 (В условии не сказано, что
все числа обязательно различны.)

$$83 \cdot 11 + 166 \cdot 7 = 2075$$

Ответ: 83. (Делитель 2075 больше 83, но
подходящих по условию нет)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	О	О	О	2	5	1	0	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N2

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad x_1 \quad \text{и} \quad x_2$$

$$(a+1)x^2 + (b+1)x + c - 22 = 0 \quad x_1 - 1 \quad \text{и} \quad x_2 - 1$$

По теор. Виета

$$a = 1$$

Приведенной трехчлен

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \\ x_1 + x_2 - 2 = -\frac{b+1}{a+1} \\ (x_1 - 1)(x_2 - 1) = \frac{c-22}{a+1} \end{cases}$$

$$x_1 x_2 - x_2 - x_1 + 1 = \frac{c-22}{a+1}$$

$$\frac{c}{a} + \frac{b}{a} + 1 = \frac{c-22}{a+1}$$

Второе уравнение относ. a, b, c не записано

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	О	О	О	2	5	1	0	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Рассмотрим остатки при делении кубов ^{№3}

на 7

0	0	$\equiv 0$
1	1	$\equiv 1$
2	8	$\equiv 1$
3	27	$\equiv 6$
4	64	$\equiv 1$
5	125	$\equiv 6$
6	216	$\equiv 6$

~~Следовательно~~ $n+1 \equiv 1, 0 \text{ или } 6 \pmod{7}$

Тогда $n \equiv 0, 6 \text{ или } 5 \pmod{7}$

$$0^2 - 0 + 7 \equiv 0 \pmod{7} - \text{подходит}$$

$$36 - 24 + 7 \equiv 5 \pmod{7} - \text{не подходит}$$

$$25 - 20 + 7 \equiv 12 \equiv 5 \pmod{7} - \text{не подходит}$$

$$\text{Значит } 6^3 : 7 \Rightarrow 6^3 : 343$$

$$n = a^3 - 1 = (a-1)(a^2 + a + 1)$$

$$n : 7 \Rightarrow n^2 : 49 \Rightarrow 4n : 28$$

?
0. Нельзя, так получится
вывод.

Ответ: нет, не существует

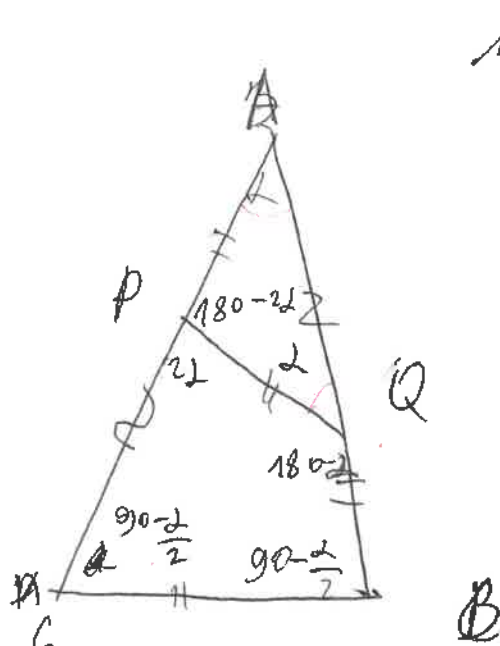
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

4	А	0	0	0	2	5	1	0	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$\triangle ABC$ - р/с $\angle B = 2$

$$AP = BQ$$

$$\frac{180 - 2\alpha}{90 - \frac{\alpha}{2}} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{180 - 2\alpha}{90 - \frac{\alpha}{2}} = \frac{2(90 - \alpha)}{90 - \frac{\alpha}{2}} \neq \frac{4}{3}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

Н	А	О	О	О	2	5	1	0	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 5

Прекращают девушек от 1909.

Пусть первые 3 заказали фруктовое.

С 4 по 6 заказали шоколадное, а с 7 по 9 — ванильное.

Пусть официант верно приписал фруктовое:

Ф

1 2 3 4 5 6 7 8 9

фруктовое шоколадное ванильное

И его получила верно первая девушка, тогда для 2 и 3 есть 4 варианта:

Ф Ш Ш ; Ф В В ; Ф В Ш ; Ф Ш В ;

В I случае 3 ванильных мороженых распределяются между 4, 5 и 6 (т.к. 7, 8 и 9 не могли их получить) однозначно, и тогда или 7 или 8 или 9 получит ванильное, а остальные 2 фруктовые. Значит в I случае 3 варианта.

Во II случае 3 шоколадных распределяются между 7, 8 и 9, а одной из 4, 5 и 6

останется ванильное $\Rightarrow$ во II случае так же 3 варианта.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

Ч	А	О	О	О	2	5	1	0	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



В II случае 2 вашиных распределены
 $\Phi \text{ ВШ } \Phi \text{ В } \Phi \text{ ВШ } \Phi$
 между 4, 5, 6 и 1 из 3 достается
 фруктовое, а ^{1 между} 7, 8, 9 распределены
 2 шоколадных и одно фруктовое достается
 1 из 3 $\Rightarrow$ в III случае 9 ($3 \cdot 3 = 9$) вариантов
 В IV случае аналогично мы выберем
~~2~~ Φ в 2 и 3 группе кому отдать фруктовое,
 есть 9 вариантов.

$3 + 3 + 9 + 9 = 24$ варианта.

При этом фруктовое мороженное можно
 принести правильно любой из
 первых 3 девушек, есть ка-во
 вариантов, когда правильно принесли
 фруктовое $24 \cdot 3 = 72$ варианта.

И правильно можно принести морожен-
 ное любого из ³ сортов $72 \cdot 3 = 216$ вариантов

Ответ: 216 вариантов.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	2	3	2	8	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия РОГЛЧЕВА

Имя АНАСТАСИЯ

Отчество ИГОРЕВНА

Дата рождения 22.09.2008 Класс 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79674818882 Подпись Тофф

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Вариант № 1

М А О О О 2 3 2 8 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5

Дано:

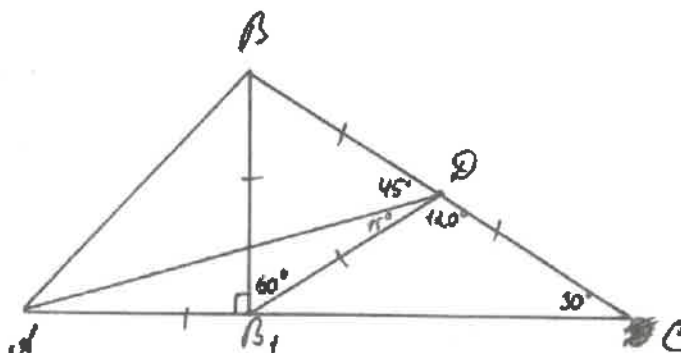
$\angle ACB = 30^\circ$

$\angle ADB = 45^\circ$

AD - медиана

Найти: $\angle ABC$

Решение:



- 1) Д.н.: BB_1 - высота, проведенная к AC
- 2) Д.н.: B_1D - медиана, проведенная из вершины угла BB_1C
- 3) П.н.: B_1D - медиана в прямоугольнике BB_1C , проведенная к гипотенузе BC , но $BD = DC = B_1D$
- 4) $\triangle B_1DC$ - равнобедренный ($B_1D = DC$) $\Rightarrow$
 $\angle DB_1C = \angle DCB_1 = 30^\circ$, а $\angle B_1DC = 180^\circ - 2 \cdot 30^\circ = 120^\circ$
- 5) $\angle ADB_1 = 180^\circ - \angle ADB - \angle B_1DC$
 $\angle ADB_1 = 180^\circ - 45^\circ - 120^\circ = 15^\circ$
- 6) $\angle BDB_1 = 60^\circ$ и $BD = B_1D \Rightarrow \triangle BDB_1$ - равнобедренный $\Rightarrow \angle B_1DB = 60^\circ$
- 7) $\angle DAB_1 = 180^\circ - \angle ABB_1 - \angle BB_1D - \angle ADB_1$
 $\angle DAB_1 = 180^\circ - 60^\circ - 90^\circ - 15^\circ = 15^\circ \Rightarrow$
 $\triangle ADB_1D$ - равнобедренный $\Rightarrow AB_1 = B_1D$
- 8) $\triangle ABB_1$ - прямоугольный и равнобедренный $\Rightarrow \angle ABB_1 = 90^\circ - 45^\circ$
- 9) $\angle ABC = \angle ABB_1 + \angle CB_1B$
 $\angle ABC = 45^\circ + 60^\circ = 105^\circ$

Ответ: $\angle ABC = 105^\circ$ 

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 3 2 8 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

✓ 1

Решение:

$$2023 = 7 \cdot 17 \cdot 17$$

Если сумма делится на какое-либо число, то ~~то~~ каждое из слагаемых также делится на него.

$$2023 : 14 = 144,5 \Rightarrow \text{НОД} < 144$$

149 - НОД, который меньше 144.

Ответ: 149, 149, 149 ... 149, 476 (149 \cdot 4)

13 штук

$$\text{НОД} = 149$$

✓ 4.

Пак как серый не рядом с белым и розовым, то определяю варианты в зависимости от серого бельчонка.

$$1. \underline{C} \cdot \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{1} = 8 \text{ способов}$$

Если Серый стоит первым, то вторыми могут стоять только Черный и Желтый - 2 варианта. Пак Черный и Желтый не стоят вместе, но на 3 ~~месте~~ месте могут стоять 2 бельчонка $\Rightarrow$ ~~в конце остаются один белочок и 1 место могут стоять два белочка~~, а в конце оставшийся 1 белочок.

Также будет, когда Серый стоит последним $\Rightarrow 8 \cdot 2 = 16$ вариантов

$$2. \underline{2} \cdot \underline{C} \cdot \underline{1} \cdot \underline{2} \cdot \underline{1} = 4 \text{ способа}$$

Если Серый Бельчонок стоит вторым, то рядом с ним могут стоять только либо Черный, либо Желтый $\Rightarrow$ на 1 месте выбор из 2 белых, а на втором оставшийся. Остаток Розовый и Белый белых $\Rightarrow$ на 4 месте выбор из 2 белых, а на последний оставшийся.

Также будет когда Серый стоит 3 и 4 в ряду $\Rightarrow 4 \cdot 3 = 12$ способов

$$12 + 16 = 28 \text{ способов}$$

Ответ: 28 способов

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 2 3 2 8 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 2

Дано:

$$x^2 + bx + c = 0 \quad \text{Корни: } x_1; x_2$$

$$3x^2 + (b-4)x + (c-4) = 0 \quad \text{Корни: } x_1+1; x_2+1$$

Найти: исходный квадратный трёхчлен

Решение:

$$1) \quad x_1 + x_2 = -b \quad (\text{по т. Виета})$$

$$x_1 \cdot x_2 = c$$

$$x_1 + x_2 + 2 = -\frac{b-4}{3}$$

$$(x_1 + 1)(x_2 + 1) = \frac{c-4}{3}$$

$$2) \quad x_1 + x_2 + 2 = -\frac{b-4}{3}$$

$$-b + 2 = \frac{4-b}{3} \quad | \cdot 3$$

$$-3b + 6 = 4 - b$$

$$2b = 2$$

$$b = 1$$

$$3) \quad x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2 + 1 = \frac{c-4}{3}$$

$$c + 1 - c = \frac{c-4}{3} \quad | \cdot 3$$

$$3c = c - 4$$

$$2c = -4$$

$$c = -2$$

$$\text{Ответ: } x^2 + x - 2$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Самара, ул. Больничная 14а

М	А	0	0	0	2	1	5	0	8	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия Соколов

Имя Арсений

Отчество Станиславович

Дата рождения 23.10.2008 Класс 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89023381505 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	Σ
10	0	20	20	10	70

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 2 1 5 0 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

11. Ответ: 119.

Каждое число из данных 14 делится на их НОА $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ сумма этих чисел тоже делится на НОА. $2023 =$
 $= 7 \cdot 17 \cdot 17$. Наибольший возможный НОА — 2023, но тогда
сумма должна быть $\geq 14 \cdot 2023$ — противоречие. Следующий
НОА — 172, тогда сумма должна быть $\geq 14 \cdot 17 \cdot 17$ —
противоречие. Следующий — 17 · 7. Для него есть пример:
 $17 \cdot 7 = 119 \times 13$
 $17 \cdot 7 \cdot 4 = 476 \times 1$.

$$119 \cdot 13 + 476 = 2023.$$

$$119 : 119, 476 : 119.$$

13. Ответ: нет.

$a, b \in \mathbb{N} \Rightarrow a^3, b^3 \in \mathbb{N} \Rightarrow$ перемножим 2 данных нам
равенства: $(n+2)(n^2-2n+4) = a^3 b^3$

$$n^3 + 2n^2 - 2n^2 - 4n + 4n + 8 = n^3 + 8 = (ab)^3$$

Разница между двумя кубами, один из которых $\in \mathbb{N}$,
а другой $\in \mathbb{Z}$ может быть равна 8 только при числах,
равных 0 и 8. Тогда $n^3 + 8 = 8 = (ab)^3$

$$n^3 = 0$$

$$n = 0$$

$$a^3 = n + 2 = 2.$$

Куб числа $\in \mathbb{N}$ не может быть равен 2 $\Rightarrow$ такие
числа не существуют.

Вариант № 1

М А 0 0 0 2 1 5 0 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

✓ 4. Ответ: 28.

Будем рассматривать серого бельчонка. Для удобства будем называть бельчат по первой букве их цвета.

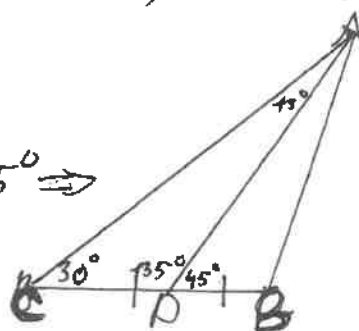
С может стоять либо с краю либо на 2, 3 или 4 месте. Рассмотрим 2^{ой} случай. С не может стоять с Р и Б $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ С стоит между Ч и П $\Rightarrow$ Ч и П не стоят вместе, что нам и нужно. Объединим их. Способов расставить Р, Б и ЧСП — 6. Все эти расстановки можно «отзеркалить» и получить ещё 6 (вместо ЧСП будет ПСЧ). Следовательно, мы рассмотрим все случаи, в которых С находится не на 1 и 5 местах. Рассмотрим случаи, в которых С будет на 1 месте: С стоит или с Ч или с П: СЧ/СП. Ч не стоит с П: СЧР/СЧБ/СПР/СПБ. С не с Р, с не с Б, Ч не с П $\Rightarrow$ нам неважно, как встанут бельчата на 4 и 5 местах: СЧРБП/СЧРПБ/СЧБРП/СЧБПР/СПРЧБ/СПРБЧ/СПБРЧ/СПБЧР, 8 способов. «Отзеркалим» и получим все способы с С на 5 месте.

Итого: на 1 месте — 8, на 2, 3, 4 — 12, на 5 — 8.
 $8 + 12 + 8 = 28$ способов.

✓ 5. Ответ: 100° .

$$\angle ADB = 45^\circ \Rightarrow \angle ADC = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle CAD = 180^\circ - 135^\circ - 30^\circ = 15^\circ.$$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант №

1

М	А	0	0	0	2	1	5	0	8	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Для нахождения $\angle ABC$ нужно или найти сам $\angle ABC$ или $\angle DAB$.

Что за свойства?

D — середина $BC \Rightarrow AD$ — медиана $\Rightarrow$ воспользуемся свойством медианы и получим: $\angle DAB = 35^\circ$, $\angle ABC = 100^\circ$.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Самары ул. Больничная 11А

М	А	0	0	0	2	5	2	2	9	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия ЧЕХОВСКИХ

Имя МИХАИЛ

Отчество ИНДРЕЕВИЧ

Дата рождения 09.01.2009

Класс 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 7 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 8 927 806 54 72

Подпись Чеховских

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Бельчонок»

от Чеховских Михаила Александровича
(ФИО участника)

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по математике, выполненной «26» февраля 2023 г. на площадке г. Саларь ул. Болнинская 14А
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

8 527 905 5472 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

Galina_sgd@mail.ru (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноеярское): 04.05.2023 15:08

Подпись участника Олимпиады: Чеховских

ШИФР РАБОТЫ МА 0002522923

КЛАСС 8

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

Дата и время отправки работы (время – красноеярское) 06.04.23 16:30

1	2	3	4	5	Σ
20	10	5	5	10	50

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А 0 0 0 2 5 2 2 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

15 Рассмотрим 2 случая:
когда 2 девочки из одной команды
и когда все из разных тогда

1. На одно из мест девочки может встать любая
⇒ по формулам комбинаторики $6 \cdot * \cdot * \cdot * \cdot *$

⇒ на второе её сокомандница (т.к. мы рассматриваем
2 дев. из 1 комн. воб. команда ~ 3 случая
1 случай) ⇒ $6 \cdot 1 \cdot * \cdot * \cdot * \cdot *$, ну тогда на остав-
шиеся места из 4 оставшихся ⇒

$6 \cdot 1 \cdot 4 \cdot * \cdot * \cdot *$ ну а теперь логично что
из той команды, откуда ушли 2 девочки, не придет ни одна девочка
из той команды из которой не пришла ни
одна девочка придет 2 мальчика ⇒

$6 \cdot 1 \cdot 4 \cdot * \cdot 1 \cdot 1 \cdot *$, а на оставшиеся места может
пойти любая мальчик из той команды
откуда ушла 1 девочка ⇒ для первого случая

$$6 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 = 48 \text{ - вариантов}$$

2. ~~На одно место~~ ~~может встать любая~~
На одно из мест может встать любая
девочка ⇒ $6 \cdot * \cdot * \cdot * \cdot * \cdot *$ ⇒

её сокомандница уже не сможет войти в сборную
(т.к. мы рассматриваем 2 случая) ⇒
на второе место любая из 4 оставшихся
 $6 \cdot 4 \cdot * \cdot * \cdot * \cdot *$, но теперь и её сокомандница не
сможет войти в сборную ⇒

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

M	A	0	0	0	2	5	2	2	9	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Остаются только 2 девочки $\Rightarrow$

6.4.2.*.*.*

В. 4. 2. * * * *

А мальчики уже не могут быть по 2 из каждого.

Т.н. один человек из каждого в сериот уже есть $\Rightarrow$

~~Следовательно~~ их можно распределить так же как и

двоичек $\Rightarrow$ для второго случая

$6 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2 = 36 \cdot 64 = 2304$ варианта выбора $\Rightarrow$

$$\begin{array}{r} \times 64 \\ \times 36 \\ \hline 384 \\ 192 \\ \hline 2304 \end{array}$$

Всего $2804 + 48 = 2852$ вариантов ~~всего~~^{от}
 ребят в сборную 9м, 9м, 9м.
 $(2,2)^3 = 64$

9m, 9m, 9m.

$$(2.2)^3 = 64$$

2304
✓3 Записать данную систему

$$n+s = a^3 7$$

$$n^2 + 3 = 6$$

$$\begin{cases} n+s=a^3 \\ n^2+s=b^3 \end{cases} \quad \text{age}$$

a и b натуральные
 $\Rightarrow > 0 \Rightarrow$

$$n^2 - n + 3 - 3 = b^3 - a^3$$

$$n^2 - n = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1)$$

Заменим правую часть равенства на с

се доказва че $c > 0$

Если $c > 0$, то $b - a > 0$ и $\underbrace{b^2 + a}_{>0} \underbrace{b + a^2}_{>0} > 0$

$$b-a > 0 \quad | +a$$

17A3-1135A

$$b > a$$

$$n^2 + 8 > n + 3$$

$$h^2 > h - \text{ложно} \Rightarrow b-a > 0 \Rightarrow c > 0 \Rightarrow$$

$$N^2 - n = c \Rightarrow n^2 - n - c = 0$$

Лист 2 из 7

из (Продолжение) $\Rightarrow$
Получим квадратное уравнение

$$n^2 - n - c = 0 \Rightarrow$$

докажем что корни есть

$$D = 1 + 4c$$

$$\sqrt{0} \Rightarrow D > 0 \Rightarrow \text{два корня}$$

$$n_1 = \frac{1 + \sqrt{1 + 4c}}{2}$$

~~$$n_1 = \frac{1 + \sqrt{1 + 4c}}{2}$$~~

не забудем что $c = b^3 - a^3 \Rightarrow$
и преобразуем n

$$n + 3 = a^3$$

$$n = a^3 - 3 \Rightarrow$$

$$b^3 = (a^3 - 3)^2 + 3$$

$$b^3 = a^6 - 6a^3 + 12 \Rightarrow$$

$$b^3 - a^3 = a^6 - 6a^3 + 12 - a^3 \Rightarrow$$

$$c = a^6 - 7a^3 + 12$$

$$n_1 = \frac{1 + \sqrt{4a^6 - 28a^3 + 49}}{2}$$

$$n_1 = \frac{1 + \sqrt{(2a^3)^2 - 2 \cdot 7 \cdot 2a^3 + 7^2}}{2} \Rightarrow$$

$$n_1 = \frac{1 + \sqrt{(2a^3 - 7)^2}}{2}$$

$$n_1 = \frac{1 + (2a^3 - 7)}{2}$$

ну а теперь осталось
только посмотреть
будет ли $1 + (2a^3 - 7)$ делится

$$\text{на } 2 \Rightarrow 2a^3 - 6 \text{ четное}$$

$$2a^3 - 6 \text{ четное}$$

$$\Rightarrow 1 + 2a^3 - 7 = 2a^3 - 6 \Rightarrow$$

$$2(a^3 - 3) \Rightarrow \div 2 \Rightarrow$$

Ответ: существуют

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 5 2 2 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1 Будем постепенно уменьшать диапазон допустимых значений, который пока находится между 1 и 2107.

Логично что КНОД $\leq$ наименьшему числу в сумме $\Rightarrow$ ~~если бы~~ числа ~~бы~~ были равны то КНОД бы был равен этим числам $\Rightarrow$

$$\begin{array}{r} 2107 \overline{) 15} \\ 15 \\ \hline 60 \\ 60 \\ \hline 07 \\ 140 \end{array}$$

все числа были бы равны 140 но!

у нас остаётся остаток 7

рассмотрим $\begin{array}{r} 2107 \overline{) 2} \\ 20 \\ \hline 35 \\ 2 \end{array}$

и $\begin{array}{r} 2107 \overline{) 7} \\ 301 \\ \hline 43 \end{array}$

из теории чисел знаем что если все числа из суммы делятся на какое либо число то и вся сумма делится на это число $\Rightarrow$

общими делителями всех чисел 7, 43, 301, но 301

быть не может, т.к. ~~не требуется~~ да же если число не будет произведением от 301, то их потребуется 7, а у нас их 15 $\Rightarrow$ ~~сифф. max КНОД~~ ^{сифф. max КНОД} 43, а само 301

вопрос как мы разгадаем 43 раз по 43 на 15 чисел, на который легко ответить

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

МА 000 252 2923

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано в этой стороне листа в рамке справа

1 (Продолжение)

~~Т.к. нам не хватает вид самих чисел~~

~~можно~~ ~~каждое~~ ~~разбить~~ ~~на~~ ~~15~~ ~~частей~~

2107 как $(a_1 + a_2 + \dots + a_{15}) \cdot 43$

43

где $a_1 + a_2 + \dots + a_{15} = 43$ и где

a_i - второй множитель у любого из чисел

при записи их как $43 \cdot a_i \Rightarrow$

Т.к. нам не хватает вид самих чисел

то можно 43 разбить на абсолютно любое 15 ^{целых} слагаемых что возможно

например (например 1 ²⁹ ~~раз~~) $\Rightarrow$ ответ

~~на~~ Максимальный НОД = 43



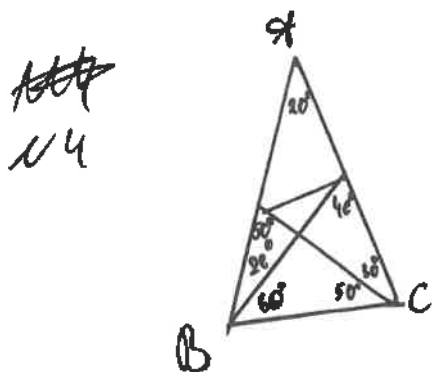
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 5 2 2 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа



1/2 Т.к. обе дроби равны $\Rightarrow a=1!$

$$ax^2 + bx + c = (a+1)x' + (b-2,5)x' + c-11$$

$$ax^2 + bx + c = ax'^2 + x'^2 + bx' - 2,5x' + c - 11$$

$$ax^2 + bx = ax'^2 + x'^2 + bx' - 2,5x' - 11$$

$$a(x^2 - (x+1)^2) + b(x - x - 1) = (x+1)^2 - 2,5(x+1) - 11$$

$$a(x^2 - x^2 - 2x - 2) - b = x^2 + 2x + 1 - 2,5x - 10$$

$$-2ax - 2a - b = x^2 + 2x + 1 - 2,5x - 10$$

$$-2ax - 2a - b = x^2 - 0,5x - 9$$

$0 = x^2 + x(2a - 0,5) + (2a + b - 9)$ Так как b это и равно $x, 4x$
и b $ax^2 + bx + c$ корни одинаковые то

$$a=1, b=2 \cdot 1 - 0,5 = 1,5, a c = 2 \cdot 1 + 1,5 - 9 = 3,5 - 9 = -5,5$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М	А	0	0	0	2	5	2	2	9	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2 (Продолжение)

Ответ: $x^2 + 1,5x - 5,5$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
и рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

ДИСТАНЦИОННЫЙ
ФОРМАТ

М А 0 0 0 2 0 9 8 4 2 3

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 4

Фамилия БЕЗРУКИХ

Имя АМТРИЙ

Отчество КОНСТАНТИНОВИЧ

Дата рождения 20.12.2007 Класс 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79226870091 Подпись Тер

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Бельчонок»

от

Безруков Ф. Александр

(ФИО участника)

Комитет на правах

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по математике, выполненной «26» сентября 2023 г. на площадке г. Ижевск
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

+79226870091 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

natusesh@gmail.com (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 04.04.23 00:30 м.

Подпись участника Олимпиады:

(Подпись)

ШИФР РАБОТЫ МА 0002098423

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

8 кл

Дата и время отправки работы (время – красноярское) 05.04.23 17:00

1	2	3	4	5	6
0	10	20	10	10	50

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 0 9 8 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамках строки

№2 $g(x) = x^2 + 2022x + 2024$ — исходный трехчлен
 квадрат числа суммы чисел $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 \Rightarrow$ *Корни не обязательно равны*
 $\Rightarrow$ нужно чтобы $x^2 + 2022x + 2024$ не сделалось вида $a^2 + 2ab + b^2$. Ката может просто попеременно уменьшать и увеличивать на 1 коэф. при x , тогда будет, например, 2022 и 2021, с 2021 не получится целых корней т.к. $2021 = 2ab \Rightarrow a$ или b будут не целыми. С 2022 $= 2ab \Rightarrow ab = 1011$, но $1011^2 = 1022121$, что по модулю 3 не совпадает с 2024 $\Rightarrow$ такое число Вася получить не сможет. Ответ. Да, сможет. Ходить попеременно $-1, +1, -1, +1 \dots$, чтобы были числа $\{2021, 2022, 2021, \dots\}$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 О 9 8 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что написано с этой стороны листа в рамках справа

№3. Все возможные пары для решения задач по арифметике: 6:
 (Аня - А) | АМ, АО, АС, МО, МС, ОС, чтобы удовлетворить усл.,
 (Мария - М) | зп. Олег решил 1 задачу по арифм., уберем его пару с
 (Олег - О) | С и М, останется АМ, АО, АС, МС, т.е. всего было 4 задачи
 (Света - С) | по арифмет. и 3 задачи по геометрии. Таблица:

N	1	2	3	4	5	6	7
Предмет	Ариф	Ариф	Ариф	Ариф	Геом	Геом	Геом
Решали	А М	А О	А С	М С	О М С	О М А	М А С

Также А решила больше С ->

-> поместим их вместе
 с Марией в задачи 5, 6.

Получается: Олег решил 1 задачу по арифм., 2 по геом.

Аня решила 5 задач, Света - 4 (5 > 4)

Среди всех решающих разный -> Ответ: Света решила 4
 задачи по арифметике, по геом. по 2.

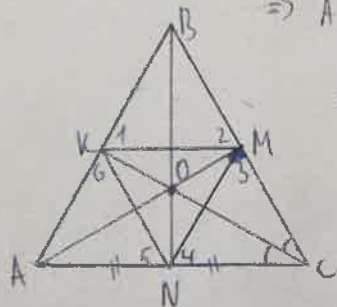
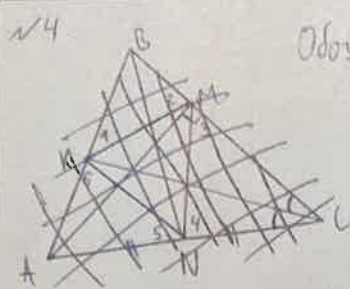
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 0 9 8 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверять только то, что написано с той стороны листа, в рамке справа



Обозначим $\angle B = \alpha \Rightarrow$

Дано: $\triangle KMN$ - равносторонний

$$\Rightarrow \angle A = 2 \cdot (90^\circ - \alpha) = 180^\circ - 2\alpha$$

$$\angle A + \angle C = 180^\circ - \alpha = \angle A + \angle C \Rightarrow \angle A = 180^\circ - \alpha - \angle C =$$

$$= 180^\circ - 2\alpha \Rightarrow \angle C = \alpha = \angle B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle CMA = \triangle BMA \quad (AM - \text{общ}, \angle AMC = \angle AMB, \angle C = \angle B) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AC = AB, MC = BM$$

$$\triangle CMO = \triangle BMO \quad (OM - \text{общ}, \angle OMC = \angle OMB, MB = CM) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle MCO = \angle OBM \Rightarrow \angle ABN = \angle KCA = \angle NBC \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle ABN = \triangle NBC \quad (AN = NC), \angle ABN = \angle NBC, BN - \text{общ} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle A = \angle C = \angle B = 60^\circ$$

Ответ: $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$

Не дано, что пересекаются в одной точке $\odot$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4.

М А 0 0 0 2 0 9 8 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№	1	2	3	4
Возможное кол-во полужен. мест.	1	2	3	4
кол-во вариантов рез-тата	1 вар.	8 вар.	18 вар.	24 вар.

1) 1 место - когда все прибежали вместе $\Rightarrow$ всего 1 вар.

2) 2 места - когда 3-е прибежали вместе, а 4-ые отдельно $\Rightarrow$ будет 4 в. $\cdot 2$, т.к. отдельно - может прибежать после тройки - 8 вар.

3) 3 места - 2-е прибеж. вместе и 2-е отдельно
 будет 6 в. $\cdot 3$ - 18 вар.
 6 в. $\cdot 2$ - 12 вар.
 6 в. $\cdot 1$ - 6 вар.
 (3-2-1 = 6)

4) 4 места - все отдельно $\Rightarrow 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ вар.

Всего: $1 + 8 + 18 + 24 = 51$ вар.

Ответ: 51 вар.

ВНИМАНИЕ! Проводятся только те, что даны с этой стороны листа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Родниковая 12, прокуринг

М	А	0	0	0	2	4	9	1	7	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 4

Фамилия Вершинкина

Имя Юлия

Отчество Михайловна

Дата рождения 15.05.08

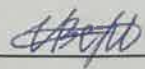
Класс 8

Предмет Математика

Работа выполнена на листах

Дата выполнения работы 26.02.23

Номер телефона 89124543151

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Бельчонок»

от

Вершининской Ирины Михайловны
(ФИО участника)

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по математике, выполненной «16» декабря 2023 г. на площадке Веста-дом
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

89225735908

(номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

vesta-home@yandex.ru (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 04.04.2023 21:00

Подпись участника Олимпиады: 

ШИФР РАБОТЫ MA0002491723

КЛАСС 8

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

Дата и время отправки работы (время – красноярское) 05.04.23 17⁰⁰

1	2	3	4	5	Σ
20	0	20	5	20	65

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 4 9 1 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



~ 1
Патур. число, заканч. на 2023, квадрат которого содержит 2023.

Рассмотрим число $2025 = 45^2$

⇒ Чтобы число 2025 не суммировалось с другим ~~числом~~ цифрами произведения, нужно превратить 45 в 4-х значное ⇒ 4500.

Рассмотрим число 45002023.

$45002023^2 = 2025182074092529$, не подходит, будем увеличивать число

$44992023^2 = 2024282144632529$

$44982023^2 = 2023382393172529 \Rightarrow \text{подходит.}$

⇒ Число 44982023, его квадрат

2023 382 393 172 529.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 4 9 1 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

~ 3 (лист 1)

А, М, О, С ≤ 7 задач

A > C

O: 2 Геом. + 1 Арифм.

По арифм. 2, по геом. 3,
НЕ БЫЛО ОДИНАК. СОСТАВА

⇒ ~~Множество~~ хотя бы 2 задачи по геометрии.
Пусть 2 задачи по геом. и 5 по арифм.

5 арифм. 2 геом.
1 раз есть O.

⇒ 4 задачи
остаток 3 чел.

⇒ Однако если 5 задач по арифм. и O участвует только в одной, останется 4 задачи ⇒ вариантов различия решений $\frac{3!}{1!1!} = 3$, а задач 4 ⇒ такого не может быть, т.к. не было одинак. состава.

⇒ задач по геометрии > 2.

Состав на решение задач по геометрии можно 3 способами, т.е. 2 способа с Омеом и только 1 без него, т.е. АМС. ⇒ задач по геометрии не более 3. ⇒ 2 < кол-во задач ≤ 3

⇒ Всего 3 задачи по геометрии. ⇒ 4 по арифметике.

4 арифм.
1 задача ОМ, ОА или ОЕ
оставшиеся АМ, МС, и АС
(другим способом выдать нельзя, т.к. 3 варианта размена.)

3 геом.
1 задача АМС
и оставшиеся
ОЕА, ОМА или ОМС.
(света точно участвует хотя бы в 1 из них)

⇒ Суммарно Света участвует хотя бы в 4 задачах. При этом если Света участвует в 4 в составе, ОАЕ и ОМЕ, то АМС участвует в составах: (⇒ в сумме у Светы) АМ, АС, АМС, ОЕА, ОА ⇒ у АМС тоже 5

ВНИМАНИЕ: Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

M	A	0	0	0	2	4	9	1	7	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа

03 (лист 2)

$\Rightarrow y \in M.K.$ Аня решила столько же, сколько и Света, а по условию $A > C$

⇒ Света не участвує в АМЕ и ОМА однократно,
но, если Света участвует еще хотя бы в ОС,
то у нее 5 зрач, т.е. ОС, МЕ, АС, АМЕ и ОСА, либо ОМС
В максим. случае у нее остается 4 или 5
зрач (АМ, АС, АМЕ, ~~ОМ, т.е. ОМА~~ ОМА + ОСА) ⇒ $\checkmark$,
условно зрач

$\Rightarrow$ Света решила меньше 5 задач $\Rightarrow$
Света решила 4 задачи.

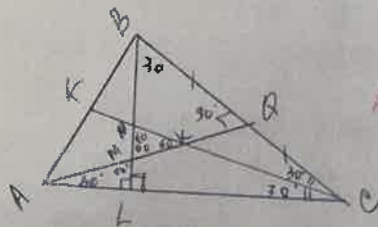
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МАООО2491723

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



~4

Найти углы $\triangle ABC$
 $KQ \perp MN$ - равностор. $\Rightarrow$ углы
 по 60° :
 $\angle AML$ и $\angle NMK$ - вертик.
 $\Rightarrow \angle AML = 60^\circ$

$$\Rightarrow \angle MAL = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

Рассмотрим $\triangle LNC$, $\angle CNL = 60^\circ$, $\angle NLC = 90^\circ \Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle LCN = 180^\circ - 60^\circ - 90^\circ = 30^\circ \Rightarrow \angle KBC = \angle LCN = 30^\circ$$

Рассмотрим $\triangle BLC$, $\angle BLC = 90^\circ$, $\angle LCB = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$

$$\Rightarrow \angle LBC = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

Рассмотрим $\triangle BMQ$, $\angle BMQ = 60^\circ$, $\angle MBQ = 30^\circ \Rightarrow$

$$\angle BQM = 180^\circ - 60^\circ - 30^\circ = 90^\circ$$

$\Rightarrow AQ$ - медиана, высота $\Rightarrow \triangle ABC$ - равност.

$$\Rightarrow \angle ACB = \angle ABC = 60^\circ \Rightarrow \angle BAC = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$$

$\Rightarrow \triangle ABC$ - равносторон.

$$\Rightarrow \angle A = 60^\circ, \angle B = 60^\circ, \angle C = 60^\circ$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МА 000 24 917 23

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

~5

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



4 спортсмена.

Если 4 придут враз $\Rightarrow$ 1 место, единственный вариант 1, 2, 3, 4.

Если придут 3 враз $\Rightarrow$ 2 места $\Rightarrow$ варианты:

1 234; 2 134; 3 124; 4 123; 5 134; 6 124; 7 134; 8 123; 9 134; 10 124; 11 134; 12 123; 13 134; 14 124; 15 134; 16 123; 17 134; 18 124; 19 134; 20 123; 21 134; 22 124; 23 134; 24 123; 25 134; 26 124; 27 134; 28 123; 29 134; 30 124; 31 134; 32 123; 33 134; 34 124; 35 134; 36 123; 37 134; 38 124; 39 134; 40 123; 41 134; 42 124; 43 134; 44 123; 45 134; 46 124; 47 134; 48 123; 49 134; 50 124; 51 134; 52 123; 53 134; 54 124; 55 134; 56 123; 57 134; 58 124; 59 134; 60 123; 61 134; 62 124; 63 134; 64 123; 65 134; 66 124; 67 134; 68 123; 69 134; 70 124; 71 134; 72 123; 73 134; 74 124; 75 134; 76 123; 77 134; 78 124; 79 134; 80 123; 81 134; 82 124; 83 134; 84 123; 85 134; 86 124; 87 134; 88 123; 89 134; 90 124; 91 134; 92 123; 93 134; 94 124; 95 134; 96 123; 97 134; 98 124; 99 134; 100 123; 101 134; 102 124; 103 134; 104 123; 105 134; 106 124; 107 134; 108 123; 109 134; 110 124; 111 134; 112 123; 113 134; 114 124; 115 134; 116 123; 117 134; 118 124; 119 134; 120 123; 121 134; 122 124; 123 134; 124 123; 125 134; 126 124; 127 134; 128 123; 129 134; 130 124; 131 134; 132 123; 133 134; 134 124; 135 134; 136 123; 137 134; 138 124; 139 134; 140 123; 141 134; 142 124; 143 134; 144 123; 145 134; 146 124; 147 134; 148 123; 149 134; 150 124; 151 134; 152 123; 153 134; 154 124; 155 134; 156 123; 157 134; 158 124; 159 134; 160 123; 161 134; 162 124; 163 134; 164 123; 165 134; 166 124; 167 134; 168 123; 169 134; 170 124; 171 134; 172 123; 173 134; 174 124; 175 134; 176 123; 177 134; 178 124; 179 134; 180 123; 181 134; 182 124; 183 134; 184 123; 185 134; 186 124; 187 134; 188 123; 189 134; 190 124; 191 134; 192 123; 193 134; 194 124; 195 134; 196 123; 197 134; 198 124; 199 134; 200 123; 201 134; 202 124; 203 134; 204 123; 205 134; 206 124; 207 134; 208 123; 209 134; 210 124; 211 134; 212 123; 213 134; 214 124; 215 134; 216 123; 217 134; 218 124; 219 134; 220 123; 221 134; 222 124; 223 134; 224 123; 225 134; 226 124; 227 134; 228 123; 229 134; 230 124; 231 134; 232 123; 233 134; 234 124; 235 134; 236 123; 237 134; 238 124; 239 134; 240 123; 241 134; 242 124; 243 134; 244 123; 245 134; 246 124; 247 134; 248 123; 249 134; 250 124; 251 134; 252 123; 253 134; 254 124; 255 134; 256 123; 257 134; 258 124; 259 134; 260 123; 261 134; 262 124; 263 134; 264 123; 265 134; 266 124; 267 134; 268 123; 269 134; 270 124; 271 134; 272 123; 273 134; 274 124; 275 134; 276 123; 277 134; 278 124; 279 134; 280 123; 281 134; 282 124; 283 134; 284 123; 285 134; 286 124; 287 134; 288 123; 289 134; 290 124; 291 134; 292 123; 293 134; 294 124; 295 134; 296 123; 297 134; 298 124; 299 134; 300 123; 301 134; 302 124; 303 134; 304 123; 305 134; 306 124; 307 134; 308 123; 309 134; 310 124; 311 134; 312 123; 313 134; 314 124; 315 134; 316 123; 317 134; 318 124; 319 134; 320 123; 321 134; 322 124; 323 134; 324 123; 325 134; 326 124; 327 134; 328 123; 329 134; 330 124; 331 134; 332 123; 333 134; 334 124; 335 134; 336 123; 337 134; 338 124; 339 134; 340 123; 341 134; 342 124; 343 134; 344 123; 345 134; 346 124; 347 134; 348 123; 349 134; 350 124; 351 134; 352 123; 353 134; 354 124; 355 134; 356 123; 357 134; 358 124; 359 134; 360 123; 361 134; 362 124; 363 134; 364 123; 365 134; 366 124; 367 134; 368 123; 369 134; 370 124; 371 134; 372 123; 373 134; 374 124; 375 134; 376 123; 377 134; 378 124; 379 134; 380 123; 381 134; 382 124; 383 134; 384 123; 385 134; 386 124; 387 134; 388 123; 389 134; 390 124; 391 134; 392 123; 393 134; 394 124; 395 134; 396 123; 397 134; 398 124; 399 134; 400 123; 401 134; 402 124; 403 134; 404 123; 405 134; 406 124; 407 134; 408 123; 409 134; 410 124; 411 134; 412 123; 413 134; 414 124; 415 134; 416 123; 417 134; 418 124; 419 134; 420 123; 421 134; 422 124; 423 134; 424 123; 425 134; 426 124; 427 134; 428 123; 429 134; 430 124; 431 134; 432 123; 433 134; 434 124; 435 134; 436 123; 437 134; 438 124; 439 134; 440 123; 441 134; 442 124; 443 134; 444 123; 445 134; 446 124; 447 134; 448 123; 449 134; 450 124; 451 134; 452 123; 453 134; 454 124; 455 134; 456 123; 457 134; 458 124; 459 134; 460 123; 461 134; 462 124; 463 134; 464 123; 465 134; 466 124; 467 134; 468 123; 469 134; 470 124; 471 134; 472 123; 473 134; 474 124; 475 134; 476 123; 477 134; 478 124; 479 134; 480 123; 481 134; 482 124; 483 134; 484 123; 485 134; 486 124; 487 134; 488 123; 489 134; 490 124; 491 134; 492 123; 493 134; 494 124; 495 134; 496 123; 497 134; 498 124; 499 134; 500 123; 501 134; 502 124; 503 134; 504 123; 505 134; 506 124; 507 134; 508 123; 509 134; 510 124; 511 134; 512 123; 513 134; 514 124; 515 134; 516 123; 517 134; 518 124; 519 134; 520 123; 521 134; 522 124; 523 134; 524 123; 525 134; 526 124; 527 134; 528 123; 529 134; 530 124; 531 134; 532 123; 533 134; 534 124; 535 134; 536 123; 537 134; 538 124; 539 134; 540 123; 541 134; 542 124; 543 134; 544 123; 545 134; 546 124; 547 134; 548 123; 549 134; 550 124; 551 134; 552 123; 553 134; 554 124; 555 134; 556 123; 557 134; 558 124; 559 134; 560 123; 561 134; 562 124; 563 134; 564 123; 565 134; 566 124; 567 134; 568 123; 569 134; 570 124; 571 134; 572 123; 573 134; 574 124; 575 134; 576 123; 577 134; 578 124; 579 134; 580 123; 581 134; 582 124; 583 134; 584 123; 585 134; 586 124; 587 134; 588 123; 589 134; 590 124; 591 134; 592 123; 593 134; 594 124; 595 134; 596 123; 597 134; 598 124; 599 134; 600 123; 601 134; 602 124; 603 134; 604 123; 605 134; 606 124; 607 134; 608 123; 609 134; 610 124; 611 134; 612 123; 613 134; 614 124; 615 134; 616 123; 617 134; 618 124; 619 134; 620 123; 621 134; 622 124; 623 134; 624 123; 625 134; 626 124; 627 134; 628 123; 629 134; 630 124; 631 134; 632 123; 633 134; 634 124; 635 134; 636 123; 637 134; 638 124; 639 134; 640 123; 641 134; 642 124; 643 134; 644 123; 645 134; 646 124; 647 134; 648 123; 649 134; 650 124; 651 134; 652 123; 653 134; 654 124; 655 134; 656 123; 657 134; 658 124; 659 134; 660 123; 661 134; 662 124; 663 134; 664 123; 665 134; 666 124; 667 134; 668 123; 669 134; 670 124; 671 134; 672 123; 673 134; 674 124; 675 134; 676 123; 677 134; 678 124; 679 134; 680 123; 681 134; 682 124; 683 134; 684 123; 685 134; 686 124; 687 134; 688 123; 689 134; 690 124; 691 134; 692 123; 693 134; 694 124; 695 134; 696 123; 697 134; 698 124; 699 134; 700 123; 701 134; 702 124; 703 134; 704 123; 705 134; 706 124; 707 134; 708 123; 709 134; 710 124; 711 134; 712 123; 713 134; 714 124; 715 134; 716 123; 717 134; 718 124; 719 134; 720 123; 721 134; 722 124; 723 134; 724 123; 725 134; 726 124; 727 134; 728 123; 729 134; 730 124; 731 134; 732 123; 733 134; 734 124; 735 134; 736 123; 737 134; 738 124; 739 134; 740 123; 741 134; 742 124; 743 134; 744 123; 745 134; 746 124; 747 134; 748 123; 749 134; 750 124; 751 134; 752 123; 753 134; 754 124; 755 134; 756 123; 757 134; 758 124; 759 134; 760 123; 761 134; 762 124; 763 134; 764 123; 765 134; 766 124; 767 134; 768 123; 769 134; 770 124; 771 134; 772 123; 773 134; 774 124; 775 134; 776 123; 777 134; 778 124; 779 134; 780 123; 781 134; 782 124; 783 134; 784 123; 785 134; 786 124; 787 134; 788 123; 789 134; 790 124; 791 134; 792 123; 793 134; 794 124; 795 134; 796 123; 797 134; 798 124; 799 134; 800 123; 801 134; 802 124; 803 134; 804 123; 805 134; 806 124; 807 134; 808 123; 809 134; 810 124; 811 134; 812 123; 813 134; 814 124; 815 134; 816 123; 817 134; 818 124; 819 134; 820 123; 821 134; 822 124; 823 134; 824 123; 825 134; 826 124; 827 134; 828 123; 829 134; 830 124; 831 134; 832 123; 833 134; 834 124; 835 134; 836 123; 837 134; 838 124; 839 134; 840 123; 841 134; 842 124; 843 134; 844 123; 845 134; 846 124; 847 134; 848 123; 849 134; 850 124; 851 134; 852 123; 853 134; 854 124; 855 134; 856 123; 857 134; 858 124; 859 134; 860 123; 861 134; 862 124; 863 134; 864 123; 865 134; 866 124; 867 134; 868 123; 869 134; 870 124; 871 134; 872 123; 873 134; 874 124; 875 134; 876 123; 877 134; 878 124; 879 134; 880 123; 881 134; 882 124; 883 134; 884 123; 885 134; 886 124; 887 134; 888 123; 889 134; 890 124; 891 134; 892 123; 893 134; 894 124; 895 134; 896 123; 897 134; 898 124; 899 134; 900 123; 901 134; 902 124; 903 134; 904 123; 905 134; 906 124; 907 134; 908 123; 909 134; 910 124; 911 134; 912 123; 913 134; 914 124; 915 134; 916 123; 917 134; 918 124; 919 134; 920 123; 921 134; 922 124; 923 134; 924 123; 925 134; 926 124; 927 134; 928 123; 929 134; 930 124; 931 134; 932 123; 933 134; 934 124; 935 134; 936 123; 937 134; 938 124; 939 134; 940 123; 941 134; 942 124; 943 134; 944 123; 945 134; 946 124; 947 134; 948 123; 949 134; 950 124; 951 134; 952 123; 953 134; 954 124; 955 134; 956 123; 957 134; 958 124; 959 134; 960 123; 961 134; 962 124; 963 134; 964 123; 965 134; 966 124; 967 134; 968 123; 969 134; 970 124; 971 134; 972 123; 973 134; 974 124; 975 134; 976 123; 977 134; 978 124; 979 134; 980 123; 981 134; 982 124; 983 134; 984 123; 985 134; 986 124; 987 134; 988 123; 989 134; 990 124; 991 134; 992 123; 993 134; 994 124; 995 134; 996 123; 997 134; 998 124; 999 134; 1000 123; 1001 134; 1002 124; 1003 134; 1004 123; 1005 134; 1006 124; 1007 134; 1008 123; 1009 134; 1010 124; 1011 134; 1012 123; 1013 134; 1014 124; 1015 134; 1016 123; 1017 134; 1018 124; 1019 134; 1020 123; 1021 134; 1022 124; 1023 134; 1024 123; 1025 134; 1026 124; 1027 134; 1028 123; 1029 134; 1030 124; 1031 134; 1032 123; 1033 134; 1034 124; 1035 134; 1036 123; 1037 134; 1038 124; 1039 134; 1040 123; 1041 134; 1042 124; 1043 134; 1044 123; 1045 134; 1046 124; 1047 134; 1048 123; 1049 134; 1050 124; 1051 134; 1052 123; 1053 134; 1054 124; 1055 134; 1056 123; 1057 134; 1058 124; 1059 134; 1060 123; 1061 134; 1062 124; 1063 134; 1064 123; 1065 134; 1066 124; 1067 134; 1068 123; 1069 134; 1070 124; 1071 134; 1072 123; 1073 134; 1074 124; 1075 134; 1076 123; 1077 134; 1078 124; 1079 134; 1080 123; 1081 134; 1082 124; 1083 134; 1084 123; 1085 134; 1086 124; 1087 134; 1088 123; 1089 134; 1090 124; 1091 134; 1092 123; 1093 134; 1094 124; 1095 134; 1096 123; 1097 134; 1098 124; 1099 134; 1100 123; 1101 134; 1102 124; 1103 134; 1104 123; 1105 134; 1106 124; 1107 134; 1108 123; 1109 134; 1110 124; 1111 134; 1112 123; 1113 134; 1114 124; 1115 134; 1116 123; 1117 134; 1118 124; 1119 134; 1120 123; 1121 134; 1122 124; 1123 134; 1124 123; 1125 134; 1126 124; 1127 134; 1128 123; 1129 134; 1130 124; 1131 134; 1132 123; 1133 134; 1134 124; 1135 134; 1136 123; 1137 134; 1138 124; 1139 134; 1140 123; 1141 134; 1142 124; 1143 134; 1144 123; 1145 134; 1146 124; 1147 134; 1148 123; 1149 134; 1150 124; 1151 134; 1152 123; 1153 134; 1154 124; 1155 134; 1156 123; 1157 134; 1158 124; 1159 134; 1160 123; 1161 134; 1162 124; 1163 134; 1164 123; 1165 134; 1166 124; 1167 134; 1168 123; 1169 134; 1170 124; 1171 134; 1172 123; 1173 134; 1174 124; 1175 134; 1176 123; 1177 134; 1178 124; 1179 134; 1180 123; 1181 134; 1182 124; 1183 134; 1184 123; 1185 134; 1186 124; 1187 134; 1188 123; 1189 134; 1190 124; 1191 134; 1192 123; 1193 134; 1194 124; 1195 134; 1196 123; 1197 134; 1198 124; 1199 134; 1200 123; 1201 134; 1202 124; 1203 134; 1204 123; 1205 134; 1206 124; 1207 134; 1208 123; 1209 134; 1210 124; 1211 134; 1212 123; 1213 134; 1214 124; 1215 134; 1216 123; 1217 134; 1218 124; 1219 134; 1220 123; 1221 134; 1222 124; 1223 134; 1224 123; 1225 134; 1226 124; 1227 134; 1228 123; 1229 134; 1230 124; 1231 134; 1232 123; 1233 134; 1234 124; 1235 134; 1236 123; 1237 134; 1238 124; 1239 134; 1240 123; 1241 134; 1242 124; 1243 134; 1244 123; 1245 134; 1246 124; 1247 134; 1248 123; 1249 134; 1250 124; 1251 134; 1252 123; 1253 134; 1254 124; 1255 134; 1256 123; 1257 134; 1258 124; 1259 134; 1260 123; 1261 134; 1262 124; 1263 134; 1264 123; 1265 134; 1266 124; 1267 134; 1268 123; 1269 134; 1270 124; 1271 134; 1272 123; 1273 134; 1274 124; 1275 134; 1276 123; 1277 134; 1278 124; 1279 134; 1280 123; 1281 134; 1282 124; 1283 134; 1284 123; 1285 134; 1286 124; 1287 134; 1288 123; 1289 134; 1290 124; 1291 134; 1292 123; 1293 134; 1294 124; 1295 134; 1296 1

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Дистанционно

М	А	0	0	0	2	1	1	9	7	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 4

Фамилия Волков

Имя Алексей

Отчество Андреевич

Дата рождения 17.06.2008 Класс 8

Предмет Математика

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79000455061 Подпись ВВ

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	6
5	5	20	0	20	50

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 1 1 9 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в разное время



№1

Если через чужой поставит 10000, то
получится число 100002023 и он
введет будет равен 12 02324722527
а он содержит последовательность 2023.
Так же найдут много натуральных чисел
которые заканчиваются на 2023 и через
них стоит 10⁴ и больше степеней.

№2

4046 полагается.

Рассмотрим все возможные
распределения цифр (~~цифры~~ а две
числа через ; означают различные
цифры по арифметике и геометрии
ответственно). Рассмотрим варианты
1; 6 и 2; 5 - они невозможны так
как разных вариантов из трех чисел
всего 4, а здесь цифр по геометрии
больше чем возможно. Варианты 3; 4
и 5; 2 тоже невозможны так как тогда
не ~~было~~ было бы цифр, чем
цифры в условии. Тогда остается только
вариант 4; 3. Рассмотрим цифр по
геометрии: перебор все варианты невозможны.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 1 1 9 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проводятся только те, кто записано с этой стороны листа в правой строке



Что Ана и Света решили 2 или 3 задачи,
вариантов что Света решила 3 задачи не существует
так как тогда Ана будет решить меньше
задач, тогда Света решила 2 задачи. Тогда же
3 задачи то и друг другу Ана и Света решили
2 или 3, так же вариантов что Света решила 3
задачи не существует. Тогда Света решила 4 задачи.
Ответ: 4.

25

Всего есть 75 вариантов.
когда приняли все одновременно (24),
когда последние приняли одновременно (12),
когда последние 2 приняли одновременно (12),
когда первые 2 приняли одновременно (12),
когда первые два приняли одновременно 6,
когда последние два приняли одновременно (6),
когда первые 3 приняли одновременно (4),
когда последние 3 приняли одновременно (4),
когда все приняли одновременно (1).
Сложив все это:

$$24 + 12 + 3 + 4 + 2 + 1 + 6 = 75 \text{ вариантов}$$

Ответ 75 вариантов.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

MA 000 2119 723

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Присоединяется только то, что написано в этой строке листа в правом столбце



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	О	О	О	2	8	1	2	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 4

Фамилия ДАВЛЯТШИН

Имя МИРОСЛАВ

Отчество МАКСИМОВИЧ

Дата рождения 16.10.2008

Класс 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 8 906 897 61 06

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Бельчонок»

от
Равякина Мiroslava Максимовича
(ФИО участника)

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по математике, выполненной «26» 02 2023 г. на площадке дистанционного формата
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

8-906-897-61-06 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

miroslav426069@gmail.com (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноеярское): 23:22

Подпись участника Олимпиады: 

ШИФР РАБОТЫ МА0002812523

КЛАСС 8

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

Дата и время отправки работы (время – красноеярское) 25-04-23 17⁰⁰

1	2	3	4	5	2
15	10	0	20	5	50

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

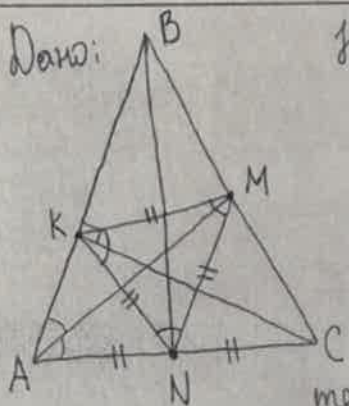
Вариант № 4

М А 0 0 0 2 8 1 2 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

4. Дано:



Найти: $\angle A, \angle B, \angle C$.

Решение: Поищем, что $\angle AKC = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$. Обозначим вершины равностороннего треугольника M, N, K.

Рассмотрим $\triangle AKC$, где AC - гипотенуза. Поищем, что $KN = \frac{1}{2} AC = AN$. Тогда NK и MN $\equiv$ AN. Рассмотрим $\triangle AMC$ т.к. $NM = \frac{1}{2} AC \Rightarrow \angle AMC = 90^\circ$. Обозначим $\angle A$ за α . Тогда $\angle AKC = \alpha$ т.к. $\triangle AKN$ - равнобедренный. $\Rightarrow \angle MAC = 0,5\alpha$ и $\angle KNA = 180^\circ - \alpha \Rightarrow \angle MNC = 2\alpha - 60^\circ$ т.к. $\angle KNM = 60^\circ$ т.к. $\triangle KNM$ - равносторонний. III к. $\triangle NMC$ также равнобедренный $\Rightarrow \angle NMC = \angle MCN = 120^\circ - \alpha$. Рассмотрим $\triangle ANM$. Поищем, что $\angle AMN = 1,5\alpha - 60^\circ \Rightarrow 1,5\alpha - 60^\circ + 120^\circ - \alpha = 90^\circ \Rightarrow 0,5\alpha + 60^\circ = 90^\circ \Rightarrow 0,5\alpha = 30^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ \Rightarrow \angle A = 60^\circ \Rightarrow \angle B = 120^\circ - \alpha = 60^\circ \Rightarrow \angle C = 60^\circ$

Ответ: $\angle A = 60^\circ, \angle B = 60^\circ, \angle C = 60^\circ$

5. Рассмотрим варианты случаев, когда спортсмены прибегают одновременно:

1 место	2 место	3 место	на 1 место могут прибегать 1, на 2 3, на 3 2
•	•	•	
•	•	•	
•	•	•	
•	•	•	

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 8 1 2 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа

На 1 место могут прибежать одновременно 4 $\Rightarrow$ это 1 вариант, 3 на 1 место и 1 на 2 $\Rightarrow 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ варианта, 2 на 1 место и 2 на 2 $\Rightarrow 24$ варианта и 2 на 1 место и 1 на 2 и 1 на 3 $\Rightarrow 24$ варианта. Если на 2 место 3 то только 1 на 1 $\Rightarrow 24$ вар. остальные варианты мы рассматривали. 2 на 2 место и 1 на 1 и 1 на 3 $\Rightarrow 24$ варианта. И остается, когда 1 на 1, 1 на 2 и 2 на 3. $\Rightarrow 24$ вар. Остальные варианты, где спортсмены вместе не прибегают $\Rightarrow 24$ вар. И в итоге $1 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 = 169$ вариантов.

Ответ: 169 вариантов.

2. Чтобы были корни надо разложить многочлен на множители: либо выделение полного квадрата, либо группировка. Рассмотрим оба случая:

Группировка:

Этот многочлен можно сгруппировать, если в многочле $ax^2 + bx + c$ $b - a = c$. В таком случае многочлен сгруппируется так:

$$x^2 + 2023x + 2022 = x^2 + 2022x + x + 2022 = (x+1)(x+2022)$$

Чтобы этого не случилось тоже нужно избегать моментов, когда $b - a = 3$, $b - a = 1$ и $b - a = 5$. Ей нужно и делать все так, чтобы она в следующем ходе не проиграла

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 8 1 2 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Вар

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с той стороны листа
в рамках задания

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с той стороны листа
в рамках задания

Выделение квадрата:

$$x^2 + 2x + 1$$

в этом случае при выгодном положении Катя
нужно увеличивать коэф. в т.к. чем больше b ,
тем больше нужно с т.к. $c = (\frac{1}{2}b)^2$

Ответ: Катя сможет помешать Васе.

1 1010069000000000002023

Ответ: 1010069000000000002023

Обоснований нет

2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М А 0 0 0 2 6 4 9 6 2 3

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 4

Фамилия М У С И Ф У Л И Н А

Имя Л И Л И Я

Отчество Р А Ш И Н О В Н А

Дата рождения 06.08.2008

Класс 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 8 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89025786716

Подпись *Л.И.Л.*

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

без запроса

+

Апелляционной комиссии
Университетской олимпиады
школьников
«Бельчонок»
По математике
От Мусифулиной Лилии
Адрес площадки проведения:
дистанционно
Класс: 8
Шифр: МА 0002649623

Апелляционное заявление на результаты проверки олимпиадной работы

Прошу пересмотреть результаты проверки моей олимпиадной работы.

Задача № 1/0 (Номер задачи/выставленный за нее балл)

Задача № 2/5 (Номер задачи/выставленный за нее балл)

Основанием для пересмотра баллов считаю:

Задача №1: В задаче было сказано найти какое-нибудь натуральное число, которое оканчивается на "2023" и квадрат которого содержит последовательность цифр "2023". Число было мною найдено и показано, что оно полностью удовлетворяет условию. Задача решена полностью верно.

Задача №2: Мною было приведено полностью верное решение своим оригинальным способом с использованием дискриминанта и теоремы Виета.

О себе сообщаю:

89025786716 (номер контактного телефона)

Результат рассмотрения апелляции прошу сообщить

sml24@yandex.ru (адрес электронной почты)

Дата и время подачи апелляции (время – красноярское): 07.04.2023 20:35

Подпись участника Олимпиады: Лилия

ЗАПОЛНЯЕТСЯ АПЕЛЛЯЦИОННОЙ КОМИССИЕЙ

Дата и время рассмотрения апелляции (время – красноярское) 11.04.23 9:00

Комментарии апелляционной комиссии:

№1 – верное решение; пункт №2 – рассмотрен в 2 частях: в общем случае утверждение, что число 2024135 не может быть

Результат рассмотрения апелляции: равно x_1, x_2 – неверно.

Повысить баллы за №1 с 0 до 20 баллов. Оставить без изменения баллы за №2 (5 баллов)

Члены Апелляционной комиссии:

Лилия / Мышкина Е.К.
Юлия / Мамыло Ю.В.
Илья / Шефер И.А.

1	2	3	4	5	2
0	5	20	20	18	63

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МАООО2649623

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что написано с этой стороны листа
и равносильно

23

Предположим, что было x задач по геометрии
и y задач по арифметике $\Rightarrow$ Всего задач $x+y$

1) $x-2$ задач по геометрии, которые не решил Олег.
Раз Олег не решил Олег, то решали (могли решать)
только: Марат, Аня и Света. Т.к. состав
решающих для каждой задачи был разный
и каждую задачу по геометрии решало трое,
то всего задач не решенных Олгом не более 3.
(Если она есть, то состав: М, А, С.)

$$\Rightarrow x-2 \leq 1 \quad (1)$$

2) $y-1$ задач по арифметике, которые не решил
Олег. Раз Олег не решил эти задачи, то их
могли решать только Марат, Аня и Света.
Всего возможных задач, которые не решил
Олег по арифметике: $C_3^2 = \frac{3!}{2! \cdot 1!} = 3$
Состав этих задач: МА, МС, АС.

$$\Rightarrow y-1 \leq 3 \quad (2)$$

(1) и (2) $\Rightarrow$

$$x-2 + y-1 \leq 4$$

$$x+y \leq 7, \text{ но } x+y=7 \Rightarrow x-2=1 \text{ и } y-1=3$$

$\Rightarrow$ Всего было 3 задачи по геометрии и 4 задачи по
арифметике.

В задачах, которые не решил Олег: Каждый из Ани, Марата
и Светы решил по 3 задачи.

МАООО2649623

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте, чтобы то, что написано с той стороны листа, в расчёте не вошло.

13) Продолжение.

Астимель рассмотрела 3 задачи с участием Олега в решениях.

О . . .

Геометрия

О . . .

Геометрия

О .

Арифметика

Если Света участвовала в решении 2-х из этих геометрий, то ~~минимум~~ Составил: ОСМ; ОСА.
 Света решила 2 задачи из рассмотренных, а Аня в этом случае сможет решить максимум 2 задачи из рассмотренных. Тем самым Аня будет решать не больше Светы, что противоречит условию. ☹

Если Света участвовала в решении 1-й из рассмотренных геометрий.

Если Света решила ещё и Арифметику (задачу, в которой принял участие Олег); то Света решила 2 из рассмотренных задач, а Аня сможет решить не более двух рассмотренных задач. Тем самым Аня решила не больше Светы. Противоречие.

⇒ Света не решила арифметическую задачу из рассматриваемых. ⇒ ~~Света~~ Света решила 1 задачу из рассмотренных (1 геометрию).

Всего задач, которые решила Света: 3 задачи, в которых не решил Олег + 1 задача, в которой решил Олег.
 $3+1=4$ задачи.

Ответ: 4 задачи.

№ 1)

Число: 500 2023

$$(5002023)^2 = 25020234092529$$

Ответ: 5002023

№ 5)

а) Если никто одновременно не приходит;

$$A_4^1 = \frac{4!}{(4-1)!} = 4! = 24 \text{ способа } [4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4!]$$

б) Если двое пришли одновременно, а двое других нет;

$$\begin{array}{cc} \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{array}$$
Выбрать двоих, которые одновременно: $C_4^2 = \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!}$ Вставить их в порядке: $A_{(4-1)}^3 = A_3^3 = \frac{3!}{(3-3)!} = 3! = 6$

$$\text{Всего: } C_4^2 \cdot A_3^3 = \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} \cdot 3! = \frac{4! \cdot 3!}{2! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 2} = \frac{3! \cdot 3!}{2 \cdot 2} = 36 \text{ (способов)}$$

в) Если двое пришли одновременно, и двое других тоже;

$$\begin{array}{cc} \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{array}$$
Выбрать двоих: $C_4^2 = \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!}$ Вставить их в порядке: $A_{(4-2)}^2 = A_2^2 = \frac{2!}{(2-2)!} = 2!$ переставляем 2 группы по 2 человека

$$\text{Всего: } C_4^2 \cdot A_2^2 = \frac{4!}{2! \cdot 2!} \cdot 2! = \frac{4!}{2!} = 4 \cdot 3 = 12 \text{ способов}$$

г) Если трое пришли одновременно;

$$\begin{array}{ccc} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{array}$$
Выбрать троих: $C_4^3 = \frac{4!}{3! \cdot (4-3)!} = \frac{4!}{3!} = 4$ Вставить их в порядке: $A_{(4-2)}^2 = A_2^2 = \frac{2!}{(2-2)!} = 2! = 2$ переставляем 2 группы: 1 человек и 3 человека

$$\text{Всего: } C_4^3 \cdot A_2^2 = 4 \cdot 2 = 8 \text{ способов}$$

N5) Произведение

• Если четверки приняты одновременно:

$$\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \downarrow & & & \end{array}$$
Возьмем произведение в четверках: $C_4^4 = \frac{4!}{4! \cdot (4-4)!} = 1$

Зачислять их в порядке не надо, т.к. от 4! = 24

от 4! = 24

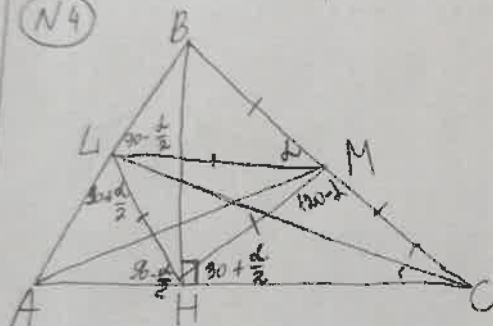
Всего: $C_4^4 = 1$ способ

Вариантов результатов:

$$24 + 36 + 12 + 8 + 1 = 81 \text{ вариант}$$

Ответ: 81 вариант

N4)



Дано:

 $\triangle ABC$

CL - биссектриса

AM - медиана

BN - высота

 $\triangle LMN$ - р/с.В $\triangle ABC$ найти угол.

Решение:

1) $\triangle BNC$

$$\left. \begin{array}{l} \angle BNC = 90^\circ \\ BN = NC \end{array} \right\} \Rightarrow BN = NC = HM$$

(медиана проведенная из угла в 90° равна $\frac{1}{2}$ гипотенузы)2) $BM = MC = HM$ (п.1)

$$\left. \begin{array}{l} \angle H = \angle M = \angle N \\ \triangle LMN - \text{р/с} \end{array} \right\} \Rightarrow \angle H = \angle M = \angle N = BM = MC$$

3) Обозначим $\angle BML$ как α , тогда $\angle HMC = 120 - \alpha$, т.к. $\angle HME$ равен $180^\circ - \angle BML - \angle LMN = 180^\circ - \alpha - 60^\circ = 120 - \alpha$ [$\angle LMN = 60^\circ$, т.к. $\triangle LMN$ - р/с]

Продолжение 1

4) $\triangle LMB$ - p/c , т.к. $LM = BM$ (п.2)

$$\left. \begin{aligned} \angle MBL = \angle MLB = (180^\circ - \angle LMB) : 2 \\ \angle LMB = \alpha \text{ (п.3)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle MBL = \angle MLB = (180^\circ - \alpha) : 2 = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$$

5) $\angle HLA = 180^\circ - \angle HLM - \angle MLB$

$$\left. \begin{aligned} \angle HLM = 60^\circ (\triangle HLM - \text{p/c}) \\ \angle MLB = 90^\circ - \frac{\alpha}{2} \text{ (п.4)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \angle HLA = 180^\circ - 60^\circ - 90^\circ + \frac{\alpha}{2} = 30^\circ + \frac{\alpha}{2}$$

6) $\triangle HMC$ - p/c , т.к. $HM = MC$ (п.2)

$$\left. \begin{aligned} \angle MHC = \angle MCH = (180^\circ - \angle HMC) : 2 \\ \angle HMC = 120^\circ - \alpha \text{ (п.3)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \angle MHC = \angle MCH = 30^\circ + \frac{\alpha}{2}$$

7) ~~$\angle LHA = 180^\circ - \angle LHM - \angle MHC$~~

$$\left. \begin{aligned} \angle LHA = 180^\circ - \angle LHM - \angle MHC \\ \angle LHM = 60^\circ (\triangle HLM - \text{p/c}) \\ \angle MHC = 30^\circ + \frac{\alpha}{2} \text{ (п.6)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \angle LHA = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$$

8) $\angle LAH = 180^\circ - \angle ALH - \angle LHA$

$$\left. \begin{aligned} \angle ALH = \angle HLA = 30^\circ + \frac{\alpha}{2} \text{ (п.5)} \\ \angle LHA = 90^\circ - \frac{\alpha}{2} \text{ (п.7)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \angle LAH = 60^\circ = \angle BAC$$

9) $\angle MCH = 30^\circ + \frac{\alpha}{2}$ (п.6)

$$\left. \begin{aligned} \angle HCL = \angle LCM \text{ (CL - бисс.)} \\ \angle MCH = \angle HCL + \angle LCM \end{aligned} \right\} \Rightarrow \angle HCL = \angle LCM = 15^\circ + \frac{\alpha}{4}$$

10) $\triangle LMC$ - p/c (п.2), т.к. $LM = MC$

$$\Rightarrow \angle MLC = \angle MCL = (180^\circ - \angle LMC) : 2$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа

14) Продолжение 2.

$$\left. \begin{aligned} \angle LMC &= \angle LMH + \angle HMC \\ \angle LMH &= 60^\circ (\text{д. LMH} - \text{р.10}) \\ \angle HMC &= 120 - \alpha (\text{п. 3}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle MLC = \angle MCL = \frac{\alpha}{2}$$

$$\left. \begin{aligned} 11) \angle MCL &= \angle LCM = 15^\circ + \frac{\alpha}{4} (\text{п. 9}) \\ \angle MCL &= \frac{\alpha}{2} (\text{п. 10}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 15^\circ + \frac{\alpha}{4} \quad | \cdot 4$$

$$2\alpha = 60^\circ + \alpha$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$\left. \begin{aligned} 12) \angle MCH &= 30^\circ + \frac{\alpha}{2} (\text{п. 6}) \\ \alpha &= 60^\circ (\text{п. 11}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \angle MCH = 30^\circ + \frac{60^\circ}{2} = 60^\circ$$

$$\left. \begin{aligned} 13) \angle MCH &= \angle BCA - \\ \angle MCH &= 60^\circ (\text{п. 12}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \angle BCA = 60^\circ$$

$$\left. \begin{aligned} 14) \angle ABC &= 180^\circ - \angle BAC - \angle BCA \\ \angle BAC &= 60^\circ (\text{п. 8}) \\ \angle BCA &= 60^\circ (\text{п. 13}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \angle ABC = 60^\circ$$

$$\text{Отвечая: } \angle ABC = \angle BAC = \angle BCA = 60^\circ$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 6 4 9 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

(N2)

$$x^2 + px + q = 0$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1 \cdot x_2 = q \end{cases} \text{ т. Виета.}$$

$$(т.е. q = 1)$$

$$D = p^2 - 4q$$

$$x_{1,2} = \frac{-p \pm \sqrt{D}}{2}$$

Если x_1 - целое, то x_2 тоже целое

$\sqrt{D}$ - целое $\Rightarrow D$ - квадрат числа, ≥ 0

Ⓘ Пусть n - ходов

$$p = (2022 + n)$$

$$q = (2024 + 3n)$$

$$D_1 = (2022 + n)^2 - 4 \cdot (2024 + 3n) = 4088484 + 2 \cdot 2022n + n^2 - 4 \cdot 2024 - 12n = 4080388 + n^2 + 4032n$$

$$D_2 = 4032^2 - 4 \cdot 4080388 = -64528$$

$\Rightarrow$ Если Катя всегда прибавляет 1, а Вася всегда прибавляет 3, то Катя сможет помешать Васе, т.е. выиграет.

$$\text{II} \quad p = (2022 - n), \quad q = (2024 - 3n)$$

$$D_1 = (2022 - n)^2 - 4 \cdot (2024 - 3n) = 4088484 - 2 \cdot 2022n + n^2 - 8096 + 12n = 4080388 + n^2 + 4056n$$

$\Rightarrow$ Если Катя всегда отнимает 1, а Вася всегда отнимает 3, то Катя выиграет

$$\text{III} \quad g(x) = x^2 + (2022 + k)x + (2024 + 3k)$$

т.е. Виета:

$$\underbrace{x_1 + x_2}_{\text{целое для Васи}} = - \underbrace{(2022 + k)}_{\text{целое}} \Rightarrow x_2 \text{ - тоже должно быть целым для Васи}$$

это если k чётно
Вася может то увеличивать, то уменьшать

12) Продолжение

~~Но для любых~~

$$x_1 \cdot x_2 = 2024 + 3S = 3 \left(674 \frac{2}{3} + S \right) \quad \begin{matrix} \text{целое} \\ \swarrow \end{matrix} \quad \text{— не целое, } 3 = \text{целое}$$

Но для x_1, x_2 — целое $\Rightarrow$ никогда не будет целых
корней $\Rightarrow$ Катя всегда выигрывает.

Ответ: КАТЯ МОЖЕТ ПОМЕШАТЬ ВАСИ ВЫИГРАТЬ
ПРИ ЛЮБЫХ ЕГО ХОДАХ.

$$x_1 x_2 = 2024 + 3S = 3 \left(674 \frac{2}{3} + S \right) \text{ — целое}$$

число,
в чем противоречие?

Вы показали только, что x_1 не
может равняться 3.

Например, при $S = 10$.

$$2024 + 3 \cdot 10 = 2054 = 26 \cdot 79$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Прокторинг

МА 000 23 866 23

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 4

Фамилия СИДОРОВ

Имя ТИМОФЕЙ

Отчество АЛЕКСЕЕВИЧ

Дата рождения 01.09.2008

Класс 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на _____ листах

Дата выполнения работы _____

Номер телефона 89614130390

Подпись

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	Σ
20	5	20	10	10	65

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»
 Вариант № 4
 Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»
 Вариант № 4
 Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»
 Вариант № 4

М А 0 0 0 2 3 8 6 6 2 3
 Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

12
 2a, 2
 1) Ком
 розн
 ho
 go
 ho
 poi
 ho
 uk
 eu
 x

Всего 7 задач
 и Ана(А); Марат(М); Катя(С); Олег(О)
 Олег 2 реш.; 1. Арифм.
 $A > C$
 Т.е. в м. всего 2 задачи по тем (считая м.)
 5 задач. Арифм.
 $\begin{matrix} 0 & 1 & A \\ 0 & 1 & \\ M & 1 & A \\ M & 1 & C \end{matrix}$
 Скорее всего не использовать Аню
 не хватает в ов.
 $\Rightarrow$
 II в м. берем 3 задачи по тем.
 Арифм (4 зад.)
 $\begin{matrix} 0 & 1 & A \\ 0 & 1 & \\ M & 1 & A \\ M & 1 & C \end{matrix}$
 $\begin{matrix} 0 & 1 & A \\ 0 & 1 & \\ M & 1 & A \\ M & 1 & C \end{matrix}$
 подходит $\Rightarrow$ верно.
 Ответ и задачи

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 3 8 6 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Прочитайте задание по-русски, что написано в этой стороне листа



W5

1) Найдём кол-во в.ов без одновременного флиппа.

Оно равно: $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$

2) Найдём кол-во вариантов с 3-мя одновременными: $4 \cdot 2 = 8$

с 2-мя одновременными:

а $2 \cdot 6 = 12$? 6.

с 1-м одновр.: 16-м.

Сумма: $24 + 8 + 12 + 16 = 60$ в-тов

Ответ: 60

Олимпиада шко
Вариант № 4

Вариант № 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬ

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МА0002386623

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Шифр (НЕ ЗАПО

ВНИМАНИЕ! Прочитайте внимательно, что написано с этой стороны листа
в рамке справа



Да, может.

1) Если k должна постоянно увеличиваться
разрыв, если k ± 3 , то k ± 1 и наоборот

но при этом k должна не
допустить шагу, в которой k ± 1
на 1 больше числа k

Также, она должна находиться

на k ± 3 k ± 1 и наоборот

и, правда, не получится ли число k ± 1

если получится, то наоборот

кор.

А вдруг в обоих вариантах будет
число k ± 1 ?

500002023
 500002023
 1500006069
 16

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МА0002386623

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Олимпиада школы



сб 8
 => 9

✓1

Дано: число (... 2023) влю квадрат
 содержит 2023

$$1) \text{Найдём } 2023^2 = 4092529$$

2023
 2023
 6069
 40460
 4046000
 4092529

чтобы нам получить 2023

в числе это несколько раз.

$$2023 \cdot 1 + 2023 \cdot 9; \dots 2023 \cdot 5100$$

$$2023 \cdot 5 + 2023 \cdot 5$$

ведь все же равно! $2023 \cdot 10$

нам получается равно $2023 \cdot 5 \cdot 2$

так же как квадрат.

также добовим несколько нулей (≥ 4)

чтобы 2023 не находилось на 4092529
 и получается 5000002023

Ответ: 5000002023

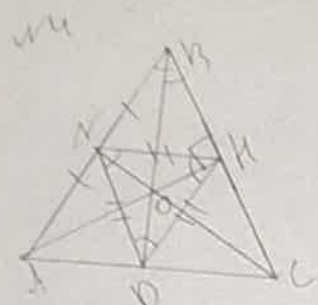
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МА0002386623

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проведите только то, что написано с этой стороны листа
и только справа



Дано: $\triangle ABC$ произв.
 AD - выс.; BE - мед.; CF - выс.
 Найти: $\angle A, \angle B, \angle C$.

Решение:
 н.т. $\triangle MNH$ равност.
 н.т. $\triangle ABC$ равност.

Не дано, но
 пересечение
 в одной точке O
 можно было бы доказать, что O - центр пересечения высот (равност. $\triangle$)

$\Rightarrow$ это центр высот $\triangle ABC$

$\Rightarrow O$ - пер.-вис.

$\Rightarrow BE$ - вис.; AD - вис.; CF - вис.

$\Rightarrow \triangle ABC$ - равност.

$\Rightarrow \angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$

Ответ: $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	2	7	9	1	3	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения _____

Шифр _____

Вариант № 4

Фамилия СОРОКИНА

Имя АРИНА

Отчество ДМИТРИЕВНА

Дата рождения 27.06.2008 Класс 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7 952 027 34 71 Подпись Арина

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 7 9 1 3 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	Σ
10	5	20	1	10	56

А - Ана

О - Олег

М - Марат

С - Света

Варианты состава решающих задачи по арифметике
АО (Ана и Олег), ОС, ОМ, АМ, АС, СМ.

Олег решил только 1 задачу по арифметике $\Rightarrow$ по арифметике максимум 4 задачи.

Варианты состава реш. задач по геометрии

ОАС, ОМА, ОСМ, САМ.

Олег решил 2 зад. по геометрии $\Rightarrow$ по геометрии может быть максимум 3 задачи.

2) Всего 9 задач, 4 зад. по арифметике, 3 зад. по геометрии.
Могут быть такие варианты:

I. по геометрии: ОАС (1 зад.), ОМА (2 зад.), САМ (3 зад.)
по арифметике: АМ, АС, СМ, АО
Олег решил больше задач, чем Света.
Света - 4 зад.

II по геометрии: ОАС, ОМА, САМ
по арифметике: АМ, АС, СМ, ОС
Ана и Света реш. поровну задач.

III по геометрии: ОАС, ОМА, САМ
по арифметике: АМ, АС, СМ, ОМ
Ана больше Света,
Света - 4 зад.

IV по геометрии: ОМА, ОСМ, САМ
по арифметике: АМ, АС, СМ, АО
Ана - 5 зад.
Света - 4 зад.

V по геометрии: ОМА, ОСМ, САМ
по арифметике: АМ, АС, СМ, ОС
Света больше Ана

VI по геометрии: ОМА, ОСМ, САМ
по арифметике: АМ, АС, СМ, ОМ
Ана и Света поровну

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 7 9 1 3 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

VII по нем: ОАС, ОСМ, САМ } Ана и Света поровну
по шифр: АМ, АС, СМ, АО }

VIII по нем: ОАС, ОСМ, САМ } Света больше Ана
по шифр: АМ, АС, СМ, ОС }

IX по нем: ОАС, ОСМ, САМ } Света и Ана поровну
по шифр: АМ, АС, СМ, ОМ }

В трех случ. кот. подходят по условиям задачи, Света решила 4 задачи.

Ответ: Света решила 4 задачи

~5

Варианты, как могут прибегнуть спортсмены:

- 1) все время одновременно (1 способ)
- 2) сначала один, потом одновременно остальные (4 способа)
- 3) сначала одновременно три, потом один (4 способа)
- 4) по очереди друг за другом (24 способа)
- 5) сначала двое, потом еще двое (6 способов)
- 6) сначала один, потом двое, последним (12 способов)
- 7) сначала один, потом один, послед. ~~одним~~ двое (12 способов)
- 8) сначала двое, потом один, потом один (12 способов)

1 - первый спортсмен

3 - третий спортсмен

2 - второй спортсмен

4 - четвертый спортсмен

2) (Решили 2 пункта)

1 2 3 4
1 1 1 1
(2 3 4) (1 3 4) (1 2 4) (1 2 3) => 4 спос.

3) (Реш. 3 пункта) т.к. в п. 2 4 способа, то и в п. 3 4 способа

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

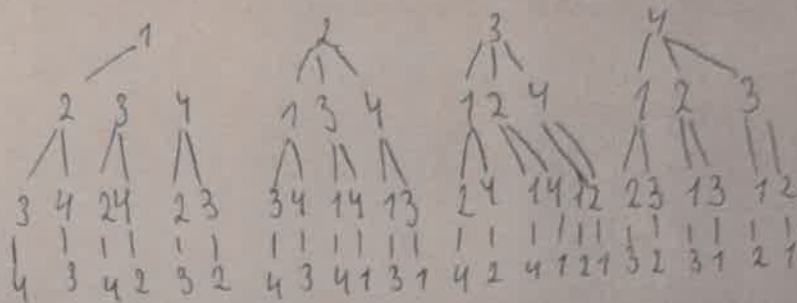
Вариант № 4

М А О О О 2 7 9 1 3 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверять только то, что написано с этой стороны листа и в рамке справа

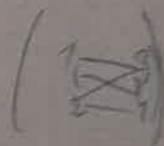
4) (Реш. 4 пункта)



=> 24 способа

5) (Реш. 5 пункта)

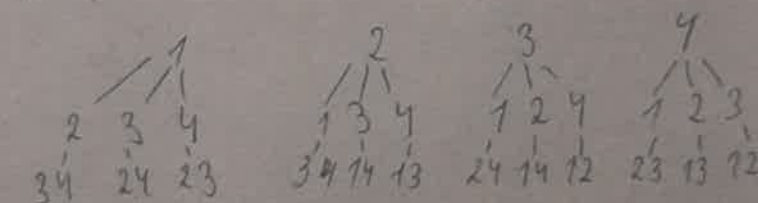
13 12 23 34 14 24
24 34 14 12 23 13



=> 6 способов



6, 7, 8) (Реш. 6, 7 и 8 п.)



12 сп в кажд. п

42

$$1 + 4 + 4 + 24 + 6 + 12 \cdot 3 = 15 + 24 + 36 = 75(\text{сп})$$

Ответ: возможно 75 вариантов результатов

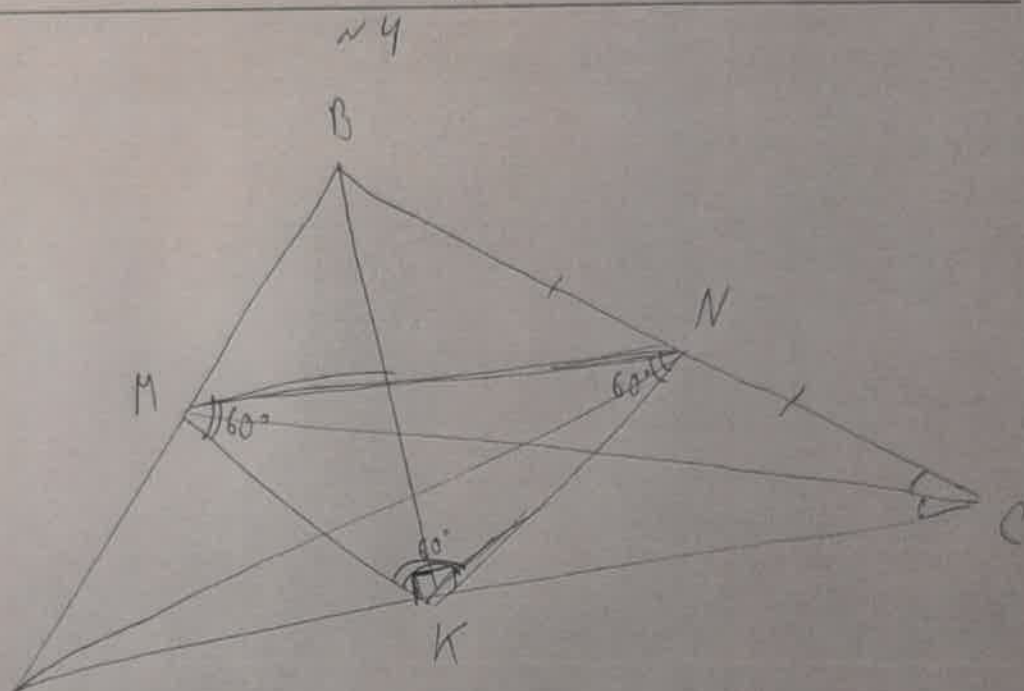
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МА 000 27 91 323

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что написано с этой стороны листа и ранее справа



$$MN = MK = NK$$

$$\angle MNK = \angle NKM = \angle KMN = 60^\circ$$

Решение а) 1

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 7 9 1 3 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа

Числа в квадрате числа получить 2023, надо взять
 например $9000000x000002023$
 y - может быть любой число
 x - $x \cdot 3 \cdot 2$ должно равняться 3.
 км-во чисел может быть разными

Но Катя может написать Васе, при этом
 она должна при любых ходах Васи увеличивать
 или уменьшать старший коэффициент так, чтобы
 дискриминант не являлся квадратом какого-либо
 числа. (Если так, чтобы в не зависимость от
 того, как изменит Вася свободный член, значе-
 ние дискриминанта не было квадратом
 какого либо числа) (Тогда при нахождении корней
 $\sqrt{D}$ не будет целыми числами $\Rightarrow$ не будет
 не будет целых корней)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	2	8	2	6	1	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 4

Фамилия МАЛЬЦЕВ

Имя АЛЕКСЕЙ

Отчество ЕВГЕНЬЕВИЧ

Дата рождения 23.05.2008 Класс 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы 26.2.23

Номер телефона 79115221203 Подпись Мальцев

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, из которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Вариант № 4

M A O O O 2 8 2 6 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	Σ
20	0	0	20	20	60

Катришар, тило

50000 2023, Велб

50000 2023 + 50000 2023 = 100000 2023 00:00 2529

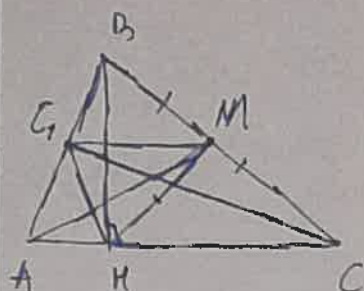
железнодорожный

50000 2023
 50000 2023
 100000 60 69
 100000 9 09 8
 100000 40 15
 250000 10 11 5
 250000 2023 04 03 25 29

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что написано в этой стороне листа
 в разрезе суров



24



(сорт. HB - высота, AM - медиана,
 $\angle C_1$ - биссектриса)

Заметим, что HM - медиана в пр. тр., т.е.

$$HM = \frac{1}{2} BC, HM = BM = MC.$$

Пусть $\angle ACC_1 = \angle$. Тогда и $\angle BCC_1 = \angle$ (т.к. CC_1 - бисс.). $\Rightarrow \angle ACB = 2\angle$.

$$HM = MC \text{ (по док.)}$$



$\triangle HMC$ - р.б.



$$\angle HMC = 2\angle$$

$$\angle BHC = 90^\circ$$

$$\text{т.к. } \angle BHM = 90 - 2\angle$$

Также т.к. $\angle HCM = 2\angle$ и $\angle HMC = 2\angle$, то $\angle CMH = 180 - 4\angle$.

$\angle C_1MH$ - угол при вершине $\Rightarrow \angle C_1MH = 60^\circ$

$$\angle C_1MB = 180 - (180 - 4\angle) - 60 = 4\angle - 60$$

т.к. $C_1M = HM$ ($\triangle C_1MH$ - р.б.),

а как мы знаем $HM = MB$, то $C_1M = MB$, т.е. $\triangle C_1MB$ - р.б.

МА0002826123

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$\text{т.е. } \angle BC_1M = \angle C_1BM = \frac{180^\circ - \angle C_1MB}{2} = \frac{180^\circ - (42^\circ - 60^\circ)}{2} = \frac{180^\circ - 42^\circ}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

$$\angle C + \angle B = 120^\circ, \text{ т.е. } \angle A = 60^\circ$$

показано, $C_1M = \frac{1}{2} CB \Rightarrow C_1M$ — мед-в пр. тр.
 $\Rightarrow \triangle CC_1B$ — равнобедренный. И при этом можно заметить, что $\angle C_1CB = 2^\circ$, $\angle C_1BC = 2^\circ$, т.е. $1 + 2^\circ = 90^\circ$,
 $3^\circ = 90^\circ$, $2 = 30$

$$\angle C_1BC = 60^\circ; \angle ACB = 60^\circ$$

Ответ: $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$

1^й б

Если все заняли равные места, то всего мест 4, а выбрать человека на 1 место 4 сп-ба, на 2-3 способа, на 3-2 сп-ба, на 4-1, т.е. всего вариантов $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$.

Если 2 поделили 1 место, то на 1 место есть $\frac{4 \cdot 3}{2}$ сп-бав выбрать 2 людей, на 2-2 сп-ба; на 3-1 сп-б.
т.е. всего $\frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2} = 12$ сп-бав.

Если поделили 2:

на 1 место 4 сп-ба, выбрать чел., на 2- $\frac{3 \cdot 2}{2}$; на 3-1 сп-б.
т.е. всего $\frac{4!}{2} = 12$ сп-бав.

Аналогично, если 2 поделили 3 место, сп-бав 12.

Если 3 поделили 1 место, то мест всего 2, выбрать ~~человека~~ ^{людей} на 1 место $\frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3!} = 4$ сп-ба, а человек на 2-1 сп-б.

Аналогично, если 3 поделили 2 место, то сп-бав всего 4.

Если 4 человека поделили 1 место, то все principles одинаково, т.е. варианты всего 1.



Также, если 2 поделили 2 место и 2 поделили 1 место, то сп-бав вычитать человека на 1 место $\frac{4 \cdot 3}{2}$, а на 2 $\frac{2 \cdot 1}{2}$, т.е. всею сп-бав $\frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4} = 6$.
 Т.е. всех сп-бав $24 + 12 + 12 + 12 + 4 + 4 + 1 + 6 = 75$.
 Ответ: ~~45~~ 75 сп-бав.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Новороссийск

М	А	0	0	0	2	8	8	1	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Кузнецов

Имя Владимир

Отчество Андреевич

Дата рождения 30.09.2008

Класс 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона + 4 (918) 448 00 35

Подпись

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	6
20	19	5	0	15	59

148

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 8 8 1 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$N1. a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{15} = 2107$$

Найдём все числа, на которые делится 2107:

$$2107 : 2107, : 301 : 43 : 49, : 7, : 1$$

Заметим, что делитель не простое число, т.к. тогда придётся представлять 2107 в виде $p \cdot x \cdot p$, где p - простое число.

Для 2107: $\text{НОД}(a_1; a_2; \dots; a_{15}) = 1$; если есть хотя бы одно число p и кем чисел вида $x \cdot p$, где x - натуральное

Представим число 2107 в виде 15 чисел, кратных 49

Тогда $2107 = 49 \cdot 43$, значит сумма 15 чисел содержит в себе 43 числа 49

$$144 = 3 \cdot 49, \text{ тогда}$$

$$144 \cdot 49 = 14 + 49 = 43 \text{ числа } 49 \text{ и равняется } 2107.$$

$$\Rightarrow \text{НОД}(a_1; a_2; \dots; a_{15}) = 49$$

Все число обязательно должно делиться на НОД, $\Rightarrow$ хотя бы равны ему. Но наибольшее значение НОД для 15 чисел - 49, т.к. $301 \cdot 15 = 4515 > 2107$

Ответ: 49

N2

$$1\text{-й трюк} x^2 + px + q = 0$$

По теореме Виета:

$$x_1 = a; x_2 = b$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1 x_2 = q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = -p \\ ab = q \end{cases}$$

$$2\text{-й трюк} 2x^2 + (p-2,5)x + (q-11) = 0 \quad | : 2$$

$$x^2 + \frac{(p-2,5)x}{2} + \frac{q-11}{2} = 0$$

Тогда по теореме Виета

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{(p-2,5)}{2} \\ x_1 x_2 = \frac{q-11}{2} \end{cases}$$

$$\text{Но } x_1 = a+1; x_2 = b+1, \text{ значит}$$

$$\begin{cases} a+1+b+1 = -\frac{(p-2,5)}{2} \\ ab = \frac{q-11}{2} \end{cases}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 8 8 1 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проворачивать только то, что записано с этой стороны листа в правую сторону



Найдём корни второго уравнения с помощью формулы

$$\begin{cases} a + b + 2 = \frac{-(p-2,5)}{2} \cdot 2 \\ 2(a+b) = \frac{q-11}{2} \cdot 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + 2b + 4 = -p + 2,5 \\ 2(a+b) = q - 11 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2(a+b) = -(p-2,5) \\ 2(a+b) = q - 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2(a+b) = -p + 2,5 \\ 2ab + 2a + 2b + 2 = q - 11 \end{cases}$$

Выразим p и q :

$$\begin{cases} p = -2(a+b) - 1,5 \\ q = 2ab + 2a + 2b + 13 \end{cases}$$

Но по первому уравнению $p = -(a+b)$ и $q = ab$
Составим 2 функции:

$$1) \begin{cases} p = -(a+b) \\ p = -2(a+b) - 1,5 \end{cases} \Rightarrow -(a+b) = -2(a+b) - 1,5 \quad | \cdot (-1)$$

$$\Rightarrow a+b = 2a+2b+1,5$$

$$2a+2b+1,5-a-b=0$$

$$a+b+1,5=0$$

$$a+b=-1,5$$

$$-p=a+b$$

$$-p=-1,5$$

$$p=1,5$$

$$2) \begin{cases} q=ab \\ q=2ab+2a+2b+13 \end{cases} \Rightarrow ab=2ab+2(a+b)+13-$$

$$\Rightarrow 2ab+2(a+b)+13-ab=0$$

$$ab+2(a+b)+13=0$$

$$a+b=-1,5$$

$$\Rightarrow ab+2 \cdot (-1,5)+13=0$$

$$ab-3+13=0$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 8 8 1 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа и только сиренки

$$a b + 10 = 0$$

$$a b = -10$$

$$q = a b$$

$$q = -10$$

значит исходный трёхчлен:

$$x^2 + 1,5x - 10 = 0$$

ответ: $x^2 + 1,5x - 10 = 0$

№ 5

Физика: 2 м, 2 г

Математика: 2 м, 2 г.

Информатика: 2 м, 1 г.

Всего: 3 г; 3 м.

мы можем собрать команду тремя способами:

1) м + м = 1 вариант из команды

2) м + г = г + м = 2 - 2 = 4 варианта из команды

3) г + г = 1 вариант

1) Если мы возьмём 1 или 3 способ, то

от одной команды поедет 2 мальчика, от другой: 2 девочки, от третьей: мальчик и девочка

Всего вариантов будет: $1 \cdot 4 \cdot 1 = 4$ варианта 6 способов выбрать команду. 6 \cdot 4

II) те команды отправят по 1 мальчику и по 1 девочке

Тогда вариантов будет: $4 \cdot 4 \cdot 4 = 16$ 64.

При 2 вариантах всего будет $4 + 16 = 20$ вариантов

ответ: 20 вариантов

Допустим также и существует

Тогда $n+3 = a^3$ и $n^2+3 = b^3$

Тогда $(n+3)^3 = a^9$

$$(a^3)^3 - (n+3)^3 = 0$$

$$\Rightarrow (a^3 - n - 3)(a^6 - 3a^2(n+3) + 3a(n+3)^2 - (n+3)^2) = 0$$

Почему?

ответ: не существует

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

МЭИ, Москва

М	А	0	0	0	2	7	7	9	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия ШУБИН

Имя МИХАИЛ

Отчество МИХАЙЛОВИЧ

Дата рождения 11.10.2008

Класс 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7 (925) 184-49-74

Подпись



Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	Σ
1	19	18	18	10	66

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 7 9 5 2 3

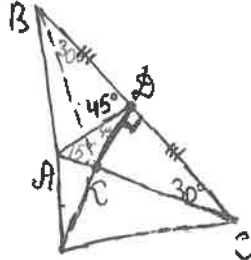
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание 1

Пример чисел: 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151,
НОД = 1?

Задание 5



Дано: $\triangle ABC$, D - середина BC ($BD=DC$, а значит AD - медиана), $\angle ACB = 30^\circ$, $\angle ADB = 45^\circ$

Найти: $\angle ABC$ - ?

Решение:

1) Провед. середин. $\perp$ -ляр к отрезку BC , пересекат. сторону AC в т. K .

Середин. $\perp$ -ляр пересечет т. D , т.к.

D - середина BC Он из серед. BC и $\perp BC$, верно.

$$2) \angle ADK = \angle BDK - \angle ADB = \angle BDK = \angle KDC = 90^\circ = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

$$3) \angle DAC + \angle ACD = \angle ADB \quad (\angle ADB - \text{внешний к } \triangle ADC)$$

$$\angle DAC = \angle ADB - \angle ACD = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$$

$$4) \angle DAK + \angle ADK + \angle AKD = 180^\circ \quad (\text{по т. о сумме } \angle\text{-ов } \triangle\text{-ка})$$

$$\angle AKD = 180^\circ - \angle DAK - \angle ADK = 180^\circ - 15^\circ - 45^\circ = 120^\circ$$

$$5) \angle DKC = 180^\circ - \angle AKD = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \quad (\angle DKC \text{ и } \angle AKD - \text{смежн.})$$

6) $\triangle KDC$ - пр/уг., т.к. $KD \perp DC$ (по постро.), но DK - катет, кот. лежит пртив $\angle ACB = 30^\circ$, равен половине гипотенузы KC (по св-ву пр/уг. $\triangle$ -ка с $\angle$ -ом 30°). Пусть $KD = x$, тогда $KC = 2x$

7) Провед. BK и рассм. $\triangle KBZ$: он пр/б, т.к. KD - высота, провед. к стороне BC , а BK также и медианой $\Rightarrow KC = KB = 2x$, $\angle ACB = \angle KBC = 30^\circ$

Вопрос про угол ABC .

Задание 1 (продолжение)

$$\begin{cases} n+2 = a^3 > 0 \\ n^2 - 2n + 4 = b^3 \end{cases} \Rightarrow n > -2$$

$$(n+2)(n^2 - 2n + 4) = (ab)^3$$

$$n^3 + 2^3 = (ab)^3$$

$$n^3 + 8 = (ab)^3$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 7 9 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание 2

$x^2 + vx + c$ - приведённый квадратн. трёхчлен
Пусть u и v - его корни, тогда по формулам Виета
 $u + v = -v$, т.к. это приведён. квадрат. трёхчлен
 $uv = c$

Если коэффициент перед x^2 увелич. на 2, а коэффициент перед x и свободный член увелич. на 4, то получ. такой квадрат. трёхчлен:

$$3x^2 + (v-4)x + (c-4)$$

По усл.: в усл.-ии сказано, что при выполн. всех вышеопис. действий (подчеркнуты) корни квадрат. трёхчлена увелич. на один, тогда $(u+1)$ и $(v+1)$ - корни трёхчлена $3x^2 + (v-4)x + (c-4)$; тогда по формулам Виета

$$(u+1) + (v+1) = -\frac{v-4}{3}$$

$$(u+1)(v+1) = \frac{c-4}{3}$$

Сост. систему ур-ий по усл. задачи:

$$u + v = -v$$

$$uv = c$$

$$(u+1) + (v+1) = -\frac{v-4}{3}$$

$$(u+1)(v+1) = \frac{c-4}{3}$$

$$u(v+1) + v+1 = \frac{c-4}{3}$$

$$uv + u + v + 1 = \frac{c-4}{3}$$

$$uv - v + 1 = \frac{c-4}{3}$$

$$uv - 1 + 1 = \frac{c-4}{3}$$

$$c = \frac{c-4}{3} \quad | \cdot 3$$

$$3c = c-4$$

$$2c = -4$$

$$c = -2$$

3) По ф. Виета (и по системе ур-ий):

$$u + v = -v = -1 \quad | \Rightarrow \quad u = -2, \text{ или } u = 1$$

$$uv = c = -2 \quad | \Rightarrow \quad v = 1, \text{ или } v = -2$$

$v = 1; c = -2; u = 1; v = -2$, или $v = 1; c = -2; u = -2, v = 1$ - решения системы ур-ий

$$1)(u+1) + (v+1) = -\frac{v-4}{3}$$

$$u + v + 2 = -\frac{v-4}{3}$$

$$2 - v = -\frac{v-4}{3} \quad | \cdot 3$$

$$6 - 3v = -(v-4)$$

$$6 - 3v = 4 - v$$

$$2 = 2v$$

$$v = 1$$

Теперь, зная коэффициенты $v=1, c=-2$, мы можем исходный квадрат. трёхчлен

Ответ: $x^2 + x - 2$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 7 9 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа

Задание 4

Обозначим цвета бельчат первыми буквами названий цветов (Р-рыжий, С-серый, Б-белый и т.д.), а позиции, на которых бельчата стоят в ряду - цифрами от 1 до 5. Из усл-ий сказано что РХС, ЧХП, СХБ, где Х означает фразу «не рядом с». Эту усл-ия можно записать в виде системы

$\begin{cases} РХС \\ ЧХП \\ СХБ \end{cases} \rightarrow РХСХБ$, т.е. рядом с серым могут стоять либо черныи, либо полосатый бельчонок

1) Предположим, что С бельч. стоит в ряду на позиции 2, тогда рядом с ним будут стоять Ч и П бельчата, тогда на оставшихся позициях будут стоять Б и Р бельчата

Варианты расстановки

$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & С & П & Б & Р \end{matrix}$; $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ П & С & 4 & Б & Р \end{matrix}$; $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & С & П & Р & Б \end{matrix}$; $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ П & С & 4 & Р & Б \end{matrix}$ (всего 4 сп.)

2) Предположим, что С бельч. стоит в ряду на позиции 4, тогда следуем усл-иям из пункта 1 аналогично

$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ Б & Р & Ч & С & П \end{matrix}$; $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ Б & Р & П & С & 4 \end{matrix}$; $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ Р & Б & Ч & С & П \end{matrix}$; $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ Р & Б & П & С & 4 \end{matrix}$ (всего 4 сп.)

3) Точно по таким же усл-иям из п. 2 для С бельчонка, стоящего на 3 позиции

$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ Б & Ч & С & П & Р \end{matrix}$; $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ Б & П & С & 4 & Р \end{matrix}$; $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ Р & Ч & С & П & Б \end{matrix}$; $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ Р & П & С & 4 & Б \end{matrix}$ (всего 4 сп.)

4) Рассм. случай, когда С бельчонок стоит на 1/5 позиции:

рядом с ним может стоять только Ч или П бельчонок

(по усл-иям). Рядом с этими бельчонками может стоять Б

или Р бельчонок, рядом с этими может стоять Ч или

П бельчонок (в зависимости от бельчонка, стоящего рядом

с С бельчонком), а рядом с этими может стоять

Б или Р (в зависимости от того, какой бельчонок, а

именно Б или Р, стоит м/у Ч и П бельчатами. Тогда

варианты расстановки таковы:

$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ С & Ч & Б & П & Р \end{matrix}$; $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ С & П & Б & Ч & Р \end{matrix}$; $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ С & Ч & Р & П & Б \end{matrix}$; $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ С & П & Р & Ч & Б \end{matrix}$
 $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ Р & П & Б & Ч & С \end{matrix}$; $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ Р & Ч & Б & П & С \end{matrix}$; $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ Б & П & Р & Ч & С \end{matrix}$; $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ Б & Ч & Р & П & С \end{matrix}$ (всего 8 сп.)

Значит всего способов $4+4+4+8=20$ (сп.)

Ответ: 20 способов

→ $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$, а не 4.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

МЭИ, Москва

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	2	3	0	7	3	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Очкалова

Имя Полина

Отчество Алексеевна

Дата рождения 27.05.2008

Класс 8

Предмет Математика

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79539061773

Подпись А

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Бельчонок»

от Оскаловой Полины Алексеевны
(ФИО участника)

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по математике, выполненной «26» февраля 2023 г. на площадке г. Москва
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

+7 953 906 17 73 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

oskalovalopolina@gmail.com (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – Красноярское): 05.04.2023 01:40

Подпись участника Олимпиады: П

ШИФР РАБОТЫ MA0002307323

КЛАСС 8

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

Дата и время отправки работы (время – Красноярское) 05 04 23 17⁰⁰

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 3 0 7 3 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6
20	19	5	0	20	64

Задание 1.

⊙ НОД является делителем числа 2107, т.к. каждое из слагаемых делится на НОД.

$$2107 = 7 \cdot 7 \cdot 43$$

⊙ НОД слагаемых $\leq \min$ слагаемого
 $\min$ из слагаемых не больше 140

⊙ Наибольший делитель 2107, который не больше 140 это 49

Значит, наибольший НОД равен 49.

Пример чисел: $49 + \dots + 49 + 1421$
 14

Задание 3

Рассмотрим остатки кубов и квадратов при делении на 9.

x	x ²	x ³
0	0	0
1	1	1
2	4	8
3	0	0
4	7	1
5	7	8
6	0	0
7	4	1
8	1	8

Получается, что возможные остатки
 квадратов: 0, 1, 4, 7
 кубов: 0, 1, 8.

Тогда:

$$1) n+3 \equiv 0 \pmod{9}$$

$$n \equiv 6 \pmod{9}$$

$$n^2 \equiv 0 \pmod{9}$$

$$n^2+3 \equiv 3 \pmod{9}$$

что невозможно

$$2) n+3 \equiv 1 \pmod{9}$$

$$n \equiv 7 \pmod{9}$$

$$n^2 \equiv 4 \pmod{9}$$

$$n^2+3 \equiv 7 \pmod{9}$$

невозможно

$$3) n+3 \equiv 8 \pmod{9}$$

$$n \equiv 5 \pmod{9}$$

$$n^2 \equiv 7 \pmod{9}$$

$$n^2+3 \equiv 1 \pmod{9}$$

возможно

Значит, такие n существуют.

Нет.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

МАОО2307323

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание 2.

Первый трёхчлен: $x^2 + bx + c$ Второй трёхчлен: $2x^2 + (b - 2,5)x + (c - 11)$

Применим теорему Виета к обоим трёхчленам:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -b \\ x_1 x_2 = c \\ (x_1 + 1) + (x_2 + 1) = -\frac{b - 2,5}{2} \\ (x_1 + 1)(x_2 + 1) = \frac{c - 11}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -b \\ x_1 x_2 = c \\ x_1 + x_2 + 2 = -\frac{b - 2,5}{2} \\ x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 1 = \frac{c - 11}{2} \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} x_1 + x_2 &= -b \\ x_1 + x_2 + 2 &= -\frac{b - 2,5}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow -b + 2 = -\frac{b - 2,5}{2} \Rightarrow 2b - 4 = b - 2,5$$

Отсюда $b = 1,5$

$$\left. \begin{aligned} x_1 x_2 &= c \\ x_1 + x_2 &= -1,5 \\ x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 1 &= \frac{c - 11}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow c - 1,5 + 1 = \frac{c - 11}{2} \Rightarrow 2c - 1 = c - 11$$

Отсюда $c = -10$.Тогда первый трёхчлен: $x^2 + 1,5x - 10$.Ответ: $x^2 + 1,5x - 10$.



Задание 5.

Выбрать 3 девочек в сборную можно так:

- по одной девочке из каждой команды. Тогда из любой команды обязательно будет одна девочка и один мальчик. Выбрать комбинацию д+м из одной команды можно 4 способами (каждая девочка в паре с любым из мальчиков).

В этом случае выбрать пары д+м ^{из каждой команды} в сборную можно 4^3 способами, т.е. 64 способами.

- из одной команды 2 девочки, из второй команды 1 девочка.

Тогда ~~в~~ из одной команды будет д+д, из второй д+м, из третьей м+м. Выбрать д+м из одной команды можно 4 способами, д+д можно выбрать единственным способом из одной команды, м+м единственным способом из одной команды.

Для всех команд получается, что д+м в сборную можно выбрать $4 \cdot 3 = 12$ способами, д+д $1 \cdot 2 = 2$ способами и м+м единственным образом из ещё не задействованной команды.

Значит, в этом случае сборную можно составить $12 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ способами.

Тогда всего способов составить сборную: $64 + 24 = 88$.

Ответ: 88 способов.

Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Бельчонок»

от Алтухова Максим
(ФИО участника) Александр

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по математике выполненной «26» 02 2023 г. на площадке дистанционной
(предмет) (дата) (региональная площадка) дари

О себе сообщаю:

89165837557 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

maria-miss@mail.ru (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 04.04.2023г. (14:10г.)

Подпись участника Олимпиады: Алтухов

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

ШИФР РАБОТЫ ~~МА 000 2184923~~ 8 кл МА 000 2184923

Дата и время отправки работы (время – красноярское) 05.04.23 17⁰⁰

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

M A O O O 2 1 8 4 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 5

ВНИМАНИЕ: Проставлять только то, что занесено с той стороны листа в рамках строк



Если все спортсмены придут одновременно, то будет возможен только один вариант распределения мест.

Если же любые три человека поделили между собой места, а кто-то не займет призовое место, то будет возможно $(1 \cdot 2 \cdot 3) \cdot 4 = 24$ варианта.

Если спортсмены поделили между собой только два призовых места, то получится $\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{2} = 12$ вариантов результатов соревнований участников.

Если заданы спортсмены все 3 призовых места (два спортсмена поделили любое призовое место между собой), то $(1 \cdot 2 \cdot 3) \cdot 3 = 18$ вариантов.

Значит, сложив все варианты, получится $1 + 24 + 12 + 18 = 55$ вариантов результатов соревнования.

Ответ: 55 вариантов

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 1 8 4 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ: Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках строки.

№1
Пусть $(x+2023)$ - натуральное число, означающее на 2023, тогда $(x+2023)^2$ должно содержать посмердователность цифр 2023, тогда $x^2 + 2 \cdot x \cdot 2023 + 2023^2 = (2000+23)^2 = 4000000 + 2 \cdot 23 \cdot 2000 + 23^2 = 4000000 + 92000 + 529 = 4092529$
 $2 \cdot x \cdot 2023$ - должно содержать посмердователность 2023, это возможно при $x = 5000000$,
 $(5000000+2023)^2 = (5000000)^2 + 2 \cdot 2023 \cdot 5000000 + 4092529 = 25000000000000 + 20230000000 + 4092529 = 25020234092529$
Ответ: число 5002023

№3		А	М	О	С	Всего человек
(Г) №1		①	①	①	X	
(Г) №2		X	①	①	①	
(А) №3		①	X	①	X	
(А) №4		①	①	X	X	
(Г) №5		①	①	X	①	
(А) №6		X	①	X	①	
(А) №7		①	X	X	①	

Пусть Г - геометрия, А - арифметика. Оне решил №1, №2 (Г) и №3 (А), №4-№7 - он не решил. Пусть Г (№1) решил Аня и Марат вместе с Олегом. №1 (Г) - решил - Марат, Оне и Света.
По условию Аня решила больше Света,
Пусть №3 (А) - решил Аня и Оне.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МАООО2184923

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в разное время

Людмила (4) — решила Аню и Марат, №5 (1) решила Аня, Марат и Света. Тогда, чтобы участники не ковырялись, №6 (1) решила Марат и Света и №7 (1) решила Аня и Света. Аня решила 5 задач, Света — 4 задачи, что соответствует условию.

Ответ: 4

№4.

П.к. образовавшийся предположим — равносторонний, у которого стороны равны, а медиана равна биссектрисе и высоте, то они пересекаются в одной точке и являются медианой и биссектрисой $\triangle ABC$. Значит $\triangle ABC$ тоже равносторонний и все углы по 60° .

Ответ: Все углы по 60° .

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 5 3 0 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

Задача 2023

Пусть x заданное число

$$x^2 = \dots 2023 \dots$$

$$x = \sqrt{\dots 2023 \dots}$$

Это число больше 4 знаков. Можно предположить, или искать методом подбора

Если число возводится в степень, то должно извлекаться из корня.

202300

4092529 - это число.

Или

20234092529

Ответ: 20234092529

№2

$$g(x) = x^2 + 2022x + 2024$$

Теорема Виета

$$x_1 + x_2 = -b$$

$$x_1 \cdot x_2 = c$$

Како изменяет x^2 и $2022x$

Васе увеличит или уменьшит 2024

Если $g(x)$ имеет целый корень

1	2	3	4	5	Σ
5	20	20	1	5	51

МД

$$\begin{array}{r} 2023 \\ + 2023 \\ \hline 4046 \\ 0000 \\ 0000 \\ \hline 4092529 \end{array}$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 5 3 0 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Кате надо держать стратегия, чтобы число не было кратно трем и, не равно нулю

Получается, что множители не кратны трем они не получаются целым числом

$$g(x) = x^2 + 2021x + 2024 + 3$$

$$g(x) = x^2 + 2020x + 2024 + 3$$

не кратны трем

Кате дана одна число или 2021 или 2020

№3

Пусть x-задач по арифметике, y-по геометрии

$$x + y = 7$$

По арифметике По геометрии

$$2y \neq$$

Задач по геом-и 2 человек

3 человек

Состав (РАЗНЫЙ!)

Задач по ариф-3

Аня больше задач чем свия

Олег 23 по геом и 13 по арифметике

1) Мне кажется, если Олег решил 13 по геометрии и 23 по арифметике, то состав был бы действительно разный

1) состав По арифметике 1, состав по геом 3. Состав по арифметике

Допустим

1) Олег + Аня

13

1) Олег + Мария

1) Аня + Свист

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 5 3 0 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проставлять гонимое то, что написано с той стороны листа в равном случае



4 состав по геометрии
Олег + Света +
Марат

5 состав по алгебре
Марат + Анна

6 состав по физике
Анна + Марат +
Света

4 состав по математике
Мы сделали
не можем,
Т.к все проверили

3-ий задан по алгебре - 4; по геометрии - 3
Делаем задание

1 Состав
Алгебра

2 Состав
Алгебра

3 Состав
по Алгебре

4 Состав

1) Олег + Анна
1 1

1) Марат + Анна
1 2

1) Марат + Света
2 1

Анна + Света
3 2

3 Состав
Геометрия

6 Состав

4 Состав

Олег + Марат + Анна
2 3 4

Олег + Анна + Света
5 3

Марат + Анна + Света
4 6 4

Итого

Олег - Всего 3 зад.

Анна - Всего 6 зад.

Марат - Всего 4 зад.

Света - Всего 4 зад.

Ответа: Света
решила
4
задачи

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 5 3 0 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа
в разное время



№4

Дано:

$\triangle ABC$.

Решение:

1) Доп. построение:

1. Проведем из

вершины A - биссектрису, AO - биссектриса.

Значит $\angle BAO = \angle OAC$.

2. Из вершины C - медиану CD - медиана

3. Из вершины B - высоту, BH - высота

2) $\triangle ABC$ - р/б и р/с. Значит $\angle A = 60^\circ$; $\angle B = 60^\circ$; $\angle C = 60^\circ$

Ответ все по 60° .

?

№5.

Число способов

I способ 2-й выигрыш.

4-й и 3-й - поделить

1-й последний.

II способ. 1-й выигрыш; 2-й - второй; 3-й - 3-й; 4-й - 4-й

III способ. 2-й выигрыш; 1-2; 3-3; 4-4

IV способ

V способ. 1-й выигрыш

4-й и 3-й поделить

2-й посл.

Всего $4 \cdot 4 = 16$.

Если еще

Еще таких 16

Ответ: 32.

Лист 4 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Красноярск

М	А	О	О	О	2	5	5	7	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 2

Фамилия Назаров

Имя Лев

Отчество Игоревич

Дата рождения 18.04.2007

Класс 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89509818532

Подпись

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Вариант № 2

М А О О О 2 5 5 7 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4 = (a+b)^4$$

$$a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4 = 4a^2 + 6 + a^4 + a^2$$

$$5a^3b + 5ab - 5a^2 - 5 = 0$$

$$5a^2(ab-1) + 5(ab-1) = 0$$

$$5(ab-1)(a^2+1) = 0$$

$$a^2+1 > 0, \text{ т.к. } a^2 \geq 0$$

$$ab-1=0$$

$$ab=1$$

$$\text{Ответ: } ab=1$$

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	12	0	72

11

Всего правдивых утверждений может быть 0 либо 1, так как если 2 и более, то разбойников равно n , и одновременно $n_2(n_1, n_2)$ у нас 3, 4, 10, 16. Рассмотрим случаи, когда правдиво только 1. Если это утверждение, что разбойников равно 3, 4, 10, тогда заметим, что раз все остальные верны, то они разбойники и их 30, 28, 26 соответственно $\Rightarrow$ противоречие. Если верно утверждение, что всего 16 разбойников, тогда это скажут 16 курцов, а остальные разбойники. Если же верно 0 утверждений, тогда все 32 жителя разбойники. Случай, когда разбойников 32 не противоречит никаким условиям и допустим. Тогда может быть 2 варианта: 16 и 32 разбойника.

Ответ: 16 или 32.

13

Заметим, что в промежутке от 104 до 203 есть более 10 простых чисел (как минимум простые числа 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157 и 163) (иногда простые 167, 169, 173, 179, 181, 191, 193, 197 и 199) $\Rightarrow$ в какой-то строке или столбце есть еще как минимум 2 простых числа, которые больше 104 (не встречаются ни в каком числе как множитель (р-н, 2-е р-простое, п-н) меньше 203), тогда такой строке или столбцу как равному произведению в столбцах или строках соответственно, так как только 1 из этих чисел может быть в строке-столбце произведений. Так как в произведении одно есть уникальное простое число, а во втором его быть не может, то такие произведения невозможны $\Rightarrow$ которых не могли быть одинаковыми.

Ответ: не могли.

14

$$y = 3x^4 + 3(q-2)x \quad y = 3p-12, \text{ где } y \in \mathbb{Z}, x \in \mathbb{Z}$$

$$3x^4 + 3(q-2)x = 3p-12 - \text{пока переопределения}$$

$$x^4 + qx - 2x = p-4$$

$$x^4 - 2qx + 4 = p - qx \quad \text{рассмотрим сравнение по модулю 2}$$

$$x^4 - 2qx + 4 \equiv x^4$$

$$p - qx \equiv 1 - x, \text{ т.к. если } p \text{ или } q \text{ или } p \wedge q = 2, \text{ то рассмотрим позже}$$

$$x^4 \equiv 0 \text{ или } 1$$

$$1 - x \equiv 1 \text{ или } 0 \text{ соответственно} \Rightarrow \text{если } p \text{ или } q \text{ или } p \wedge q \neq 2, \text{ то такого быть не может.}$$

$$\text{Если } q=2, p \neq 2, \text{ то } 3x^4 = 3p-12,$$

$$x^4 = p-4, \text{ если } p < 4, \text{ то } x \text{ не целое, если } p > 4, \text{ то рассмотрим сравнение по модулю 5}$$



$$x^4 \equiv 0 \text{ или } 1$$

$p \equiv 5, 6, 2, 3, 4$ Если $p=5$, то равенство в целых числах и верное

$p-4 \equiv 1$ (если $p=5$), $2, 3, 4, 0$ пара $(5; 2)$ подходит

Рассмотрим случаи, когда $p-4 \equiv 0$ и $x^4 \equiv 0$

$$x^4 = p-4$$

Рассмотрим сравнение по модулю 3

$$x^4 \equiv 0 \text{ или } 1$$

$$p-4 \equiv 0, 1 \text{ или } 2$$

Рассмотрим обратное $x^4 = p-4$ ($y=x^4$, $y=3p-12$)

заметьте, что $y=3x^4$ — парабола, а $y=3p-12$ — линейная функция $\Rightarrow y$ как не более 2 точек пересечения $\Rightarrow$

$x^4 = p-4$ имеет не более 2 решений

Верное решение: $p=5$, $x=1$

$$x^4 = p-4, \text{ если } p-4 \equiv 0 \text{ и } x^4 \equiv 0$$

Рассмотрим, что $x^4 + 4 \neq p$, где p — простое число ($x \neq 5$)

$$x^4 + 4 = p \quad \text{Если } x \equiv 1, \text{ то } p \equiv 0$$

$$x^4 \equiv 0 \text{ или } 1 \quad \text{Если } x^4 \equiv 0, \text{ то } p \text{ — простое число}$$

$$p = 5n+4, p \neq 2, 3, 4, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 247, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 287, 293, 299, 307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397, 401, 409, 419, 421, 431, 433, 437, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 473, 479, 487, 491, 499, 503, 509, 521, 523, 527, 539, 541, 547, 557, 563, 569, 571, 577, 581, 587, 593, 599, 601, 607, 613, 617, 619, 623, 629, 631, 637, 641, 643, 647, 653, 659, 661, 667, 671, 673, 677, 683, 689, 691, 697, 701, 703, 707, 713, 719, 727, 731, 733, 737, 743, 749, 751, 757, 761, 763, 767, 773, 779, 781, 787, 791, 793, 797, 803, 809, 811, 817, 821, 823, 827, 829, 833, 837, 839, 841, 847, 851, 853, 857, 859, 863, 869, 871, 873, 877, 881, 883, 887, 893, 897, 901, 907, 911, 913, 917, 919, 923, 927, 929, 931, 937, 941, 943, 947, 953, 959, 961, 967, 971, 973, 977, 983, 989, 991, 993, 997, 1001, 1003, 1007, 1009, 1013, 1017, 1019, 1021, 1023, 1027, 1029, 1031, 1033, 1037, 1039, 1043, 1047, 1049, 1051, 1053, 1057, 1059, 1063, 1067, 1069, 1073, 1077, 1079, 1081, 1083, 1087, 1089, 1091, 1093, 1097, 1099, 1101, 1103, 1107, 1109, 1111, 1113, 1117, 1119, 1121, 1123, 1127, 1129, 1131, 1133, 1137, 1139, 1141, 1143, 1147, 1149, 1151, 1153, 1157, 1159, 1163, 1167, 1169, 1171, 1173, 1177, 1179, 1181, 1183, 1187, 1189, 1191, 1193, 1197, 1199, 1201, 1203, 1207, 1209, 1211, 1213, 1217, 1219, 1221, 1223, 1227, 1229, 1231, 1233, 1237, 1239, 1241, 1243, 1247, 1249, 1251, 1253, 1257, 1259, 1261, 1263, 1267, 1269, 1271, 1273, 1277, 1279, 1281, 1283, 1287, 1289, 1291, 1293, 1297, 1299, 1301, 1303, 1307, 1309, 1311, 1313, 1317, 1319, 1321, 1323, 1327, 1329, 1331, 1333, 1337, 1339, 1341, 1343, 1347, 1349, 1351, 1353, 1357, 1359, 1361, 1363, 1367, 1369, 1371, 1373, 1377, 1379, 1381, 1383, 1387, 1389, 1391, 1393, 1397, 1399, 1401, 1403, 1407, 1409, 1411, 1413, 1417, 1419, 1421, 1423, 1427, 1429, 1431, 1433, 1437, 1439, 1441, 1443, 1447, 1449, 1451, 1453, 1457, 1459, 1461, 1463, 1467, 1469, 1471, 1473, 1477, 1479, 1481, 1483, 1487, 1489, 1491, 1493, 1497, 1499, 1501, 1503, 1507, 1509, 1511, 1513, 1517, 1519, 1521, 1523, 1527, 1529, 1531, 1533, 1537, 1539, 1541, 1543, 1547, 1549, 1551, 1553, 1557, 1559, 1561, 1563, 1567, 1569, 1571, 1573, 1577, 1579, 1581, 1583, 1587, 1589, 1591, 1593, 1597, 1599, 1601, 1603, 1607, 1609, 1611, 1613, 1617, 1619, 1621, 1623, 1627, 1629, 1631, 1633, 1637, 1639, 1641, 1643, 1647, 1649, 1651, 1653, 1657, 1659, 1661, 1663, 1667, 1669, 1671, 1673, 1677, 1679, 1681, 1683, 1687, 1689, 1691, 1693, 1697, 1699, 1701, 1703, 1707, 1709, 1711, 1713, 1717, 1719, 1721, 1723, 1727, 1729, 1731, 1733, 1737, 1739, 1741, 1743, 1747, 1749, 1751, 1753, 1757, 1759, 1761, 1763, 1767, 1769, 1771, 1773, 1777, 1779, 1781, 1783, 1787, 1789, 1791, 1793, 1797, 1799, 1801, 1803, 1807, 1809, 1811, 1813, 1817, 1819, 1821, 1823, 1827, 1829, 1831, 1833, 1837, 1839, 1841, 1843, 1847, 1849, 1851, 1853, 1857, 1859, 1861, 1863, 1867, 1869, 1871, 1873, 1877, 1879, 1881, 1883, 1887, 1889, 1891, 1893, 1897, 1899, 1901, 1903, 1907, 1909, 1911, 1913, 1917, 1919, 1921, 1923, 1927, 1929, 1931, 1933, 1937, 1939, 1941, 1943, 1947, 1949, 1951, 1953, 1957, 1959, 1961, 1963, 1967, 1969, 1971, 1973, 1977, 1979, 1981, 1983, 1987, 1989, 1991, 1993, 1997, 1999, 2001, 2003, 2007, 2009, 2011, 2013, 2017, 2019, 2021, 2023, 2027, 2029, 2031, 2033, 2037, 2039, 2041, 2043, 2047, 2049, 2051, 2053, 2057, 2059, 2061, 2063, 2067, 2069, 2071, 2073, 2077, 2079, 2081, 2083, 2087, 2089, 2091, 2093, 2097, 2099, 2101, 2103, 2107, 2109, 2111, 2113, 2117, 2119, 2121, 2123, 2127, 2129, 2131, 2133, 2137, 2139, 2141, 2143, 2147, 2149, 2151, 2153, 2157, 2159, 2161, 2163, 2167, 2169, 2171, 2173, 2177, 2179, 2181, 2183, 2187, 2189, 2191, 2193, 2197, 2199, 2201, 2203, 2207, 2209, 2211, 2213, 2217, 2219, 2221, 2223, 2227, 2229, 2231, 2233, 2237, 2239, 2241, 2243, 2247, 2249, 2251, 2253, 2257, 2259, 2261, 2263, 2267, 2269, 2271, 2273, 2277, 2279, 2281, 2283, 2287, 2289, 2291, 2293, 2297, 2299, 2301, 2303, 2307, 2309, 2311, 2313, 2317, 2319, 2321, 2323, 2327, 2329, 2331, 2333, 2337, 2339, 2341, 2343, 2347, 2349, 2351, 2353, 2357, 2359, 2361, 2363, 2367, 2369, 2371, 2373, 2377, 2379, 2381, 2383, 2387, 2389, 2391, 2393, 2397, 2399, 2401, 2403, 2407, 2409, 2411, 2413, 2417, 2419, 2421, 2423, 2427, 2429, 2431, 2433, 2437, 2439, 2441, 2443, 2447, 2449, 2451, 2453, 2457, 2459, 2461, 2463, 2467, 2469, 2471, 2473, 2477, 2479, 2481, 2483, 2487, 2489, 2491, 2493, 2497, 2499, 2501, 2503, 2507, 2509, 2511, 2513, 2517, 2519, 2521, 2523, 2527, 2529, 2531, 2533, 2537, 2539, 2541, 2543, 2547, 2549, 2551, 2553, 2557, 2559, 2561, 2563, 2567, 2569, 2571, 2573, 2577, 2579, 2581, 2583, 2587, 2589, 2591, 2593, 2597, 2599, 2601, 2603, 2607, 2609, 2611, 2613, 2617, 2619, 2621, 2623, 2627, 2629, 2631, 2633, 2637, 2639, 2641, 2643, 2647, 2649, 2651, 2653, 2657, 2659, 2661, 2663, 2667, 2669, 2671, 2673, 2677, 2679, 2681, 2683, 2687, 2689, 2691, 2693, 2697, 2699, 2701, 2703, 2707, 2709, 2711, 2713, 2717, 2719, 2721, 2723, 2727, 2729, 2731, 2733, 2737, 2739, 2741, 2743, 2747, 2749, 2751, 2753, 2757, 2759, 2761, 2763, 2767, 2769, 2771, 2773, 2777, 2779, 2781, 2783, 2787, 2789, 2791, 2793, 2797, 2799, 2801, 2803, 2807, 2809, 2811, 2813, 2817, 2819, 2821, 2823, 2827, 2829, 2831, 2833, 2837, 2839, 2841, 2843, 2847, 2849, 2851, 2853, 2857, 2859, 2861, 2863, 2867, 2869, 2871, 2873, 2877, 2879, 2881, 2883, 2887, 2889, 2891, 2893, 2897, 2899, 2901, 2903, 2907, 2909, 2911, 2913, 2917, 2919, 2921, 2923, 2927, 2929, 2931, 2933, 2937, 2939, 2941, 2943, 2947, 2949, 2951, 2953, 2957, 2959, 2961, 2963, 2967, 2969, 2971, 2973, 2977, 2979, 2981, 2983, 2987, 2989, 2991, 2993, 2997, 2999, 3001, 3003, 3007, 3009, 3011, 3013, 3017, 3019, 3021, 3023, 3027, 3029, 3031, 3033, 3037, 3039, 3041, 3043, 3047, 3049, 3051, 3053, 3057, 3059, 3061, 3063, 3067, 3069, 3071, 3073, 3077, 3079, 3081, 3083, 3087, 3089, 3091, 3093, 3097, 3099, 3101, 3103, 3107, 3109, 3111, 3113, 3117, 3119, 3121, 3123, 3127, 3129, 3131, 3133, 3137, 3139, 3141, 3143, 3147, 3149, 3151, 3153, 3157, 3159, 3161, 3163, 3167, 3169, 3171, 3173, 3177, 3179, 3181, 3183, 3187, 3189, 3191, 3193, 3197, 3199, 3201, 3203, 3207, 3209, 3211, 3213, 3217, 3219, 3221, 3223, 3227, 3229, 3231, 3233, 3237, 3239, 3241, 3243, 3247, 3249, 3251, 3253, 3257, 3259, 3261, 3263, 3267, 3269, 3271, 3273, 3277, 3279, 3281, 3283, 3287, 3289, 3291, 3293, 3297, 3299, 3301, 3303, 3307, 3309, 3311, 3313, 3317, 3319, 3321, 3323, 3327, 3329, 3331, 3333, 3337, 3339, 3341, 3343, 3347, 3349, 3351, 3353, 3357, 3359, 3361, 3363, 3367, 3369, 3371, 3373, 3377, 3379, 3381, 3383, 3387, 3389, 3391, 3393, 3397, 3399, 3401, 3403, 3407, 3409, 3411, 3413, 3417, 3419, 3421, 3423, 3427, 3429, 3431, 3433, 3437, 3439, 3441, 3443, 3447, 3449, 3451, 3453, 3457, 3459, 3461, 3463, 3467, 3469, 3471, 3473, 3477, 3479, 3481, 3483, 3487, 3489, 3491, 3493, 3497, 3499, 3501, 3503, 3507, 3509, 3511, 3513, 3517, 3519, 3521, 3523, 3527, 3529, 3531, 3533, 3537, 3539, 3541, 3543, 3547, 3549, 3551, 3553, 3557, 3559, 3561, 3563, 3567, 3569, 3571, 3573, 3577, 3579, 3581, 3583, 3587, 3589, 3591, 3593, 3597, 3599, 3601, 3603, 3607, 3609, 3611, 3613, 3617, 3619, 3621, 3623, 3627, 3629, 3631, 3633, 3637, 3639, 3641, 3643, 3647, 3649, 3651, 3653, 3657, 3659, 3661, 3663, 3667, 3669, 3671, 3673, 3677, 3679, 3681, 3683, 3687, 3689, 3691, 3693, 3697, 3699, 3701, 3703, 3707, 3709, 3711, 3713, 3717, 3719, 3721, 3723, 3727, 3729, 3731, 3733, 3737, 3739, 3741, 3743, 3747, 3749, 3751, 3753, 3757, 3759, 3761, 3763, 3767, 3769, 3771, 3773, 3777, 3779, 3781, 3783, 3787, 3789, 3791, 3793, 3797, 3799, 3801, 3803, 3807, 3809, 3811, 3813, 3817, 3819, 3821, 3823, 3827, 3829, 3831, 3833, 3837, 3839, 3841, 3843, 3847, 3849, 3851, 3853, 3857, 3859, 3861, 3863, 3867, 3869, 3871, 3873, 3877, 3879, 3881, 3883, 3887, 3889, 3891, 3893, 3897, 3899, 3901, 3903, 3907, 3909, 3911, 3913, 3917, 3919, 3921, 3923, 3927, 3929, 3931, 3933, 3937, 3939, 3941, 3943, 3947, 3949, 3951, 3953, 3957, 3959, 3961, 3963, 3967, 3969, 3971, 3973, 3977, 3979, 3981, 3983, 3987, 3989, 3991, 3993, 3997, 3999, 4001, 4003, 4007, 4009, 4011, 4013, 4017, 4019, 4021, 4023, 4027, 4029, 4031, 4033, 4037, 4039, 4041, 4043, 4047, 4049, 4051, 4053, 4057, 4059, 4061, 4063, 4067, 4069, 4071, 4073, 4077, 4079, 4081, 4083, 4087, 4089, 4091, 4093, 4097, 4099, 4101, 4103, 4107, 4109, 4111, 4113, 4117, 4119, 4121, 4123, 4127, 4129, 4131, 4133, 4137, 4139, 4141, 4143, 4147, 4149, 4151, 4153, 4157, 4159, 4161, 4163, 4167, 4169, 4171, 4173, 4177, 4179, 4181, 4183, 4187, 4189, 4191, 4193, 4197, 4199, 4201, 4203, 4207, 4209, 4211, 4213, 4217, 4219, 4221, 4223, 4227, 4229, 4231, 4233, 4237, 4239, 4241, 4243, 4247, 4249, 4251, 4253, 4257, 4259, 4261, 4263, 4267, 4269, 4271, 4273, 4277, 4279, 4281, 4283, 4287, 4289, 4291, 4293, 4297, 4299, 4301, 4303, 4307, 4309, 4311, 4313, 4317, 4319, 4321, 4323, 4327, 4329, 4331, 4333, 4337, 4339, 4341, 4343, 4347, 4349, 4351, 4353, 4357, 4359, 4361, 4363, 4367, 4369, 4371, 4373, 4377, 4379, 4381, 4383, 4387, 4389, 4391, 4393, 4397, 4399, 4401, 4403, 4407, 4409, 4411, 4413, 4417, 4419, 4421, 4423, 4427, 4429, 4431, 4433, 4437, 4439, 4441, 4443, 4447, 4449, 4451, 4453, 4457, 4459, 4461, 4463, 4467, 4469, 4471, 4473, 4477, 4479, 4481, 4483, 4487, 4489, 4491, 4493, 4497, 4499, 4501, 4503, 4507, 4509, 4511, 4513, 4517, 4519, 4521, 4523, 4527, 4529, 4531, 4533, 4537, 4539, 4541, 4543, 4547, 4549, 4551, 4553, 4557, 4559, 4561, 4563, 4567, 4569, 4571, 4573, 4577, 4579, 4581, 4583, 4587, 4589, 4591, 4593, 4597, 4599, 4601, 4603, 4607, 4609, 4611, 4613, 4617, 4619, 4621, 4623, 4627, 4629, 4631, 4633, 4637, 4639, 4641, 4643, 4647, 4649, 4651, 4653, 4657, 4659, 4661, 4663, 4667, 4669, 4671, 4673, 4677, 4679, 4681, 4683, 4687, 4689, 4691, 4693, 4697, 4699, 4701, 4703, 4707, 4709, 4711, 4713, 4717, 4719, 4721, 4723, 4727, 4729, 4731, 4733, 4737, 4739, 4741, 4743, 4747, 4749, 4751, 4753, 4757, 4759, 4761, 4763, 4767, 4769, 4771, 4773, 4777, 4779, 4781, 4783, 4787, 4789, 4791, 4793, 4797, 4799, 4801, 4803, 4807, 4809, 4811, 4813, 4817, 4819, 4821, 4823, 4827, 4829, 4831, 4833, 4837, 4839, 4841, 4843, 4847, 4849, 4851, 4853, 4857, 4859, 4861, 4863, 4867, 4869, 4871, 4873, 4877, 4879, 4881, 4883, 4887, 4889, 4891, 4893, 4897, 4899, 4901, 4903, 4907, 4909, 4911, 4913, 4917, 4919, 4921, 4923, 4927, 4929, 4931, 4933, 4937, 4939, 4941, 4943, 4947, 4949, 4951, 4953, 4957, 4959, 4961, 4963, 4967, 4969, 4971, 4973, 4977, 4979, 4981, 4983, 4987, 4989, 4991, 4993, 4997, 4999, 5001, 5003, 5007, 5009, 5011, 5013, 5017, 5019, 5021, 5023, 5027, 5029, 5031, 5033, 5037, 5039, 5041, 5043, 5047, 5049, 5051, 5053, 5057, 5059, 5061, 5063, 5067, 5069, 5071, 5073, 5077, 5079, 5081, 5083, 5087, 5089, 5091, 5093, 5097, 5099, 5101, 5103, 5107, 5109, 5111, 5113, 5117, 5119, 5121, 5123, 5127, 5129, 5131, 5133, 5137, 5139, 5141, 5143, 5147, 5149, 5151, 5153, 5157$$

Вариант № 2

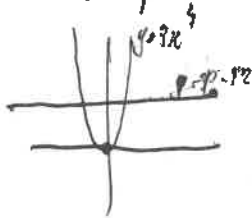
М А О О О 2 5 5 7 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 4

Рассмотрим случай $q=2, p \neq 2$

$g(x)$ — парабола, а $y = 3p - 12$ — линейная функция, т.к. $p = \text{const}$, то $y = 3p - 12$ — линия, параллельная оси абсцисс.



Тогда на точки пересечения найдутся в целых координатах только если $3p - 12$ — целое, $3x^2$ — целое, x^2 — целое

Рассмотрим множество $3p - 12$, где p — увеличивается. p — не линейная увеличивается, и увеличивается медленнее, чем $3x^2$, $\Rightarrow$ если рассматривать x как увеличивающуюся функцию, то y как не более 1 точки пересечения, а если как линию, то 1 известная точка.

Ответ: пара чисел $(5, 2), p=5, q=2$.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Город Санкт-Петербург

М	А	0	0	0	2	1	8	6	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия Шубинский

Имя Дмитрий

Отчество Максимович

Дата рождения ~~14.02.2003~~ 18.01.2004 Класс 9

Предмет Математика

Работа выполнена на 3 листах

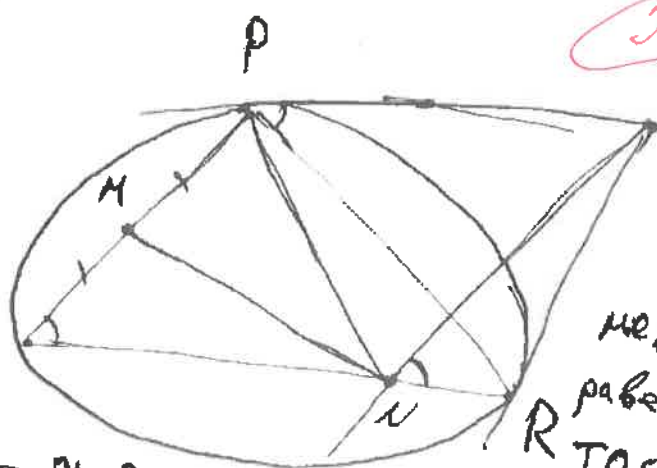
Дата выполнения работы 26.04.2023

Номер телефона +79533616136 Подпись Шу1

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1) $\square$ у нас n -купцов тогда все они одновременно сказали что среди 28 человек n — разбойников, т.к. иначе какие-то два купца сказали разное кол-во разбойников $\Rightarrow$ кто-то из них собрал. $\Rightarrow$ если n -купцов — она говорят, что есть n разб. $\Rightarrow 2n = 28$ $n = 14$, но если предположить, что среди 28 человек было много купца, тогда 28 разбойников и каждый говорит свою неправду тогда разбойников 28. Ответ: 14 или 28 разбойников.

5)



Зад

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	4	20	84

т.к. PK — кас.

то $\angle PRK = \angle RPK$ — угол

между хордой и касательной и равен $\angle RQN$ т.к. $PQ \parallel KN$

то $\angle RQN = \angle KNR = \angle KPR \Rightarrow$

$\square PKRN$ — впис. т.к. $PK = KR$ т.к. это две кас. из одной

(1) то $\angle PRK = \angle KPN \Rightarrow$ из вписанности $\square PKRN$ следует, что $\angle PNK = \angle PRK = \angle KPN$, а из $PQ \parallel KN$ следует, что $\angle QPN = \angle PNK = \angle QPN \Rightarrow \triangle PNQ$ — равнобедренный и KN — медиана $\Rightarrow KN$ — высота $\Rightarrow \angle PMN = 90^\circ$.

ч.т.д.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 1 8 6 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа



3) Заметим, что все простые числа от 103 до 202 встречаются в разложении на ровное количество раз т.к. $p \geq 103$ и $2p \leq 202$ — такого быть не может. $\Rightarrow$ достаточно показать что есть хотя бы 11 простых чисел в промежутке от 103 до 202.
 103, 104, 109, 113, 124, 131, 134, 139, 149, 151, 154, 163, 164, 143, 149, 181, 191, 193, 194, 199 — простые из 20 (короткий перебор)
 $20 \geq 11 \Rightarrow$ существуют 2 простых числа которые встретились в одном столбце ~~тогда~~ (н.у.о p_1 и p_2 (или наоборот $2p$))
 тогда в 4-верт. наборе есть число $p_1 \cdot p_2 \cdot k$ (k -коэф. $\in \mathbb{N}$)
 а в горизонтальном нету. $\Rightarrow$ Ответ: нет.

4) заметим, что т.к. p и q — const, то $2x^4 + 2(q-2)x - 2r - 8$ — прямая $\parallel$ оси x тогда при $p \geq 5$ (т.к. p — простое не принадлежит значениям q) эта прямая всегда ≥ 0 т.к. $2x^4 + 2(q-2)x - 2r - 8$ — это многочлен с положительным старшим коэффициентом и без свободного члена, то из т. о. монотонности многочлена он пересекает прямую $2r - 8$ (при $p \geq 5$) при $\forall q$. Теперь посмотрим при каких q достигается $p = 2$ и $p = 3$. Если $q = 2$ то $2x^4 = 2r - 8$
 $x^4 = p - 4$ $x^4 \geq 0 \Rightarrow p - 4 \geq 0 \Rightarrow p \geq 5$. Если $q = 3$
 $x^4 + x = 2r - 4 \Rightarrow x^4 + x - 2r + 4 = 0$ если $p \geq 5$
 $\Rightarrow x \in (-1; 0)$ но тогда $\min_{x \in (-1; 0)} (x^4 + x) > -1 \Rightarrow p - 4 \geq -1$
 $\Rightarrow p \geq 3 \Rightarrow p \geq 5$. И если $q \geq 5$, то $2x^4 + 2(q-2)x \geq 2x^4 + 2 \cdot 3x = x^4 + 3x = p - 4$ — функция $x^4 + 3x = -1$ — достигается $x^4 + 3x = -2$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	О	О	О	2	1	8	6	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в ряде справа



4) (Продолж.) $x^4 + 3x = -1$
 $x^4 + 3x = -2$ достигается при $x \in (-1; 0)$

$x^4 + 3x = -2$ $x = -1$ $1 + 3x = -2$ из монотонности $\Rightarrow$
 что и значение большее -2 тоже достигается

$\Rightarrow$ Ответ: при $q = 2$ и 3 $p = 4$ прост. ≥ 5 и при $q \geq 5$, $p = 4$.

2) $\begin{cases} a^4 + 3a^3b = 3a^2 + 5 \\ a^3b + 4ab + 1 = a^4 + a^2 \end{cases}$ сложим

$a^4 + 3a^3b + a^3b + 4ab + 1 = 3a^2 + 5 + a^4 + a^2 \Rightarrow$

$4a^3b + 4ab = 4a^2 + 4 \Rightarrow a^3b + ab = a^2 + 1$

$ab(a^2 + 1) = a^2 + 1$ $a^2 + 1 > 0$ т.к. $a > 0$ и $1 > 0$

$\Rightarrow ab = 1$ Ответ: $ab = 1$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

ЛЕНИНА 16

М	А	0	0	0	2	2	1	5	1	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия ПАВЛЕНКО

Имя ВЕРОНИКА

Отчество АЛЕКСАНДРОВНА

Дата рождения 16.02.2007 Класс 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7 922 791 69 07 Подпись ЖВ

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

№2

$$\begin{cases} a^4 + 3a^3b = 3a^2 + 5 \\ a^3b + 4ab + 1 = a^4 + a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (1) a^4 + 3a^3b - 3a^2 - 5 = 0 \\ (2) -a^4 + a^3b - a^2 + 4ab + 1 = 0 \end{cases}$$

(1) + (2):

$$4a^3b - 4a^2 + 4ab - 4 = 0 \quad | :4$$

$$a^3b - a^2 + ab - 1 = 0$$

$$a^2(ab - 1) + (ab - 1) = 0$$

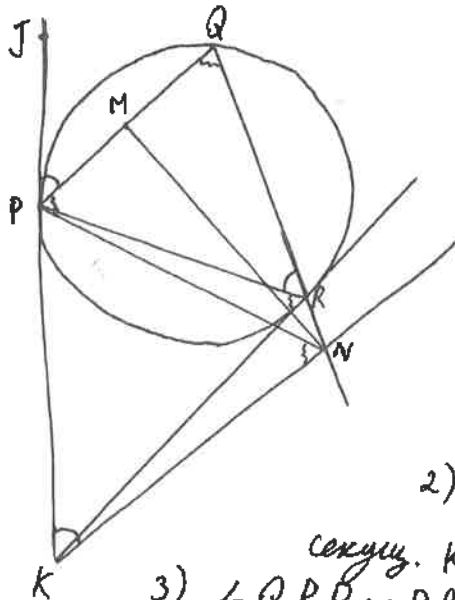
$$(a^2 + 1)(ab - 1) = 0$$

$$\begin{cases} a^2 + 1 = 0 \\ ab - 1 = 0 \end{cases}, \quad a^2 \geq 0 - \text{квадрат числа} \Rightarrow ab - 1 = 0$$

$ab = 1, \Rightarrow$ при любых других значениях ab система не будет справедлива

Ответ: $ab = 1$

№5



1) Пусть $J \in$ прямой KP и лежит за точкой P (см. рисунок $K-P-J$)

Тогда $\angle JPQ = \angle QRP$ (т.к. $\angle JPQ$ - угол между хордой PQ и касат. KP , $\angle QRP$ опирается на $\overset{\frown}{PQ}$).

2) $\angle JPQ = \angle PKN$ (соств. при $KN \parallel PQ$ и секущ. KP) $\Rightarrow \angle PKN = \angle QRP$

3) $\angle QRP + \angle PRN = 180^\circ$ (смежные) $\Rightarrow \angle PKN + \angle PRN = 180^\circ$

След-но четырехугольн. $PRNK$ можно вписать в окр.-сть.

4) Тогда $\angle PRK = \angle PNK$ (опир. на $\overset{\frown}{PK}$)

при этом $\angle PQR = \angle PRK$ ($\angle PRK$ - угол между хордой PR и касат. KR),

а $\angle PNK = \angle NPQ$ (т.к. $KN \parallel PQ$, PN - касат.). След-но $\angle PQN = \angle QPN$

N5 - продолжение.

5) Получаем, что $\triangle P Q N$ - равнобедр. ($\angle P Q N = \angle Q P N$).В равнобедр. ($\triangle P Q N$) медиана, ~~яко~~ проведенная к основанию (PQ) есть биссектриса и высота $\Rightarrow NM$ - высота, т.е. $\angle PMN = 90^\circ$.

ЧПД

N1

Исходя из условия, купцы и разбойники всегда противостоят друг другу, а купцы ^{никогда} между собой не противостоят, независимо от того, в какой "команде" они находятся. (Командой будем называть каждую из групп опрошенных. Т.е. сначала это была команда из 2, потом команда из 4, .. 8, .. 14).

Так как каждая команда высказывала мнение по поводу всех жителей, включая их самих, и каждая команда противостоят другим, то только в одной из команд есть купцы. При этом внутри каждой из команд никто никому не противостоят, а значит каждая из команд ^{полностью} состоит либо из купцов, либо из разбойников.

Итак, нужно определить команду купцов, (из условия мы точно знаем, что они есть)

- 1) если это команда из 2, то разбойников $28 - 2 = 26$, т.е. команда собрана $\Rightarrow$ ~~не~~ неверно
- 2) если команда из 4, то разбойников $28 - 4 = 24$, т.е. команда собрана $\Rightarrow$ неверно
- 3) команда из 8, то разбойников $28 - 8 = 20$, т.е. собрана $\Rightarrow$ неверно
- 4) команда из 14, то разбойников $28 - 14 = 14$, т.е. команда сказала правду.

Таким образом получаем, что только команда из 14 могла сказать правду.

Ответ: 14



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M A O O O 2 2 1 5 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

Пусть наборы оказались одинаковыми. Тогда для каждой строки, при разложении её на простые множители, найдётся столбец с точно такими же простыми множителями.

Но среди чисел от 103 до 202 также есть простые числа, и они не могут повторяться. То есть если в строке есть простое число p_1 и простое p_2 , то ~~должны~~^{еще} найтись столбец, в котором также есть и p_1 , и p_2 . Это невозможно, ведь без повторений между строкой и столбцом может быть только одно совпадение (на месте пересечения). Получаем, что в каждой строке и в каждом столбце может быть только одно простое число. Т.е. в промежутке от 103 до 202 должно быть не более 10-ти простых чисел:

103, 107, 109, 113, ~~117~~ 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167,
... 193, 197, 199. — здесь их точно больше 10-ти, а значит

наше предположение, что наборы оказались одинаковыми, неверно.
Ответ: нет, не могли.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



M A O O O 2 6 8 2 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Внимание! При решении задачи не надо опираться на формулы

В. Пусть первая фраза верная

Знак

1	2	3	4	5	Σ
8	20	20	6	0	54

= 3 разбойника, но тогда
 люди, сказавшие 2 и третью фразу собрали $\Rightarrow$
 $6+9$ собрали, т.е. они разбойники ~~т.е.~~

Третье верное

Пусть вторая фраза верная

$\downarrow$

= 6 разбойников, но тогда
 люди, сказавшие 1 и 3 фразу собрали $\Rightarrow$
 $3+9$ собрали, т.е. они ~~т.е.~~ разбойники

Пусть третья фраза верная

$\downarrow$

= 9 разбойников, тогда
 люди, сказавшие 1 и 2 фразу собрали $\Rightarrow$
 $3+6=9$ разбойники

$\downarrow$

9 разбойников $\Rightarrow$ кучков $\leq 19-9$ разбойников ≥ 9
 ≤ 10

Если следовательно, кучков будет 10 человек, а разбойников

Если все разбойников будет больше 9, то фраза 3
 будет ложью, что приведет к противоречию с

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 6 8 2 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что написано с этой стороны листа и ранее страниц

Книжки
Рассмотрим эти девять разбейников
Их утверждения являются ложью
1. «Ровно три из всех разбейников»

↓

Разбейники ≠ 3
2. «Ровно столько из всех ~~книжек~~ разбейников»

↓

Разбейники ≠ 6

↓

Разбейников 9 чел
Книжек 10 чел

Олимпиада школьников «БЕЛЫЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 6 8 2 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$1. a + b = (a + b)(a + c)$$

$$a + bc = a^2 + ac + ab + bc$$

Привнеси из обеих частей bc

$$a = a(a + c + b)$$

Т.к. a, b, c — натуральные

↓

$$a = a(a + b + c) \quad | : a$$

$$1 = a + b + c$$

Рассмотрим

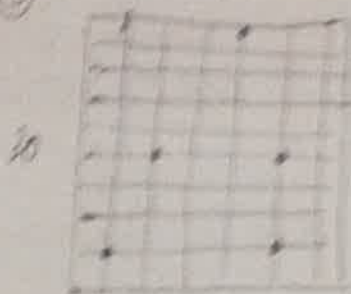
$$(b + c)(b + a) = b^2 + ab + bc + ac = b(b + a + c) + ac$$

$$\text{Т.к. } a + b + c = 1 \Rightarrow b(b + a + c) + ac = b \cdot 1 + ac = b + ac$$

и.и.и.

$$(b + c)(b + a) = b + ac$$

③



30

30

Прямая, на которой лежат
30 точек, делит плоскость на 31 часть

33 часть из которых равна 1

$$\text{Всего } \frac{33 \cdot 32}{2} \text{ частей} = 528 \text{ частей}$$

В пространстве имеется 528 частей, каждая из которых

разделена на 3 части

$$528 : 3 = 176 \text{ частей}$$

Из них 176 частей имеют форму куба

Или куба

Или куба

Но если кубов, имеющих на своей поверхности

поверхности кубов, имеющих форму куба, то 176

30 частей, каждая из которых



Рассмотрим одну из сторон треугольника, т.е. любой из отрезков как сторону $\triangle$.

Тогдаму отрезок может либо лежать на сетке, т.е. являться катетом, либо являться гипотенузой.



Предположим, что найдется такие два отрезка, можно сделать вывод. Отрезков-катетов будет не более

30, т.к. вариаций длины отрезка, лежащего на сетке квадрата равно 30.

По Т. Пифагора гипотенуза будет исчисляться

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Тогда на каждом отрезке a , которых 30 можем представить в паре отрезков b .

Предположим, что все гипотенузы находятся вне зоны интереса, построенных отрезков-катетов.

Тогдаму общее кол-во составит $\frac{30 \times 30}{2}$

Не более 450 отрезков.

Когда максимальное кол-во возможных отрезков не более 480.

В то время как общее кол-во построенных отрезков составит 528 отрезков.

Тогдаму неизбежно как минимум 2 отрезка одинаковой длины. т.е. и.т.д.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

К А О О О 2 6 8 2 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте, правильно ли вы вписали в таблицу шифра буквы.

$$4 \quad 5^p + 4p^4 = n^2, \text{ где } n - \text{натур. число}$$

p - простое число

$p=2$

$$5^2 + (2 \cdot 2^2)^2 = 25 + 8^2 = 25 + 64 = 89, \text{ что не является квадратом}$$

натур. числа

✓

$p \geq 3$ - нечётное

✓

$$5^{n+1} + 4 \cdot (n+1)^4 = K^2, \text{ где } n, K - \text{натур. числа}$$

$K=n$ $n+1$ - простое

$p=3$

$$5^3 + (2 \cdot 3^2)^2 = 125 + (2 \cdot 9)^2 = 125 + 324 = 449$$

449 не является квадратом натур. числа

Тогда

$$5^p + 4p^4 = n^2 \Rightarrow 5^p + 4p^4 : n$$

Поэтому либо $5^p : n$ либо $4p^4 : n$

либо сумма остатков от деления будет кратна n

Пусть $p=5$

$$5^5 + 4 \cdot 5^4 = 3125 + 4 \cdot 625 = 3125 + 2500 = 5625$$

$$\begin{array}{r|l} 5625 & 55 \\ 225 & 55 \\ 9 & 33 \end{array}$$

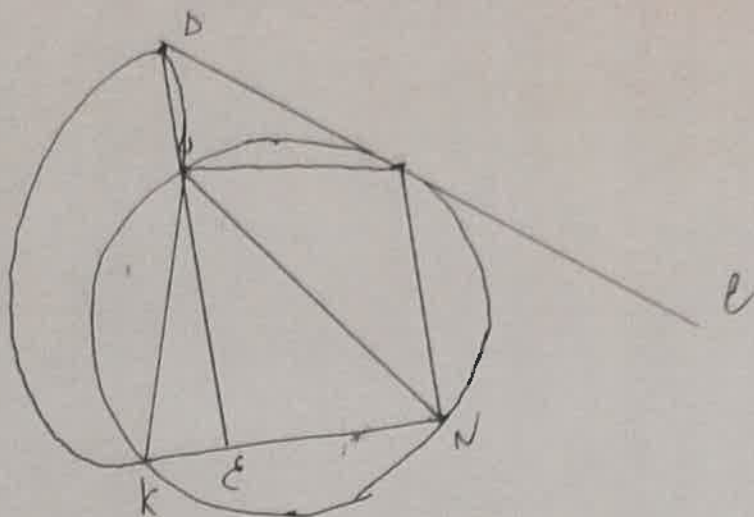
$$5625 = (5^2)^2 + 3^2 = 5^4 + 3^2$$

Равенство выполняется при $p=5$

$$\begin{aligned} p=7 \\ 5^7 + 4 \cdot 7^4 &= 78125 + 4 \cdot 2401 = 78125 + 9604 = \\ &= 87729 \end{aligned}$$

04174

Prospettiva futura: il più importante è l'analisi della capacità



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

ЛЕНИНА 16

М	А	0	0	0	2	4	1	6	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия ИВАНОВ

Имя ИВАН

Отчество ДМИТРИЕВИЧ

Дата рождения 18.04.2003 Класс 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79373245105 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Бельчонок»

от Иванова Ивана
(ФИО участника)

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по математике, выполненной «26» 02 2023 г. на площадке Площадь 3д Лепнина 16
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

+89323245105 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

fenix2008@list.ru (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 5.04.23 22 40

Подпись участника Олимпиады: Иванов

ШИФР РАБОТЫ МА 000 2456023 9 КЛАССЕ

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

Дата и время отправки работы (время – красноярское) 06.04.23 16 45

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 4 1 6 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$(1) a^4 + 3a^3b = 3a^2 + 5 \quad \text{и} \quad (2) a^3b + 4ab + 1 = a^4 + a^2$$

$$a^4 = 3a^2 + 5 - 3a^3b$$

Подставляем в 2

$$a^3b + 4ab + 1 = 3a^2 + 5 - 3a^3b + a^2$$

$$4a^3b + 4ab = 4a^2 + 4$$

$$a^3b + ab = a^2 + 1$$

$$ab(a^2 + 1) = a^2 + 1$$

$$ab = 1$$

N4

$$y_1 = 2x^4 + 2(q-2)x \quad y_2 = 2p-8$$

В точке пересечения $y_1 = y_2$

$$2x^4 + 2(q-2)x = 2p-8$$

$$x^4 + (q-2)x = p-4$$

Пусть p и $q > 2 \Rightarrow p$ и q - нечет

$p-4$ - нечет

Если x - чет

x^4 - чет

$q-2$ - нечет $\Rightarrow (q-2)x$ - чет $\Rightarrow x^4 + (q-2)x$ - чет $\Rightarrow$

$$x^4 + (q-2)x \neq p-4$$

Если x - нечет

x^4 - нечет

$(q-2)x$ - нечет

$\Rightarrow x^4 + (q-2)x$ - чет $\Rightarrow x^4 + (q-2)x \neq p-4$

Или

Противоречие. Пусть $q=2$

$$(q-2)x = 0$$

$$x^4 = p-4$$

$$p=5 \quad x=1 \Rightarrow y=2$$

$$p > 5$$

p может оканчиваться на 1, 3, 7 и 9

$p-4$ оканчивается на 4, 9, 3 и 5

x^4 не оканчивается на 4 и 3, так как ни одна из цифр в квадрате не дает 4 или 3

x^4 не оканчивается на 9, так как x^2 оканчив. на 3

Пусть $p=2$

$$x^4 + (q-2)x = -2$$

x - целое $\Rightarrow (q-2)x$ - целое

$$x=2 \Rightarrow q=-5$$

$$x=1 \Rightarrow q=-1$$

$$x=-1 \Rightarrow q=5$$

$$x=-2 \Rightarrow q=11$$

Ответ: (5, 2) (2, 1) (2, 5)

1	2	3	4	5	Σ
20	18	18	14	20	90

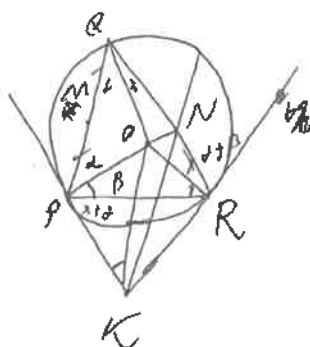
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 4 1 6 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N5



Дано: $\triangle PQR$ вписан в $\odot$
 $MP = MQ$
 $KN \parallel PR$ $N \in RQ$
 KP и KR касат
 Док-те $\angle NMQ = 90^\circ$

Док-во

Пусть $\angle QPO = \alpha$ $\angle OPR = \beta$ $\angle ORN = \gamma$
 $\angle KPR = \angle PQR = \alpha + \beta$ (один на одну сторону PR)
 Рассмотрим $\triangle POK$
 $\angle OPK = \angle ORK = 90^\circ$ (касат) $\Rightarrow \angle OPK + \angle ORK = 180^\circ \Rightarrow POK$ вписан $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle OPK = \angle ORK = \beta$ $\angle OPR = \angle ORP$
 $PO = OR$ (радиусы) $\Rightarrow \angle POR = \gamma \Rightarrow \angle ORP = \angle OPK = \angle ORK = \beta$

Док-во

Пусть $\angle QPO = \alpha$ $\angle OPR = \beta$ $\angle ORQ = \gamma$
 $OP = OR$ (радиусы) $\Rightarrow \angle OPR = \angle ORP = \beta$
 $QP = OQ$ (радиусы) $\Rightarrow \angle OQP = \angle OPQ = \alpha$
 $OQ = OR$ (радиусы) $\Rightarrow \angle OQR = \angle ORQ = \gamma$
 $\angle KPR = \angle PQR = \alpha + \beta$ (один на одну сторону PR)
 $\angle OPK = \angle ORK = 90^\circ$ (касат KP и KR) $\Rightarrow POK$ вписан $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle PKO = \angle PRQ = \gamma$ (один на одну сторону PO)
 $\angle OKR = \angle OPR = \beta$ (один на одну сторону OR)
 $\angle POK = \angle PRK = \alpha + \beta$ (один на одну сторону PR)
 $\angle ORK = \angle KPR = \alpha + \beta$ (один на одну сторону RK)
 $\angle KPR = \angle KQR = \alpha + \beta$ (кас KP и KR) $\Rightarrow \angle KNR = \angle KOR = \alpha + \beta \Rightarrow KOKNR$ вписан $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle ONR + \angle OKR = 180^\circ \Rightarrow \angle OKR = \angle ONR = \alpha$
 $\Rightarrow \angle ONR = \angle OKR = \alpha$
 Прямые NO и PQ пересекаются в точке H $\angle NHQ = 90^\circ$
 $\angle ONR = 90^\circ$
 $\angle PQR = \gamma$ $\Rightarrow QH$ - медиана $\Rightarrow QH = HQ \Rightarrow$
 H совпадает с M $\Rightarrow \angle NMQ = 90^\circ$

Олимпиада школьників «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	0	0	0	2	4	1	6	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Пусть купцов чет. ^{№1} Тогда на встрече 21 разбойников замечают, что все они собрались, так как никто не сказал верное число разбойников.

Погода очень изнемогает, хотя бы и купался, если он ^{скажет} ~~скажет~~
то разболитков 2 по ~~не~~ ^{купался} ~~не~~ 20 и 2 только ^{скажет} ~~скажет~~
правда. Промывание купался 20,

[illegible]

~~После~~ Аркадийского, где алтарь вымкнулся, шло что собрался
с разбойниками. Купцово, орудия молотилки с измн.

Еще раз скажу, что разработчиков 14, то и купцов на собраниях 14, и они тоже делают все правильно. ~~свое~~
полезно.

Onbeur: 14 u 28

N3

3) Рассмотрим против числа P , заметим что числа P и $P+1$ попарно взаимно простые, так как $\gcd(P, P+1) = 1$.
 Если $P = 103$, то $P+1 = 104$, тогда произведение чисел P и $P+1$ равно произведению чисел 103 и 104 .
 Заметим, что произведение чисел 103 и 104 равно 10712 .
 Следовательно, в разложении 10712 на простые множители будет по нечетному количеству чисел.

Таблицы такой таблицы $P_1 \cdot P_2 \cdot \dots \cdot P_n = P_1 \cdot P_n$, где P_1, P_2 - простые числа, а n_1 и n_2 произвольные натуральные.

Из условия $\forall P_2$ - единственного, и $n \cdot P_2$ не существует (1); следовательно произведение не равно и однозначный выбор быть не может.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Ростов-на-Дону

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	2	2	4	8	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант № 1

Фамилия Тодунов

Имя Борис

Отчество Эдуардович

Дата рождения 27.06.2007 Класс 9

Предмет матем

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы 26.01.23

Номер телефона 79613008453 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Бельчонок»

от

Богданов Борис Александрович
(ФИО участника)

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по информатике выполненной «22» 03 2023 г. на площадке г. Юмобка - Дону
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

92613008453

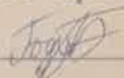
(номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

kusganit@gmail.com (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 18.21

Подпись участника Олимпиады:



ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

ШИФР РАБОТЫ МА0002248623

9 КЛАСС

Дата и время отправки работы (время – красноярское) 06.04.23 16:45

1) Подразумевается, что a, b - не иррациональные тогда:

$$\begin{cases} a^4 + 3a^3b = 3a^2 + 5 \\ a^3b + 4ab + 1 = a^4 + a^2 \end{cases}$$

- по условию есть такая система.

сложим эти равенства:

$$a^4 + 4a^3b + 4ab + 1 = 4a^2 + a^4 + 5;$$

$$4a^3b + 4ab = 4a^2 + 4; | :4$$

$$a^3b + ab = a^2 + 1;$$

$$ab(a^2 + 1) = a^2 + 1; \quad (\text{т.к. } a^2 + 1 \neq 0, \text{ то сократим})$$

$$ab = 1;$$

1) Заметим, что кол-во простых чисел в промежутке $[103; 202]$ больше 10 $\Rightarrow$ в какой-то строке и столбце будет 2 простых числа по принципу Дирихле (10-строк/столбцов; $k > 10$ - простое число).

2) На промежутке $[103; 202]$ нельзя найти пару чисел a, b , такую, что a - простое число, b - какое-либо натуральное "к" при умножении на минимальное "а" даст $2 \cdot 103 = 206$ -ую же не на промежутке $\Rightarrow$ при больших a и k , $b = ak$ будет за пределами $[103; 202]$.

3) Пусть: S - произведение всех чисел в строке с двумя простыми p_1, p_2 (такая строка существует, как следствие из 1-ого действия). Поскольку числа в квадрате 10×10 не повторяются, то найти столбец с числами p_1 и p_2 не получится (либо только с p_1 , либо только с p_2 ; либо без p_1 и p_2).

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	О	О	О	2	2	4	8	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

дополнение ~ 3

~~Тогда, раскладывая S_1 на простые множители, у нас обязательно будет числа p_1 и p_2 , и т.к. p_1, p_2 одновременно нет ни в одной строке, то при разложении произведений в столбцах мы не найдем S_{i0} (это произведение всех чисел в i -той строке) с p_1 и p_2 и, как следствие, ни одна S_{i0} не будет равна S_1 из-за ~~отсутствия~~ ~~одного из~~ ~~факторов~~ p_1, p_2 отсутствия p_1 или p_2 в простых множителях. $\Rightarrow$ ответ: не можем.~~

Дополнение к действо ~ 3 Если какие-то простые p_1 и p_2 есть в строке, то не получится найти столбец с p_1 и p_2 т.к. они обязательно находятся в разных столбцах (при $p_1 \neq p_2$).

~ 1
1) Так как никто не сказал, что среди всех есть 28 разбойников, то все могли сказать сказав что есть n разбойников, где $n < 28$, будучи разбойниками.

~~2) В случае если есть хотя бы 1 курец среди 28 жителей.~~
2) Рассмотрим случай где есть хотя бы 1 курец среди 28 жителей (встретившись). Тогда пусть x - кол-во разбойников, y - кол-во курцов, $x + y = 28$; Тогда есть только 1 правильный ответ на вопрос "сколько разбойников?" из всех ответов которые сказали.

3) Теперь рассмотрим случаи, в которых 2, 4, 8 или 14 человек сказали правду, по отдельности.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	2	2	4	8	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ: Проверяется только то, что написано с той стороны листа в рамке справа



продолжение ~ 1.

4) При $x=2$,
2-ое скажем правду, ~~осталь~~ остальные скажем
 $\Rightarrow x=28-2$; $y=2$ - (не удов. $x=2$)

При $x=4$;
4- четверо скажем правду, а 28-4 чел. ~~скаж~~
 $\Rightarrow x=28-4=24$; $y=4$ - (не удов $x=4$;)
скажем.

При $x=8$;
восьмь человек скажем правду, остальные -
 $\Rightarrow x=28-8$; $y=8$; (не удов $x=8$;)
неправду

При $x=14$;
14 человек скажем правду, а остальные скажем
 $\Rightarrow x=28-14$; $y=14$

$x=14$; $y=14$ - (удов $x=14$.)
5) Так как здесь я рассмотрел случаи когда
 $y > 0$, то купцу (купцы) скажем что-то
(т.к. говорим все 28 жителям) $\Rightarrow$ одна из
фраз которую скажем жителям - правда,
потому я рассмотрел варианты $x=2$; $x=4$;
 $x=8$; $x=14$. А в 1-ом действии я рассмотрел
случай $y=0$; $x=28$; ~~так что~~ то есть я
рассмотрел все возможные варианты.
 $x=28$; $y=0$;
 $x=14$; $y=14$;

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	2	2	4	8	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Дано: $\triangle PQR$, ~ 5
 PK ; RK - касат. к окр. w ;
 ~~NE ; NR~~ $QM = MP$;

$KN \parallel QR$; $NE \parallel QR$;

Доказ-ть: $\angle PMN = 90^\circ$;

Доказ-во:

1) Обозначим углы

$\triangle PQR$ цифрами

$\angle RPQ = \angle 2$; $\angle PQR = \angle 1$;

$\angle QRP = \angle 3$; $\Rightarrow \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180$

2) И найдем и обозначим

равные углы ~~равные~~

одинаковыми цифрами

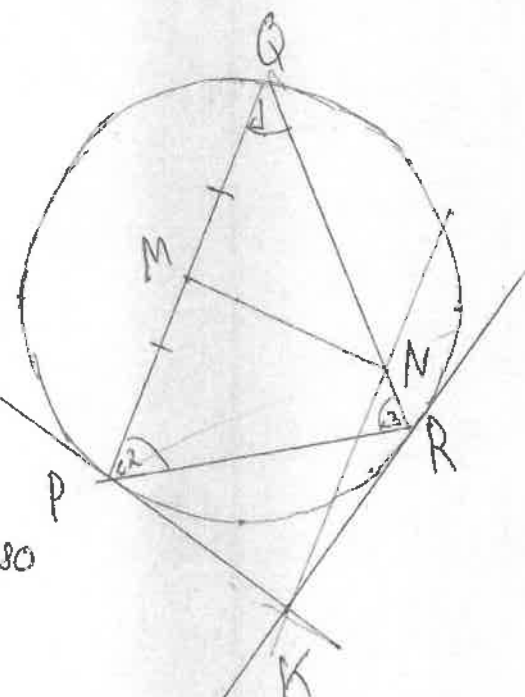
$KP = KR$ - т.к. отрезки касат. равны

$\Rightarrow \triangle KPR$ - равнобедр $\Rightarrow \angle KRP = \angle KPR = \frac{1}{2} \angle PR$

$= \angle PQR = \angle 1$;

3) Проведем PM .

Докажем, что $QM = PM$.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Г. Ростов-на-Дону

М	А	0	0	0	2	4	5	0	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия ДЕНИСОВ

Имя АЛЕКСАНДР

Отчество МИХАЙЛОВИЧ

Дата рождения 15.05.2007 Класс 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 9 листах Дата выполнения работы 26.02.23

Номер телефона +7912-890-85-55 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	2	7	5	0	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1.

В условии все 28 человек разделили на 4 группы, примерами их:

- I. Группа → 14 человек.
- II Группа → 8 человек
- III Группа → 4 человека
- IV Группа → 2 человека

Возможны два случая:

1) Если в группе есть хотя бы один купец, то вся группа — купцы.

~~Предположим, что это не так. Но тогда получается, что есть купцы и разбойники, которые говорят одно и то же.~~

Предположим, что это не так. Но тогда в одной группе найдутся купцы и разбойники, которые говорят одно и то же. Однако купцы говорят правду ⇒ разбойники тоже говорят правду ⇒ противоречие ⇒ пункт доказан.

2) Если в одной группе есть хотя бы один купец, то в других их быть не может.

Предположим, что это не так. Тогда найдутся два купца из разных групп, каждый из них по условию говорит правду, однако, т.к. они в разных группах, они будут давать разную информацию ⇒ противоречие ⇒ пункт доказан.

Исходя из двух доказанных выше фактов, задача сведется к рассмотрению 5 ситуаций:

а) Все разбойники. Действительно, противоречий нет. Ни одно из утверждений не скажет, что есть разбойников, во всяком случае.

Противоречия нет. ⇒ такая ситуация возможна.

1	2	3	4	5	Σ
20	18	20	6	0	64

304

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа и также справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	2	7	5	0	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

- 5) Все пункты в первом пункте, имеющие работников.
- Очевидно, что в этой ситуации работников 14, значит пункты из первого пункта не верны. А работники из остальных пунктов не имеют 14 (прав. число). Против нет $\Rightarrow$ ответ
- 6) Все пункты во втором пункте.
- Противоречие, т.к. все работники 20, а пункты имеют, что их 8
- 7) Все пункты в третьем пункте.
- Противоречие, т.к. все работники 24, а пункты имеют, что их 4
- 8) Все пункты в первом пункте.
- Противоречие, т.к. все работники 26, а пункты имеют, что их 2.



Работников может быть либо 28, либо 14.

Ответ: 28 или 14.

№ 2.

$$\begin{cases} a^4 + 3a^3b = 3a^2 + 5 \\ a^3b + 4ab + 1 = a^4 + a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^4 + 3a^2(ab) = 3a^2 + 5 \\ ab(a^2 + 4) = a^4 + a^2 - 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ab = \frac{3a^2 + a^4 + 5}{3a} = \frac{3a^2 - a^4 + 5}{3a^2} \\ ab \neq 1/a^2 \quad ab = \frac{a^4 + a^2 - 1}{a^2 + 4} \end{cases} \left| \begin{array}{l} a, b \neq 0, \text{ т.к. в противном случае не выполнено равенство} \\ a^2 + 4 > 0 \text{ или } a \in \mathbb{R} \end{array} \right.$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 5 0 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\frac{3a^2 - a^4 + 5}{3a^2} \Leftrightarrow 1 + \frac{-a^4 + 5}{3a^2}$$

$$\frac{a^4 + a^2 - 1}{a^2 + 4} \Leftrightarrow \frac{(a^2 + 4) + a^4 - 5}{a^2 + 4} \Leftrightarrow 1 + \frac{a^4 - 5}{a^2 + 4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ab = 1 + \frac{-a^4 + 5}{3a^2} \\ ab = 1 + \frac{a^4 - 5}{a^2 + 4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{-a^4 + 5}{3a^2} = 1 + \frac{a^4 - 5}{a^2 + 4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{5 - a^4}{3a^2} = \frac{a^4 - 5}{a^2 + 4} \Rightarrow (5 - a^4)(a^2 + 4) = (a^4 - 5) \cdot 3a^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (5 - a^4)(a^2 + 4) - (a^4 - 5) \cdot 3a^2 = 0 \quad (\Leftrightarrow)$$

$$\Leftrightarrow (5 - a^4)(a^2 + 4) + (5 - a^4) \cdot 3a^2 = 0$$

$$(5 - a^4)(a^2 + 3a^2 + 4) = 0$$

$$1) 5 - a^4 = 0 \quad 2) a^2 + 3a^2 + 4 = 0$$

$$a^4 = 5$$

$$4a^2 + 4 = 0$$

$$a = \pm \sqrt[4]{5}$$

$$a \in \emptyset$$

$$\Rightarrow a = \pm \sqrt[4]{5}$$

$$ab = 1 + \frac{a^4 - 5}{a^2 + 1}$$

$$ab = 1 + \frac{(\sqrt[4]{5})^2 - 5}{(\sqrt[4]{5})^2 + 1} = 1 + \frac{\sqrt{5} - 5}{\sqrt{5} + 1} = 1 + \frac{(\sqrt{5} - 5)(\sqrt{5} - 1)}{(\sqrt{5})^2 - 1^2} =$$

$$= 1 + \frac{(\sqrt{5})^2 - \sqrt{5} - 5\sqrt{5} + 5}{5 - 1} = 1 + \frac{10 - 6\sqrt{5}}{4} = 1 + 2,5 - \frac{3}{2}\sqrt{5} =$$

$$= 3,5 - 1,5\sqrt{5}$$

Ответ: $ab = 3,5 - 1,5\sqrt{5}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	2	7	5	0	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$\left. \begin{aligned} ab &= 1 + \frac{a^4 - 5}{a^2 + 1} \\ a &= \pm \sqrt[4]{5} \end{aligned} \right\} \Rightarrow ab = 1 + \frac{(\pm \sqrt[4]{5})^4 - 5}{a^2 + 1} =$$

$$= 1 + \frac{5 - 5}{a^2 + 1} = 1 \Rightarrow ab = 1$$

Ответ: $ab = 1$

153.

Найдём 11 простых чисел на $[103; 202]$.
Будем использовать факт, что достаточно перебрать все делители числа до корня из самого числа.

- 1) 103 | $\cancel{/2} \cancel{/3} \cancel{/5} \cancel{/6} \cancel{/7} \cancel{/10} \rightarrow$ простое
- 2) 107 | $\cancel{/2} \cancel{/3} \cancel{/5} \cancel{/7} \cancel{/11} \rightarrow$ простое
- 3) 113 | $\cancel{/2} \cancel{/3} \cancel{/5} \cancel{/7} \cancel{/11} \rightarrow$ простое
- 4) 127 | $\cancel{/2} \cancel{/3} \cancel{/5} \cancel{/7} \cancel{/11} \cancel{/12} \rightarrow$ простое
- 5) 131 | $\cancel{/2} \cancel{/3} \cancel{/5} \cancel{/7} \cancel{/11} \cancel{/12} \rightarrow$ простое
- 6) 137 | $\cancel{/2} \cancel{/3} \cancel{/5} \cancel{/7} \cancel{/11} \cancel{/12} \rightarrow$ простое
- 7) 149 | $\cancel{/2} \cancel{/3} \cancel{/5} \cancel{/7} \cancel{/11} \cancel{/12} \cancel{/13} \rightarrow$ простое
- 8) 151 | $\cancel{/2} \cancel{/3} \cancel{/5} \cancel{/7} \cancel{/11} \cancel{/12} \cancel{/13} \rightarrow$ простое
- 9) 157 | $\cancel{/2} \cancel{/3} \cancel{/5} \cancel{/7} \cancel{/11} \cancel{/12} \cancel{/13} \rightarrow$ простое
- 10) 163 | $\cancel{/2} \cancel{/3} \cancel{/5} \cancel{/7} \cancel{/11} \cancel{/12} \rightarrow$ простое
- 11) 167 | $\cancel{/2} \cancel{/3} \cancel{/5} \cancel{/7} \cancel{/11} \cancel{/12} \cancel{/13} \rightarrow$ простое



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	0	0	0	2	7	5	0	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

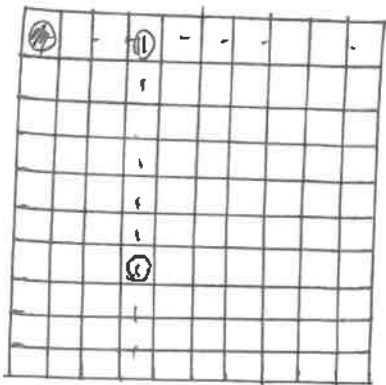
Заменим, что чисел кратных приведенным 11 или 13 нет
(просто нет таких)

Все эти числа встречаются в таблице по одному разу.

Нам нужна таблица в которой произведение стран
и произведение полей равны между собой (включая название
одного алкоголя)

Рассмотрим теперь 10 произвольных чисел. Видно, что в каждом столбце и строке может быть только 1 из 10 чисел. В противном случае имеем одно произведение будет содержать 2 противоречия (из 10 чисел), а имеем одно не будет содержать ни одного (из 10 чисел). Если одна строка, то множество произведений строки и множество произведений столбца не будут совпадать (в одном множестве будет элемент с другим пред. множественником, а в другом элемент без указанного пред. множественника)

Теперь рассмотрим, ~~из~~ как можно вписать // элемент
так, чтобы множество произведений строк и столбцов не изменилось.



Предназначен, по постановке 11 членом
нашего общества имени.

Теперь одна половина содержит 2 элемента (11 и 12)
и одна сторона содержит 2 элемента (11 и 12)
Прежде, чем другие элементы вставились
элементы из другой стороны и половина не равна
(т.е. что мы указали ранее)

Пленарь одна колонка содержит 2 простых ситовых
из 11, 4 одна строка содержит 2 простых ситовых
числа из 11. Выводя, что одна колонка
(из 11) будет равна 1, в противном случае
было бы 2 или 3 простых числа, или простых
чисел + единств.



Лист 5 из 9

ВНИМАНИЕ: Проверяться только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	2	7	5	0	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



Эти координаты и строки не могут быть равными.

Едино они не могут быть равны и с другими элементами, т.е. в них есть различия // иными (в приведенном)

$\Rightarrow$ у каждого элемента будет хотя бы 1 отличительный элемент $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ преобразование строк и преобразование элементов не могут быть одновременно выполняемыми $\Rightarrow$ Ответ: нет

уч.

Исходя из условия обозначим:

$$\begin{aligned} y_1(x) &= 2x^2 + 2(q-2)x \\ y_2(x) &= 2p-8 \end{aligned} \quad | \quad p, q - \text{простые}$$

1) Рассмотрим ситуацию при $p \neq 2; q \neq 2$

Тогда $y_1(x) = 2(p-4)$

$p - \text{неч.} \Rightarrow p-4 - \text{нечетн.} \Rightarrow y_2(x) \equiv 2$

Тогда $y_1(x) = 2(x^2 + (q-2)x) = 2x(x^2 + (q-2))$

при: $x - \text{неч.}; x^2 - \text{неч.}$

$q - \text{неч.} \Rightarrow q-2 - \text{неч.} \Rightarrow x^2 + (q-2) - \text{неч.} \Rightarrow$

$\Rightarrow 2x(x^2 + (q-2)) \div 4$

при $x - \text{четн.}$

$2x(x^2 + (q-2)) \div 4$

$\Rightarrow y_2(x) \equiv 0$

При $p \neq 2, q \neq 2$

$y_2(x) \equiv 0$

$y_1(x) \equiv 2$

$\Rightarrow$ при указанных значениях p и q точки пересечения целочисленными координатами не обладают.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	О	О	О	2	7	5	0	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках справа

2) $p=2$:

$$\begin{cases} y_1(x) = 2x^4 + 2(q-2)x \\ y_2(x) = 2 \cdot 2 - 8 = -4 \\ y_1(x) = y_2(x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x^4 + 2(q-2)x = -4 \\ x^4 + (q-2)x + 4 = 0 \end{cases} \quad | :2$$

Леву нашу мы приведем к многочлену 4 степени.

Его можно представить в виде: $(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4) = \dots x^4$
 $= x^4 + (\dots) \cdot x^3 + (\dots) \cdot x^2 + (\dots) \cdot x + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$

Проверим все корни равно свободному коэффициенту

$x \in \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4\}$, т.к. x - целое

2.1) $x=1$

$$1 + (q-2) + 4 = 0$$

$$q - 2 + 5 = 0$$

$$q + 3 = 0$$

$$q - \text{целое} \Rightarrow q \notin \mathbb{Z}$$

2.2) $x=-1$

$$-1 - (q-2) + 4 = 0$$

$$7 - q = 0$$

$$q = 7$$

$$q - \text{целое} \Rightarrow q = 7 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{q=7}$$

2.3) $x=2$

$$16 + 2(q-2) + 4 = 0$$

$$20 + 2(q-2) = 0$$

$$10 + (q-2) = 0$$

$$12 - q = 0 \quad 8 + q = 0$$

$$q = 12 \quad q = -8$$

$$q - \text{целое} \Rightarrow q \notin \mathbb{Z}$$

2.4) $x=-2$

$$16 - 2(q-2) + 4 = 0$$

$$20 - 2(q-2) = 0$$

$$10 - (q-2) = 0$$

$$12 - q = 0$$

$$q = 12$$

$$q - \text{целое} \Rightarrow q \in \mathbb{Z}$$

2.5) $x=4$

$$256 + 4(q-2) + 4 = 0$$

$$260 + 4(q-2) = 0 \quad | :4$$

$$65 + (q-2) = 0$$

$$63 + q = 0$$

$$q = -63$$

$$q - \text{целое} \Rightarrow q \in \mathbb{Z}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	О	О	О	2	7	5	0	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2.6) $x = -4$

$$256 - 4(q-2) + 4 = 0$$

$$260 - 4(q-2) = 0 \quad |:4$$

$$65 - (q-2) = 0$$

$$67 - q = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} q = 67 \\ q - \text{простое} \end{array} \right\} \Rightarrow q = 67 \Rightarrow$$

$$\boxed{\begin{array}{l} q = 67 \\ p = 2 \end{array}}$$

3) $q = 2$

$$y_1(x) = 2x^4 + 2(2-2)x = 2x^4$$

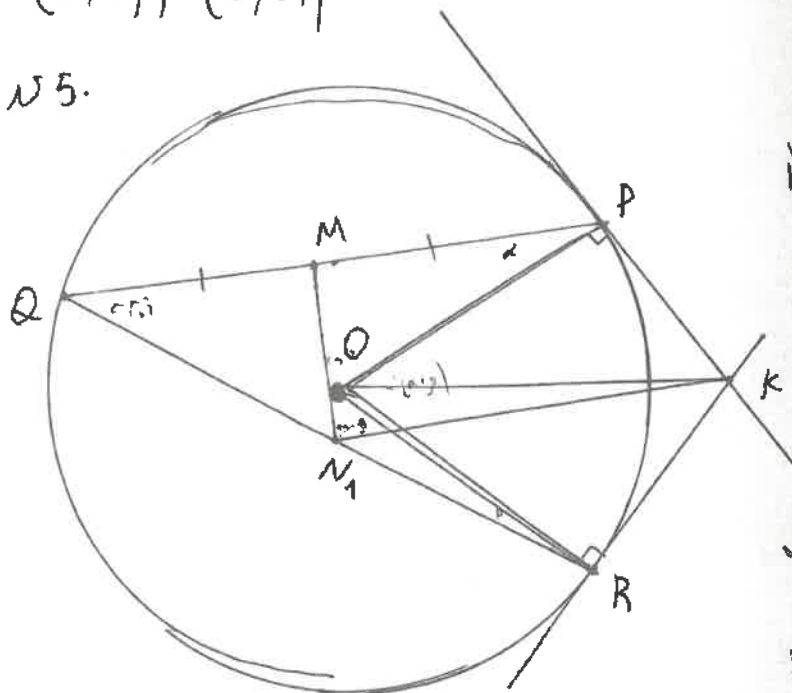
$$y_2(x) = 2p - 8$$

$$\left. \begin{array}{l} y_1(x) = 2x^4 \\ y_2(x) = 2p - 8 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} 2x^4 = 2p - 8 \quad |:2 \\ x^4 = p - 4 \end{array}$$

Исходя из малой теоремы Ферма $x^4 = p - 4$ не имеет целочисленных решений. $p = 5$? почему?

Ответ: $(2; 7); (2; 67)$

№ 5.



Решение:

1) $\triangle QOP$:
 $OQ = OP \Rightarrow \triangle QOP$ равноб.
 OM - медиана

$\Rightarrow OM$ - высота.

продлим OM до пересеч.
 с QR в точке N ,

2) Проверим из N_1 правильно ли построена QR

3)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	2	7	5	0	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа

в рамке справа



2)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Новороссийск

М	А	0	0	0	2	2	9	1	7	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Буркин

Имя Юрий

Отчество Владимирович

Дата рождения 12.11.2006 Класс 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7938 5050 609 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 2 9 1 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в ранее справа

№ 1

Заметим что $2+4+12+18=36$, т.е. все жители высказались, причем т.е. число разб. не меняется, купцы (если они есть) принадлежат одной группе высказавшихся, а эта группа и только эта группа принадлежит купцам. Тогда заметим, что $2 \neq 36-2$; $4 \neq 36-4$; $12 \neq 36-12$. Следовательно купцами может быть только группа из 18 жителей, и заметим что при этом все условия выполняются. Так же заметим что усл. были. если купцов нет.

Ответ: 18; 36.

Зол

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	12	20	92

№ 2

$$\begin{cases} 5a^4 + 5a^3b = 5a^2 + 7 \\ a^2b + 5ab + 1 = a^4 + a^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5a^2 \cdot ab = -a^4 + 5a^2 + 7 \\ (a^2 + 5)ab = a^4 + a^2 - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5c \cdot ab = -c^2 + 5c + 7 \\ (c+5)ab = c^2 + c - 1 \end{cases}$$

Пусть $a^2 = c$

$$5c(c+5)ab = -c^2 + 5c^2 + 7c - 6c^2 + 30c + 42 = -c^2 - c^2 + 37c + 42 = 5c^2 + 5c - 5c$$

$$5c(c+5)ab + c^2 + c^2 - 37c - 42 = 6c^2 + 8c^2 - 42c - 42 = 0 = 6(c+1)(c^2-7) \Rightarrow c = -1; -1; \sqrt{7}$$

$$\text{при } c = \sqrt{7} \Rightarrow -5\sqrt{7}(6-\sqrt{7})ab - 7\sqrt{7} + 7 + 37\sqrt{7} - 42 = -30\sqrt{7}ab + 35ab + 30\sqrt{7} - 35 = \frac{40}{c} = \frac{40}{\sqrt{7}}$$

$$= (30\sqrt{7} - 35)(1-ab) = 0 \Rightarrow ab = 1$$

$$\text{при } c = -1 \Rightarrow -5 \cdot 5ab - 1 + 1 + 37 - 42 = -25ab - 5 = 0 \Rightarrow 5ab + 1 = 0 \Rightarrow ab = -\frac{1}{5}$$

$$\text{при } c = -1 \Rightarrow 5\sqrt{7}(6+\sqrt{7})ab + 7\sqrt{7} + 7 - 37\sqrt{7} - 42 = 30\sqrt{7}ab + 35ab - 30\sqrt{7} - 35 =$$

$$= (30\sqrt{7} + 35)(ab-1) = 0 \Rightarrow ab = 1$$

Ответ: $-1, 2, 1$.

№ 3

Заметим что числа 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163 являются простыми и являются на простом множестве чисел от 105 до 204 ровно по разу (в них самих же). Заметим что т.к. чисел 11 а столбцов 10 по пр. Дирекле найдётся столбец хотя бы с 2 такими числами, значит произведение чисел в этом столбце делится на 11 таких чисел, следовательно если какая-то строка имеет такое же произведение оно делится на те же 11 чисел, значит они в одной строке, но они и в одной столбце, противоречие.

Ответ: нет, не могли.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А 0 0 0 2 2 9 1 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с той стороны листа в ранее справа



Пусть центр O в точке O , $\angle E = \alpha$; $\angle D = \beta$; тогда:

$KD = KF$ как касательные $\Rightarrow \angle KDF = \angle KFD$

$$\angle DKF = 360^\circ - \angle OKK - \angle OFK - \angle DDF =$$

$$= 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 2\angle DEF = 180^\circ - 2\alpha$$

$$\Rightarrow \angle KDF = \angle KFD = \frac{180^\circ - \angle DKF}{2} =$$

$$= \frac{180^\circ - 180^\circ - 2\alpha}{2} = \alpha$$

$$\angle EDN \parallel NK \Rightarrow \angle DKN = 180^\circ -$$

$$- \angle EDK = 180^\circ - \angle EDF - \angle FDK =$$

$$= 180^\circ - \beta - \alpha = 180^\circ - \angle EDF - \angle DEF =$$

$$= \angle DFN \Rightarrow \angle DNF = \angle DFN - \text{вписанный} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle DNF = 180^\circ - \angle DKF = 180^\circ -$$

$$-(180^\circ - 2\alpha) = 2\alpha \Rightarrow \angle END = 180^\circ - \angle DNF =$$

$$= 180^\circ - 2\alpha \Rightarrow \angle EDN = 180^\circ - \angle END - \angle DEN =$$

$$= 180^\circ - (180^\circ - 2\alpha) - \alpha = \alpha = \angle DEN \Rightarrow EN \parallel DK$$

Соединим с основанием $ED \Rightarrow$ т.к. NM медиана
на основании ED равно. DM - высота, т.к. $EN \parallel DK$
т.е. $NM \perp ED$ т.к. g .

№ 4

$y = 4(x^4 + (q-2)x) = 4(p-4)$ но, т.к. x, q, p - целые, мы можем
решить уравнение $y = x^4 + (q-2)x = p-4$ в целых x и q

Пусть $q \neq 2$, тогда, если $x \neq 2$, то $x^4 \geq 2$; $(q-2)x \geq 2 \Rightarrow x^4 + (q-2)x \geq 2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow p-4 \geq 2 \Rightarrow p \geq 2 \Rightarrow p = 2 \Rightarrow x^4 + (q-2)x = -2$, но $q \geq 2 \Rightarrow (q-2)x \geq 0 = x(x^3 + q - 2)$

$\Rightarrow |x| \leq 2$, но $q \geq 2$ если $x \geq 0$, то $q \geq 2 \Rightarrow q-2 \geq 0 \Rightarrow x^4 + (q-2)x \geq 2$ тогда

если $x = -1$, то $(-1)^4 + (q-2)(-1) = 1 - q + 2 = -2 \Rightarrow q = 5$, если $x = -2$, то

$(-2)^4 + (q-2)(-2) = 16 - 2q + 4 = -2 \Rightarrow 2q = 22 \Rightarrow q = 11$, если $x = 1$ то $x^4 = 1$,
 $(q-2)x = 1 \Rightarrow x^4 + (q-2)x = 2 \Rightarrow p-4 = 2 \dots$ окончательные рассуждения.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 2 9 1 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте, чтобы то, что записано с этой стороны листа, в рамке справа



Если $q:2 \Rightarrow q=2 \Rightarrow x^4 + (q-2)x = x^4 = p-4 \Rightarrow p = x^4 + 4$.

Если $x \not\equiv 5$, то $x^4 \equiv 1 \Rightarrow x^4 + 4 \equiv 5 \Rightarrow p \equiv 5 \Rightarrow p=5$ (запомним что возм. $x = \pm 1$)

Ответ: $(2; 5); (2; 11); (5; 2);$ остальные пары имеют вид $(25y^4 - 4; 2)$, где $x = 5y$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. ХАБАРОВСК "КТАНОУ, КЦО"

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	2	3	5	6	7	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант № 2

Фамилия ЮЩЕНКО

Имя МИХАИЛ

Отчество ПАВЛОВИЧ

Дата рождения 06.02.2007 Класс 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7 924 110 22 68 Подпись ЮЩ

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	2	3	5	6	7	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Запишем систему:

$$\begin{cases} a^4 + 4a^3b = 4a^2 + 6 \\ 4a^3b + 5ab + 1 = a^4 + a^2 \end{cases}$$

Сложим два равенства

1	2	3	4	5	Σ
0	20	20	16	20	76

$$a^4 + 4a^3b + a^3b + 5ab + 1 = 4a^2 + 6 + a^4 + a^2$$

$$5a^3b + 5ab + 1 = 5a^2 + 6$$

$$5a^3b + 5ab - 5a^2 - 5 = 0$$

$$a^3b + ab - a^2 - 1 = 0$$

$$ab(a^2 + 1) - (a^2 + 1) = 0$$

$$(a^2 + 1)(ab - 1) = 0, \Rightarrow \text{либо } a^2 + 1 = 0 \text{ либо } ab - 1 = 0,$$

$a^2 + 1 \neq 0$, потому что сумма двух положительных чисел не может быть равной нулю. $\Rightarrow ab - 1 = 0 \Rightarrow ab = 1$

Ответ: $ab = 1$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

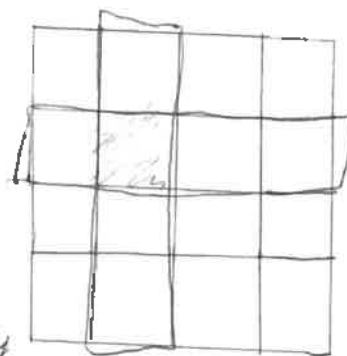


Вариант № 2

М	А	0	0	0	2	3	5	6	7	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

НЗ.



Надо обратить внимание на то, что если где-то у нас будет простое число, то произведение всех чисел в этой строке должно делиться на это простое число, поскольку в этой таблице 10×10 , такое число есть всего одно и никакое число из этой таблицы не делится на это простое число, а мы знаем, что произведение всех чисел этой строке должно равняться какому-то произведению столбца, то очевидно, что эта строка и тот столбец, где находится данное простое число и будут равны. Но если у нас в какой-то строке (или столбце) будет два простых числа, то мы не сможем подобрать ей равной столбец, потому что как я уже говорил простое число у нас есть и нет такого числа в нашей таблице, которое равнялось бы простому множителю, выходящему нашей строке число.

Максимум мы можем расставить 10 простых чисел, так чтобы они не попадались на одной строке, или столбце (например на диагонали).

Но у нас простых чисел больше, больше 10. Например: 107, 109, 113, 127, 131, 137, 141, 149, 151, 157, 163, а это значит, что на какой-то строке, или столбце у нас будет два простых числа $\Rightarrow$ мы не сможем подобрать равной столбца или строку, потому что это произведение будет делиться на два простых числа, а другое произведение нет.

Ответ: Нет, невозможно.

ВНИМАНИЕ: Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	2	3	5	6	7	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Графики ф-ий $y = 3x^q + 3(q-2)x$ и $y = 3p - 12$, должны пересекаться в целочисленной координате, будем считать это.

Рассмотрим случай, когда p и $q \neq 2$, ~~и~~ и знаем, что чёт $\times$ чёт = чёт; нечёт $\times$ нечёт = нечёт; нечёт $\times$ чёт = нечёт; чёт + чёт = чёт... *тогда.*

$y = 3x^q + 3(q-2)x$, x либо чёт, либо нечёт.

1) x - чёт.

(простые числа всегда нечёт)

$y = 3 \cdot \text{чёт} + 3 \cdot \text{чёт} \cdot \text{нечёт} = \text{чёт} + \text{чёт} = \text{чёт}$.

2) x - нечёт

$y = 3 \cdot \text{нечёт} + 3 \cdot \text{нечёт} \cdot \text{нечёт} = \text{нечёт} + \text{нечёт} = \text{чёт} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ при любых целых x , функция принимает чётные значения.

$y = 3p - 12$ - Это прямая параллельная оси Ox .

$y = 3 \cdot \text{нечёт} - 12 = \text{нечёт} - 12 = \text{нечёт} \Rightarrow$ Эта функция всегда принимает нечетные значения $\Rightarrow$ Наши функции не могут пересекаться в целочисленных координатах.

~~Итак, если p и q нечётные~~ Можно сказать, что p и q не могут равняться 2 одновременно, т.к. чётность нечетности и так и там.

Теперь рассмотрим случай, когда $p = 2$, тогда:

$$y = 3p - 12 = 6 - 12 = -6 \Rightarrow 3x^q + 3(q-2)x = -6$$

$$3x(q-2) = -(6+3x^q)$$

$$q-2 = -\frac{6+3x^q}{3x}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 2 3 5 6 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$q-2 = -\frac{2+x^4}{x}$$

$$q = -\frac{2+x^4}{x} + 2$$

$$q = -\frac{2}{x} + x^3 + 2 \Rightarrow \text{отсюда понимаем, что } x \text{ по модулю не должен превосходить } 2, \text{ иначе.}$$

при целых x, y нас интересует дробное значение. $\Rightarrow x=2, 1, -1, -2$.

2 и 1 - не подходит, т.к. $q = -1 - 2 = -3$

$$q = -2 - 1 + 2 = -1$$

простое число не может быть отрицательным; при $x=-1$ и -2 натурал:

$$x=-1; q=2+1+2=5$$

$$x=-2; q=1+8+2=11 \text{ Заметим найденные корни.}$$

(2; 5) и (2; 11).

Теперь решим. Случай когда $q=2$, тогда:

$$y = 3x^4 + 3(q-2)x = 3x^4$$

$$y = 3p - 12$$

$$\Rightarrow 3x^4 = 3p - 12 \Rightarrow x^4 = p - 4$$

$$p = x^4 + 4, \text{ причём}$$

x - не может быть четным, т.к. $x^4 + 4 \div 2$, а p - простое и не 2. $\Rightarrow x$ - нечёт, какое бы ни было x не брели последние цифры числа будут 1, 3, 5, 7, 9, если возведём их в 4 степень получим: 1 1 5 1 1, и если прибавим 4 получим: $x = \dots 5$ 5 5 9 5 5 - это последние цифры какого простого числа p - очевидно, что единственное такое, которое может оказаться это 5 (так как при чётных цифрах чисел p делится на 2, 4 и 5 (либо 9), $p \neq 9$, т.к. $9 \div 3$, $9 \div 9$, $9 \div 1$. Заметим найденный ответ (5; 2). Теперь заметим ответ.

Ответ: (2; 5); (2; 11); (5; 2)



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 2 3 5 6 7 2 3

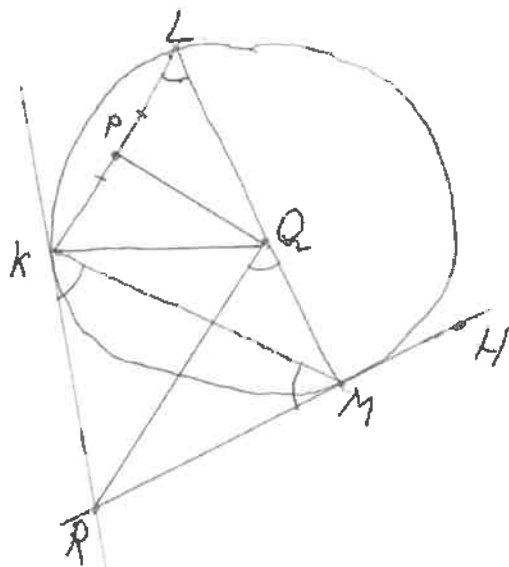
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 5

Дано:
 $\triangle KLM$,
 ω — описанн.
 KR и MR — касательн.
 $RQ \parallel KL$.
 Найти:
 $\angle KPR$ — ?

Решение:

- $\angle RKM = \angle RMK = \angle KLM$ (т.к. угол между кас. и хорд. равен дуге, стянутой хордой).
 - $\angle KLM = \angle RQM$, т.к. $KL \parallel RQ \Rightarrow \angle KLM = \angle RQM = \angle RKM = \angle RMK$.
 - $KRAM$ — вписанный, т.к. $\angle RKM = \angle RQM$ (они опираются на одну дугу). $\Rightarrow \angle QRM = \angle MKQ$ (опираются на одну дугу).
 - $\angle LMH = \angle LKM$ (т.к. угол между кас. и хорд. ...)
 - $\angle LMH$ — внешний для $\triangle RQM \Rightarrow \angle LMH = \angle RQM + \angle QRM \Rightarrow \angle LKM = \angle RQM + \angle QRM \Rightarrow \angle LKM = \angle RQM + \angle MKQ$
 - $\angle LKM = \angle LKQ + \angle QKM$ (потому что они из тех частей, и мы знаем, что $\angle LKM = \angle RQM + \angle MKQ \Rightarrow \angle LKQ = \angle RQM$.
 $\angle RQM = \angle KQK \Rightarrow \angle KQK = \angle LKQ \Rightarrow \triangle KQL$ — равнобедр. OR — медиана $\Rightarrow$ она ещё и высота $\Rightarrow \angle KPR = 90^\circ$
- Ответ: $\angle KPR = 90^\circ$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Хабаровск КГАНОУ, КЦО

М	А	0	0	0	2	2	5	1	4	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия МАКСИМЕНКО

Имя Ксения

Отчество Валерьевна

Дата рождения 19.02.2007

Класс 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7-929-405-58-68

Подпись KB -

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 5 1 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

21

1	2	3	4	5	Σ
20	18	18	0	0	56

1) Можно точно утверждать, что каждое утверждение проуз-
весты либо ~~только~~ разбойники, либо только
купцы, т.к если утверждение верно, то его могли
сказать только купцы, иначе только разбойники

2) Пусть первое утв. верно, тогда разб-2, купц-26. Не
соответствует, т.к тогда в других утвержд. купцы могли

3) Пусть второе утв. верно, тогда разб-4, купц-24,
Не соответствует, т.к тогда в других утвержд. купцы
могли

4) Пусть третье утв. верно, тогда разб-8, купц-20,
Не соответствует, т.к тогда в других утвержд. купцы
могли

5) Пусть четвертое утв. верно, тогда разб-14, купц-14.
Первые 3 выск сказали разбойники и ков-
ражи. Подходит, соотв. уел.

6) Пусть все встретившиеся разбойники, тогда
все утвержд. неверны, что соответствует условию
Ответ: 14 или 28

ВНИМАНИЕ! Проверкается только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 5 1 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

√2

$$1) \quad \begin{cases} a^4 + 3a^3b = 3a^2 + 5 \\ a^3b + 4ab + 1 = a^4 + a^2 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} a^4 + 3a^3b - 3a^2 - 5 = 0 \\ a^3b + 4ab + 1 - a^4 - a^2 = 0 \end{cases}$$

~~3) a^4~~

$$3) \quad \cancel{a^4} + 3a^3b - 3a^2 - 5 + \cancel{a^3b} + 4ab + 1 - \cancel{a^4} - a^2 = 0$$

$$4a^3b - 4a^2 - 4 + 4ab = 0 \quad | : (-4)$$

$$-a^3b + a^2 + 1 - ab = 0$$

$$a^2 - a^3b + 1 = ab$$

Пусть $ab = x$, тогда

$$a^2 - a^2x + 1 = x$$

$$a^2 - a^2x + 1 - x = 0$$

$$a^2(1-x) + (1-x) = 0$$

$$(a^2+1)(1-x) = 0$$

$$a^2+1=0$$

$$a^2 = -1$$

Нет решений

$$a^2 > 0$$

$$1-x=0$$

$$1=x$$

$$ab=1$$

Ответ: 1



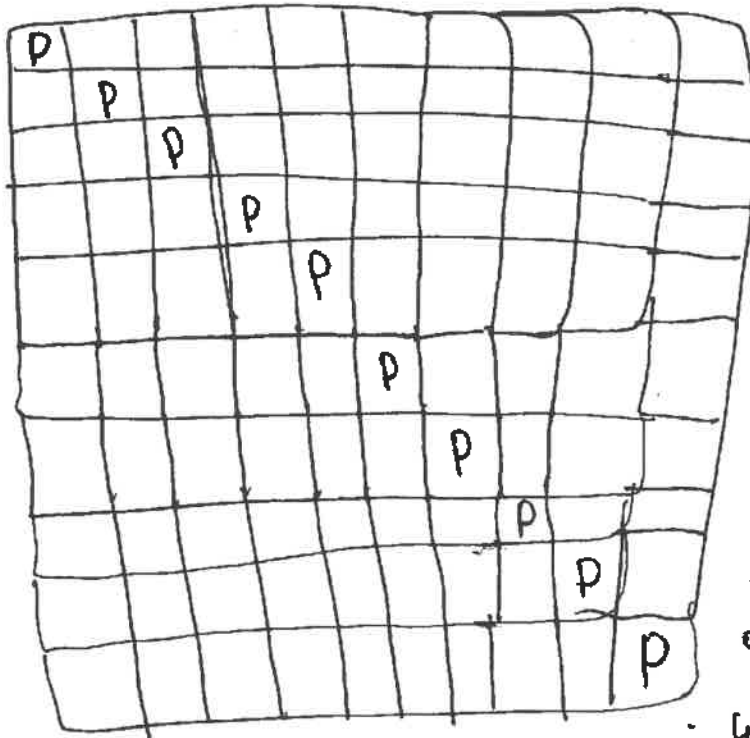
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 2 2 5 1 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3



Чтобы у Машки
получилось выпол-
нить условие
у каждой пары
столбца и строки
должно быть ровно
одно ^{общее} простое число
и в каждом

столбце или строке должно быть
ровно одно простое число. Следовательно
для удовл. условия нужно ровно 10
простых чисел. В промежутке от 103 до
202 не ровно 10 простых чисел

Ответ: нет, не могла

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа
и рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Санкт-Петербург

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	2	3	3	0	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант № 1

Фамилия Витман

Имя Милан

Отчество Димитриевич

Дата рождения 10.06.07 Класс 9

Предмет Математика

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы ²16.02.2023

Номер телефона +7 921 863 36 85 Подпись Витман

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Бельчонок»

от Витмана Ильи Димитриевича

(ФИО участника)

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по математике, выполненной «26» февраля 2023 г. на площадке г. Санкт-Петербург
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

+7 921 863 36 85

(номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

itw2010w@gmail.com

(адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 06.04.2023 23.00

Подпись участника Олимпиады: _____

Витман

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

ШИФР РАБОТЫ 11A0002330623, 9кл

Дата и время отправки работы (время – красноярское) 07 04 23 16⁴⁵

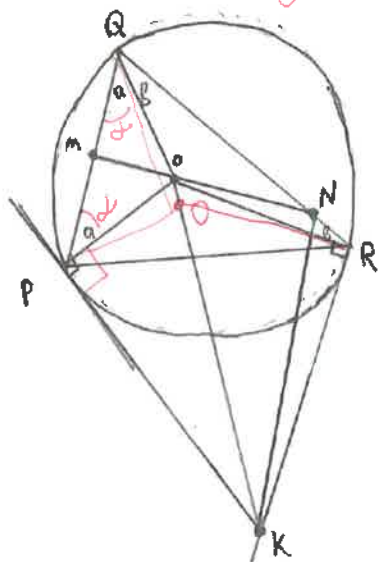
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 3 3 0 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N5.



0) м.к. $\angle POK = \angle ROK = 90^\circ \Rightarrow \angle POK - \text{вмис.}$
 1) $\angle OQK - \angle OQK = \alpha$; $\angle ORK = \angle ORK = \beta \Rightarrow \angle OPR = \angle ORP =$
 $= \frac{180^\circ - 2\alpha - 2\beta}{2} = 90^\circ - \alpha - \beta$

1	2	3	4	5	Σ
20	18	2	6	6	64

2) м.к. $[QP] \parallel [NK] \Rightarrow \angle KNR = \angle PQN = \alpha + \beta$

3) $\angle RPK = 90^\circ - \angle OPR = 90^\circ - (90^\circ - \alpha - \beta) = \alpha + \beta$

4) м.к. $\angle KPR = \angle KNR = \alpha + \beta \Rightarrow \angle KPNR - \text{вмис.}$

5) $\begin{cases} \angle KPNR - \text{вмис.} \\ \angle KPOR - \text{вмис.} \end{cases} \Rightarrow \angle KONR - \text{вмис.}$

6) $\angle OKR = 90^\circ - \alpha - \beta$ $\angle ORK = 90^\circ - \alpha - \beta$ $\angle POK = 90^\circ - \alpha - \beta$ $\angle ROK = 90^\circ - \alpha - \beta$

7) $\angle ONRK - \text{вмис.} \Rightarrow \angle OKR + \angle ONR = 180^\circ (=)$

$\Rightarrow 90^\circ - \alpha - \beta + \alpha + \beta + \angle MNK = 180^\circ \Rightarrow \angle MNK = 90^\circ$

8) $\angle QMN = \angle MNK = 90^\circ$ $[PQ] \parallel [NK]$

9) $\angle PMN = 180^\circ - \angle QMN = 90^\circ$

читай

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	0	0	0	2	3	3	0	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N2.

$$\begin{cases} a^4 + 3a^3b = 3a^2 + 5 \\ a^4 + a^2 = a^3b + 4ab + 1 \end{cases} \stackrel{N2.}{\Rightarrow} \begin{cases} a^4 = 3a^2 + 5 - 3a^3b \\ a^4 + a^2 = a^3b + 4ab + 1 \end{cases} \stackrel{(*)}{\Rightarrow}$$

$$\Leftrightarrow 3a^2 + a^2 + 5 - 3a^3b = a^3b + 4ab + 1 \Leftrightarrow 4a^2 = 4a^3b + 4ab - 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a^2 = a^3b + ab - 1 \stackrel{a^2+1>0}{\Leftrightarrow} a^2+1 = ab(a^2+1) \Leftrightarrow ab = \frac{a^2+1}{a^2+1} \Leftrightarrow ab = 1.$$

Omberm; 1.

N3.

От противного.

$$\pi_1 = a_1' a_2' \dots \quad q_1 = a_1' a_3' \dots$$

$$x_2 = a_3, a_4, \dots \quad y_2 = a_2, a_4, \dots$$

$$\text{mul. } X = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{10} \end{bmatrix} \dots X_{70} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{70} \end{bmatrix}$$

Среди чисел от 103 до 202 есть несколько простых чисел (их больше 10),

Возьмём P_1 : т.к. $P_1 \in [103; 202] \Rightarrow 2P_1 \notin [103; 202]$

P_1 какой-то по y и по x , т.к. KP_1 больше нуля и KP_1 больше нуля в K квадранте (при $K \neq 1$), то $y_{P_1} = x_{P_1}$, т.к. мы предполагаем, что на KP_1 больше нуля в K квадранте (при $K \neq 1$), то $y_{P_1} = x_{P_1}$.

Заметим, что для 1-й пары x и y есть ровно 1 их пересечение и значит, что если $f(x) : P_1$ и $g(y) : P_2$

значит, что если $\begin{pmatrix} x_{P_n} \\ y_{P_n} \end{pmatrix} \in P_n$, где $P_n \in \mathbb{P} \Rightarrow P_n$ состоит из их пересечения.

$\text{П.к. простыми чисел от } 10^3 \text{ до } 202 > 10 \Rightarrow \text{сумма тройки, где}$

$$\begin{cases} x_{p_k} : p_k \\ y_{p_k} : p_k \end{cases} \text{ и } \begin{cases} y_{p_k} : p_{k+1} \\ x_{p_{k+1}} : p_{k+1} \end{cases} \Rightarrow x_{p_{k+1}} = y_{p_k} = x_{p_k} \Rightarrow p_k \text{ пересек. и мол } y_{p_k} \text{ и мол } z_{p_k} \quad (71)$$

$\Rightarrow x_{p_{k+1}} = y_{p_k} = x_{p_k} \Rightarrow p_k$ неперес. и мол $x_{p_{k+1}}$ и мол x_{p_k} (?)

Ombem; nem.

Лист 2 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	О	О	О	2	3	3	О	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Р - разбойники

N1. К - кучки

1) Давайте предположим, что разбойников было 28 (то есть все), тогда утверждение каждого ложно. Это нам подходит, значит 28 Р быть может.

2) Давайте также заметим, что если ≥ 1 К есть в множестве А человек скажет 1 и то же утв.), то все люди в мн-ве К - К. Кроме того, если в мн-ве А есть К, то в мн-ве К не может быть К (2 К скажут разное $\Rightarrow$ 0 человек верно скажет, что 28-0 - Р, такое тоже возможно (при усл. что в мн-ве А $q=28-q$) только при $q=14 \Rightarrow 14$ К - возможно $\Rightarrow 14$ Р - возможно.
 1) * К=0 2) К ≥ 1

Ответ: 28 или 14.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	О	О	О	2	3	3	0	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

~ 4

$$2x^4 + 2(q-2)x = 2p-8 \Leftrightarrow x^4 + (q-2)x = p-4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 \cdot x^2 + (q-2)x - p + 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2-q \pm \sqrt{q^2 - 4q + 4 + (4p-16)x^2}}{2x^2}$$

$$\text{т.к. } x \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{q^2 - 4q + 4 + (4p-16)x^2} = a, \text{ где } a \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q^2 - 4q + 4 + (4p-16)x^2 = a^2 \Leftrightarrow (\sqrt{4p-16}x - q)^2 = a^2 \Leftrightarrow -8p - 32 = -4q + 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2p+8 = q-1 \Leftrightarrow q = 2p+9$$

$$\sqrt{4p-16} = b, \text{ где } b \in \mathbb{Z} \Rightarrow 2\sqrt{p-4} = b \Rightarrow \begin{cases} p=3 \\ p=5 \end{cases} \text{ (нижележащие тройки, где}$$

$$\text{одно из чисел уже } = 4) (a^2 + 16 = b^2 \Leftrightarrow 16 = (a-b)(a+b))$$

$$p=3 \Rightarrow q = 2 \cdot 3 + 9 = 15 \quad \times \text{ (не подходит, т.к. } 15 \notin \mathbb{P})$$

$$p=5 \Rightarrow q = 2 \cdot 5 + 9 = 19 \quad \checkmark$$

Ответ: ~~(5; 19)~~.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Санкт-Петербург

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	2	5	5	0	1	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант № 1

Фамилия Карпунова

Имя Анна

Отчество Вениславовна

Дата рождения 08.09.2007 Класс 9

Предмет математика

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы 16.02.2023

Номер телефона +7 (911) 943-13-22 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	О	О	О	2	5	5	0	1	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача N 3

Заметим, что среди чисел от 103 до 202 более 10 простых: 103; 107; 109; 113; 127; 131; 137; 139; 149; 151; 157; 163; 167; 173; 179; 181; 191; 193; 197; 199. Рассмотрим столбцы таблицы: хотя бы в одном из них будут 2 этих простых числа.

- 1) Разложим каждое из произведений чисел в столбце на простые множители.
- 2) Заметим, что каждое из вышеперечисленных простых чисел встречается не более одного раза (даже при разложении меньшего из этих чисел на множители простые не повторяются 202, что больше, чем 202).
- 3) Заметим, что если какие-то 2 простых числа a и b ~~то~~ ^{появятся 202, что больше, чем 202} стояли в одном столбце, в одной строке они стоять не могут, то есть если в одном из произведений столбцов встречается ab , то ни в одном из произведений строк оно встречаться не может. $\Rightarrow$ (т.к. a и b простые числа и выполняется условие 1) в каком-то произведении столбцов будет встречаться множитель ab , но ни в одном из произведений строк оно встречаться не будет $\Rightarrow$ произведения чисел в строках и столбцах совпадать не будут $\Rightarrow$ все числа не могут совпадать.

Отв: нет, не могут

Задача N 1.

- 1) Заметим, что купцов может быть не больше 14: иначе хотя бы один купец будет говорить, что разбойников ровно 14, и хотя бы один скажет любое другое утверждение (т.к. говорит все), а для выполнения купцов не могут расхожиться, т.к. они все говорят правду, а кол-во купцов и разбойников фиксированные числа.
- 2) Заметим также, что не может быть от 1 до 13 купцов, т.к. что бы они не говорили купцы выводят, что купцов больше 14, что не может быть по утв. 1. $\Rightarrow$ Купцов может быть либо 14, либо не быть вообще.
- 3) Если их 14, все они говорят, что разбойников 14, а оставшиеся разбойники могут, как и должны. Если их нет - все разбойники $\Rightarrow$ все лгут. Так и есть $\Rightarrow \rightarrow$ разбойников либо 14, либо 28

Отв: 14 или 28

ВНИМАНИЕ: Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 5 5 0 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Задача N 2.

$$\begin{cases} a^4 + 3a^3b = 3a^2 + 5 \\ a^3b + 4ab + 1 = a^2 + a^4 \end{cases} \quad (\text{сложим уравнения}) \Rightarrow a^4 + 3a^3b + a^3b + 4ab + 1 = 3a^2 + 5 + a^2 + a^4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4a^3b + 4ab = 4a^2 + 4 \Leftrightarrow a^3b + ab = a^2 + 1 \Leftrightarrow ab(a^2 + 1) = a^2 + 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow ab(a^2 + 1) - (a^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow (ab - 1)(a^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + 1 = 0 \\ ab = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = -1 \\ ab = 1 \end{cases} \Rightarrow ab = 1$$

Ответ: $ab = 1$.

Задача N 4.

Заметим, что при любых p и q , y будет целым числом, т.к. $y = 2p - 8$, $p \in \mathbb{N}$. Если $y = x^4 + 2(q-2)x$ и $y = 2p - 8$ имеют одну целую численную точку пересечения, то

$$\exists x, y \in \mathbb{Z} \rightarrow \begin{cases} y = x^4 + 2(q-2)x \\ y = 2p - 8 \end{cases} \Rightarrow 2x^4 + 2(q-2)x - 2p + 8 = 0 \Leftrightarrow x^4 + (q-2)x = p - 4$$

Убедимся, что среди всех простых чисел только одно четное - 2. Рассмотрим все возможные p и q , кроме 2: (p и q - нечетны)

$\exists x$ - нечетное число $\Rightarrow x^4$ - нечетно и $(q-2)x$ - нечетно $\Rightarrow p - 4$ - четно (сумма нечетных - четно) $\Rightarrow p$ - четно, что не может быть.

$\exists x$ - четно $\Rightarrow x^4$ - четно и $(q-2)x$ - четно $\Rightarrow p - 4$ - четно $\Rightarrow p$ - четно, что не может быть $\Rightarrow$ таких x при p и q - любых простых, кроме 2 - не существует.

* $p = q = 2 \Rightarrow x^4 \pm 2 = -2$ не может быть $\Rightarrow p \neq q = 2$

* $p = 2 \rightarrow x^4 + (q-2)x = -2$ не может быть, т.к. $q \geq 3 \Rightarrow q-2 \geq 1 \Rightarrow x^4 + x \geq 3$ или $x^4 - x \geq 3$, что в действительности.

$\exists x \not\equiv 3 \pmod{5} \Rightarrow (\text{mod } 5) x^4 + (q-2)x = -2 \Leftrightarrow x^4 + (q-2)x = 3 \pmod{5}$ - не может быть

$$\exists x \equiv 3 \pmod{5} \Rightarrow (\text{mod } 5) 1 + (q-2)x = 3 \Rightarrow \begin{cases} (q-2)1 = 0 \\ 1 + (q-2)2 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (q-2)1 = 0 \\ (q-2)2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q-2 \equiv 0 \\ q-2 \equiv 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q \equiv 2 \\ q \equiv 3 \end{cases} \Rightarrow (p, q) = (2, 3)$$

По малой теореме Ферми $x^4 \equiv 1 \pmod{5} (x \not\equiv 5) \Rightarrow (\text{mod } 5) 1 + (q-2)x = 3 \Rightarrow$
 $\Rightarrow q-2 \equiv 3 \Rightarrow q \equiv 0 \Rightarrow q = 5$ (единственное простое число, кратное 5) $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ подходит пара $(2, 5)$

* $q = 2 \Rightarrow x^4 = p - 4 \Rightarrow (\text{mod } 5) 1 = p - 4 \Rightarrow p \equiv 0 \Rightarrow p = 5$ (единственное простое число, кратное 5) $\Rightarrow$ подходит пара $(5, 2)$

Ответ: $(2, 5); (5, 2)$

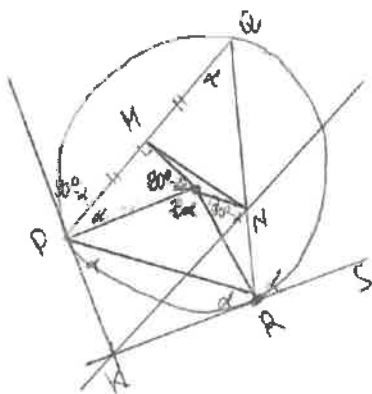
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

M	A	0	0	0	2	5	5	0	1	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

3agara N 5



D
Pencil

II Заметим, что если $O(\cdot)$ лежит на HN , то условие выполняется, т.е.:

Омкит по сирдигитови перпендикуляр к

PR (no onp), H-tone (no cb. by) $\rightarrow$ on $\perp$ PR

Если O центр на NH , то $HN \perp PQ$

$$\pi \in KRP \Rightarrow \alpha \Rightarrow \text{PQR} = \alpha' \Rightarrow \text{PQ || NK} \Rightarrow \text{MK || NK} \Rightarrow \text{MK || NK} \Rightarrow \text{MK || NK}$$

$\angle MPO = \alpha \Rightarrow \angle PON = 90^\circ - \alpha$ (п/у треугольника)

III Anomalous $\angle RON = 90^\circ - \alpha =$

$$\Rightarrow \angle POM + \angle POR + \angle RON = 90^\circ - \alpha + 2\alpha + 90^\circ - \alpha = 180^\circ \Rightarrow$$
$$\Rightarrow O \in MN \Rightarrow (\text{no symmetry I}) OM \perp PQ \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \angle PMN = 90^\circ$$

470

Док-ть:
LPHN - 900

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

СВФУ

М	А	0	0	0	2	2	8	0	3	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 2

Фамилия Романюк

Имя Анастасия

Отчество Руслановна

Дата рождения 09.01.2007

Класс 9

Предмет математика

Работа выполнена на 1 листах

Дата выполнения работы 26.02.21

Номер телефона 89141061590

Подпись

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 2 2 8 0 3 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1 Пусть К-куклы; Р-разбойники;

I II III...VI VII...XVI XVII...XXVI
 ① группа ② группа ③ группа ④ группа
 "2Р" "4Р" "10Р" "16Р"

3) Если ① группа говорит правду, т.е. состоит только из К. Тогда Р всего 2. Но т.к. во всех группах остальных групп разбойники $32-2 \neq 2$ - противоречие

Аналогично получаем, что группы ②, ③ не могут состоять из Кукол, т.к. $32-4 \neq 4$; $32-10 \neq 10$

4) Если ④ группа говорит правду, то всего Р-16; $32-16=16$ - кукол

Если никто не говорит правду, то всего 32 разбойника

Ответ: 16 разбойников
 32 разбойника

№2 $a^4 + 4a^3b = 4a^3 + b \Rightarrow a^4 = 4a^3 + b - 4a^3b$

Подставим во 2-е выражение: $a^3b + 5ab + 1 = 4a^3 + b - 4a^3b + a^4$

$$5a^3b + 5ab = 5a^3 + 5 \quad | :5$$

$$a^3b + ab = a^3 + 1$$

$$ab(a^2 + 1) = a^3 + 1$$

$$ab = \frac{a^3 + 1}{a^2 + 1} = 1$$

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	20	0	80

$$a^2 + 1 \neq 0, \text{ т.к. } a^2 \geq 0, 1 > 0$$

Ответ: $ab = 1$

№3 Заметим, что кол-во простых чисел > 104 больше 10.

⇒ на одной стороне будет находиться

более 1-го простого числа > 104 , но меньше 203.

Допустим, такое возможно, тогда какой-то из строк соответствует строке с таковыми же произведениями. Рассмотрим строку, где > 1 простое число. Заметим, что ни в одной строке не может быть 6, так как $6 \cdot 2 > 203$

6	6	6	6	6	6
---	---	---	---	---	---

Ответ: нет, не может

№4 $3x^3 + 3(q-2)x = y = 3p-12$

$$\Rightarrow 3x(x^2 + q-2) = 3p-12 \quad | :3$$

$$x(x^2 + q-2) = p-4$$

а) Если $p \equiv 1$:

$$x(x^2 + q-2) \equiv 1 \Rightarrow x \equiv 1 \Rightarrow q \equiv 0 \Rightarrow q=2$$

$$x(x^2 + 2-2) = x^3 = p-4$$

Рассмотрим остатки по модулю 5

$$\begin{array}{r} 4 \\ 0 \\ 0 \end{array} \Rightarrow x^4 \equiv 0, 1$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 1 \\ 1 \end{array} \Rightarrow \text{если } x^4 \equiv 1, \text{ то } p \equiv 5 \Rightarrow p=5$$

$$\Rightarrow x^4 = 1 \\ x^4 = 1 \\ x = \pm 1$$

mod 3: если $x^4 \equiv 0$, то $x^4 + 4$ - не прост.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ 2 \end{array} \Rightarrow \text{если } x^4 \equiv 1, \text{ то } x^4 + 4 \equiv 2 \pmod 3$$

б) Если $p \equiv 0 \Rightarrow p=2 \Rightarrow x(x^2 + q-2) = -2$

Числа могут равняться только, т.к. x-целое.

-1	2
1	-2
2	-1
-2	1

$$\text{если } x=-1, \text{ то } x^2 + q-2 = -1+q-2=2 \Rightarrow q=5$$

$$\text{если } x=1, \text{ то } x^2 + q-2 = 1+q-2=-2 \Rightarrow q=-1 \text{ - не может}$$

$$\text{если } x=2, \text{ то } x^2 + q-2 = 8+q-2=-1 \Rightarrow q=-7 \text{ - не может}$$

$$\text{если } x=-2, \text{ то } x^2 + q-2 = -2+q-2=1 \Rightarrow q=3$$

Ответ: (2; 5)

(2; 11)

(5; 2)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

211 кв-л, д. 18, г. АХТАРСК

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	2	3	5	9	1	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант № 2

Фамилия ОВДЕНЕВА

Имя Алина

Отчество АЛЕКСЕЕВНА

Дата рождения 11.02.2007

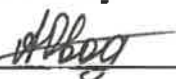
Класс 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89087710220

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Бельчонок»

от Тюдневой Алины Александровны
(ФИО участника)

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по МАТЕМАТИКЕ, выполненной «26» февраля 2023 г. на площадке Ангара, лицей №2
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

8 9087710220 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

mlrasvodnaya217@gmail.com (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 07.04.23 12:55

Подпись участника Олимпиады: Алины

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

ШИФР РАБОТЫ МА00023591, 9кл
23

Дата и время отправки работы (время – красноярское) 07.04.23 15:45

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 2 3 5 9 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

"В уезде живут купцы и разбойники" $\Rightarrow$ есть хотя бы один купец и хотя бы один разбойник. Значит хоть кто-то из них говорит правду, т.к. $(2+4+10+16) \neq 32$, а это все жители, (все высказались, значит кто-то из них купец). Население разбилось на 4 группы, но одна (только одна) из них говорит правду. Тогда купцы должны считать, что разбойков столько, сколько человек в сумме в других группах (так как остальные - разбойники) $\Rightarrow$ есть 4 случая:

1	2	3	4	5	Σ
12	9	20	14	0	66

1) Те, кто считают, что 2 ч. - разбойники: $2 \neq 4+10+16$

условие не выполняется

2) Те, кто считает, что 4 человека - разбойники: $4 \neq 2+10+6$

условие не выполняется

3) Те, кто считает, что 10 человек - разбойники: $10 \neq 2+4+16$

условие не выполняется

4) Те, кто считает, что 16 человек - разбойники: $16 = 2+4+10$

условие выполняется, единственный раз $\Rightarrow$

16 человек - купцы, $(32-16=16)$ - 16 человек - разбойники

Ответ: 16

№2

пронумеруем неравенства, данные в условии:

$$① a^4 + 4a^2b = 4a^2 + b$$

$$② a^3b + 5ab + 1 = a^4 + a^2$$

сложим их:

$$① + ② = a^4 + 5a^2b + 5b + 1 = a^4 + 5a^2 + b$$

сокращаем одинаковые слагаемые и переносим 1 в прав. часть

$$5a^2b + 5ab = 5a^2 + 5$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 2 3 5 9 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 2 (продолжение)

В левой части выносим за скобку множитель $a^2 + 1$, в правой — множитель 5:

$$5a^2b(a^2+1) = 5(a^2+1)$$

сокращаем множитель (a^2+1) ,

$$5ab = 5$$

сокращаем 5:

$$ab = 1$$

Ответ: $ab = 1$

№ 3

Рассмотрим простые числа в числом ряду [104, 2032, например, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 157, 151, 163.

4х $\frac{11}{11}$ квадрата. Они взаимно просты с любыми другими числами из таблицы. Самое маленькое число из записанных мной — 107. Ближайшее ему кратное — $107 \cdot 2 = 214$, это больше, чем самое большое число в квадрате. (Другие записанные мной числа больше 107, поэтому также не будет чисел, кратных им из квадрата.)

Предположим, что полученные наборы могли оказаться одинаковыми. Тогда, простые числа, встречающиеся в числовом ряду 1 раз, находящиеся в строке a_n и b_n , произведения числа в строке a_n и b_n должны быть одинаковы. Первые 10 простых чисел можно расставить таким образом, что все они будут находиться в разных строках и столбцах.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 2 3 5 9 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3 (продолжение)

Мог ^{простое} простое число будет находиться в строке a_x и b_y , ~~и~~ в этих строке и столбце уже есть ^{такое} простое число $\Rightarrow a_x$: 11 -ому простому числу, но b_x : 11 -ому простому числу, хотя в этих строках и столбце есть общий простой множитель, который обязательно будет входить в какую-нибудь строку и какой-нибудь столбец, целесообразно уравнивать произведения в этих строке и столбце, но всегда найдётся строка/столбец, что другое простое число будет множителем строки/столбца a_x/b_y , но не будет множителем другой строки/столбца, т.к. простых чисел больше, чем столбцов.

Ответ: не могли

№4

$$① y = 3x^4 + 3(9-2)x$$

$$② y = 3p - 12$$

Приравняем:

$$3x^4 + 3(9-2)x = 3p - 12 \quad \text{Вынесем множитель 3 и сократим:}$$

$$x^4 + (9-2)x = p - 4 \quad \text{Пусть } (9-2) = t$$

$$x^4 + tx = p - 4 \quad p, q - \text{простые, } p, q > 0, p, q \in \mathbb{N}$$

$$x(x^3 + t) = p - 4 \quad \text{про } q:$$

$$1) \text{ нечетная } (9-2) \text{ тогда } 9-2=0$$

$$x^4 = p - 4$$

если $x=1$, а $p=5$, условие выполняется

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М 1 0 0 0 2 3 5 9 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ: Прочитайте только то, что записано с этой стороны листа и ручкой сверху

2) $q > 2$ ($q-2$) - нечётное

$$x^q + (q-2)x = p-4$$

$$x^q \geq 0 \quad (\text{т.к. степень - чётная})$$

Если $x \neq 1$, то x^q и $(q-2)x$ одной и той же чётности

$$\Rightarrow x^q + (q-2)x - \text{чётное} \Rightarrow p-4 \text{ чётное}$$

Возможно, только при $p=2$, но тогда

$$x^q + (q-2)x = p-4 \quad \text{но } (q-2) - \text{положительно. Невозможно}$$

$$\Rightarrow q=2$$

$$x^4 = p-4$$

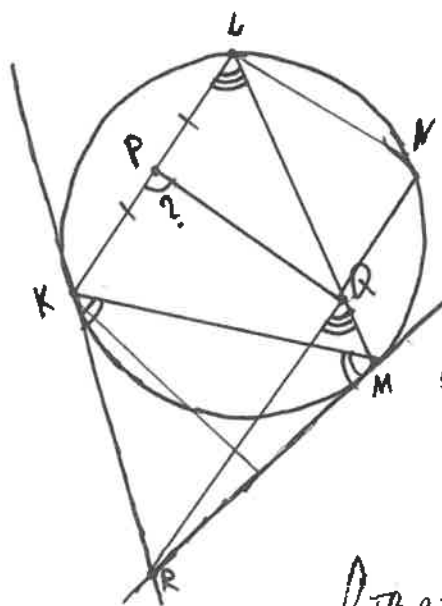
$$x^4 + 4 = p$$

$$x^4 + 2^2$$

простое только при $x=1$

$$\Rightarrow \text{ответ: } \begin{cases} q=2 \\ p=5 \end{cases}$$

№25



$\angle MKR = \angle KMP$ по св-ву касательных, проведённых из одной точки

$\angle KLR = \angle RQM$ (соответственные углы при $KL \parallel RQ$ и секущей LM)

проведём прямую, параллельную QR из $(\cdot) L$, она пересечёт окружность в точке N

$$\angle NLR = \angle KQR$$

$$\text{ответ: } \angle KPR = 90^\circ$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

город
Иркутск

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	2	5	8	4	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант № 2

Фамилия АНОХИНА

Имя ЕЛЕНА

Отчество АЛЕКСАНДРОВНА

Дата рождения 05.09.2007

Класс 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89501165706

Подпись



Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 2 5 8 4 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3.
Среди чисел от 104 до 203 больше десяти простых чисел (107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 173, 179, 181 и т.д.).

1	2	3	4	5	6
20	6	20	20	0	66

Если есть простые числа, то для того, чтобы заданное условие выполнялось, простые числа нужно ставить по диагоналям. И.т.д. среди чисел от 104 до 203 нет, такие же, что одно больше другого в чужом числе, т.е. содержит другое как множитель, то расставляя числа по диагоналям, либо так, что бы в каждой строке и столбце было только одно простое число, либо можно требовать, чтобы в строке и столбце было равным. Но такие простые числа можно найти больше 10. А чисел у нас больше 10. $\Rightarrow$ Не удастся получить к каждой столбцу такую строку, чтобы все произведения составили из одинаковых множителей, ведь эти числа $\Rightarrow$ нет, будут содержать разные простые.

Ответ: нет.

№2

$$a^4 + 4a^2b = 4a^2 + 6.$$

$$a^2(a^2 + 4ab) = 4a^2 + 6.$$

$$\text{т.к. } a^2 \geq 0 \text{ и } a^2 \geq 0 \Rightarrow 4a^2 + 6 \geq 6. \quad \text{Значит,}$$

$$a^2(a^2 + 4ab) \geq 6. \Rightarrow a^2 \geq 0 \Rightarrow$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	О	О	О	2	5	8	4	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ (продолжение)

$$1) a^4 + 4a^2b - 4a^2 = 6$$

$$a^2(a^2 + 4ab - 4) = 6$$

$$a^2 \geq 0 \quad \forall a \in \mathbb{R}$$

Т.к. в нашем случае a эвл. ост. множителем $6 \Rightarrow a \neq 0 \Rightarrow a^2 > 0 \Rightarrow a^2 + 4ab - 4 > 0 \Rightarrow 4ab \geq 4$

$$2) a^3b + 5ab + 1 = a^4 + a^2$$

$$ab(a^2 + 5) = a^4 + a^2 - 1$$

$$ab = \frac{a^4 + a^2 - 1}{a^2 + 5}$$

Т.к. $a^2 \geq 0$ в нашем случае $a^2 > 0$

$$\Rightarrow ab > -\frac{1}{5} \Rightarrow ab \geq 1$$

Ответ: $ab \geq 1$.

Если $q=2$, то $y = 3x^4 + 3 \cdot (2-2)x$ При $p=2, y=-6$ Если $p \neq 2$, то $x = \frac{1}{p-2}, y = \frac{1}{p-2} \cdot \frac{1}{p-2} = \frac{1}{(p-2)^2}$ $y: 3, x$ - любое целое число. $y = 3p - 12$ - семейство горизонтальных прямых. $y: 3$, Т.к. $3p: 3$ и $12: 3 \Rightarrow$

При $q=2$: Если $x=1$, то $y=3 \Rightarrow p=5 \Rightarrow (5; 3)$.

Это был единственный вариант с $q=2$, Т.к.:

$$3x^4 = 3p - 12$$

x $p = x^4 + 4$. Если x заканчивается на 1, то x^4 - на 1 $\Rightarrow$

единственное возм. простое p с пом. цифрой 5 это $p=5$.

Если x зак. на 3, то x^4 - на 1 $\Rightarrow x^4 + 4$ - на 5 $\Rightarrow p=5$

Если x зак. на 5, то x^4 - на 5 $\Rightarrow x^4 + 4 = \dots, 4, 5, 9$

$$x^4 + 4 = \dots, 4, 5, 9$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

4	4	0	0	0	2	5	8	4	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4 (продолжение)

При $x=5$

$$p=693 : 17 \text{ и } 37.$$

~~при $x=5$~~ $\Rightarrow$ при $x:5$ — вариант нечет.

Рассмотрим $q \neq 2$.

~~при $q=2$~~ : Т.к. p — простое $\Rightarrow$

$$y \equiv 2 \pmod{p-1} \Rightarrow 3p-12 \equiv 2 \pmod{p-1} \Rightarrow y \equiv 2 \pmod{p-1}$$

$$\Rightarrow 3x^4 + 3(q-2)x - y \equiv 2 \pmod{p-1} \Rightarrow x \equiv 2 \pmod{p-1}$$

$$\text{Пусть } p=2. \Rightarrow y=-6. \Rightarrow$$

$$3x^4 + 3(q-2)x = -6.$$

$$x^4 + (q-2)x = -2.$$

$$x=-2$$

$$q=11.$$

$$\Rightarrow (2; 11)$$

$$\text{Т.к. } 3x^4 + 3(q-2)x \equiv p-12$$

$$x^4 + (q-2)x \equiv p-4.$$

Т.к. x — нечет $\Rightarrow x^4 + (q-2)x$ — четное (как сумма нечетных чисел) $\Rightarrow p-4$ четное $\Rightarrow p$ — четное $\Rightarrow p=2$ $\Rightarrow$ этот случай уже рассмотрен

Ответ $(2; 11); (5; 3); (2; 5).$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

4	4	0	0	0	2	5	8	4	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Вопрос первый - кури 1) Т.к. курицы всегда говорят правду, а разбойники лгут $\Rightarrow$ курицы и разбойники всегда говорят разные
2) Если первые две курицы $\Rightarrow$ все было 2 разбойника $\Rightarrow$ 34 курицы $\Rightarrow$ 32 когда-то этими разбойниками придется сказать то же самое и курицам, а так же разбойникам $\Rightarrow$ 4 и 16 случаев 2 и 3 - аналогично.
3) Рассмотрим последнюю фразу: Если это сказали разбойники, то $\Rightarrow$ разбойников 32 и все они врань
Если это курицы, то все предположение - разбойники, и их 16 $\Rightarrow$ они все врань $\Rightarrow$ они разбойники, а те, кто это говорит - курицы $\Rightarrow$ разбойников можно быть как 16, так 32.
Ответ: 16 ; 32.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Санкт-Петербург

М	А	0	0	0	2	5	0	3	4	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Климентьева

Имя Дарья

Отчество Антоновна

Дата рождения 23.04.2007 Класс 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89992104077 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М	А	О	О	О	2	5	0	3	4	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



N2.
$$\begin{cases} a^4 + 5a^3b = 5a^2 + 7 \\ a^3b + 6ab + 1 = a^4 + a^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a^4 = 5a^2 - 5a^3b + 7 \\ a^4 = a^3b + 6ab + 1 - a^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$5a^2 - 5a^3b + 7 = a^3b + 6ab + 1 - a^2$$

1	2	3	4	5	Σ
20	20	6	4	20	70

$$6a^3b + 6ab - 6a^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow$$

$$6ab(a^2 + 1) - 6(a^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow$$

$$(a^2 + 1)(6ab - 6) = 0 \Leftrightarrow$$

$a^2 + 1 = 0$ — решение в действ. числах нету
 $6ab - 6 = 0 \Rightarrow$ т.е. в квадрате числа — отриц.

~~не подходит~~

$$6ab = 6 \Rightarrow$$

$$ab = 1$$

Ответ: 1

N4.
$$\begin{cases} y = 4x^4 + 4(q-2)x \\ y = 4p - 16 \end{cases} \Rightarrow$$

если $p = 2, 10, 19$
 $x(x^3 + (q-2)) = -2 \Rightarrow$
 т.к. $x + 2q \in \mathbb{N}$

$$4x^4 + 4(q-2)x = 4p - 16 \quad | :4$$

$$x^4 + (q-2)x - p + 4 = 0$$

$$x(x^3 + (q-2)) + 4 - p$$

$\begin{cases} x = 1 \\ x^3 + q - 2 = -2 \end{cases} \Rightarrow$
 $\begin{cases} x = -1 \\ x^3 + q - 2 = -2 \end{cases} \Rightarrow$
 $\begin{cases} x = 2 \\ x^3 + q - 2 = 1 \end{cases} \Rightarrow$
 $\begin{cases} x = -2 \\ x^3 + q - 2 = 1 \end{cases} \Rightarrow$

подходим:
 $\{2, 5\} \quad \{2, 11\}$
 $\Rightarrow [p=2, q=2]$

если $p, q \neq 2 \Rightarrow$ т.к. они простые, но они нечетные.
 если $(q-2)$ чет-чет $\Rightarrow$ чет.
 если x — чет, то 0
 чет (чет + чет) + чет = чет? !
 если x — нечет, то
 нечет (нечет-нечет) + чет = чет? !
 если $p - q = 2$, то $4x^4 = -8$ — не имеет нет
 подходим: $\{3, 23\} \quad \{5, 27\}$, при больших $p, x \neq 2$

Ответ: $\{2, 5\}; \{2, 11\}; \{3, 23\}; \{5, 27\}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

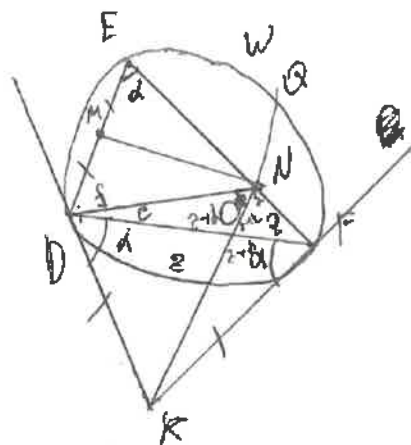
М	А	У	У	У	2	5	0	3	4	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



NS. Дано:
 $W(O; R)$
 кас. к W :
 (DK) и (KF)
 $M \in [DE] : (DM) = ME$
 $(DE) \parallel (KN)$
 (!) $DE \perp MN$



- по св-ву касательных $(DK) = (KF) \Rightarrow$
 $\triangle DFK - \text{р\i{o}} \Rightarrow \angle KDF = \angle DFK = \alpha$
- $\angle DFK$ - угол между кас. и ~~внутренней хордой~~
 $\angle DFK = \alpha = \frac{1}{2} \angle DZF$ (где $Z \in DF$ (меньший дуг))

При этом, $\angle DEF$ - вписанный угол $\Rightarrow$
 $\angle DEF = \frac{1}{2} \angle DZF \Leftrightarrow \angle DEF = \alpha$

- $\angle ENF = \angle F$ проведем $[DW]$

$$\angle QNF = \epsilon$$

$$\angle DFE = \zeta$$

тогда, из $\triangle DOK$: $[DF] \cap [EK] = O$

$$\angle DOK = \zeta + \epsilon \text{ (т.к. } \angle EDF = \zeta + \epsilon = \angle DOK$$

как как рассматриваем при
 (DE) и (KN)

$$\angle KDF = \alpha \Rightarrow$$

$$\angle DKO = 180 - \zeta - \epsilon - \alpha = 180 - \zeta - \epsilon - \alpha$$

- $\angle ENF = \angle QNF = \epsilon$ (как как рассматриваем при (DE) и (KN))
 $\angle ENQ = \angle QNF = \epsilon$ как рассматриваем при (DE) и (KN)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 5 0 3 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

5.43 1.44.

$$\begin{cases} \angle DEO = 180 - f - c - d \\ \angle DON = 2 + d = 180 - \angle OK = 180 - f - c \\ \Rightarrow \angle DEO = 2 + d - d = 2 \end{cases}$$

6. ~~аналогично с FOK:~~

~~$$\begin{aligned} \angle KEO &= 180 - d - 2 - d = \dots \\ \triangle FOK \sim \triangle OND \text{ по двум углам } (\angle DON = \angle KOF \text{ так же, } \angle FKO = \angle OND = d) \\ \angle DON &= \angle NKF = c \end{aligned}$$~~

$\Rightarrow$ Тогда, $\triangle OKD \sim \triangle FOK$ по 2 углам $\Rightarrow$

$$\frac{OK}{OF} = \frac{OK}{WF} = \frac{OD}{ON} \Rightarrow$$

$$\frac{OK}{OD} = \frac{OF}{ON}$$

7. в $\triangle FOK$ и $\triangle DON$:

$$\begin{cases} \angle KOF = \angle DON = 2 + d \\ \frac{KO}{FO} = \frac{DN}{ON} \Rightarrow \text{из 6} \\ \angle F = \angle D \\ c = \angle KN \Rightarrow \text{т.к. } f = d \end{cases} \Rightarrow \triangle FOK \sim \triangle DON$$

$\Rightarrow \triangle FOK \sim \triangle DON$
по 2 пропорции сторон
и углу равных
между ними $\Rightarrow$

Все сходило
было вневписан
вписан
сходило и
сходило, что
и перевернуло

$\triangle NDE$ - $p/d \Rightarrow$ по признаку св-ву
рис в NM - медиана и высота $\Rightarrow$
 $[NM] \perp [DE]$

Все сходило. НЗ не могут. и. из-за которых

сильно их? решение
успешно
будут несоответствия

простое число будет простым на одну строку и из этой строки

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 5 0 3 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№1. Запишем, что нам дано.

Всего: 36 ^{х - кунцов} и ^{у - разбойников}

1 гр $2 : y = 2$

2 гр $4 : y = 4$

3 гр $12 : y = 12$

4 гр $18 : y = 18$

~~если разбойников 2, 4 или~~

~~12, то~~

1) если разбойников 2, как говорим

2 гр (2 шовени), то 34 кунца. Но

2 гр. нет, т.к. разбойник 2 $\Rightarrow$ разбойников больше (противоречие)

2) аналогично получаем, что 2 и 3 гр не могут быть кунцами.

3) Если 18 разбойников и 18 кунцов, как утверждаю 4 гр, то шовени противоречит т.к. 1, 2, 3 гр могут $\Rightarrow$ разбойники, и 18 кунцов, которые не составят.

4) Если еще варианты, когда все могут т.е. все разбойники (все кунца или не могут), тогда 36 разбойников, получаем, все составят противоречие.

Ответ: либо 36, либо 18.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Санкт-Петербург

М	А	0	0	0	2	5	1	5	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия МАТВЕЕВ

Имя БОРИСЛАВ

Отчество ИВАНОВИЧ

Дата рождения 28.01.2007

Класс 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 47 931 001-72-97

Подпись WW

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 5 1 5 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в ранее справа

№2

$$\begin{cases} a^4 + 5a^3b = 5a^2 + 7 \\ a^3b + 6ab + 1 = a^4 + a^2 \end{cases}$$

3ed

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	0	0	60

$$a^4 + 5a^3b + a^3b + 6ab + 1 = 5a^2 + 7 + a^4 + a^2$$

$$6a^3b + 6ab = 6a^2 + 6$$

$$2ab(a^2 + 1) = 2(a^2 + 1)$$

$$a + 1 \neq 0 \quad \text{всё } a \geq 0 \quad a + 1 \neq 0$$

$$6ab = 6$$

$$ab = 1$$

Ответ: $ab = 1$

№1) Заметим, что если один купец сказал правду, то все остальные кто сказал тоже что и он, должны быть купцами, иначе разбойник тоже не правду. $\Rightarrow 2 + 4 + 12 = 18$ разбойников

без первых двух не получится купцы, четыре, двадцать

или все трое 2, 4, 12 разбойников $\Rightarrow$ все остальные купцы $\Rightarrow$ такой-то купец скажет, что 18 разбойников. Сл. замечание $\Rightarrow$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 5 1 5 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



17) ~~18~~ ¹⁷ разбойники.

значит минимум 18 разбойников.
которые сразу собрали про первые
18 друзей.

Если есть один купец, значит после
первого 18 ~~друзей~~ ^{друзей}, значит все мы
купцы, противоречия нету.

Если один разбойник, то купцов
будет не будет еще 19 разбой-
ников $\Rightarrow$ все ~~разбойники~~ ^{разбойники}.
(ответ: 18, 35).

18) Бельчонок на проты че-
ст, заметил что мы ~~друзья~~ ^{друзья}
просто ~~друзья~~ ^{друзья} со всеми ~~друзья~~ ^{друзья}
мы ~~друзья~~ ^{друзья} $105 \cdot 2 > 209$
верно $2 \cdot 2 = 4$ и 4 не
должно $\Rightarrow$ верна. Бельчонок на
месте, где ~~стоит~~ ^{стоит} ~~просто~~ ^{просто} ~~чисто~~ ^{чисто}.
не ~~заметил~~ ^{заметил} что $\Rightarrow$ он ~~дальше~~ ^{дальше}



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 5 1 5 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа



③ продолжение.
 заметим, что поскольку ab про-
 стое число, значит, ab делится на a и b ,
 но произведение в строке и
 столбце, будет совпадать. $\Rightarrow$
 заметим, что у нас есть 10
 простых чисел $\Rightarrow$ в столбце или
 строке будет два простых чис-
 ла $\Rightarrow$ только в ней будет такое
 произведение, ведь у нас два разных
 простых числа, а другой стро-
 ке или столбце $\Rightarrow$ не будет еще
 один раз ab так как не простые
 $\Rightarrow$ известно.
 103, 109, 113, 131, 137, 139, 149, 151, 157,
~~159~~ 163, 167 - простые, их 11, ~~значит~~
 среди 105 и 209 $\Rightarrow$ такой ситуации
 будет.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Дистанционный формат

Адрес площадки проведения

МА 000 23 076 23

Вариант № 4

Шифр

Фамилия КАРПОВА

Имя НАТАЛЬЯ

Отчество СЕРГЕЕВНА

Дата рождения 15.04.2007

Класс 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы 26.02.2013

Номер телефона +7 908 308 58 57

Подпись Наталья

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Апелляционной комиссии
Университетской олимпиады школьников
«Бельчонок»
по

математике

(предмет)

от

Карповой Натальи Сергеевны
(ФИО участника)

Адрес площадки проведения

г. Красноярск, ул. Мухоморова, 1

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

114 000 230 7623, 9м

Апелляционное заявление на результаты проверки олимпиадной работы

Прошу пересмотреть результаты проверки моей олимпиадной работы.

Задача № 5/0 (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № 4/2 (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)

Основанием для пересмотра баллов считаю:

Задача № 5: решение неадекватно
Задача № 4: рассмотрение задачи не по существу
Задача № _____
Задача № _____
Задача № _____
Задача № _____

О себе сообщаю:

+7 908 308 5857 (номер контактного телефона)

Результат рассмотрения апелляции прошу сообщить

1504kmatrsb@gmail.com (адрес электронной почты)

Дата и время подачи апелляции (время – красноярское): 23.04

Подпись участника Олимпиады: Карпова

ЗАПОЛНЯЕТСЯ АПЕЛЛЯЦИОННОЙ КОМИССИЕЙ

Дата и время рассмотрения апелляции (время – красноярское) 10.04.23 10:40

Комментарии апелляционной комиссии:

п.4. решение неадекватно, но провизиссия незначительная – 2 балла.

п.5. решение неадекватно, но провизиссия незначительная (переход и смену у.т.в.) – 0 баллов.

Результат рассмотрения апелляции:

п.4. решение неадекватно, но провизиссия незначительная – 2 балла.

п.5. решение неадекватно, но провизиссия незначительная – 0 баллов.

Оставил выставленные баллы за задачи № 4, 5 без изменений.

Члены Апелляционной комиссии:

Михайлов Е.К.
Михайлов Ю.В.
Шеффер И.А.

Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Бельчонок»

от Карповой Натальи Сергеевны
(ФИО участника)

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по математике, выполненной «26» февраля 2023 г. на площадке дистанционный формат
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

+7 908 308 58 57 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

1504katarsha@gmail.com (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 05.04.2023 20:50

Подпись участника Олимпиады: Наталья

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

ШИФР РАБОТЫ МА 0002307623 9 класс

Дата и время отправки работы (время – красноярское) 06.04.23 16:45

№2. $a, b, c \in \mathbb{R}^0$

$$a+bc = (a+b)(a+c)$$

(Доказать:

$$b+ca = (b+c)(b+a)$$

Док-во:

$$a+bc = (a+b)(a+c)$$

$$a+bc = a^2 + ba + ac + bc$$

$$a^2 + ba + ac + bc - bc - a = 0$$

$$a^2 + ba + ac - a = 0$$

$$a(a+b+c-1) = 0$$

$$a = 0 \text{ или } a+b+c-1 = 0 \quad \text{пр.1}$$

1	2	3	4	5	6
20	16	20	2	0	58

$$b+ca = (b+c)(b+a)$$

$$b+ca = b^2 + ab + cb + ca$$

$$b^2 + ab + cb + ca - ca - b = 0$$

$$b^2 + ab + cb - b = 0$$

$$b(b+a+c-1) = 0 \quad \text{пр.2}$$

$$b = 0 \text{ или } b+a+c-1 = 0$$

Части, что в прямоугольнике получились равными, значит, если $a+b+c-1=0$, то $b+ca=(b+c)(b+a)$

Рассмотрим случай, когда $a=0$ (из $a+bc=(a+b)(a+c)$)

Если $a=0$, то $a+b+c-1 = b+c-1 = 0$. (из пр.1)

Значит пр.2: $b+a+c-1=0$, $b+c-1=0$. Тк $b+c-1=0$ (из пр.1)

то $b+c-1=0$ (пр.2) Значит, если $a=0$, то

$b+a+c-1=0$ (в пр.2). А значит: $b+ca=(b+c)(b+a)$

что и требовалось доказать.

№1

Купцы — правед
13 купцов.Разбойники — лоды
Трое сказали: трое — разбойники
мистеро сказали: мистеро — разбойники
девять сказали: девять — разбойники

Известно, что каждый купец (по отдельности) знает, кто из них купец, кто разбойник, кто лодырь, так как купец и разбойник не могут быть одновременно и праведой, и лодырем.

1) Предположим, что первые трое сказали правду (купцы). Тогда трое из всех — разбойники. Знают же и все утверждение лоды, что быть не может. Знают же утверждение — лоды.

2) Предположим, что вторые сказали правду. Тогда мистеро из всех — разбойники. Знают же и все утверждение лоды, что быть не может, так разбойников всего 6. Знают, же же утверждение лоды.

3) Предположим, что третьи девять сказали правду (они купцы). Тогда 9 из всех — разбойники. Знают же и все утверждение лоды (собрали 3 из всех), что невозможно.

4) Предположим, что собрали все утверждения. $(3+6+9=18)$. Тогда разбойников либо 18, либо 19, так как нам не известно, кто последний купец.

Ответ: 9 или 18 или 19

ВНИМАНИЕ! Прочитайте задание до того, как займёте своё место за столом.

№5. Дано:

$KLMN$ — вписанн. $\triangle$

l — касательная к $\text{окр } D$

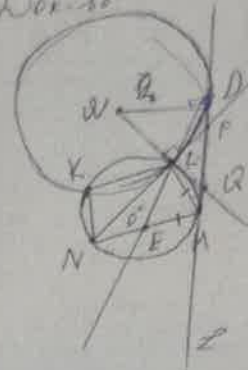
$\text{окр } W$ касается $\text{пр } l$ в т. D

$K, L, D \in W$

$DL \cap MN$ в т. E

LN — касательная $\text{окр } W$

Док-те



Док-те:

$LM = ME$

1) Тк $\text{пр } LN$ — касат. к $\text{окр } W$, то WL (радиус) — $\text{прямая } WL$ — отв-на касательной к $\text{окр } D$. Значит $WL \perp NL$. +

2) По теореме о пересек. двух касательных, $DF = FL$ (кас. DM и NL).

3) Тк WL — кас. к $\text{окр } D$ и $\text{пр } l$ — касат. к $\text{окр } D$, то $LR = MR$ по теореме о пересек. двух касат.

4) Тк $\text{прямая } l$ — касат. $\text{окр } W$ и $\text{окр } D$, то $FL = LR$ по теореме о пересек. двух касат. $\Rightarrow DF = FL = LR = RM$

$\angle LFR = \angle LRF = 45^\circ$ (тк $\triangle LFR$ — равнобедренн.)

$\angle DFL$ внешн. к $\angle LFR$ и равен $\angle DFL = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$

$\angle FDL = \angle FLD = 22^\circ 30'$. $\triangle DFL \sim \triangle RMH$. $\angle HLE = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$

$\angle MLE = \angle MEL = 45^\circ \Rightarrow \triangle LME$ — р/б

$ME = LM$

От

что



№4 p - простое $5^p + 4p^4 = a^2$

Если $p=1$, то $5^1 + 4 \cdot 1^4 = 9$ $9 = 3^2$

Если $p=2$, то $5^2 + 4 \cdot 2^4 = 89$, не подходит

Если $p=3$, то $5^3 + 4 \cdot 3^4 = 449$, не подходит

Если $p=5$, то $5^5 + 4 \cdot 5^4 = 5^4 \cdot (5 + 4) = 25^2 \cdot 3^2 = 75^2$

Если $p > 5$, то $5^p + 4p^4 = a^2$ выполняется, подходит

не будет, тк нужно, чтобы $p:5$, а по условию, p - простое.

Ответ: $p=1; 5$

решение кот.

решение когато,
но провизионное
неудачливое -25.

+ ошибка

1 - не простое число!

Вариант № 4

МАООО2307623

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте размер 70, что написано с той стороны листа.

№3 В квадратном квадрате 30×30 клеток всего $31 \times 31 = 961$ узел сетки

Всего вариантов разных длин: $30 + 30 + 29 + 28 + 27 + \dots + 1 = 495$

Отмечено 33 узла сетки. Если каждый узел "контактирует" с каждым, то получается:

$32 + 31 + 30 + 29 + \dots + 1 = 528$ всего вариантов соединений

$528 > 495$, значит обязательно найдутся два отрезка равной длины с вершинами в отдаленных узлах.

Ответ: Верно

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

ДИСТАНЦИОННО

М	А	0	0	0	2	8	2	7	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 4

Фамилия КАСИМОВА

Имя ПИНА

Отчество МАРАТОВНА

Дата рождения 16.02.2007 Класс 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79177429603 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 28 27 22 23

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

① Решение:

Зад

1	2	3	4	5	Σ
16	20	20	12	20	88

Допустим, 3 первых пистей купцы, тогда $(5+3)$ остальные, получается, разбойники, а их больше 3, значит разбойников больше 3.

Если 6 купцов, то разбойников так же будет больше 6 ($3+3=12$).

Если последние 3 купцы, то те, кто говорили, что «разбойников 3» и «разбойников 6» - разбойники, тогда их $3+6=9$, что как раз и говорит эти 3 купцов. Остается ещё один пистей, если он купец, то разбойников - 9; а если последний разбойник, то все пистей, то есть 13 оказываются разбойниками.

Ответ: 9 или 13.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

M A O O O 2 8 2 7 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках строки

$$(2) a > 0, b > 0, c > 0$$

$$(1) a + bc = (a+b)(a+c)$$

$$a + bc = a^2 + ab + bc + ac$$

$$a = a^2 + ab + ac$$

$$a = a(a+b+c), \text{ т.к. } a > 0, \text{ можно сократить,}$$

$$a+b+c = 1.$$

$$(2) b+ca = (b+c)(b+a)$$

$$b+ca = b^2 + ab + bc + ac$$

$$b = b^2 + ab + bc$$

$$b = b(a+b+c)$$

$$a+b+c = 1$$

Получим то, не сама, что в (1)

$$\Rightarrow b+ca = (b+c)(b+a) \text{ ч.т.д.}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

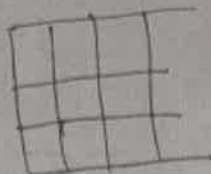
М А 0 0 0 2 8 2 7 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

③

30 × 30

33 узла



Общее количество отрезков - $\frac{33 \cdot 32}{2} = 33 \cdot 16 = 528$

Если узел находится на углу клетки, то кол-во различных длин - $30 + \frac{30 \cdot 30}{2} = 480$

По принципу Дирихле $\frac{528}{480} > 1 \Rightarrow$ найдутся два отрезка равной длины с вершинами в узлах.

Ответ: верно.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 8 2 7 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа
в рамках строк



$$(4) \quad 5^p + 4p^4 = n^2, \quad n \in \mathbb{N}$$

при $p=1$, $5^1 + 4 \cdot 1^4 = n^2 = 3^2$

при $p=5$, $5^5 + 4 \cdot 5^4 = 5625 = 75^2$

$$5^p + 4p^4 - n^2 = 0$$

$$5^p + (2p^2 - n)(2p^2 + n) = 0$$

$$5^p = -(2p^2 - n)(2p^2 + n) \quad \checkmark$$

$$5^p > 0 \Rightarrow 2p^2 - n < 0 \Rightarrow 2p^2 < n, \text{ то есть}$$

$$5^p = (n - 2p^2)(2p^2 + n)$$

$$\begin{cases} n - 2p^2 = 5^x \\ 2p^2 + n = 5^y \\ x + y = p \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n - 2p^2 \div 5 \\ 2p^2 + n \div 5 \end{cases}$$

если x или $y = 0$?

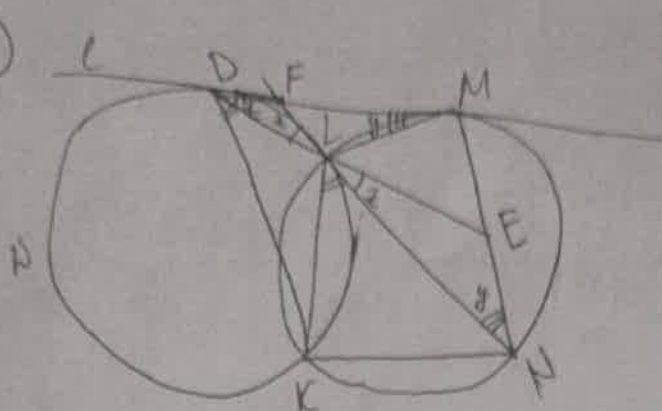
$$\Rightarrow p \div 5, \text{ а}$$

единственное простое $p \div 5$,
это $p = 5$.

Ответ: $p=1$; $p=5$.



5

Д.т.б. - $\angle M = \angle E$ Док-во: (и общая дуга $\overset{\frown}{DL}$)

т.к. DL - общая хорда для касательных к окр. K - DM и LN , то $\angle FDL = \angle DLF = z$, тогда $DF = FL$.

Проведём BK , тогда $\angle LDK = \angle NLK$ (св-во касательной) опир. на дугу $\overset{\frown}{LK}$ (для окр. W)

т.к. $\angle FLD$ и $\angle ELN$ вертикальные, то $\angle FLD = \angle ELN = z$

Для окружности, где впис. $KLMN$: $\angle DML = \angle MNL = y$, т.к. $\angle DML$ - угол между кас. и хордой, и они оба опир. на $\overset{\frown}{ML}$.

Тогда $\angle LEN = 180^\circ - \angle ELN - \angle MNL = 180^\circ - y - z$,
 $\angle MEL = 180^\circ - \angle LEN = y + z$.

А $\angle MLE = 180^\circ - \angle FLM - \angle ELN$

$\angle FLM = 180^\circ - y - 2z$, тогда

$\angle MLE = 180^\circ - (180^\circ - y - 2z) - z = y + z = \angle MEL \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle LME$ - р/б и $LM = ME$. ч.т.д.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Дистанционно

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	2	5	2	1	8	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант № 4

Фамилия КОЗЛОВ

Имя ТИМОФЕЙ

Отчество АЛЕКСЕЕВИЧ

Дата рождения 05.01.2007

Класс 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79109850406

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 5 2 1 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ: Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
и ниже стрелы



N2

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	18	0	78

$$a+bc = (a+b)(a+c)$$

$$a+bc = a^2 + ab + ac + bc$$

$$a = a^2 + ab + ac$$

$$a^2 + ab + ac - a = 0$$

$$a(a+b+c-1) = 0 \Rightarrow a+b+c-1 = 0 \Rightarrow$$

$$b(a+b+c-1) = 0$$

$$b^2 + ba + bc - b = 0$$

$$b = b^2 + ba + bc$$

$$b+ca = b^2 + ba + bc + \cancel{b}ca$$

$$b+ca = (b+c)(b+a)$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МА 0002521823

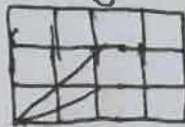
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

Если соединить все 33 узла друг с другом, то количество отрезков будет равно:

$$\frac{33 \cdot 32}{2} = 528$$

Количество различных отрезков, которые можно получить соединяя любые два узла, принадлежащие сетке равно:



$$2 + 3 + 4 + \dots + 31$$

$$\sum_{n=2}^{31} n = \frac{(31+2) \cdot 30}{2} = 495$$

Так как количество различных длин отрезков меньше, чем количество отрезков, полученных путём соединения 33 узлов, то следовательно найдутся как минимум два отрезка равной длины.

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что написано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 5 2 1 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

- 1) Предположим, что первые трое курцы и сказали правду, тогда рассмотрим ещё два высказывания. "Ровно шестеро из всех разбойников": так сказали следующие шесть человек и сошлись, следовательно разбойников уже как минимум шестеро, а значит этот вариант не подходит.
 - 2) Предположим, что ~~шестеро~~ сказали правду, что разбойников шесть, тогда оставшиеся ~~тот~~ двенадцать человек должны будут ~~ещё~~ сказать, а значит этот вариант тоже не подходит.
 - 3) Предположим, что правду сказали оставшиеся девять человек и ~~шестеро~~ разбойников девять, значит оставшиеся девять человек сошлись. Этот вариант подходит, а следовательно разбойников девять человек.
- Ответ, среди встретившихся было девять разбойников.
- 4) Если все высказывания ложные и один ничего не скажет, то либо 18 разбойников либо 19.

Ответ: 9; 18; 19

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что написано с этой стороны листа
в правой строке



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

M A 0 0 0 2 5 2 1 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N4

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в разное время

 p - простое

$$5^p + 4p^4 = a^2$$

$$5^p + (2p^2)^2 = a^2$$

$$5^p = a^2 - (2p^2)^2$$

$$5^p = (a - 2p^2)(a + 2p^2)$$

Рассмотрим два случая, первый, когда обе скобки делятся на 5, второй, когда одна скобка делится на 5, а вторая равна единице.

$$1) \begin{cases} a - 2p^2 = 5b \\ a + 2p^2 = 5c \end{cases} \Rightarrow 4p^2 = 5(c - b) \Rightarrow p \div 5$$

Так как p - простое, то подходит только число 5.

$$p = 5$$

$$2) \begin{cases} a - 2p^2 = 1 \\ a + 2p^2 = 5^p \end{cases} \Rightarrow 4p^2 = 5^p - 1$$

$$5^p = 4p^2 + 1$$

Проверим значение

$$p = 1$$

Показательная функция растёт гораздо быстрее, чем степенная, значит больше значений нет.

Ответ: 1; 5

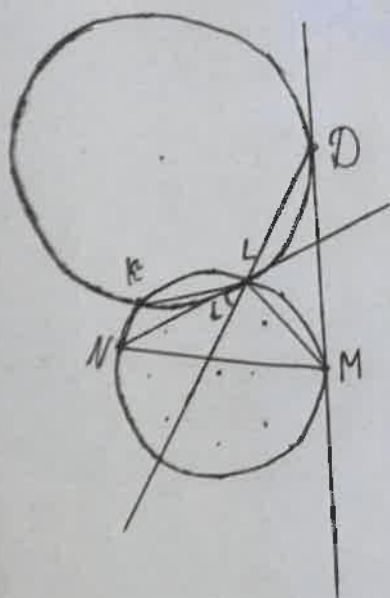
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

M	A	0	0	2	5	2	1	8	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N5



Решение:

$$\angle LDM = \angle D/K = 2$$

$$L N k u = L D M + L D k = 2d$$

$$\Delta KMN: \angle KNM = 90^\circ - \alpha$$

$$\Delta LEK = \angle KNE + \angle NLE = 90^\circ - \alpha \text{ (по св. о вписанном угле)}$$

$$\angle NLM = 90^\circ \Rightarrow \angle ELM = 90^\circ - \angle$$

$$\angle ELM = \angle LEM \Rightarrow$$

$$LM = M \cdot E$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	2	4	4	2	9	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения _____

Вариант № 4

Шифр _____

Фамилия КУЛАКОВ

Имя АМДРЕЙ

Отчество ОЛЕГОВИЧ

Дата рождения 28.07.2007 Класс 9

Предмет Литература

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7900422575 Подпись Андрей

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

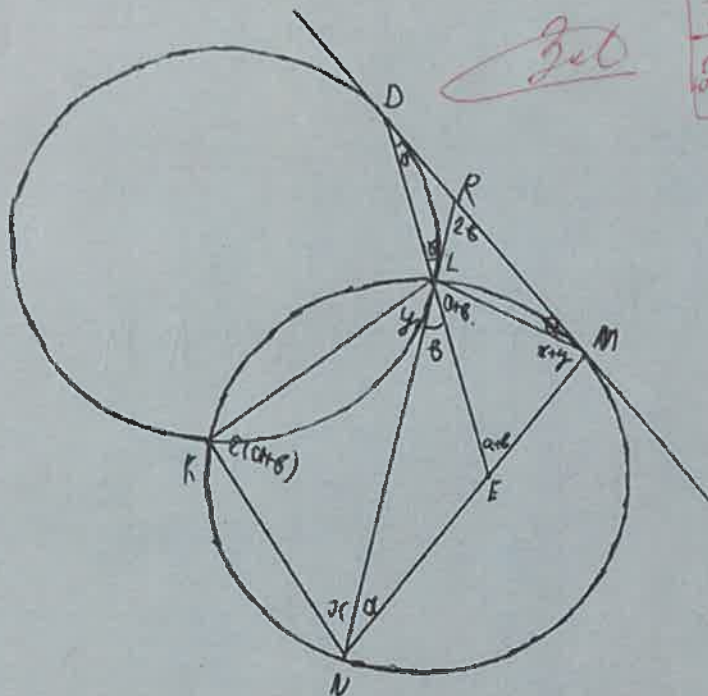
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 4 4 2 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

17.



1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	0	20	80

Дано:

Обеим точкам R - пересечение NL и PM.

$DR = RL$ - кас. к окруж. и точки R

$\angle RDL = \angle RLD$ - т.к. $\triangle DRL$ - равнобедр.

$\angle LRM = 2\beta = \angle RPL + \angle RLD$ - внешний уг. $\triangle DRL$.

$\angle NLE = \angle RLD = \beta$ - верш. уг.

обозн. $\angle LNM$ за α .

$\angle ML$ т.к. $\angle N = 2\alpha$.

$\angle RML = \frac{1}{2} \angle ML = \alpha$ - уг. между кас. и хордой.

$\angle RLM = 180^\circ - \angle LRM - \angle RML = 180^\circ - 2\beta - \alpha$ - т.к. $\triangle RLM$

$\angle ELM = 180^\circ - \angle RLM - \angle NLE = 180^\circ - (180^\circ - 2\beta - \alpha) - \beta = \alpha + \beta$.

обозн. $\angle LNK$ за x обозн. $\angle KLM$ за y .

$\angle KL$ т.к. $\angle N = 2x$

$\angle KN$ т.к. $\angle M = 2y$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № _____

М А 0 0 0 2 4 4 2 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



25. продолжение.

$$\angle LMN = \frac{1}{2} (\angle KLM + \angle KLN) = \frac{1}{2} (2x + 2y) = x + y.$$

$$\angle LMN = 2(\angle LNM + \angle MNL) = 2(\angle LNM + \angle MLE + \angle NLE) = 2 \cdot (a + (a+b) + b) = 4a + 4b.$$

$$\angle LKN = \frac{1}{2} \angle LMN = 2a + 2b$$

$$(x+y) + (2a+2b) = 180^\circ - \sum \text{уг. } \triangle KLN$$

$$a+b = 180^\circ - (a+b) - (x+y)$$

обозн. $\angle LEM$ за Z

$$Z = 180^\circ - (a+b) - (x+y) - \sum \text{уг. } \triangle LME$$

из вычисления про $\angle$ уг. $\triangle LKN$

$$Z = 2a + b.$$

$$\text{т.к. } \angle MLE = \angle LEM = a+b \Rightarrow LM = ME - \text{уг. при осн. } \triangle LEM.$$

Доказано.

27.

Заметим, что если кал. кубачкиков не 3 не 6 не 9

то все говорили 18 чел - инсульт.

значит кал инсульт не: 1-2; 4-5; 7-8; 10-17;

Предположим, что инсульт 3, то 9+6 из говорилих инсульт - превращение.

Предположим, что 6, то 3+9 из говорилих инсульт - превращение.

Предположим, что инсульт 9 то не кто сказал, но не 3 и не 6; но если $(3+6) = 9$ чел инсульт, остальные кушут.

Предположим, что инсульт 18, но говорилих - инсульт, а 1 чел не говорилих - кушут.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № _____

М А 0 0 0 2 4 4 2 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа



11 президентов.
Предположим, но все равно - нет противоречий.
Ответ: 9, 18, 19 ~~много~~ разбавляющих

12. т.к. все числа натуральные, то можно пользоваться всеми
престр. лем. в частности

$$a+bc = (a+b)(a+c)$$

$$\Downarrow$$

$$a+bc = a^2 + ac + ba + bc$$

$$\Downarrow$$

$$a = a^2 + ac + ba$$

$$\Downarrow$$

$$a = a(a+b+c)$$

$$\Downarrow$$

$$1 = a+b+c$$

$$\Downarrow$$

$$b = b(a+b+c)$$

$$b+ca = ba + b^2 + bc + ca$$

$$b+ca = (a+b)(a+c)$$

$$= (b+c)(b+a)$$

Доказано.

13.

Получаем сколько можно сделать различных значений
расстояний между точками:

$$\text{расстояние между точками } c = \sqrt{x^2 + y^2}$$

x и y - могут быть от 0 до 30.

Заметим, что если x значения и y значений
точек то c не изменит $\Rightarrow$ можно учесть только
попарно.

значения x может быть от 0 до 30, но одновременно
 $x=0$ и $y=0$ не может быть.

$$\text{Значит кол. расст} = \frac{31 \cdot 30}{2} + 30 = 495 - \text{случай где } x=y$$

т.к. можно учесть
1 раз, а не 0.5 раз.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № _____

М А О О О 2 4 4 2 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



23 презане.

Докосен от правного, но найденка.

Презнакоми, но все $\frac{33.32}{2} = 528$ гми презане
незаконно, тогда кимозану из них соевенскерен 1 гми
катоки из них 495, но $528 > 495 \Rightarrow$ правендене.

Докосено.

Отвеш: да найденуит 2 тенеи презане.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Прокторинг

М	А	0	0	0	2	1	8	1	9	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес проведения

Школа

Вариант № 4

Фамилия ЖАСЫРОВА

Имя ЖАСМИН

Отчество САЛИМОВНА

Дата рождения 06.03.2007

Класс 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 9 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 8965 847 0285

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 1 8 1 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ: Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках спирали

N1

Предположим, что первые 3 человека являются купцами, то есть всегда говорит правду $\Rightarrow$ ровно трое из всех разбойники $\Rightarrow 19 - 3 = 16$ купцов из всех

Высказались $3 + 6 + 9 = 18$ из 19, то есть не высказался только 1. ~~Предположим, что первые 3 человека являются разбойниками, то есть всегда говорит неправду $\Rightarrow$ ровно трое из всех разбойники $\Rightarrow 19 - 3 = 16$ купцов из всех~~

Девят человек сказали, что ровно 3 из всех разбойники. Но это неправда, ведь по предположению их трое $\Rightarrow$ эти 9 - это разбойники, но разбойников трое, а $9 > 3 \Rightarrow$ противоречие $\Rightarrow$ наше предположение было неверно $\Rightarrow$ первые трое это разбойники

Предположим, что вторые шестеро это купцы $\Rightarrow$ ровно шестеро из всех разбойники. Рассмотрим 9 человек, которые сказали, что ровно 3 из всех разбойники. Это неправда, т.к. по нашему предположению разбойников 6 $\Rightarrow$ эти 9 (которые говорили последними) это разбойники, но $9 > 6 \Rightarrow$ противоречие $\Rightarrow$ вторые шестеро это разбойники.

Предположим, что 9 человек, которые высказались последними - купцы $\Rightarrow$ 9 из всех разбойники. Мы уже знаем, что первые трое и вторые

№1 (продолжение)

кестеро не могут быть курцалми $\Rightarrow$ они являются разбойниками $\Rightarrow$ разбойников $\geq 3+6=9$

Т.е. По нашему предположению разбойников ровно 9. Противоречия нет, такая ситуация возможна.

Пример: 9 разбойников, $19-9=10$ курцов

Из них первые три и вторые кестеро, которые высказывались — разбойники, последние 9, которые высказывались, и 1 не высказывавшийся — курцы

И, наконец, рассмотрим случай, в котором ни один из высказавшихся не является курцалми, то есть все из высказавшихся — разбойники $\Rightarrow$ разбойников $\geq 3+6+9=18$

Т.к. каждый из тех, кто говорил, сказал число ≤ 9 , а $18 > 9$, то они все действительно могут быть разбойниками. Тот, кто не высказался может быть или курцом, или разбойником. Оба этих случая возможны. Примеры: 1) 18 разбойников и 1 курец,

из которых все говорившие — разбойники и 1 не говоривший — курец

2) 19 разбойников. Т.е. все разбойники.

ниги.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 1 8 1 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ИНСТРУКЦИЯ: Прочитайте задание, что дано до и этой стороны листа и решите задачу

№1 (продолжение 2)

В бою шугаек нет противоречия, они возможны.
То есть в итоге, разбойников может быть
9, 18 или 19

* Ответ: 9, 18 или 19

(* Заметим, что, если кто-то из первой группы является курцом, то все остальные из этой группы тоже курцы, ведь они говорили одну правду. Аналогично, если один из второй группы разбойник, то и все из этой группы разбойники. Аналогично со второй и третьей группой. Группой считается та часть людей, которые говорили одну правду.)



N 2

Дано:

$$a, b, c > 0$$

$$a+bc = (b+c)(a+c)$$

$$\text{Доказать: } b+ca = (b+c)(b+a)$$

Доказательство:

$$a+bc = (b+c)(a+c)$$

$$a+bc = a^2 + ac + ab + bc$$

$$a^2 + ac + ab - a = 0$$

$$a(a+c+b-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a+c+b-1=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=0 \rightarrow \text{не может, т.к. } a > 0 \\ a=1-b-c \end{cases}$$

$$\Rightarrow a=1-b-c$$

$$b+ca = b+c(1-b-c) = b+c-bc-c^2 = b(1-c) + c(1-c) =$$

$$= (b+c)(1-c)$$

$$(b+c)(b+a) = (b+c)(b+1-b-c) = (b+c)(1-c)$$

$$(b+c)(1-c) = (b+c)(1-c) \Rightarrow b+ca = (b+c)(b+a)$$

Ч.Т.Д

N3

Дан квадрат $30 \times 30 \Rightarrow 31 \times 31$ ^{клеток} узел

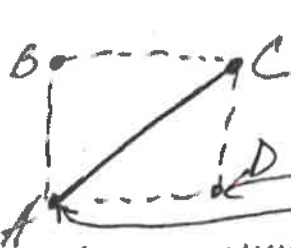
Всего узлов 961

Отмечено 33 узла

Допустим, не верно, что найдется с отрезком равной длины с вершинами в отмеченных узлах
 $\Rightarrow$ отрезков всего будет $C_{33} = \frac{33 \cdot 32}{2} = 33 \cdot 16 = 528 \Rightarrow$ у 33 узлов разнотных отрезков не больше 528

Рассмотрим, сколько всего различных значений длины отрезков существует.

Возьмем какую-нибудь точку A проведем из нее соединим с ней все остальные узлы. Получится $(960 - 1) = 960$ отрезков (т.к. соединяем с A)
 Заметим, что рисунок симметричен по теореме Пифагора:



$$AC = \sqrt{AD^2 + CD^2}$$

расстояние от этой до этой равно расстоянию от A до B, т.к. $\triangle ABC = \triangle ADC$ (в силу симметрии) $\Rightarrow$ к каждому узлу мы можем подобрать симметричный ему относительно A $\Rightarrow$ различных значений в выражении $\Rightarrow \frac{960}{2} = 480$ значений
 $480 < 528 \Rightarrow$ наше предположение было неверно $\Rightarrow$ верно, что найдется отрезок равной длины с вершинами в отмеченных узлах
 Ответ: верно



N4

Пусть $5^p + 4p^4 = N^2$, где N — некоторое натуральное число
 p — простое число

Рассмотрим с чем может быть сравнимо p^2 по модулю 5

p	p^2
0	0
1	1
2	4
3	4
4	1

p	p^2
0	0
1	1
2	-1
3	-1
4	1

по другому
модулю записать
так

В таблице слева показаны остатки p при делении на 5, которые возможны, а справа — остатки, которые может иметь p^2 для соответствующего значения остатка p слева

Итак, с помощью этой таблицы мы поняли, что p^2 может быть сравнимо с 0, 1 или -1 по модулю 5. Аналогично N^2 может быть сравнимо только с 0, 1 или -1 по модулю 5

p^2	p^4
0	0
1	1
-1	1

составим аналогичную таблицу в таблице, таблицу для остатков p^2 и p^4 при делении на 5

$5^p \equiv 0 \pmod{5}$ (то есть $5^p : 5$, т.к. p — простое, а значит, $p \geq 2$)

затем означает, что 5^p сравнимо с 0 по модулю 5

Олимпиада школьников «БЕЛЫЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 1 8 1 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N_4 (продолжение)

$$\begin{cases} r^4 \equiv 0 \\ r^4 \equiv 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4r^4 \equiv 0 \\ 4r^4 \equiv 4 \end{cases}$$

То есть

~~$$\begin{cases} N^2 \equiv 0 \\ N^2 \equiv 1 \\ N^2 \equiv -1 \end{cases}$$~~

Т.к. $5^p : 5$, то $5^p + 4r^p \equiv 4r^p$

$$\begin{cases} N^2 \equiv 0 \\ N^2 \equiv 1 \\ N^2 \equiv -1 \end{cases}$$

То есть N^2 должно иметь тот же остаток

при делении на 5, что и $4r^4 \Rightarrow$ они ~~совпадают~~
(т.к. $5^p : 5$, то $5^p + 4r^p \equiv 4r^p$)
имеют только остаток 0 $\Rightarrow 4r^4 : 5 \Rightarrow r = 5$

(т.к. простое число делится только на себя и 1, и $r : 5$, то $r = 5$)

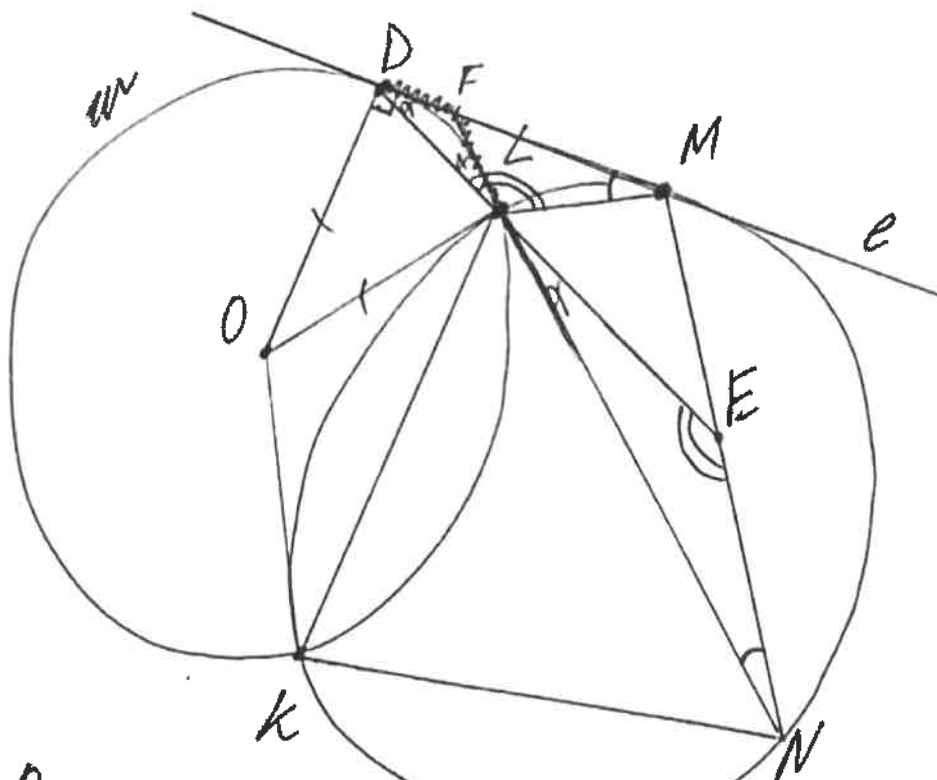
$r = 5$ действительно может:

Пример: $5^5 + 4 \cdot 5^4 = 5^4(5 + 4) = 5^4 \cdot 9 = 5^4 \cdot 3^2 = (5^2 \cdot 3)^2 = 75^2$
(5-простое число)

Ответ: 5

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

N5



Решение: Пусть O — центр окружности m
 Пусть $LN \cap MD = F$
 $\alpha = \angle MDL = \angle DLF$ (т.к. это углы между одной и той же хордой и касательными)
 $\Rightarrow \triangle DLF$ — равнобедренный $\Rightarrow DF = FL$
 $\angle NLE = \angle DLF$ (вертикальные углы) $\Rightarrow \angle NLE = \angle MDL$
 $\angle LNM = \angle LMD$ (т.к. $\angle LNM$ — вписанный угол, опирающийся на LM , а $\angle LMD$ — угол между касательной и хордой LM)
 $\Rightarrow \begin{cases} \angle NLE = \angle MDL \\ \angle LNE = \angle DML \end{cases} \Rightarrow \triangle NLE \sim \triangle MDL$
 (по двум)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

Н А 0 0 0 2 1 8 1 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ: Прочитайте только то, что написано с этой стороны листа
в рамке справа

N5 (продолжение)

$$\Rightarrow \angle NEL = \angle MLD$$

$$\angle MEL = 180 - \angle NEL \text{ (т.к. } \angle MEL \text{ и } \angle NEL \text{ - смежные углы)}$$

$$\angle MLE = 180 - \angle DLM \text{ (т.к. } \angle MLE \text{ и } \angle DLM \text{ - смежные углы)}$$

$$\Rightarrow \angle MEL = \angle MLE \text{ (из равных частей } 180 - 180)$$

$$\Downarrow \Delta MEL - \text{ равнобедренный} \Rightarrow \angle NEL = \angle DLM$$

Ч.Т.Д.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	2	8	9	3	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 4

Фамилия ПЕТРОВ

Имя ЕГОР

Отчество АЛЕКСАНДРОВИЧ

Дата рождения 20.10.2006

Класс 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы 26.02.23

Номер телефона +79274923777 Подпись ЖЕ

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Апелляционной комиссии
Университетской олимпиады школьников
«Бельчонок»

по математике 9 класс
(предмет)

от Петрова Егора Александровича
(ФИО участника)

Адрес площадки проведения
система прокторинга
г. Краснодар, Центр, ГП
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)
МАБ00 28932РЗ, 9кл

Апелляционное заявление на результаты проверки олимпиадной работы

Прошу пересмотреть результаты проверки моей олимпиадной работы.

Задача № 4/2 (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)

Основанием для пересмотра баллов считаю:

Задача № 4: Мое решение схоже с тем, что представлено автором.
Задача № _____
Задача № _____
Задача № _____
Задача № _____
Задача № _____

О себе сообщаю:

+79272463276 (номер контактного телефона)

Результат рассмотрения апелляции прошу сообщить

ksdnc1;a@bk.ru (адрес электронной почты)

Дата и время подачи апелляции (время – красноярское): _____

Подпись участника Олимпиады: ЕП

ЗАПОЛНЯЕТСЯ АПЕЛЛЯЦИОННОЙ КОМИССИЕЙ

Дата и время рассмотрения апелляции (время – красноярское) 10.04.23 13:10

Комментарии апелляционной комиссии:

Задача №4. Решение корректно, но пропущено изложение. - 2 балла.

Результат рассмотрения апелляции:

Оставить без изменений выставленный балл за задачу №4.

Члены Апелляционной комиссии:

Мышкова Е.К. / М
Шалыко И.В. / Ш
Шефер Ч.А. / Ш

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 1.

1	2	3	4	5	2
16	20	20	2	0	58

Для начала заметим, что люди из одной группы не могут быть разными, то есть если например 2 жителя сказали, что ровно 3 разбойника, то они все либо разбойники, либо купцы. Теперь рассмотрим каждую группу конкретнее.

3 жителя говорят, что ровно три разбойника, допустим они 3 купца, но тогда не получится найти 3 разбойников по логике с людьми одной группы, значит эти три все разбойники. Допустим во второй группе все купцы, по той же логике что и в первой группе считали что это невозможно и они все разбойники. Рассмотрим третью группу, и ~~отсюда по той же логике что и с первой и со второй группой считали что они все разбойники. Последнее утверждение не~~ никакой.

Рассмотрим третью группу, и теперь всё зависит от 19 жителя, если он разбойник, то и вся третья группа разбойники, но если он купец, то и вся третья группа купцы.

Ответ: 9 или 19.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М	А	0	0	0	2	8	9	3	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 2.

$$a + bc = (a + b)(a + c) \Rightarrow a + bc = a^2 + ac + ab + bc$$

$$a = a^2 + ac + ab$$

$$1 = a + c + b \Rightarrow b = 1 - a - c$$

$$b + ca = (b + c)(b + a) \Leftrightarrow 1 - a - c + ac = (1 - a)(1 - c)$$

$$1 - a - c + ac = 1 - a - c + ac.$$

Левая часть равна правой, значит мы доказали нужное нам равенство.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 8 9 3 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 3.

Рассчитаем, сколько отрезков можно провести, используя отмеченные узлы,

$$\frac{33 \cdot 32}{2} = 33 \cdot 16 = 528 \text{ отрезков, теперь}$$

рассчитаем, сколько различных отрезков мы можем провести, для этого используем симметрию и проведем диагональ.

Всего узлов $31 \cdot 31 = 961$, если провести диагональ то получится 2 симметричных части, в каждой из которых $\frac{961 - 31}{2} = 470$ уз отрезков, но также представляя узлы, которые лежат на диагонали, а именно отрезки из этих узлов. $470 + 30 = 500$. $500 < 528$, следовательно найдется 2 равных по длине отрезка.

Задача 4.

$$5^p + 4p^4 = a^2$$

Рассмотрим остатки каждого члена при делении на 3.

$$5^p \equiv (-1)^p \pmod{3}; \quad 4p^4 \equiv \{0; 1\} \pmod{3}; \quad a^2 \equiv \{0; 1\} \pmod{3}$$

$(-1)^p \equiv 1 \pmod{3}$ только если $p=2$, однако при

подстановке $p=2$ получаем что

$$5^2 + 4 \cdot 16 = 25 + 64 = 89 - \text{не является квадратом;}$$

значит первое слагаемое $\equiv -1 \pmod{3}$, значит

$$4p^4 \equiv 1 \pmod{3}, \text{ т.к. если } \equiv 0, \text{ то } a^2 \equiv -1 \pmod{3}, \text{ а такого}$$

быть не может, а значит $p \neq 3$.

Далее заметим, что $5^p + 4p^4$ возрастает сильнее чем a^2 , значит если решать графически, то пересечение

будет только одно. Подставим следующее возможное p , $p=5$. $5^5 + 4 \cdot 625 =$
 $= 3125 + 2500 = 5625.$

$5625 = 75^2$, мы нашли то самое единственное пересечение.

Ответ: $p \in \{5\}$

решение на 100
процентное количество

28

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

МЭУ, Москва

М	А	0	0	0	2	1	8	5	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия КОКАРЕВ

Имя Константин

Отчество Захарович

Дата рождения 03.07.2007 Класс 9

Предмет Математика

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7 915 053 8745 Подпись Кокарев.

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 1 8 5 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\begin{cases} a^4 + 5a^3b = 5a^2 + 7 \\ a^3b + 6ab + 1 = a^4 + a^2 \end{cases} \quad \sim 2 \quad \begin{cases} a^4 + 5a^3b = 5a^2 - 7 = 0 \\ a^3b + 6ab + 1 - a^4 - a^2 = 0 \end{cases}$$

Сложим два уравнения:

$$a^4 + 5a^3b - 5a^2 - 7 + a^3b + 6ab + 1 - a^4 - a^2 = 0$$

$$6a^3b + 6ab - 6a^2 - 6 = 0$$

$$ab(a^2 + 1) - (a^2 + 1) = 0$$

$$(a^2 + 1)(ab - 1) = 0$$

$$a^2 + 1 \neq 0 \text{ т.к. } a^2 \neq -1 \text{ значит } ab = 1$$

Ответ: 1

1	2	3	4	5	Σ
12	10	20	2	20	74

3ab

~ 1

Разобьем 36 людей на группы по 2, 4, 12, 18 человек. Тогда кучки не могут быть в разных группах, т.к. они всегда всегда правду, а по условию разные группы делают разные на-во разбойников. Тогда переберем ~~разные~~ группы, в которых могут находиться кучки.

① Если они в группе из 2 людей, по условию они делают это всего 2 разбойника, а разбойников в этом случае $36 - 2 = 34$, значит этот вариант не подходит.

② Если кучки в группе из 4 людей, по условию они делают это ровно четверо разбойников всего, но разбойников $36 - 4 = 32$ неверно.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 1 8 5 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

③ Если купец в группе из 12 людей, тогда разбойников 24, а это по условию сказали 12 неверно.

④ Если купец в группе из 18 людей, тогда разбойников $36 - 18 = 18$, и это сказано по условию, это разбойников 18. Значит этот вариант верный.

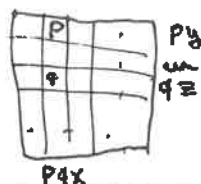
Ответ: 18 разбойников.

и 3

Посчитаем кол-во простых чисел между 105 и 204

107 113 109 131 137 143 149 161 167 173 179 191 197
203 127

Простые числа могут быть больше 10, значит по принципу Дирихле в одной строке или столбце будет два простых числа. Тогда в одном наборе будет число в виде $p \cdot q$ где p и q — это простые числа. Тогда такое число совпадет из разных наборов надо найти число равное $p \cdot q$ во 2 наборе, но такого числа там не найдется. Давайте мы попробуем, допустим мы это число найдем. Т.е. p и q встретились в первом наборе в одной строке, но это означает, что они не встретились в разных строках и тогда допишем произведение в каждую из этих двух строк т.е. $p \cdot q$ и $q \cdot p$:



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 1 8 5 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Тогда рассмотрим случаи:

① $rqx = ry$

$qx = y$

но y не $\div q$ т.к. иначе в строке или в строке ~~было бы~~ число $\div q$, а такого быть не может т.к. r и q имеют в разности строки наименьшее простое число это 107, а следующее число кратное 107 это 214, что не входит в интервал допустимых чисел в условии. Значит этот случай не выполняется.

② Аналогично если:

$rqx = qz$

③ $rdx = m$ (где m - число из второго набора)

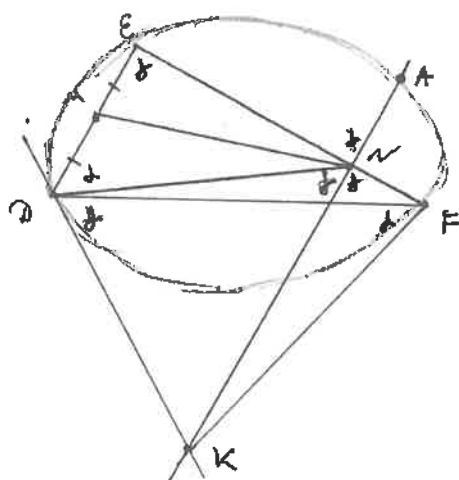
тогда $m \div r$ и $\div q$, что быть не может т.к. в этой строке нет ни r ни q , а ~~какое маленькое не простое число, которое может быть это произведение двух~~

а) чисел кратных r и q в этой строке нету т.к. они не входят в интервал допустимых значений чисел из условия (это число наименьшее если $r=107$, а $q=109$, 214 и 219) значит этот случай тоже неверен.

Все случаи неверны, значит наше предположение неверно и во 2 наборе нету числа rdx , а значит и наборы совпадать не могут.

з.п.ж

~5



Дано:
 $\triangle DEF$
 Окр. ω
 KD и KF — касательные
 M — сеп. DE
 $KN \parallel DE$ и $N \in FE$
 До-то: $DE \perp MN$

- 1) Пусть $\angle DEN = \alpha$, тогда $\angle ENA = \angle DEN = \alpha$ (как накрест лежащие при ||-ых прямых DE и KN и секущей EN) тогда A — точка пересечения KN с окр. ω
- 2) $\angle KNF = \angle ENA = \alpha$ (как верт.)
- 3) $\angle DFK = \angle KDF = \angle DEN$ (как угол между касательной и хордой)
- 4) Тогда $DNFK$ — вып. четырехугольник т.к. $\angle KDF = \angle KNF = \alpha \Rightarrow \angle DNK = \angle KFD = \alpha$ (как опр. на равные хорды)
- 5) $\angle EDN = \angle DNK = \alpha$ (как накр. лежащие при ||-ых прямых DE и KN и секущей DN), тогда $\triangle EDN$ — р/б (по признаку), NM — медиана, $\Rightarrow$ значит и высота в р/б $\Rightarrow NM \perp DE$

Р.т. 9

~4

$$y = 4x^4 + 4(q-2)x$$

$$y = 4p - 16$$

$$4x^4 + 4(q-2)x - 4p + 16 = 0$$

$$x^4 + (q-2)x - p + 4 = 0$$

на формулу

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

M	A	0	0	0	2	1	8	5	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Если мы построим график этих функций, то можно заметить, что они будут сдвинуты не более 2 ~~раз~~
одних мерк. Тогда по следующей мере Вьетна:

$$x^4 + (q - 2)x - p + 4 = 0$$

$$X_1 + X_2 = 0$$

$$x_1 x_2 = -p + 4$$

тогда можно понять, что
корни ^{от} ~~разных~~ числа разные
знаков. (при $\tau = \pm$.
обо $\odot$ не подходит)

$$x_1 = 1; x_2 = -1 \Rightarrow$$

$$-1 = -p + 4$$

$$p=5, q=2$$

В ранке супразе



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

МЭУ, Москва

М	А	0	0	0	2	7	3	9	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия Майоров

Имя Владимир

Отчество Алексеевич

Дата рождения 28.04.2007 Класс 9

Предмет Математика

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89176702405 Подпись Майоров

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 3 9 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6
18	20	18	0	0	56

1 Решение:

1) Предположим, что все сказали ложь, все 28 человек, но тогда получается, что 28 жителей все разбойники. Противоречие, по условию сказано, что живут и купцы и разбойники.

2) Заметим, что только одно утверждение может быть правдой; если правды будут хотя бы 2 утверждения, то будет противоречие. Из этого делаем вывод, что ~~хотя бы~~ купцы выступили лишь с одним утверждением.

3) Заметим также, что если какое-то утверждение сказал разбойник, то оно не может вызывать купца, т.к. будет противоречие. Вывод: одно утверждение говорят либо только разбойники, либо купцы.

4) Предположим, что первое утверждение верно, его сказали купцы. Но тогда у нас 26 разбойников, что противоречит утверждению (26 пацанов на основании выводов из п. 2) и п. 3)).

Предположим, что второе утверждение верно, но тогда у нас 4 купца и 24 разб., а по утверждению — 4 разб. Противоречие.

Аналогичное противоречие вызывает 3-е утверждение. Четвертое нам подходит. Оно может быть верным. Из этого делаем вывод, что разбойников 14. Отв: 14.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 3 9 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$\begin{cases} a^4 + 3a^3b = 3a^2 + 5 & (V) \\ a^3b + 4ab + 1 = a^4 + a^2 \Rightarrow \end{cases} \begin{cases} a^3b = \frac{3a^2 + 5 - a^4}{3} \\ a^2 + \frac{5}{3} - \frac{a^4}{3} + 4ab + 1 = a^4 + a^2 & (1) \end{cases}$$

$$(1) \quad a^2 + \frac{5}{3} - \frac{a^4}{3} + 4ab + 1 = a^4 + a^2$$

$$4ab = a^4 - \frac{5}{3} - 1 + \frac{a^4}{3} \quad | \cdot 3$$

$$12ab = 3a^4 - 5 - 3 + a^4$$

$$12ab = 4a^4 - 8$$

$$3ab = a^4 - 2$$

$$ab = \frac{a^4 - 2}{3} \quad (*)$$

вернемся в сист. (V):

$$\begin{cases} a^4 + a^2(a^4 - 2) = 3a^2 + 5 & (2) \\ 3ab = a^4 - 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$(*) : \begin{cases} ab = \frac{5-2}{3} = 1 \\ a = \sqrt[4]{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (2) \quad a^4 + a^6 - 2a^2 = 3a^2 + 5$$

$$a^6 + a^4 - 5a^2 - 5 = 0$$

$$a^4(a^2 + 1) - 5(a^2 + 1) = 0$$

$$(a^4 - 5)(a^2 + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \text{Отв: } ab = 1$$

$$\begin{cases} a^4 - 5 = 0 \\ a^2 + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^4 - 5 = 0 \\ a^2 + 1 \geq 1 \end{cases} \quad \text{не подходит, т.к. } a^2 + 1 \geq 1$$

$$\begin{cases} a^4 - 5 = 0 \\ a^4 = 5 \\ a = \pm \sqrt[4]{5} \end{cases}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 3 9 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

✓ 4

$y_1 = 2x^4 + 2(q-2)x$ — парабола; $a > 0$; ветви ↑

$y_2 = 2p - 8$ — постоянная, линейная функция

y_1 — возрастает

y_2 — постоянная

⇒ будет одно пересечение,
т.к. функции разнотонности

Пересечение:

$$y_1 = y_2$$

$$2x^4 + 2(q-2)x = 2p-8$$

$$x^4 + (q-2)x = p-4$$

Нули y_1 :

$$2x^4 + 2(q-2)x = 0$$

$$x^4 = (-q+2)x$$

$$x^3 = -q+2$$

$$x = \sqrt[3]{2-q}$$

Метод подбора.

Если $p=2$:

$$x^4 + (q-2)x = -2$$

$$x^4 + (q-2)x + 2 = 0$$

$q=3$:

$$x^4 + x + 2 = 0$$

$$x^4$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 3 9 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа

Решение:

Посмотрим сколько простых чисел у нас есть в
пределах от 103 до 202:

103, 107, 111, 113, 119, 131, 137, 143, 149,
151, 157, 163, 167, 173, 179, 181

~~Как мы видим из таблицы 11 (и числа, содержащие такие
Если мы будем рассматривать каждое число, как
отдельный множитель,~~

~~Рассмотрим теперь набор чисел.
Чтобы набор был одинаковым~~

Будем рассмат-
ривать эти числа
как простые
множители

Как мы видим такие числа больше 11, а числа,
содержащие такие же множители, в дальнейшем не встре-
чаются, т.е. промежуток от 103 до 202 (возьмем самое
маленькое простое число 103, следующее число содержа-
щее в множителях 103 это 206, вне промежутка).

~~Если~~ Если у нас ^{еще} строка будут со-
держат разные простые множители, то они точно не
будут равны. Поэтому нам нужно разместить наши
простые множители так, чтобы лишь один прост.
множитель приходился на строку и столбец, которые
будут равны, то есть так:

пр.мн

пр.мн

То есть максима-
льно мы можем
разместить 10 простых
множителей так, чтобы
сумма произведений в
строках и столбцах
могла еще быть равной

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	2	7	3	9	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Но у нас больше 11 простых множителей в промежутке от 103 до 202. В итоге получается так, что один столбец содержит простой множитель 103, а строка ~~какая-то~~ содержит 2 множителя 103 и ещё какой-то. Множитель 103 - лишь пример, на его месте может стоять любой из перемешенных. Как мы видим, строка и столбец по-любому будут неравны. А другую строку, содержащий общий множитель (103) больше встраивать не будет. Поэтому строка и столбец с множителем 103 не будут равны другим столбцам или строкам. Значит наборов произведений будут разными.

Ответ: нет.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

МЭИ, г. Москва

М	А	0	0	0	2	2	2	6	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия ГРОШЕВ

Имя МИХАИЛ

Отчество ИВАНОВИЧ

Дата рождения 28.03.2007 Класс 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 9 листах Дата выполнения работы 26.02.23

Номер телефона 89303583881 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 2 6 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1.

1	2	3	4	5	Σ
20	18	2	8	6	56

① 2 ч. говорят, что 2 разбойника

② 4 ч. говорят, что 4 разбойника

③ 8 ч. говорят, что 8 разбойников

④ 14 ч. говорят, что 14 разбойников.

① Если они говорят правду, то никого не может быть т.к. в② будет ~~обман~~ неправды т.к. если 4 ч. скажут правду, то будет ④ не правда т.к. в① скажут, что разбойников 2, а в② говорят 4, а если в② говорят ложь, то в① уже разбойков 4, а не 2, как сказано. Уточним в① говорят ложь.
Итого в① 2 разбойника.

② Аналогично, как и в① получаем, что в② все лжецы (в доказательстве рассуждаем в③ лжецы).
Итого в①+② = (2+4) разбойника

③ Аналогично, как и в① получаем, что в③ все лжецы (в доказательстве рассуждаем в④ лжецы).
Итого в①+②+③ = (2+4+8) разбойников.

Итого в①,②,③ все лжецы. Итого 14 разбойников.
Случаи в которых лгут в① или в② или в③ уже

ВНИМАНИЕ: Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 2 6 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



в купу, а часть лжецов лжеслова нет, т. к.
 в любом случае будет противоречие ④ купу.
 т. к. если в ④ скажут правду, а в ①, ②, ③ будет
 ложь ① 1 куpez., то в ④ скажут не правду
 т. к. лжецов будет 13 ~~и лжецов~~, что < 14 .
 значит там все лжецы, но такого не может
 быть, что кто-то из ① или ② или ③ купу скажет
 правду (то доказанную выше фразу), значит
 ①, ②, ③ точно разбойники;
 докажем, что часть купу ④ не может
 говорить правду. т. к. в ①, ②, ③ всего 14 разбойн.
 но если вся купу скажет правду то
 никаких противоречий не будет, если все
 скажут ложь, то тоже не будет
 противоречий, а если некоторые 1 не скажет
 ложь, то будет противоречие т. к.
 слов будет меньше 272, а он скажет "правду"
 что всего разбойников 14 - что является
 правдой.
 Итого: может быть 2 варианта
 14 ~~разбойников~~ разбойников и 14 купу
 или
 28 разбойников и 0 купу

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 2 6 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Ответ: 14 кузовов и 14 разбойников.
или

28 разбойников и 0 кузовов,

Но м.к. в условии сказано что в ~~ффе~~ некотором узле живут и те, и те, мы можем ошибочно подумать, что в них 28 жителей есть и те, и те, но м.к. этого не достаточно в ответ нужно поместить оба случая.

Ответ: 14 кузовов и 14 разбойников
или

28 разбойников и 0 кузовов.

№2

запишем эти 2 уравнения, как систему м.к.

В системе могут быть уравн. ~~дт~~ ~~канонич~~ канонич с одинаковыми переменными и ~~во~~ ~~при~~ выполняемыми обоим уравн. при одних и тех же значениях переменных система имеет решения.

но так как одновременно выполняются уравнения в системе то система имеет решения.

$$\begin{cases} a^4 + 3a^3b = 3a^2 + 5 \\ a^3b + 4ab + 1 = a^4 + a^2 \end{cases} \begin{cases} a^4 + 3a^3b - 3a^2 - 5 = 0 \\ a^4 - a^3b - 4ab - 1 + a^2 = 0 \end{cases}$$

вычитая из 1 уравнения 2 ~~получим~~.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 2 6 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$4a^3b - 3a^2 + 4ab - a^2 - 4$$

$$a^4 + 3a^3b - 3a^2 - 5 - a^4 + a^3b + 4ab + 1 - a^2 = 0 - 0$$

$$4a^3b - 4a^2 - 4 + 4ab = 0 \quad | : 4$$

$$a^3b - a^2 - 1 + ab = 0$$

$$a^3b - a^2 + ab - 1 = 0$$

$$a^2(ab - 1) + ab - 1 = 0$$

$$(a^2 + 1)(ab - 1) = 0$$



$$a^2 + 1 = 0 \quad \text{или} \quad ab - 1 = 0$$

$$a^2 \geq 0 \text{ (полез)} \quad ab = 1$$

значит

$$a^2 + 1 \geq 1$$

и 0 не может
принять

$$a \in \emptyset$$

значит $ab = 1$

Ответ: $ab = 1$.

№3.

рассмотрим 1 колонку и 1 строку

чтобы числа совпали нам нужны
такие числа при которых произведения
равны т.е. в нем либо содержится
одинаковые множители (это не удовлетв.
условию), либо такие множители, что
они отменяются в К раз, но.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

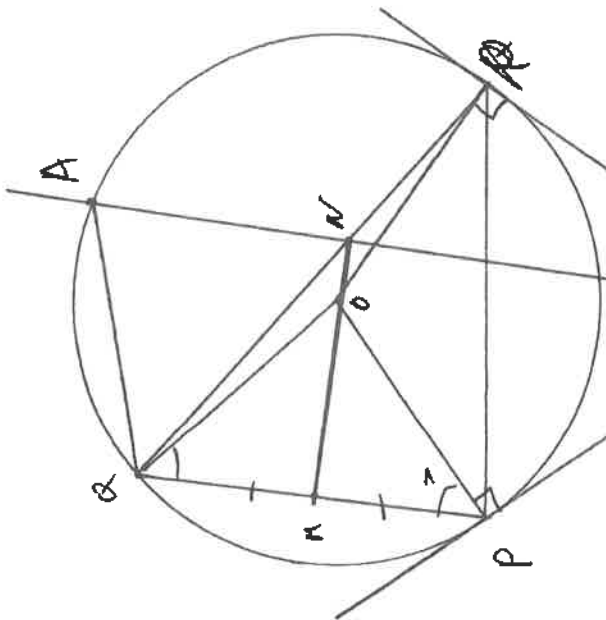
M	A	0	0	0	2	2	2	6	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ: Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

К тогда должно быть маленькое, чтобы
у нас было $K \cdot X = 1 + f, 2f, \dots$; X — какое-то число
из заданного промежутка, но K у
нас нет меньше 103 значит такое
произведение тоже не возможно
совместно с данными двух фраз
обеспечивает не возможность
получения одноклассовых наборов.

N^o 5.



Дано: $\text{окр } (O; OP)$
 $\triangle QRP$ - впис. в окр
 a, b - касательн
 окр в м. R и P
 соедб.
 $c \perp ab = K.$
 $c \parallel PQ$
 $c \cap QR = N$
 $QM = MP$
 Доказать $\angle PMN = 90^\circ$

① рассмотрим паралл

$\angle QPK + \angle PKN = 180^\circ$ (по свойству смежных
при 2 параллельных прямых)
 $\angle QPK = \angle QPO + \angle OPK$

$$\angle QPO = \angle 1 \quad \angle PKN = \angle 2$$

$$\angle OPK = \angle OKP = 90^\circ \text{ (по свойству касат. к окр.)}$$

$$180^\circ = \angle QPK + \angle PKN = \angle 1 + \angle 2 + 90^\circ$$

$$90^\circ = \angle 1 + \angle 2$$

② рассмотрим чх углы при РМНК

сумма всех углов при 360°

значит

$$\angle PMN + \angle MNK + \angle NKP + \angle KPM = 360^\circ$$

$$\angle PMN + \angle MNK + \angle 2 + 90^\circ + \angle 1 = 360^\circ$$

$$\angle PMN + \angle MNK = 180^\circ \quad \text{Д.п.) } \subset \cap \text{окр}(O; OP) = A$$

③ чх углы при QANM

$$\angle AQM + \angle QMN + \angle MNA + \angle NAQ = 360^\circ \text{ (по сумме чххх)}$$

$$\angle AQM = \dots$$

Допустим, что м. О принадлежит МН?

тогда ОМ - медиана $\triangle QOP$

$\triangle QOP$ - р.б. значит по св. р.б.

отр. ОМ - медиана, высота, бисс.

$$\text{значит } \angle OMP = 90^\circ \text{ т.т.з.}$$

или еще скажу чх $\angle QANM$ можно опис.

окр. имеет сумму противоположных $\angle = 180^\circ$

то $QANM$ - квадрат т.к. сумма противоположных $\angle = 180^\circ$

$$\text{и сумма прилежащих } \angle KMN = 180^\circ \Rightarrow \angle NMP = 90^\circ$$

т.т.з.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 2 6 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№ 4

из двух функций сделаем 1 равенство.

$$2p-3 = 2x^4 + 2(q-2)x \quad | : 2$$

$$p-4 = x^4 + (q-2)x \quad p, q - \text{натур. } \mathbb{Z}.$$

попробуем подставить x .

$$① \quad p-4 = 1 + q-2$$

$$q = p-3$$

при вычитании 3 не меняется чётность числа
значит q и p числа $\mathbb{Z}$ разны по чётности.
единственное число чётное и натуральное
это 2 значит $q=2$

$$2 = p-3 \Rightarrow p=5 \quad ② \quad p-4 = 16 + 2q - 4$$

$$(p; q) = (5; 2)$$

$$-1 \quad p-4 = 1 + 2 - q$$

$$p+q=7$$

$$(p; q) = (2; 5)$$

$$(p; q) = (5; 2)$$

$$p = 16 + 2q$$

какое бы не было q

p будет: 2 больше 2
а такого не может
быть.

$$-2 \quad p-4 = 16 + 2q - 4$$

$$p = 16 + 2q$$

аналогично, как и с ②
не может быть.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 2 6 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$\textcircled{2} \quad p - 4 = 81 + 39 - 6$$

$$p = 79 + 39$$

если q - нечетное

то $79 + 39$ будет четное (сумма 2 нечетных равна четн.)

если q - четное

то $79 + 39$ - не четное (сумма четного и нечетного)

но вправо мы не можем p - натур.
м.к. q не может быть четным
кроме 2, а 2 не подходит

$$79 + 3 \cdot 2 = 85, \text{ что не натур.}$$

$$\textcircled{-3} \quad p - 4 = 81 + 6 \cdot 39$$

$$p = 91 - 39$$

~~на самом деле~~

если q - нечетн. то p - четн.

и $p = 2$ м.к. натурн четн только 2)

$$2 = 91 - 39$$

$$-89 = -39 \quad 89/3 \text{ не подходит}$$

q - четн - не может быть.

и так можно продолжать до бесконечности.
А если рассмотреть случаи четн и нечетн. чисел
и показать невозможность того что дано в условии

м.с. натур. чисел p и q .

$$(p; q) = (5; 2)$$

$$\text{значит } (p; q) = (5; 2) \text{ при } x = 1 \text{ и } (p; q) = (2; 5) \text{ при } x = -1$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	2	2	2	6	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

при $y=0$

$$p-4 = 0^4 + 0(4-2)$$

$$p-4=0$$

$$p=4$$

что не натур. число $\Rightarrow$ не упр. упр.

Ответ: при $x=1$ $(p;q) = (5;2);$

~~при~~ при $x=-1$ $\begin{cases} (p;q) = (5;2); \\ (p;q) = (2;5). \end{cases}$

$(2;11)?$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

МЭИ, Москва

М	А	0	0	0	2	2	9	5	4	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия Сорокопудов

Имя Матвей

Отчество Сергеевич

Дата рождения 16.07.2007 Класс 9

Предмет Математика

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы 26.02.23

Номер телефона 47 916 528 70 98 Подпись сорокопудов

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 9 5 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№1 Заметим, что ~~то~~ в каждой говорившей группе все участники ~~сказали~~ одинаково (либо все купцы, либо все разбойники).

Тогда выпишем все возможные варианты, ~~какие~~ кем являются группы (0 - разбойники, 1 - купцы), первая цифра - первая группа, вторая - вторая группа и т.д.

возможно все разбойники, т.к. все говорят правду, а разбойники соврут.

- 0000
- 0001
- 0011
- 0101
- 1001
- 0010
- 0110
- 1010
- 0100
- 1100
- 1000
- 0111
- 1011
- 1101
- 1110
- 1111

Невозможно, ведь либо купцы противоречат друг другу, либо разбойников больше, чем заявил купец

Заб

1	2	3	4	5	Σ
20	20	0	0	20	60

только не все купцы, иначе они соврут, что есть разб.

Ответ: разбойников либо 28, либо 14.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 9 5 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$\sim 2 \quad \begin{cases} a^4 + 3a^3b = 3a^2 + 5 \\ a^3b + 4ab + 1 = a^4 + a^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^4 + 3a^3b - 3a^2 - 5 = 0 \\ a^3b + 4ab + 1 - a^4 - a^2 = 0 \end{cases}$$

Сложим 2 ур-я:

$$a^4 + 3a^3b - 3a^2 - 5 + a^3b + 4ab + 1 - a^4 - a^2 = 0$$

$$4a^3b - 4a^2 + 4ab - 4 = 0$$

$$a^3b - a^2 + ab - 1 = 0$$

$$a^2(ab - 1) + (ab - 1) = 0$$

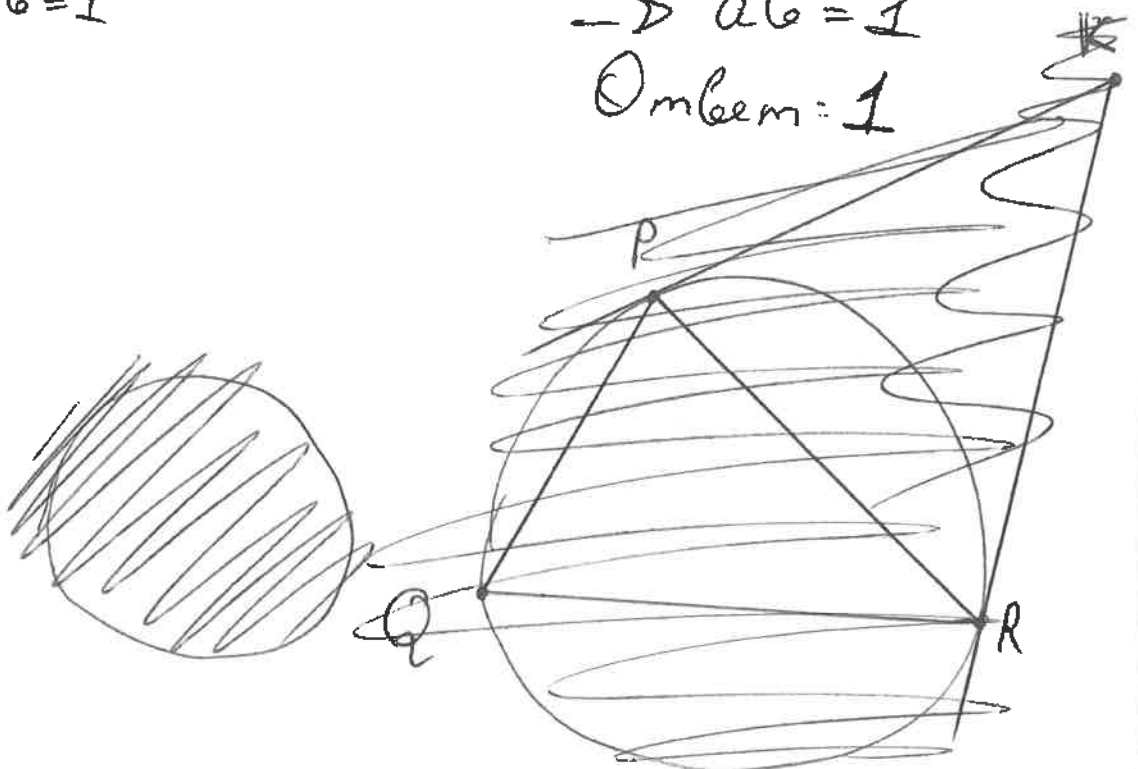
$$(a^2 + 1)(ab - 1) = 0$$

$$\begin{cases} a^2 = -1 - \text{невозможно} \\ ab = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow ab = 1$$

Ответ: 1

~~Реш~~



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

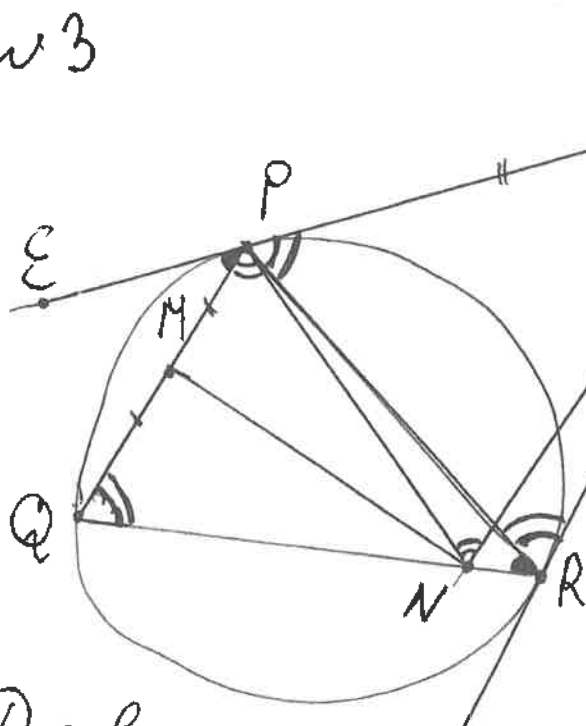
Вариант № 1

М А О О О 2 2 9 5 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3



Дано:
Окр-та ω ,
 $P, Q, R \in \omega$
Кас-ные в т. P, R
пр-ая в K
 M - сер. PQ
 $N \in QR$, $KN \parallel PQ$
Доказ-ть:
 $\angle PMN = 90^\circ$

Доказ-во:

1) Пусть т. $E \in$ прямой KP , $E \notin$ отр. KP , лежит за т. P

Тогда $\angle EPQ = \angle PRQ$ как угол между касательной и хордой.

Также $\angle EPQ = \angle PKN$ как соответств. при прямых $PQ \parallel KN$ и секущей PK .

~~2) $\angle PKN = \angle PRN$ как углы при вершине K . Значит $\angle PKN = \angle PRN$ по признаку.~~

2) В чет-ке $PKRN$ $\angle PKN = \angle PRN$ (из п.1) и они опираются на PN . Значит $PKRN$ вписанный по признаку.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	2	2	9	5	4	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



- 3) По св-ву вписан. чет-ка $\angle PNK = \angle PRK$.
 4) $\angle PRK = \angle PQN$ как ~~один~~ угол между кас. и хордой.

А $\angle QPN = \angle PNK$ как накр. лем. при $PQ \parallel KN$ и секущ. PN

- 5) Получается $\angle QPN = \angle PNK = \angle PRK = \angle PQN$
 $\angle QPN = \angle PQN$

По признаку $\triangle QPN$ р/б ($PN = NQ$).

Значит по св-ву р/б $\triangle$ NM - высота и медиана.

$QP \perp NM$. ч. т. д.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Санкт-Петербург

М	А	0	0	0	2	8	8	7	1	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Трофимов

Имя Михаил

Отчество Алексеевич

Дата рождения 24.01.2007

Класс 9

Предмет математика

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы 26.02.2013

Номер телефона +7911 0064988

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Задача 2

1	2	3	4	5	Σ
12	28	20	8	20	88

$$\begin{cases} a^4 + 5a^3b = 5a^2 + 7 \\ a^3b + 6ab + 1 = a^4 + a^2 \end{cases}$$

$$6a^3b + 6ab = 6a^2 + 6$$

$$6a^3b - 6a^2 + 6ab - 6 = 0$$

$$6a^2(ab-1) + 6(ab-1) = 0$$

$$6(ab-1)(a^2+1) = 0$$

$a^2+1 > 0$, т.к. $a^2 \geq 0$, зн. скобка (a^2+1) не может быть меньше или равна нулю.

зн. $(ab-1) = 0$, т.к. произведение $(6(ab-1)(a^2+1)) = 0$

$$\begin{cases} 6 \neq 0 \\ a^2+1 \neq 0 \end{cases}$$

то $ab-1=0$, зн. $ab=1$.

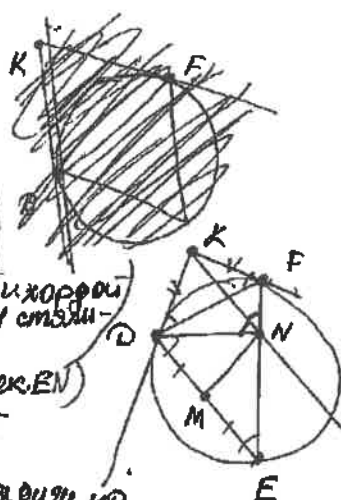
Ответ: 1

Задача 5

Решение:

- 1) $DK = KF$ (т.к. отрезки кас.)
зн. $\angle KFD = \angle KDF$ и $\angle KFD = \angle DEF$ (т.к. углы опирающиеся на DF)
- 2) $\angle KFD = \angle KDF = \angle DEF$ (т.к. углы между касательной и хордой равны влн. Знач опир. на одну стянувшую эту хорду).
- 3) т.к. $KN \parallel DE$, то $\angle KNF = \angle DEF$ (соответ. при $KN \parallel DE$ и секущ. EN)
- 4) $\angle KDF = \angle DEF$ / $\angle DEF = \angle KNF$ / $\Rightarrow \angle KDF = \angle KNF$, зн. $DKFN$ - вписанный чет-к. ;
зн. $\angle KFD = \angle KND$, т.к. опир. на одну же хорду KD
- 5) $\angle KDF = \angle KNF = \angle KFD = \angle DEF$ / $\Rightarrow \angle KDF = \angle KNF = \angle KFD = \angle DEF = \angle DNF$, зн. $\angle DNF = 2\angle DEN$
- 6) $\angle DNF = \angle DNE + \angle DEN$ (внешний), зн. $\angle DNE = 2\angle DEN - \angle DEN = \angle DEN$,
зн. $\triangle DNE$ - р/б (соотв. DE), т.к. NM - медиана в равностор. треугольнике, то NM - является высотой, зн. $NM \perp DE$.

Ч.Т.Д.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 8 8 7 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 4

Если две функции имеют общие корни, то можно их приравнять, чтобы найти точки пересечения ф-ий.

Т.к. p -простое то свободный член получившегося уравнения $(4-p)$ может равняться единице при p

1	2	3	5	7	11	13	...
23	29	31	37	41	43	47	...

 То scheme Тюрнера попытаемся найти целые корни урав-я.

Если первый корень 1, то $q-1+4p=0$
 $p=q+3$

1 может быть если $\begin{cases} p=5 \\ p=3 \end{cases}$ т.е. $p=5$
 $q=2$

Если 2-корень, то $2q+4+4-p=0$
 $p=2q+8$

при том, что p может быть только $2(p=2)$, то такое невозможно, т.е. 2-не корень

Если 3-корень, то $3q+2+4-p=0$
 $p=3q+25$

при том, что $p=1$, такого невозможно.

Таким образом, если увели корни (значения), то значение p , которое будет получаться будет больше значения p , которое может быть (при том корни).

Зн. $x^3+x^2+q-1=0$

1	1	q-1
1	1	2
2	1	3

при q -простое
если q

2	3	5	...
11	13	17	...

$2+q-1=0$
 $q+1=0$ (невозможно), т.к. $q > 0$

$6+q-1=0$
 $5+q=0$ (невозможно), т.к. $q > 0$

Зн. других q кроме $q=2$, при первом корнях нет.

1	1	q-1
-1	1	0

$q=1$, для $q=1$ нет такого p , чтобы выполнял. условие.

В других случаях q будет меньше нуля.

Рассмотрим случаи с отриц. корнями.

1) $-q+1+4p=0$
 $q+p=5$ (т.к. $q < 0$)

p может быть $\begin{cases} p=5 \\ p=3 \end{cases}$ т.е. $q=2$

т.е. $p=3$, $q=2$

2) $-2q+4+4-p=0$
 $2q+p=0$, что не может быть т.к. $p, q \in \mathbb{P}$

3) $-3q+2+4-p=0$
 $3q+p=-2$, что не может быть т.к. $p, q \in \mathbb{P}$

Таким образом если рассматривать другие отриц. корни, то будет получаться, что сумма двух чисел будет равна отриц. числу, что быть не может.

Зн. $x^3-x^2+q-1=0$ при q

2	3	...
11	13	...

1	-1	q-1
1	1	0
2	1	1

1) $q=1$, для такого q нет p .
В других случаях $q < 0$.

Если корни будут отриц., то q будет меньше нуля.

Зн. всего две пары $(0; 2)$ и $(3; 2)$

Ответ: $(5; 2); (3; 2)$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в реше справе



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 8 8 7 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверка только то, что записано с этой стороны листа вправо



Задача 1.

Если первое ~~кто~~ ^{свое} кто отвечал ~~куницы~~ ^{куницы}, то другие четверо ~~являются~~ ^{являются} куницами и они же сказали, зн. первое ~~свое~~ ^{свое} разбойники.

Если второе кто отвечал (чужака) куницы, то противоречие стало, так третьи кто отвечал являются куницами (пусть и не все) сказали. зн. они тоже разбойники.

Если третий кто отвечал сказал правду, то противоречие кол-во ~~разбойников~~ ^{разбойников} оставшихся (последние кто отвечали не могли сказать правду) их: $2+4+18=24$, не равно кол-ву названных куницами.

зн. правду сказали только четверые.

Ответ: 18.

Задача 3.

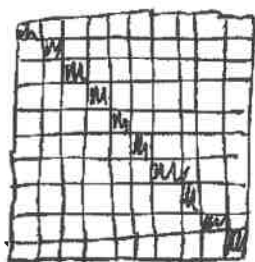
Они не могли оказаться одинаковыми, если в одной строке или в одной строке появилось два простых числа.

~~Значит~~ ^{Значит} чтобы такого не было простые числа должны стоять по диагонали. Таких клеток всего 10. А простых чисел столько же.

~~105 и 204 больше десяти.~~

Пример: 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163.

зн. такого не получится.



Ответ: нет.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Санкт-Петербург

М	А	0	0	0	2	8	8	6	9	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Зверев

Имя Кирилл

Отчество Юрьевич

Дата рождения 22.06.2004

Класс 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7 969 714 8817

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М	А	О	О	О	2	8	8	6	9	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	Σ
20	28	20	0	6	66

1/2

$$\begin{cases} 5a^2b = 5a^2 + 4 - a^4 \\ a^2b = a^4 + a^2 - 6ab - 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 6a^2b = 6a^2 - 6ab + 6$$

$$a^2b = a^2 - ab + 1 \Rightarrow a^2 - ab + 1 = a^4 + a^2 - 6ab - 1$$

$$5ab = a^4 - 2$$

$$5ab(a^2) = 5a^2 + 4 - a^4$$

$$(a^4 - 2)a^2 = 5a^2 + 4 - a^4$$

$$a^6 - 2a^2 - 5a^2 - 4 + a^4 = 0$$

$$a^4(a^2 + 1) - 4(a^2 + 1) = 0$$

$$(a^4 - 4)(a^2 + 1) = 0$$

$$\Rightarrow a^4 = 4$$

$$\Rightarrow 5ab = 4 - 2$$

$$ab = 1$$

т.т.р.

Ответ: $ab = 1$.

1/1

Докажем, что в каждый раз все говорящие были или купцами или разбойниками.

т.р. Если это не так то одна из них была правдивой и лживой что не может быть

Если первые два человека купцы и среди остальных есть два разбойника то будут группы по 4; 12; 16 чел. где все одинаковые (то есть купцы или лжецы)

и такого не может быть также и с 4; 12 людьми они всегда врют

и точно есть 16 лжецов и последние говорящие либо все солгали и лжецов 16;

Ответ: разбойников было либо 16, либо 18.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 8 8 6 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

У нас по 10 чисел в наборе и количество из чисел из 1 набора равно числу из 2 набора, то есть

a_1	a_2	a_3	a_4
a_5	a_6	a_7	a_8
a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}
a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}

Например: $a_2 \cdot a_{10} \cdot a_{11} \cdot a_{12} = a_1 \cdot a_2 \cdot a_{12} \cdot a_{15} *$

и $a_2 \cdot a_{10} \cdot a_{11} = a_1 \cdot a_2 \cdot a_{15}$ тогда рассмотрим все

числа от 105 до 204 это (107; 109; 113; 129; 131; 137; 139; 149; 151; 157; 163; 167; 173; 179; 181; 191; 193; 197; 199)

всего 21 число если одно из них является копиркой

$a_2; a_{10}; a_{11}; a_{12}; a_1; a_{15}$

то ~~каждое~~ кратного ему уже не будет т.к. $1042 = 214 \cdot 5$ и 204 т.к. оно простое то равенства не будет в наборах не будут однократными;

но они могут сократиться как в 1 уравнение* но точных сокращений будет только 10 а чисел 21 и 11 будут несократимыми

Ответ: нет.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 8 8 6 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5

1) Пусть $\angle DEF = \alpha$; $\angle EDF = \beta$

тогда $\angle EMN \approx \angle KNF = \alpha$

$\angle DOF = 2\alpha$

2) тогда $\triangle ODF$ — $\triangle$; $\angle ODF = \angle OFD = 90 - \alpha$

$\angle ODE = \beta - 90 + \alpha \approx \angle DEO = \beta - 90 + \alpha \approx$

$\angle OFE = 90 - \beta$

тогда $\angle DFE = \beta - \alpha$

3) $\triangle EDF \approx \triangle$ $\angle \beta + \beta - \alpha = 180^\circ$

$\beta = 90^\circ$

$\triangle EFK$ — равнобедренный; $\angle DKE = 180 - 2\alpha$; $\angle DFK = \alpha$

4) тогда $\angle NFK = 90^\circ$; $\angle FNK = \alpha$

$\angle NKF = 90 - \alpha \approx NK$ — биссектриса; медиана; высота

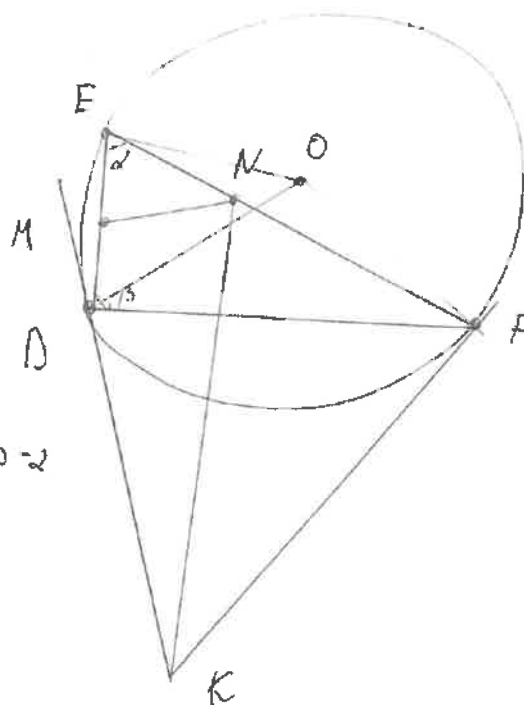
$\triangle DFK$ — $\triangle \approx \triangle DNF$ — $\triangle$; $\angle FDN = 90 - \alpha$

$\angle FDO = \angle FDN \approx O$ и IV — ортогональны.

$\triangle EOD$ — $\triangle$; OM — медиана и высота; $\triangle OM \perp DE$

$MM \perp DE$

Ч.Т.Д.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Санкт-Петербург

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	2	8	8	7	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант № 1

Фамилия Старцев

Имя Дмитрий

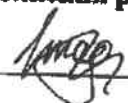
Отчество Александрович

Дата рождения 28.12.2007 Класс 9

Предмет математика

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7 911 562-01-62 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	О	О	О	2	8	8	7	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	Σ
19	28	20	12	0	69

Задача № 1:

Есть 5 вариантов:

- 1) Если первые двое сказали правду, то остальные сказали, значит разбойников 26, это противоречит предположению
- 2) Если четверо сказали правду, то остальные сказали, значит разбойников 24, это противоречит предположению
- 3) Если все пять из них сказали правду, то остальные сказали, значит разбойников 20, это противоречит предположению
- 4) Если четырнадцать сказали правду, то остальные сказали, значит разбойников 14.
- 5) Если ~~несколько~~ ^{различных} утверждений оказались правдой, то возникает противоречие, так как кол-во разбойников неизменно, а кол-во разбойников в утверждениях разное.

Ответ: 14 разбойников.

Задача № 2:

$$\begin{cases} a^4 + 3a^3b = 3a^2 + 5 \\ a^4 + a^2 = a^3b + 4ab + 1 \end{cases} \quad (\text{вычитаем из 1-го ур-ня 2-ое})$$

$$3a^3b - a^2 = 3a^2 + 5 - a^3b - 4ab - 1$$

$$4a^3b - 4a^2 + 4ab - 4 = 0 \quad | :4$$

$$a^3b - a^2 + ab - 1 = 0$$

$$a^2(ab - 1) + (ab - 1) = 0$$

$$(a^2 + 1)(ab - 1) = 0, \quad a^2 \geq 0, \text{ зн. } a^2 + 1 \geq 1 \Rightarrow ab - 1 = 0;$$

$$ab = 1$$

Ответ: $ab = 1$

Задача № 3:

Если среди чисел ^{от} 103 до 202 встречается простое, то ни одно из оставшихся не содержит в своем разложении ни простые множители ^{от} (т.к. они будут меньше его удвоенного). Среди чисел от 103 до 202 более 11 простых: 103; 107; 109; 113; 127; 131; 137; 139; 149; 151; 157 и т.д. Значит в одной из строк будет не менее 2-ух простых от 103 до 202.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 8 8 7 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках рамки

Значит среди набора из десяти чисел, полученного из строк будет число делящееся на, как минимум, два простых числа от 103 до 202. ~~Каждое из этих чисел~~ Таким как два данных простых числа лежат в одной строке, они не смогут лежать в одном столбце. Таким как ни одно простое от 103 до 202 не встречается в разложении ^{на простые множители} какого-либо другого, то среди ~~этого~~ набора чисел, полученного вычитанием произведений в столбцах, не будет числа, делящегося на два данных простых числа. Следовательно, так как среди одного набора есть число, делящееся на два данных простых числа, а среди другого нет, наборы не могут совпадать (т.е. не могут быть одинаковыми). При условии, что числа не повторялись

Ответ: нет, не могли.

Задание №4:

$y = 2x^4 + 2(q-2)x$, рассмотрим ординату т. пересечения графиков ($y = 2p-8$ - прямая парал. Ох, ~~она~~ пересекающаяся Оу в т(0; 2p-8))
 $y_2 = 2p-8$

$$2x^4 + 2(q-2)x = 2p-8 \quad | :2$$

$$x^4 + (q-2)x = p-4, \text{ т.к. } q \text{ и } p - \text{простые есть 2 вар:}$$

① $p \neq 2$, тогда $p-4$ - несл., $x^4 + (q-2)x > \text{нечетное}$ есть 2 вар: а) $q=2 \Rightarrow x^4$ - несл., $p-4 = x^4$, зн. $p=5, x=1$?

б) $q \neq 2 \Rightarrow x^4 + (q-2)x$ - четное, равенство не достигается, такое быть не может

② $p=2$, тогда $x^4 + (q-2)x = -2, x(x^3 + q-2) = -2$, есть 3 вар. (т.к. x, q - целые): а) $x=1; q-1=-2; q=-1$, против.
 б) $x=-1; q-3=2; q=5$. в) $x=2; q+6=-1, q=-7$, противоречие
 2) $x=-2, q-10=1, q=11$

Ответ: (5; 2); (2; 5); (2; 11).

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 8 8 7 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

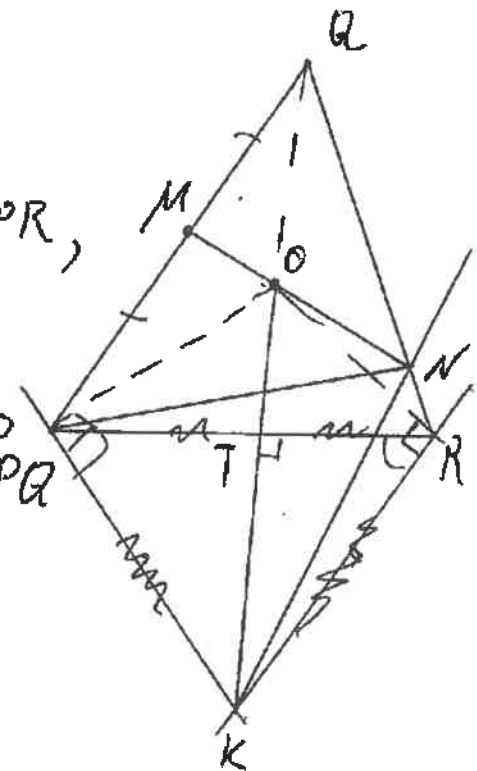
Задача №5:

① Дано - у-й оп. экр, зм.

$OP \perp PK; OR \perp KR$

② $PK = KR \Rightarrow OT$ - сер. пер. к PR ,
 $K \in OT$.

③ т. $O \in MN$, т.к. O - у. оп. экр, то $OM \perp PQ; NM \perp PQ$
чтл ①.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Уфа, Космонавтов 9

М	А	0	0	0	2	2	6	9	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Абдуллин

Имя Данил

Отчество Гулямович

Дата рождения 12 мая 2009г. Класс 9

Предмет Математика

Работа выполнена на 8 листах

Дата выполнения работы 26.02.2025

Номер телефона 8 9373513048 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Бельчонок»

от Абдуллымова Данила Юсуповича
(ФИО участника)

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по математике, выполненной «26» апреля 2022 г. на площадке города Уфа
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

89373513048 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

abdulminerdanis12@gmail.com (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 21.19

Подпись участника Олимпиады: 

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

ШИФР РАБОТЫ 140002269223 9 кл

Дата и время отправки работы (время – красноярское) 06.04.23 16:45

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 2 6 9 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



21. Предположим, что 1 группа из двух жителей была купцами, тогда всего двое из всех-разбойники. Тогда остальные 31 человека сказали неправду, то есть они разбойники. — противоречие. Значит 1 группа из двух человек — разбойники.

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	12	0	72

Далее предположим, что 2 группа из четырех жителей была купцами, тогда всего четверо из всех — разбойники. Но тогда следующая группа из 12 человек сказала неправду, то есть они — разбойники — противоречие. Значит 2 группа из четырех человек — разбойники.

Дальше предположим, что 3 группа из двенадцати жителей была купцами, тогда всего двенадцать из всех — разбойники. Но тогда следующая группа из 18 человек сказала неправду, то есть они — разбойники — противоречие. Значит и 3 группа из двенадцати человек — разбойники.

Наконец, предположим, что последняя группа из восемнадцати человек была купцами, тогда всего 18 из всех — разбойники. Но исходя из прошлых групп, мы знаем, что у нас $2 + 4 + 12 = 18$ разбойников, значит они говорят правду, значит они купцы.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3.

М	А	0	0	0	2	2	6	9	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



1. Также стоит рассмотреть вариант, когда все 36 жителей были ижецами, то есть разбойниками. Тогда каждый из них должен был сказать, сказав отличное от 36 число.

В задании так и было сказано, то есть этот вариант имеет место быть.

Во решении я пользовался тем, что группа не может состоять из людей разной категории, так как иначе они бы не могли все сказать одно и то же утверждение.

Исходя из всего вышенаписанного, получаем ответ, что разбойников могло бы быть либо 18, либо 36.

Ответ: 18 или 36.



2. Запишем в виде системы:

$$\begin{cases} a^4 + 5a^3b = 5a^2 + 7 \\ a^3b + 6ab + 1 = a^4 + a^2 \end{cases}$$

Сложим эти равенства, получим:

$$a^4 + 6a^3b + 6ab + 1 = 6a^2 + a^4 + 7$$

$$6a^3b + 6ab - 6a^2 - 6 = 0 \quad | :6$$

$$a^3b + ab - a^2 - 1 = 0$$

$$ab(a^2 + 1) - (a^2 + 1) = 0$$

$$(ab - 1)(a^2 + 1) = 0$$

Произведение двух чисел равно нулю, когда один из множителей равен нулю. Значит наше произведение равно нулю совокупности.

$$\begin{cases} a^2 + 1 = 0 \\ ab - 1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a^2 = -1 \\ ab = 1 \end{cases}$$

Из первого равенства нет корней, значит ab может принимать только значение равное 1.

Ответ: 1

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 2 6 9 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках справа



3. Заметим, что в промежутке от 105 до 204
у нас более чем 10 простых чисел.

(как минимумы 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139,
149, 163, 167, 173, 179). Значит, как минимум
в одной строке или одной строке будет 2
простых числа! по принципу Дирихле. Значит,
в произведение этой строки или этого столбца
будут входить сразу 2 простых числа, не
входящие вдвоем одновременно ни в какое другое
произведение. Значит такое произведение мы
больше не сможем встретить в наборе, то есть
оно будет единственным, значит нет, не можем.

(Доказательство того, что в промежутке от 105
до 204 более 10 простых чисел изложено у меня в
черновике; используя Решето Эратосфена)

Ответ: Нет, не можем.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М Н О О О 2 2 6 9 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа



4. Предположим, что такие пары существуют и точка пересечения есть. Тогда мы можем приравнять эти значения:

$$4x^4 + 4(q-2)x = 4p-16 \quad | :4$$

$$x^4 + (q-2)x = p-4.$$

Справа у нас стоит разность между простым числом p и четверкой. Разберём первый случай, когда эта разность положительна.

I. $p > 4$.

Тогда в правой части стоит нечетное число, так как нет простого четного больше 4.

Теперь рассмотрим ^{три} случая.

а) x - четное

Тогда x^4 - четное, $(q-2)x$ - четное, $4 + 4 \neq 4$, значит, в этом случае корней нет.

б) x - нечетное, $q > 2$

Тогда x^4 - нечетное, $(q-2)x$ - нечетное, так как и x и $q-2$ - нечетные числа ($q > 2$, q - нечетно), $4 + 4 \neq 4$, значит, корней нет.

в) x - нечетное, $q \leq 2$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 2 6 9 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

а. В x - нечетное, $q \leq 2$

Простое число не больше двух - одно - двойка.

Значит, уравнение принимает вид

$$x^4 = p - 4 \quad | -1$$

$$x^4 - 1 = p - 5$$

$$(x^2 - 1)(x^2 + 1) = p - 5$$

x - нечетно, x^2 - нечетно, значит $(x^2 - 1)$ и $(x^2 + 1)$ - четные, их произведение четно, а справа стоит нечетное число.

Рассмотрим последние цифры четвертых степеней нечетных чисел. Мы можем просмотреть только 1, 3, 5, 7, 9, так как на последнюю цифру влияет только последняя цифра.

n	$n^4 \text{ mod } 10$
1	1
3	1
5	5
7	1
9	1

Заметим, что варианты с 1 в конце нас не устраивает, так как прибавив 4, мы получили число кратное 5, а также это число простое, что возможно только когда $p = 5$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М Н О О О 2 2 6 9 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



и значит подходит только $p=5$, откуда пара $(p, q) = (5, 2)$, причем $x = \pm 1$.

II. $p \leq 4$

Пусть $p=3$, тогда:

$$x^4 + (q-2)x = -1$$

$q > 2$, т.к. при $q=2$ корней нет.

Очевидно что корней не будет, которые были бы целыми

Пусть $p=4$, $p=2$, тогда

$$x^4 + (q-2)x = -2$$

Здесь также корней не будет, которые были бы целыми

Ответ: $p=5, q=2$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М	А	0	0	0	2	2	6	9	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



5. Заметим, что если $МN$ - высота, то она и является медианой, так как $М$ - середина.

Заметим, если $МN$ - высота, то N лежит на серединном перпендикуляре к DE . Из курса школьной геометрии известно, что центр описанной окружности лежит на точке пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника, то есть нам надо доказать, что $O \in MN$ или же, что $\triangle DNE$ - μ/δ .

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Уфа, ул. Камаевтов, д. 8

Адрес площадки проведения

М	Н	0	0	0	2	7	7	7	7	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант № 1

Фамилия БУЛГАКОВА

Имя ДАРЬЯ

Отчество РУСЛАНОВНА

Дата рождения 12.03.2007 Класс 9

Предмет математика

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 8 987 038 9800 Подпись ✓

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 7 7 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 1

Рассмотрим 2 случая: а) все те, кто сказал, что разбойников 14 — ~~ложь~~ разбойники, б) все те, кто сказал, что разбойников 14 — купцы (люди, давшие одинаковые ответы, не могут быть ни купцами, ни разбойниками, т.к. тогда этот ответ одновременно и правдивый и ложный — противоречие $\Rightarrow$ в каждой группе с одинаковыми ответами либо все купцы, либо разбойники).

а) Если все, кто сказал, что разбойников 14 — ~~разбойники~~ купцы, то это правда $\Rightarrow$ остальные 14 — разбойники ($14 \neq 2 \neq 4 \neq 8$, потому что этот ответ ложный по условию).

б) Если все, кто сказал, что разбойников 14 — разбойники, то это ~~ложь~~ $\Rightarrow$ разбойников либо > 14 , либо < 14 . Но эти 14 чел. уже разбойники $\Rightarrow$ разбойников $> 14 \Rightarrow$ хотя бы 1 чел. из второй половины людей — разбойник, но купцами могут быть только люди из одной группы (те, кто давал одинаковые ответы), ~~т.е. не может быть~~ но если хотя бы 1 группа из тех, кто давал ответы «ровно 2», «ровно 4» и «ровно 8» — купцы, то эти их ответ противоречит тому, что купцов > 14 — противоречие $\Rightarrow$ в таком случае во второй половине все разбойники, значит разбойников 28, но в условии сказано, что в ~~целом~~ ~~группе~~ ~~и~~ купцы, и разбойники $\Rightarrow$ купцов не может быть 0 — противоречие $\Rightarrow$ II случай неверный.

Ответ: 14.

Зел

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	8	2	70



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 7 7 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 2

$$\begin{cases} a^4 + 3a^3b - 3a^2 + 5 = 0 \\ a^3b + 4ab + 1 - a^4 - a^2 = 0 \end{cases}$$

4

$$\Leftrightarrow 4a^3b - 4a^2 + 4ab - 4 = 0 | :4$$

$$a^3b - a^2 + ab - 1 = 0$$

$$a^2(ab - 1) + (ab - 1) = 0$$

$$(a^2 + 1)(ab - 1) = 0$$

$$\begin{cases} a^2 = -1 - \text{не цел} \\ ab = 1 \end{cases}$$

Ответ: 1.

№ 3

2 — наименьший простой множитель

$103 \cdot 2 = 206 > 202 \Rightarrow$ все простые числа от 103 до 202 при разложении произведений на простые множители встретятся ровно 1 раз (имеются в виду пр. мн-ли, к-ые больше 103).

$11^2 = 121 \Rightarrow$ для проверки чисел 103 и 107 на простоту нужно перебрать все простые от 2 до 10.

$103 \nmid 2, 103 \nmid 3, 103 \nmid 4, 103 \nmid 5, 103 \nmid 6, 103 \nmid 7, 103 \nmid 8, 103 \nmid 9, 103 \nmid 10 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 103$ — простое.

Аналогично с числом 107 $\Rightarrow 107$ — простое $\Rightarrow$ хотя бы 2 простых числа в наборе от 103 до 202 есть.

Чтобы набор оказался единичным, нужно, чтобы какое-то произведение из 1-го набора встретилось во 2-м.

По принципу Дирихле хотя бы 2 ^{простых} числа обязательно будут стоять в 1 строке или в 1 столбце, если все простые числа хотя бы 11 (т.е. $11 \cdot 10 = 110$ (ст. 1)). Если ^{простых} число стоит в 1 столбце, то хотя бы 1 число из пары (или число, имеющее деление в разложении на простые мн-ли) должно стоять в 1 строке со вторым числом из пары, иначе ^{столбец} из произведений из первого набора не будет содержаться во втором наборе, т.е. разложение будет другим. В наборе чисел от 103 до 202 каждый простой мн-ль, больший 103, встречается ровно 1 раз $\Rightarrow$ если хотя бы 2 простых числа стоят в 1 строке / или в 1 столбце, то такое произведение

не встретится во втором наборе, т.к. там будет такой простой множитель, которого нет во втором наборе.

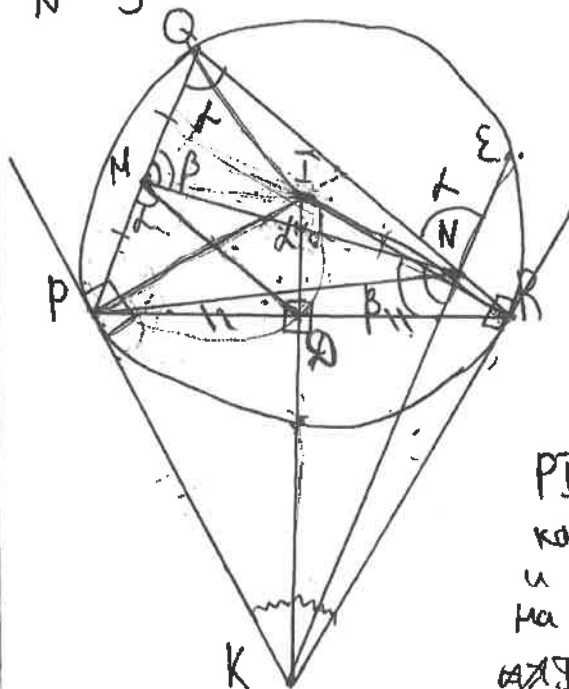
$11^2 = 121 \Rightarrow$ для проверки на простоту чисел до 121 нужно проверить их на делимость на числа от 2 до 11.

Таким образом получаем, что 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139 - простые. $12^2 = 144$ (аналог. для чисел, больших 144).

Получаем, что числа 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151 - простые $\Rightarrow$ в наборе все натур. числа от 103 до 202 есть хотя бы 11 простых $\Rightarrow$ как доказано ранее, такие наборы не могут быть одинаковыми.

Ответ: нет.

N 5



Пусть $\angle MQN = \alpha$, $\angle QMN = \beta$.
 $PQ \parallel KN$, QN - секущая $\Rightarrow \angle PMQ = \alpha = \angle QNE$. Пусть E лежит на KN в другой полуокружности от K относительно QR , $\angle QMN = \angle MNK = \beta$.

По弧 $\angle \Delta$ $\angle MNQ = 180^\circ - \alpha - \beta$.

Пусть I - центр окружности ω .
 $PI = RI$ (радиусы), $PK = KR$ (отрезки касательных) $\Rightarrow$ высоты ΔPIR и ΔPKR лежат на 1 прямой, а именно на перп-ке к хорде отрезку PR .
 Пусть D - точка пересечения IK и PR .

Тогда $RD = DR$ (на перп-ке) $\Rightarrow MD$ - биссектриса $\angle PIR$ и опирается на ту же дугу, что и $\angle PQR \Rightarrow \angle PIR = 2\alpha$.
 $RE = IR$ (радиусы) $\Rightarrow \Delta PIR$ - р-б-н, ID - вис. $\Rightarrow \angle PID = \angle RID = \alpha$.
 MD - биссектриса $\Rightarrow \angle MDNQR = \angle PMD = \angle MQR = \alpha$.
 I лежит на пересечении высот ΔPQR . $QI = RI$ (радиусы) $\Rightarrow MI$ - мед. $\Delta PQR \Rightarrow MI$ - вис. $\Rightarrow$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М Н О О О 2 7 7 7 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверять только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$\Rightarrow MI \perp PQ \Rightarrow MI$ лежит на перпендикуляре к $PQ \Rightarrow MI$ и RI либо $\parallel$, либо лежат на той прямой. Если $\parallel$, то $MI \cap RI \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ они не могут быть $\parallel \Rightarrow MI$ и RI лежат на той прямой
 $\Rightarrow MR \Rightarrow MR$ — высота $\triangle PQR$ (т.к. MI — выс.) $\Rightarrow \angle PMR = 90^\circ$, т.е. г.

№ 4

$$\begin{cases} y = 2x^4 + 2(q-2)x \\ y = 2p-8 \end{cases}$$

$$2x^4 + 2(q-2)x = 2p-8 \quad | :2$$

$$x^4 + (q-2)x = p-4$$

$$\text{При } (5; 2): x^4 = 1 - 4q$$

$$x(x^3 + q - 2) = p - 4$$

$$\text{Если } p \text{ — простое} \Rightarrow p \text{ — простое} \Rightarrow (p-4) \text{ — простое} \Rightarrow$$

$$\text{т.к. } x(x^3 + q - 2) \text{ — простое.}$$

$$\text{Если } q \text{ — простое} \Rightarrow q \text{ — простое.}$$

$$\text{Если } x \text{ — четное, то } x(x^3 + q - 2) \text{ — четное}$$

$$\text{Если } x \text{ — нечетное, то } x^3 \text{ — нечетное, } (x^3 + q - 2) \text{ — четное}$$

$$\text{При } x=1$$

$$\text{При } x \text{ — четное: } x^4 + (q-2)x \text{ — четное} \Rightarrow p-4 \text{ — четное, но}$$

$$p \text{ — простое} \Rightarrow p-4 \text{ — четное} \Rightarrow x \text{ не м.б. четное} \Rightarrow x \text{ — нечетное}$$

$$p-4 \text{ — нечетное} \Rightarrow x^4 + (q-2)x \text{ — нечетное} \Rightarrow q-2 \text{ — четное, но } q \text{ — простое}$$

$$\Rightarrow q-2 \text{ — нечетное и нечетное, но } q-2 \text{ — четное только при}$$

$$q=2, \text{ тогда } p=5 \Rightarrow (5; 2) \text{ — единств. разр.}$$

$$\text{Ответ: } (5; 2).$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Уфа, ул. Косиновцев, 8

М	А	0	0	0	2	5	6	9	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант №

1

Фамилия

Тайфуллин

Имя

Шамиль

Отчество

Рустамович

Дата рождения

14.05.2007

Класс

9

Предмет

Математика

Работа выполнена на

4

листах

Дата выполнения работы

26.02.2023

Номер телефона

+7 987 136 87 38

Подпись

Тайфуллин

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

МА 0002569623

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	2	20	82

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в ранке справа

№1
Рассмотрим эти группы сказавших. Если в какой-то из них есть одновременно и купец и разбойник, то с одной стороны, сказание или утверждение — правда, а с другой — ложь. Получается противоречие. Тогда в каждой группе либо все купцы, либо все разбойники.

Рассмотрим первую группу из двух. Если они оба купцы, то среди остальных есть ровно 2 разбойника, а остальные купцы. Но тогда получается, что в какой-то группе 2 разбойника и остальные купцы, либо ^{из сказавших} в каждой по одному разбойнику и остальные купцы. Но мы доказали, что одновременно и купцы, и разбойники в одной группе быть не может. Противоречие. Значит, в этой группе из двух сказавших оба — разбойники.

Рассмотрим группу из четырёх. Аналогично если они все купцы, то в группах из 8 и 14 есть 2 разбойника всего. Тогда остальные купцы, чего быть не может. Получается, тут тоже все разбойники.

В следующей группе из 8 аналогично. Если все купцы, то в группе из 14 2 разбойника ($8-2-4$), ост. купцы, чего быть не может. Тут тоже все разбойники.

Наконец, последняя группа. Мы знаем, что есть уже $2+11+8=14$ разбойников. Эта группа может быть купцами, они скажут ^{правду} ~~ложь~~, но также они могут быть и разбойниками, тогда всего 28 разбойников и все купцы.
Ответ: 14 или 28.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 5 6 9 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в разное время

Составим систему: ^{№2}

$$\begin{cases} a^4 + 3a^3b = 3a^2 + 5 \\ a^3b + 4ab + 1 = a^4 + a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^4 + 3a^3b = 3a^2 + 5 \quad (1) \\ -a^4 + a^3b + 4ab = a^2 - 1 \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) + (2): 4a^3b + 4ab = 4a^2 + 4$$

$$a^3b + ab = a^2 + 1$$

$$ab(a^2 + 1) = a^2 + 1$$

$$a^2 + 1 \neq 0, \text{ т.к.}$$

$$a^2 \geq 0, 1 > 0$$

$$ab = 1$$

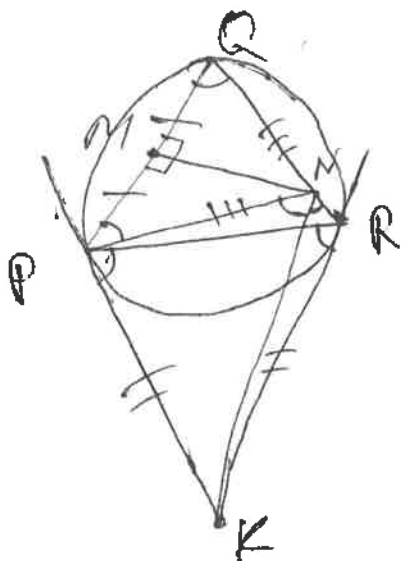
Ответ: $ab = 1$

№3

От 103 до 202 у нас есть следующие простые числа: 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199. При этом от 103 до 202 нет чисел, которые делятся на эти простые (кроме их самих), т.к. минимально $2 \cdot 103 = 206$, а с остальными простыми минимально еще больше. Простых у нас 22 числа. В каждой строке и в каждой столбце по принципу Дирихле

$(22 : 10 = 2 \text{ (ост. 2)})$ по 2 простых и либо еще по одному в двух строках (столбцах) либо 4 в одной строке (столбце). Если есть

строка, содержащая какие-то простые p и q , то произведение этой строки: pq . Однако не существует такого столбца, содержащего p и q одновременно (иначе или p , или q , или оба встречаются в таблице дважды). Тогда нет произведения у столбцов: pq . Наоборот, если есть строка, содержащая p и q , то столбец, содержащий p и q , не может существовать.



N5

$\angle PQR = \angle RPK = \angle PRK$,
 т.к. ^{вписанный} угол равен
 впис. углу, опирающемуся
 на ту же дугу (в данном
 случае $\cup PR$).

$\angle PQR = \angle KNR$ (соответственно
 при секущей QN)

$\angle RPK = \angle KNR \Rightarrow KPNR$ — вписан-
 ный четырехугольник

$\Rightarrow \angle PNK = \angle PRK =$

$= \angle PQN$

~~$\angle PNK$~~ $\angle PNK = \angle QPN$ (накрест
 лежащие при секущей
 PN) $= \angle PQN$

$\angle QPN = \angle PQN \Rightarrow$ треу-
 гольник QNP — равнобедренный

$\Rightarrow QN = NP$

В треугольнике QNP ~~NP~~ медиана,
 проведенная к основанию $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ ~~NP~~ — высота, проведенная
 к основанию $\Rightarrow \angle PMN = 90^\circ$, т.е.д.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 5 6 9 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках справа



№4

Мы найдем пересечение при:

$$2x^4 + 2(q-2)x = 2p-8$$

Там где $x \in \mathbb{Z}$; $2x^4 + 2(q-2)x \in \mathbb{Z}$; $2p-8 \in \mathbb{Z}$.

$$q=2$$

$$2x^4 = 2p-8$$

$$x^4 = p-4$$

$$p=5 \quad x=\pm 1$$

Пара $(q=2, p=5)$ подходит.

$$q \neq 2:$$

$$2x^4 + 2(q-2)x = 2p-8$$

$$x^4 + (q-2)x = p-4$$

$$x(x^3 + q-2) = p-4$$

$$x = \frac{p-4}{x^3+q-2} \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{p-4}{x^3+q-2} = x \Rightarrow p-4 = x^4 + (q-2)x$$

При $p=4$ и $q \neq 2$ мы также найдем пересечение с целыми координатами ($p-4=0 \Rightarrow x=0$, а $q \neq 2 \Rightarrow x^3+q-2 \neq 0$)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Уфа, ул. Космонавтов 8

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	2	2	3	2	8	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант № 1

Фамилия Кашапов }

Имя Данил

Отчество Римович

Дата рождения 15.07.2007 Класс 9

Предмет математика

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79174331367 Подпись Наш

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М Н О О О 2 2 3 2 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

I случай:

28 разбойников: тогда все сказали неправду, но они все разбойники, значит всё хорошо.

II случай: есть хотя бы 1 ~~человек~~ ^{человек}.

~~Так как высказались все~~, группа высказавших одну правду и курцман является курцей, где все курцы, потому что то, что сказали одновременно хотя бы 2 высказывания не могут быть правдой и ~~не может~~ не может быть такого, что все - лотс, ведь тогда все разбойники, противоречие.

Пусть группа из k человек сказала правду. Значит оставшихся человек - лотсов - тоже k . $\Rightarrow k + k = 28$.

$$k = 14.$$

У нас есть группа, где 14 человек, значит этот случай выполняется.

Ответ: 0; 14.

№3

В этом квадрате записаны 11 простых чисел (например 103; 107; 109; 113; 127; 131; 137; 139; 149; 151; 157). По принципу Дирихле хотя бы 2 из них будут в ^{одной} строке. Рассмотрим произведение чисел в этой строке. Оно делится на 2 этих простых числа. Пусть это числа a и b , тогда произведение: $a \cdot b$. Пусть набор ^{из чисел} совпадает. Так как в таблице только 1 число: a и 1 число: b , а то только произведение ~~из~~ чисел столбца, содержащего

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 3 2 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3 (продолжение)

$a, : a$. Значит, этот столбец $: b$, т. к. ~~таких же~~ ~~таких же~~ строка с таким же произведением $: b$. Но a и b в разных столбцах, так как они в одной строке, а ещё одного числа $: b$ в таблице нет, значит, пары совпадать не могут.

ответ: нет.

№2

$$a^4 + 3a^2b = 3a^2 + 5 \quad | + a^2$$

$$(a^4 + a^2) + 3a^2b = 4a^2 + 5$$

$$(a^3b + 4ab + 1) + 3a^2b = 4a^2 + 5$$

$$4a^3b + 4ab + 1 = 4a^2 + 5 \quad | - 1$$

$$4a^3b + 4ab = 4a^2 + 4 \quad | : 4$$

$$a^3b + ab = a^2 + 1$$

$$ab(a^2 + 1) = a^2 + 1 \quad | - (a^2 + 1)$$

$$(ab - 1)(a^2 + 1) = 0$$

$$a^2 + 1 > 0, \text{ т. к. } a^2 \geq 0 \Rightarrow$$

$$ab - 1 = 0$$

$$ab = 1$$

ответ: 1.

№4

Найдём координату x точки пересечения.

~~Уравнение пересечения~~ $2x^4 + 2(q-2)x = 2p-8 \quad | : 2$

$$x^4 + (q-2)x = p-4$$

Допустим, что $q > 2, p > 2. \Rightarrow$

$$q \neq 2, p \neq 2.$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М Н О О О 2 2 3 2 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N4 (продолжение 1)

Так как мы ищем точку пересечения с целочисленными координатами, нам достаточно решать уравнение относительно $x \in \mathbb{Z}$.

I случай:

$$x \div 2$$

$$x^4 + (q-2)x = x(x^3 + q-2) \mid$$

Если множитель x , $\Rightarrow \div 2$, но $p-4 \not\div 2$, так как (нечётное - чётное) $\div 2$.

Так как число не может быть чётным и нечётным одновременно, равенство между выражениями выполняться не может.

II случай:

$$x \nmid 2$$

Докажем, что $x(x^3 + q-2) \div 2$. $x^3 \nmid 2$, $q \div 2$, $(-2) \div 2 \Rightarrow$ в этой сумме чётное кол-во нечётных слагаемых, $\Rightarrow (x^3 + q-2) \div 2 \Rightarrow x(x^3 + q-2) \div 2$, а $(p-4) \nmid 2$ (док-во в I сл.) $\Rightarrow$ равенства быть не может.

Значит, $p > 2$ и $q > 2$ одновременно быть не может.

I сл.:

$$p = 2:$$

$$x^4 + (q-2)x = -2$$

$$x(x^3 + q-2) = -2$$

Так как оба множителя $\in \mathbb{Z}$, они ~~равны~~ могут быть равны только:

$$x = 2; x^3 + q - 2 = -1 \Rightarrow q + 6 = -1 \Rightarrow q = -7 \text{ (не простое, противоречие)}$$

$$x = 1; x^3 + q - 2 = -2 \Rightarrow q = -1 \text{ (не простое)}$$

$$x = -1; x^3 + q - 2 = 2 \Rightarrow q = 5, \text{ подходит}$$

$$x = -2; x^3 + q - 2 = 1 \Rightarrow q = 11, \text{ подходит}$$

II сл.

$$q = 2:$$

$$x^4 = p - 4$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	О	О	О	2	2	3	2	8	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



N 4 (Продолжение 2)

$p=5$ подходит, $x=\pm 1$

$x \neq 2$, ~~т.к. тогда~~ т.к. ~~тогда~~ иначе $p \neq 2$, но $p \neq 2$, т.к. $x^4 \neq 4$.

ответ: $(2; 5); (2; -1); (5; \pm 2)$.

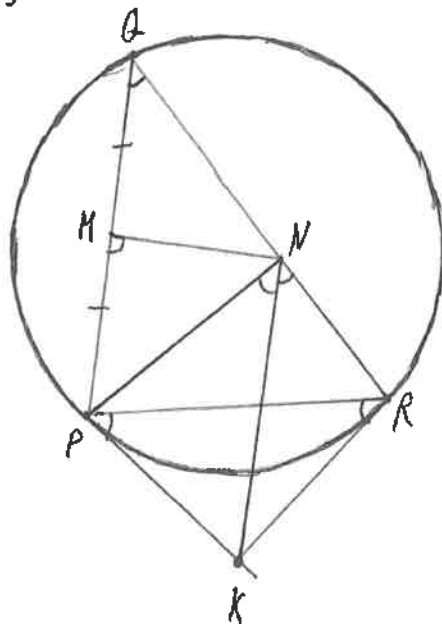
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 3 2 3 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N5



$\angle RPK = \angle PRK = \angle PQR$ (углы между касательной и хордой)

$\angle RNK = \angle RQP$ (соответственные углы при II)

$\angle PNRK$ - вписанный ($\angle KPR = \angle KNR = \angle PQR$) $\Rightarrow$

$\angle PNK = \angle PRK = \angle PQR$

$\angle PNR$ - внешний для $\triangle PQR \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle NQR + \angle NRP = \angle PNR \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle NRP = 2 \cdot \angle PQR - \angle PQR = \angle PQR \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle PQR$ - 30°

Так как NM - медиана, NM - высота $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle PMN = 90^\circ$

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Уфа, ул. Космонавтов, 8

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	2	5	5	5	7	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Нимоя-улин

Имя Араур

Отчество Алимович

Дата рождения 05.12.2006 Класс 9

Предмет математика

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79177519973 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1. Рассмотрим последнее высказывание относительно пос-ва разбитийов среди 36 жителей. Пусть разб. ≤ 18 , тогда последнее высказывание является ложным и их больше 18, противоречие. Если разб. ровно 18, то все остальные лгут, 18 лгунов и 18 разбитийов, все верно. Если разб. > 18 , тогда все лгут и разбитийов 36. Первые три высказывания обязательно ложны, иначе получили противоречие. Тогда, в итоге, возможны два варианта: 18л и 18р и 36л.

Ответ: 18 или 36.

1	2	3	4	5	Σ
20	20	18	4	20	82

2. $a^4 + 5a^3b = 5a^2 + 7$

$(a^3b + 6ab + 1 = a^4 + a^2) \cdot + \Rightarrow a^4 + 5a^3b + a^3b + 6ab + 1 = 6a^4 + a^4 + 7$

$6a^3b + 6ab = 6a^2 + 6 \quad | \cdot \frac{1}{6}$

$ab(a^2 + 1) = a^2 + 1$. Т.к. мы в $\mathbb{R}$ числах, то $a^2 + 1 \neq 0 \Rightarrow \Rightarrow ab = 1$

Ответ: 1.

4. Заметим, что градиент φ -и $y = 4x^4 + 4(q-2)x$ неотрицателен, а $y = 4p - 16$ необходимо быть $p \geq 4$, p - простое. Поделим одну φ -ю на другую, $p - 4 = x^4 + (q-2)x$;

$x^4 + (q-2)x - p + 4 = 0$. $y = 4x^4 + 4(q-2)x$ является "широкой" параболой, так что только пересечения могут быть 0, 1 или 2. Найдем $x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{4(q-2)}{8} =$

$= 1 - \frac{q}{2}$; для целочисленности порожности $q:2$, единственное четное простое число - 2. $x^4 - p + 4 = 0$. Единственное число,

при котором p будет является простым, а $x \in \mathbb{Z}$, это $x = \pm 1$ (симм.)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А 0 0 0 2 5 5 5 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



и $p=5$, тогда пара $(5; 2)$ подходит. Другие пары
трех чисел не будут удовл. условием, т.к. $xy = 1 - \frac{q}{2} \in \mathbb{Z}$,
 q - простое.

3. Заметим, что проблемно являются простые
числа. Для n -ординальности наборов их необходимо
10 штук и расставить их по диагоналям. В диапазоне
[105; 204] простых чисел больше, чем 10, а
значит, что возместить эти простые числа невозможно,
т.к. простые числа не имеют делителей, отличных от
себя и единицы. Тогда данные наборы обязательно будут
разными, т.к. в каждой строке должны соответство-
вать строкам с одинаковыми простыми числами

Ответ: нет





5. Дано: $DE \parallel NK$

Д-то: $DE \perp MN$

Д-во: проведем OK
и $MP \parallel EF$. $FA = AD$ (F и K —
касательные) $OK \perp FD$; т. к.

$MP \parallel EF$ и $FA = AD$, то точки

M , A и P коллинеарны. Выведем

~~параллельности~~ EF и MP

т. к. AM — средняя линия
 $\triangle EFD$. Выведем $MP \parallel EF$ и

коллинеарности точек M , A , P
можно утверждать

коллинеарность точек K , A , O

и E , а значит, OE является

радиусом данной окружности

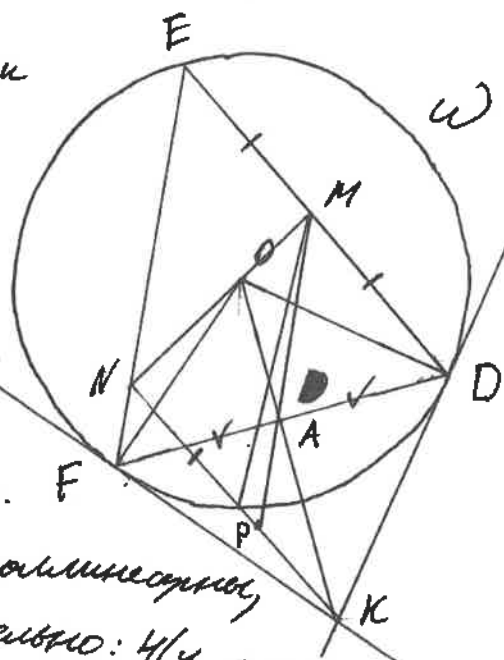
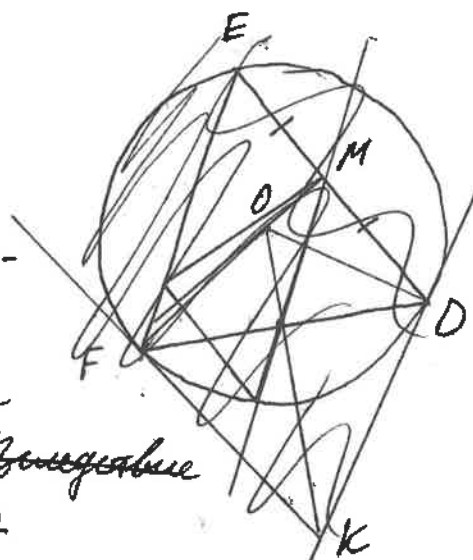
ω . А значит, $DO = OE$,

OM — медиана, высота и биссектриса

$\triangle DOE$, точки N , O и M коллинеарны,

$MN \perp ED$, т. т. г. (дополнительно: $\angle EMPN$ является

паралелограммом, это помогает относительно
 $DE \parallel NK$)



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Уфа ул. Камаровская 8

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	2	6	0	8	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Тимофеев

Имя Андрей

Отчество Дмитриевич

Дата рождения 04.05.2007

Класс 9Б

Предмет математика

Работа выполнена на 2 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89174307222 Подпись А. Тимофеев

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Бельчонок»

от Тимофеева Андрея Дмитриевича
(ФИО участника)

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по математике, выполненной «26» 02 2023 г. на площадке г. Уфа ул. Космонавтов А1
(предмет) (дата) (региональная площадка)

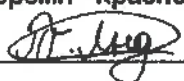
О себе сообщаю:

+7(917)-730-72-22 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

teleksos@mail.ru (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноеярское): 19:30

Подпись участника Олимпиады: 

ШИФР РАБОТЫ МА0002608523

КЛАСС 9

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

Дата и время отправки работы (время – красноеярское) 07.04.23 15⁴⁵

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 6 0 8 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача № 1.

2 сказани - 2Р

4 сказани - 4Р

12 сказани - 12Р.

18 сказани - 18Р.

Пусть 18-кол-во Р тогда
18 Купцов $\Rightarrow$ 12 сказани

что ровно 12 Р, а это
не правда т.к Р-18,

4 сказани, что Р-4, это

неверно так же 18, а если
среди всех купцов 14 что купцы 2 сказани

Р-2 это купцы 18 купцов
сказани что разбойников
18 при этом совпав тогда

Ответ: 18 разбойников.

Задача № 2.

$$\begin{cases} a^4 + 5a^3b = 5a^2 + 4 \\ a^3b + 6ab + 1 = a^4 + a^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a^4 + 5a^3b + a^3b + 6ab + 1 = 5a^2 + 4 + a^4 + a^2$$

$$6a^3b + 6ab + 1 = 6a^2 + 4$$

$$6a^3b + 6ab - 6a^2 - 6 = 0$$

$$a^3b + ab - a^2 - 1 = 0 \Rightarrow a^3b + ab - a^2 = 1$$

$$a^2(ab - 1) + ab = 1$$

$$a^2(ab - 1) + (ab - 1) = 0 \Rightarrow a^2(ab - 1) = -(ab - 1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow ab - 1 = 0 \Rightarrow ab = 1$$

Ответ: $ab = 1$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

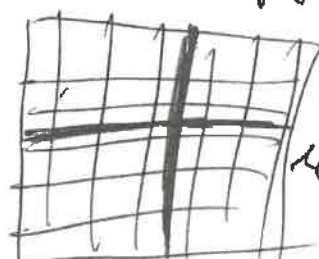
Вариант № 3

М Н О О О 2 6 0 8 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

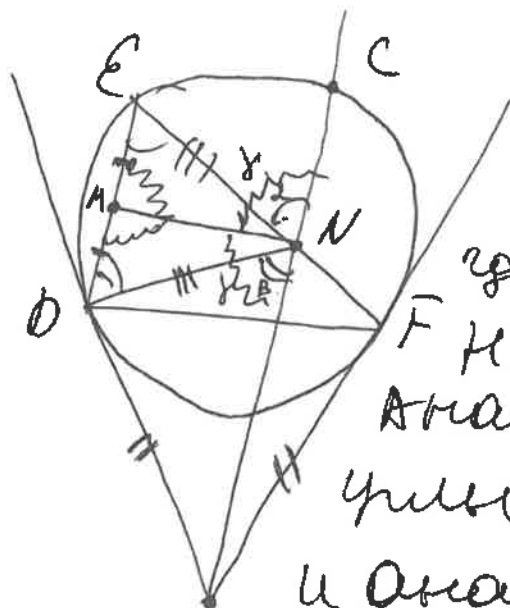
Задача № 3

Допустим такое возможное строение бфет пара с одинаковыми делителями и они будут располаг. так. пр



простые числа: 101 104 109 113 117 121 125 129 133 137 141 145 149 153 157 161 165 169 173 177 181 185 189 193 197 201 205 209 213 217 221 225 229 233 237 241 245 249 253 257 261 265 269 273 277 281 285 289 293 297 299 301 305 309 313 317 321 325 329 333 337 341 345 349 353 357 361 365 369 373 377 381 385 389 393 397 401 405 409 413 417 421 425 429 433 437 441 445 449 453 457 461 465 469 473 477 481 485 489 493 497 501 505 509 513 517 521 525 529 533 537 541 545 549 553 557 561 565 569 573 577 581 585 589 593 597 599 601 605 609 613 617 621 625 629 633 637 641 645 649 653 657 661 665 669 673 677 681 685 689 693 697 701 705 709 713 717 721 725 729 733 737 741 745 749 753 757 761 765 769 773 777 781 785 789 793 797 801 805 809 813 817 821 825 829 833 837 841 845 849 853 857 861 865 869 873 877 881 885 889 893 897 899 901 905 909 913 917 921 925 929 933 937 941 945 949 953 957 961 965 969 973 977 981 985 989 993 997 1001 1005 1009 1013 1017 1021 1025 1029 1033 1037 1041 1045 1049 1053 1057 1061 1065 1069 1073 1077 1081 1085 1089 1093 1097 1101 1105 1109 1113 1117 1121 1125 1129 1133 1137 1141 1145 1149 1153 1157 1161 1165 1169 1173 1177 1181 1185 1189 1193 1197 1201 1205 1209 1213 1217 1221 1225 1229 1233 1237 1241 1245 1249 1253 1257 1261 1265 1269 1273 1277 1281 1285 1289 1293 1297 1301 1305 1309 1313 1317 1321 1325 1329 1333 1337 1341 1345 1349 1353 1357 1361 1365 1369 1373 1377 1381 1385 1389 1393 1397 1401 1405 1409 1413 1417 1421 1425 1429 1433 1437 1441 1445 1449 1453 1457 1461 1465 1469 1473 1477 1481 1485 1489 1493 1497 1501 1505 1509 1513 1517 1521 1525 1529 1533 1537 1541 1545 1549 1553 1557 1561 1565 1569 1573 1577 1581 1585 1589 1593 1597 1601 1605 1609 1613 1617 1621 1625 1629 1633 1637 1641 1645 1649 1653 1657 1661 1665 1669 1673 1677 1681 1685 1689 1693 1697 1701 1705 1709 1713 1717 1721 1725 1729 1733 1737 1741 1745 1749 1753 1757 1761 1765 1769 1773 1777 1781 1785 1789 1793 1797 1801 1805 1809 1813 1817 1821 1825 1829 1833 1837 1841 1845 1849 1853 1857 1861 1865 1869 1873 1877 1881 1885 1889 1893 1897 1901 1905 1909 1913 1917 1921 1925 1929 1933 1937 1941 1945 1949 1953 1957 1961 1965 1969 1973 1977 1981 1985 1989 1993 1997 2001 2005 2009 2013 2017 2021 2025 2029 2033 2037 2041 2045 2049 2053 2057 2061 2065 2069 2073 2077 2081 2085 2089 2093 2097 2101 2105 2109 2113 2117 2121 2125 2129 2133 2137 2141 2145 2149 2153 2157 2161 2165 2169 2173 2177 2181 2185 2189 2193 2197 2201 2205 2209 2213 2217 2221 2225 2229 2233 2237 2241 2245 2249 2253 2257 2261 2265 2269 2273 2277 2281 2285 2289 2293 2297 2301 2305 2309 2313 2317 2321 2325 2329 2333 2337 2341 2345 2349 2353 2357 2361 2365 2369 2373 2377 2381 2385 2389 2393 2397 2401 2405 2409 2413 2417 2421 2425 2429 2433 2437 2441 2445 2449 2453 2457 2461 2465 2469 2473 2477 2481 2485 2489 2493 2497 2501 2505 2509 2513 2517 2521 2525 2529 2533 2537 2541 2545 2549 2553 2557 2561 2565 2569 2573 2577 2581 2585 2589 2593 2597 2601 2605 2609 2613 2617 2621 2625 2629 2633 2637 2641 2645 2649 2653 2657 2661 2665 2669 2673 2677 2681 2685 2689 2693 2697 2701 2705 2709 2713 2717 2721 2725 2729 2733 2737 2741 2745 2749 2753 2757 2761 2765 2769 2773 2777 2781 2785 2789 2793 2797 2801 2805 2809 2813 2817 2821 2825 2829 2833 2837 2841 2845 2849 2853 2857 2861 2865 2869 2873 2877 2881 2885 2889 2893 2897 2901 2905 2909 2913 2917 2921 2925 2929 2933 2937 2941 2945 2949 2953 2957 2961 2965 2969 2973 2977 2981 2985 2989 2993 2997 3001 3005 3009 3013 3017 3021 3025 3029 3033 3037 3041 3045 3049 3053 3057 3061 3065 3069 3073 3077 3081 3085 3089 3093 3097 3101 3105 3109 3113 3117 3121 3125 3129 3133 3137 3141 3145 3149 3153 3157 3161 3165 3169 3173 3177 3181 3185 3189 3193 3197 3201 3205 3209 3213 3217 3221 3225 3229 3233 3237 3241 3245 3249 3253 3257 3261 3265 3269 3273 3277 3281 3285 3289 3293 3297 3301 3305 3309 3313 3317 3321 3325 3329 3333 3337 3341 3345 3349 3353 3357 3361 3365 3369 3373 3377 3381 3385 3389 3393 3397 3401 3405 3409 3413 3417 3421 3425 3429 3433 3437 3441 3445 3449 3453 3457 3461 3465 3469 3473 3477 3481 3485 3489 3493 3497 3501 3505 3509 3513 3517 3521 3525 3529 3533 3537 3541 3545 3549 3553 3557 3561 3565 3569 3573 3577 3581 3585 3589 3593 3597 3601 3605 3609 3613 3617 3621 3625 3629 3633 3637 3641 3645 3649 3653 3657 3661 3665 3669 3673 3677 3681 3685 3689 3693 3697 3701 3705 3709 3713 3717 3721 3725 3729 3733 3737 3741 3745 3749 3753 3757 3761 3765 3769 3773 3777 3781 3785 3789 3793 3797 3801 3805 3809 3813 3817 3821 3825 3829 3833 3837 3841 3845 3849 3853 3857 3861 3865 3869 3873 3877 3881 3885 3889 3893 3897 3901 3905 3909 3913 3917 3921 3925 3929 3933 3937 3941 3945 3949 3953 3957 3961 3965 3969 3973 3977 3981 3985 3989 3993 3997 4001 4005 4009 4013 4017 4021 4025 4029 4033 4037 4041 4045 4049 4053 4057 4061 4065 4069 4073 4077 4081 4085 4089 4093 4097 4101 4105 4109 4113 4117 4121 4125 4129 4133 4137 4141 4145 4149 4153 4157 4161 4165 4169 4173 4177 4181 4185 4189 4193 4197 4201 4205 4209 4213 4217 4221 4225 4229 4233 4237 4241 4245 4249 4253 4257 4261 4265 4269 4273 4277 4281 4285 4289 4293 4297 4301 4305 4309 4313 4317 4321 4325 4329 4333 4337 4341 4345 4349 4353 4357 4361 4365 4369 4373 4377 4381 4385 4389 4393 4397 4401 4405 4409 4413 4417 4421 4425 4429 4433 4437 4441 4445 4449 4453 4457 4461 4465 4469 4473 4477 4481 4485 4489 4493 4497 4501 4505 4509 4513 4517 4521 4525 4529 4533 4537 4541 4545 4549 4553 4557 4561 4565 4569 4573 4577 4581 4585 4589 4593 4597 4601 4605 4609 4613 4617 4621 4625 4629 4633 4637 4641 4645 4649 4653 4657 4661 4665 4669 4673 4677 4681 4685 4689 4693 4697 4701 4705 4709 4713 4717 4721 4725 4729 4733 4737 4741 4745 4749 4753 4757 4761 4765 4769 4773 4777 4781 4785 4789 4793 4797 4801 4805 4809 4813 4817 4821 4825 4829 4833 4837 4841 4845 4849 4853 4857 4861 4865 4869 4873 4877 4881 4885 4889 4893 4897 4901 4905 4909 4913 4917 4921 4925 4929 4933 4937 4941 4945 4949 4953 4957 4961 4965 4969 4973 4977 4981 4985 4989 4993 4997 5001 5005 5009 5013 5017 5021 5025 5029 5033 5037 5041 5045 5049 5053 5057 5061 5065 5069 5073 5077 5081 5085 5089 5093 5097 5101 5105 5109 5113 5117 5121 5125 5129 5133 5137 5141 5145 5149 5153 5157 5161 5165 5169 5173 5177 5181 5185 5189 5193 5197 5201 5205 5209 5213 5217 5221 5225 5229 5233 5237 5241 5245 5249 5253 5257 5261 5265 5269 5273 5277 5281 5285 5289 5293 5297 5301 5305 5309 5313 5317 5321 5325 5329 5333 5337 5341 5345 5349 5353 5357 5361 5365 5369 5373 5377 5381 5385 5389 5393 5397 5401 5405 5409 5413 5417 5421 5425 5429 5433 5437 5441 5445 5449 5453 5457 5461 5465 5469 5473 5477 5481 5485 5489 5493 5497 5501 5505 5509 5513 5517 5521 5525 5529 5533 5537 5541 5545 5549 5553 5557 5561 5565 5569 5573 5577 5581 5585 5589 5593 5597 5601 5605 5609 5613 5617 5621 5625 5629 5633 5637 5641 5645 5649 5653 5657 5661 5665 5669 5673 5677 5681 5685 5689 5693 5697 5701 5705 5709 5713 5717 5721 5725 5729 5733 5737 5741 5745 5749 5753 5757 5761 5765 5769 5773 5777 5781 5785 5789 5793 5797 5801 5805 5809 5813 5817 5821 5825 5829 5833 5837 5841 5845 5849 5853 5857 5861 5865 5869 5873 5877 5881 5885 5889 5893 5897 5901 5905 5909 5913 5917 5921 5925 5929 5933 5937 5941 5945 5949 5953 5957 5961 5965 5969 5973 5977 5981 5985 5989 5993 5997 6001 6005 6009 6013 6017 6021 6025 6029 6033 6037 6041 6045 6049 6053 6057 6061 6065 6069 6073 6077 6081 6085 6089 6093 6097 6101 6105 6109 6113 6117 6121 6125 6129 6133 6137 6141 6145 6149 6153 6157 6161 6165 6169 6173 6177 6181 6185 6189 6193 6197 6201 6205 6209 6213 6217 6221 6225 6229 6233 6237 6241 6245 6249 6253 6257 6261 6265 6269 6273 6277 6281 6285 6289 6293 6297 6301 6305 6309 6313 6317 6321 6325 6329 6333 6337 6341 6345 6349 6353 6357 6361 6365 6369 6373 6377 6381 6385 6389 6393 6397 6401 6405 6409 6413 6417 6421 6425 6429 6433 6437 6441 6445 6449 6453 6457 6461 6465 6469 6473 6477 6481 6485 6489 6493 6497 6501 6505 6509 6513 6517 6521 6525 6529 6533 6537 6541 6545 6549 6553 6557 6561 6565 6569 6573 6577 6581 6585 6589 6593 6597 6601 6605 6609 6613 6617 6621 6625 6629 6633 6637 6641 6645 6649 6653 6657 6661 6665 6669 6673 6677 6681 6685 6689 6693 6697 6701 6705 6709 6713 6717 6721 6725 6729 6733 6737 6741 6745 6749 6753 6757 6761 6765 6769 6773 6777 6781 6785 6789 6793 6797 6801 6805 6809 6813 6817 6821 6825 6829 6833 6837 6841 6845 6849 6853 6857 6861 6865 6869 6873 6877 6881 6885 6889 6893 6897 6901 6905 6909 6913 6917 6921 6925 6929 6933 6937 6941 6945 6949 6953 6957 6961 6965 6969 6973 6977 6981 6985 6989 6993 6997 7001 7005 7009 7013 7017 7021 7025 7029 7033 7037 7041 7045 7049 7053 7057 7061 7065 7069 7073 7077 7081 7085 7089 7093 7097 7101 7105 7109 7113 7117 7121 7125 7129 7133 7137 7141 7145 7149 7153 7157 7161 7165 7169 7173 7177 7181 7185 7189 7193 7197 7201 7205 7209 7213 7217 7221 7225 7229 7233 7237 7241 7245 7249 7253 7257 7261 7265 7269 7273 7277 7281 7285 7289 7293 7297 7301 7305 7309 7313 7317 7321 7325 7329 7333 7337 7341 7345 7349 7353 7357 7361 7365 7369 7373 7377 7381 7385 7389 7393 7397 7401 7405 7409 7413 7417 7421 7425 7429 7433 7437 7441 7445 7449 7453 7457 7461 7465 7469 7473 7477 7481 7485 7489 7493 7497 7501 7505 7509 7513 7517 7521 7525 7529 7533 7537 7541 7545 7549 7553 7557 7561 7565 7569 7573 7577 7581 7585 7589 7593 7597 7601 7605 7609 7613 7617 7621 7625 7629 7633 7637 7641 7645 7649 7653 7657 7661 7665 7669 7673 7677 7681 7685 7689 7693 7697 7701 7705 7709 7713 7717 7721 7725 7729 7733 7737 7741 7745 7749 7753 7757 7761 7765 7769 7773 7777 7781 7785 7789 7793 7797 7801 7805 7809 7813 7817 7821 7825 7829 7833 7837 7841 7845 7849 7853 7857 7861 7865 7869 7873 7877 7881 7885 7889 7893 7897 7901 7905 7909 7913 7917 7921 7925 7929 7933 7937 7941 7945 7949 7953 7957 7961 7965 7969 7973 7977 7981 7985 7989 7993 7997 8001 8005 8009 8013 8017 8021 8025 8029 8033 8037 8041 8045 8049 8053 8057 8061 8065 8069 8073 8077 8081 8085 8089 8093 8097 8101 8105 8109 8113 8117 8121 8125 8129 8133 8137 8141 8145 8149 8153 8157 8161 8165 8169 8173 8177 8181 8185 8189 8193 8197 8201 8205 8209 8213 8217 8221 8225 8229 8233 8237 8241 8245 8249 8253 8257 8261 8265 8269 8273 8277 8281 8285 8289 8293 8297 8301 8305 8309 8313 8317 8321 8325 8329 8333 8337 8341 8345 8349 8353 8357 8361 8365 8369 8373 8377 8381 8385 8389 8393 8397 8401 8405 8409 8413 8417 8421 8425 8429 8433 8437 8441 8445 8449 8453 8457 8461 8465 8469 8473 8477 8481 8485 8489 8493 8497 8501 8505 8509 8513 8517 8521 8525 8529 8533 8537 8541 8545 8549 8553 8557 8561 8565 8569 8573 8577 8581 8585 8589 8593 8597 8601 8605 8609 8613 8617 8621 8625 8629 8633 8637 8641 8645 8649 8653 8657 8661 8665 8669 8673 8677 8681 8685 8689 8693 8697 8701 8705 8709 8713 8717 8721 8725 8729 8733 8737 8741 8745 8749 8753 8757 8761 8765 8769 8773 8777 8781 8785 8789 8793 8797 8801 8805 8809 8813 8817 8821 8825 8829 8833 8837 8841 8845 8849 8853 8857 8861 8865 8869 8873 8877 8881 8885 8889 8893 8897 8901 8905 8909 8913 8917 8921 8925 8929 8933 8937 8941 8945 8949 8953 8957 8961 8965 8969 8973 8977 8981 8985 8989 8993 8997 9001 9005 9009 9013 9017 9021 9025 9029 9033 9037 9041 9045 9049 9053 9057 9061 9065 9069 9073 9077 9081 9085 9089 9093 9097 9101 9105 9109 9113 9117 9121 9125 9129 9133 9137 9141 9145 9149 9153 9157 9161 9165 9169 9173 9177 9181 9185 9189 9193 9197 9201 9205 9209 9213 9217 9221 9225 9229 9233 9237 9241 9245 9249 9253 9257 9261 9265 9269 9273 9277 9281 9285 9289 9293 9297 9301 9305 9309 9313 9317 9321 9325 9329 9333 9337 9341 9345 9349 9353 9357 9361 9365 9369 9373 9377 9381 9385 9389 9393 9397 9401 9405 9409 9413 9417 9421 9425 9429 9433 9437 9441 9445 9449 9453 9457 9461 9465 9469 9473 9477 9481 9485 9489 9493 9497 9501 9505 9509 9513 9517 9521 9525 9529 9533 9537 9541 9545 9549 9553 9557 9561 9565 9569 9573 9577 9581 9585 9589 9593 9597 9601 9605 9609 9613 9617 9621 9625 9629 9633 9637 9641 9645 9649 9653 9657 9661 9665 9669 9673 9677 9681 9685 9689 9693 9697 9701 9705 9709 9713 9717 9721 9725 9729 9733 9737 9741 9745 9749 9753 9757 9761 9765 9769 9773 9777 9781 9785 9789 9793 9797 9801 9805 9809 9813 9817 9821 9825 9829 9833 9837 9841 9845 9849 9853 9857 98

Задача 5.

Достроим DN Получим $\triangle ENM$ и $\triangle DNM$.где $\angle CNE = \angle MNE$ таккак EN — н.л. при секущей EN
Аналогично равны иуглы $\angle DNK$ и $\angle MNC$

и аналогично равны

к. углы $\angle MNK = \angle MNC$ тогда $\angle MNK = \angle ENM$ и $\angle MNC = \angle NMD$ тогда $\triangle ENM = \triangle DNM$ по двум углам
и стороне между ними тогда $\Rightarrow$ $\Rightarrow EN = ND = \Rightarrow EN$ — радиусмедиа NM пров из вершины.
радиуса EN — диаметр и высотой $\Rightarrow$ $\Rightarrow MN \perp ED$ и т.д.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 6 0 3 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание 4.

$y = 4x^4 + 4(q-2)x$ - парабола с ветвями
вверх

$y = 4p - 16$ прямая вида $y = a$

Если $q = 2$, то тогда $y = 4x^4$ при $x = 1$

$y = 4$ т.е. тогда $p = 5$ и получим

будет пересек в двух точках
 $\Rightarrow$ отсюда нам подойдет $\Rightarrow$
 $\Rightarrow p = 5$ $q = 2$. Если $x = 2$ то $(2; 64)$

когда. учитывая то что $y = 4p - 16 = 64$
 $4p = 64 + 16$ $4p = 80$ $p = 20$ не подходит
н. ч. если $x > 0$ получим ч.ч. $\neq 2$
а отсюда явл. простым. т.к. ч.ч. н.ч.
 $= 4.4$. тогда пусть $q = 3 \Rightarrow 4x^4 + 4x = y$
и тогда получим ч.ч. $+ 4.4 \neq 2$ не
явл. простым т.к. при $x = 1$ $y = 8 \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ не подходит тогда увеличивая q
мы будем получать $y = 4x^4 + q(q-2)x$
из-за ч.ч. будет ч.ч. $+ 4.4 \Rightarrow$
не подойдет, т.к. только 2 отсюда
простыми четными числами
 $\Rightarrow$ Ответ будет один $p = 5$ $q = 2$

Ответ: $(5; 2)$ $p = 5$ $q = 2$.

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Уфа, ул. Космонавтов, д. 8.

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	2	6	3	2	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант № 1

Фамилия ШАРИПОВА

Имя Зарина

Отчество Ильдаровна

Дата рождения 06.07.2007 Класс 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 6 листах Дата выполнения работы 16.02.2023

Номер телефона 8(987)219-57-59 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Бельчонок»

от

Шариповой Зарина Шариповна

(ФИО участника)

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по математике, выполненной «26» февраля 2023 г. на площадке 1 эта
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

+7 (987) 219-57-59 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

sh.zarina.1d@gmail.com (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 07.04.2023 00:40

Подпись участника Олимпиады: Шарипова

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

ШИФР РАБОТЫ: 11A0002632523, 9кл

Дата и время отправки работы (время – красноярское): 07.04.23 15:45

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 2 6 3 2 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Задача 12

$$\begin{cases} a^4 + 3a^2b = 3a^2 + 5 \\ a^3b + 4ab + 1 = a^4 + a^2 \end{cases}$$

Сложим их:

$$a^4 + 3a^2b + a^3b + 4ab + 1 = 3a^2 + 5 + a^4 + a^2$$

$$4a^3b + 4ab + 1 - 4a^2 - 5 = 0$$

$$4a^3b + 4ab - 4a^2 - 4 = 0$$

$$a^3b + ab - a^2 - 1 = 0$$

Сгруппируем 1, 2 и 3, 4

$$ab(a^2 + 1) - (a^2 + 1) = 0$$

$$(ab - 1)(a^2 + 1) = 0$$

Квадрат любого числа неотрицателен $\Rightarrow a^2 + 1 > 0$, т.к. $a^2 \geq 0$.

Тогда:

$$\begin{cases} ab - 1 = 0 \\ a^2 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow ab - 1 = 0$$

$$ab = 1$$

Это единственное значение ab , которое удовлетворяет данной системе, т.к. только при таком значении уравнение обратится в 0.

Ответ: $ab = 1$.

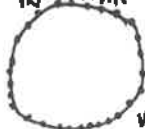
Задача 11

Купец говорит правду

Разбойник говорит ложь.

28 жителей

1) Пусть 2 человека, которые говорили о том, что разбойников ровно 2, - это купцы. Тогда купцов - 2.
2) Тогда те 4, кто сказали, что искецов 4, собрали $\Rightarrow$ искецов минимум 4 (если ответили так, был признак искецов при ответе первых двух).
3) Тогда те 4, кто сказали, что искецов 6, собрали $\Rightarrow$ искецов минимум 6.
Следовательно, первые двое тоже собрали значительный искец. $\Rightarrow$ искецов минимум 6.



Аналогично, если сказать, что те, кто говорит про 4 искецов, сказали правду $\Rightarrow$ искецов минимум 4. Но все остальные говорят про меньшее количество искецов $\Rightarrow$ они тоже искецы $\Rightarrow$ искецов минимум 28.
Если же купцы, кто сказали про 14 искецов, сказали правду, то искецов всего 14 $\Rightarrow 2 + 4 + 8 = 14$, что сходится, так как и те 2, и те 4, и те 8 собрали про количество искецов.

Если же купцы, кто сказали про 14 искецов, сказали правду, то искецов всего 14 $\Rightarrow 2 + 4 + 8 = 14$, что сходится, так как и те 2, и те 4, и те 8 собрали про количество искецов.
Ответ: разбойников было 14 или 28.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	0	0	0	2	6	3	2	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Просматривается только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Zagora 13

Значимую разведку

a	k	l	m	n	o	p	q	r	s
b									
c									
d									
e									
f									
g									
h									
i									
j									

столбца и строки равны, если произведение и сумма ^{столбца} ^{строки}
каждое из встречающихся в обоих ^{столбца} ^{строки} одинаковые числа

водимых степенях, то есть:

если l строке
то в строке

$m \cdot k$
 $m \cdot k$
 $n \cdot l - 1$

также встроится, но может,

Капильер, Ботт $m \cdot k \cdot k$.
 Просто произведение чисел в столбцах, сложенных
 вместе. Ботт равны.

uz beax b ommu nponybegetmu gormam

При этом каждая такая строка и столбец имеют точку пересечения (в том случае, когда a и b взаимно просты, то a и b взаимно просты). В остальных случаях a и b имеют общие делители.

Заметим, что если k — один из простых делителей n , то число n/k не делится на k . Таким образом, для каждого простого делителя k числа n существует такое число n/k , которое не делится на k . Следовательно, для каждого простого делителя k числа n существует такое число n/k , которое не делится на k . Следовательно, для каждого простого делителя k числа n существует такое число n/k , которое не делится на k .

Я в промежутке от 103 до 202 нет ни одного
такого произведения двух простых чисел. 103, 107, 113, 127, 131, 137,

В этих промежутках есть простые числа, такие как 103, 107, 113, 127, 137, 149, 157, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199 — 19 штук. Также есть

139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 197, 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 293, 307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 397, 401, 409, 419, 421, 431, 433, 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 473, 479, 487, 491, 499, 503, 509, 521, 523, 527, 531, 541, 547, 557, 563, 569, 571, 577, 587, 593, 599, 601, 607, 613, 617, 619, 623, 629, 631, 637, 641, 643, 647, 653, 659, 661, 667, 671, 673, 677, 683, 687, 691, 697, 701, 709, 713, 719, 727, 731, 733, 739, 743, 749, 751, 757, 761, 763, 767, 769, 773, 779, 781, 787, 791, 797, 809, 811, 817, 821, 823, 827, 829, 833, 837, 851, 853, 857, 859, 863, 867, 871, 877, 881, 883, 887, 893, 897, 901, 907, 911, 913, 917, 919, 923, 927, 931, 937, 941, 943, 947, 953, 959, 961, 967, 971, 973, 977, 983, 989, 991, 993, 997, 1001, 1003, 1007, 1009, 1013, 1017, 1021, 1023, 1027, 1031, 1033, 1037, 1039, 1043, 1047, 1049, 1051, 1053, 1057, 1059, 1063, 1067, 1069, 1073, 1077, 1081, 1087, 1091, 1093, 1097, 1101, 1103, 1107, 1109, 1113, 1117, 1121, 1123, 1127, 1129, 1133, 1137, 1141, 1147, 1149, 1151, 1153, 1157, 1159, 1163, 1167, 1169, 1173, 1177, 1181, 1183, 1187, 1193, 1197, 1201, 1203, 1207, 1209, 1213, 1217, 1221, 1223, 1227, 1229, 1231, 1233, 1237, 1241, 1243, 1247, 1249, 1251, 1253, 1257, 1259, 1261, 1263, 1267, 1269, 1271, 1273, 1277, 1279, 1283, 1287, 1291, 1293, 1297, 1301, 1303, 1307, 1309, 1311, 1313, 1317, 1321, 1323, 1327, 1329, 1331, 1333, 1337, 1339, 1341, 1343, 1347, 1349, 1351, 1353, 1357, 1359, 1361, 1363, 1367, 1369, 1371, 1373, 1377, 1379, 1381, 1383, 1387, 1391, 1393, 1397, 1401, 1403, 1407, 1409, 1411, 1413, 1417, 1421, 1423, 1427, 1429, 1431, 1433, 1437, 1439, 1441, 1443, 1447, 1449, 1451, 1453, 1457, 1459, 1461, 1463, 1467, 1469, 1471, 1473, 1477, 1479, 1481, 1483, 1487, 1491, 1493, 1497, 1501, 1503, 1507, 1509, 1511, 1513, 1517, 1521, 1523, 1527, 1529, 1531, 1533, 1537, 1539, 1541, 1543, 1547, 1549, 1551, 1553, 1557, 1559, 1561, 1563, 1567, 1569, 1571, 1573, 1577, 1579, 1581, 1583, 1587, 1591, 1593, 1597, 1601, 1603, 1607, 1609, 1611, 1613, 1617, 1621, 1623, 1627, 1629, 1631, 1633, 1637, 1639, 1641, 1643, 1647, 1649, 1651, 1653, 1657, 1659, 1661, 1663, 1667, 1669, 1671, 1673, 1677, 1679, 1681, 1683, 1687, 1691, 1693, 1697, 1701, 1703, 1707, 1709, 1711, 1713, 1717, 1721, 1723, 1727, 1729, 1731, 1733, 1737, 1739, 1741, 1743, 1747, 1749, 1751, 1753, 1757, 1759, 1761, 1763, 1767, 1769, 1771, 1773, 1777, 1779, 1781, 1783, 1787, 1791, 1793, 1797, 1801, 1803, 1807, 1809, 1811, 1813, 1817, 1821, 1823, 1827, 1829, 1831, 1833, 1837, 1839, 1841, 1843, 1847, 1849, 1851, 1853, 1857, 1859, 1861, 1863, 1867, 1869, 1871, 1873, 1877, 1879, 1881, 1883, 1887, 1891, 1893, 1897, 1901, 1903, 1907, 1909, 1911, 1913, 1917, 1921, 1923, 1927, 1929, 1931, 1933, 1937, 1939, 1941, 1943, 1947, 1949, 1951, 1953, 1957, 1959, 1961, 1963, 1967, 1969, 1971, 1973, 1977, 1979, 1981, 1983, 1987, 1991, 1993, 1997, 2001, 2003, 2007, 2009, 2011, 2013, 2017, 2021, 2023, 2027, 2029, 2031, 2033, 2037, 2039, 2041, 2043, 2047, 2049, 2051, 2053, 2057, 2059, 2061, 2063, 2067, 2069, 2071, 2073, 2077, 2079, 2081, 2083, 2087, 2091, 2093, 2097, 2101, 2103, 2107, 2109, 2111, 2113, 2117, 2121, 2123, 2127, 2129, 2131, 2133, 2137, 2139, 2141, 2143, 2147, 2149, 2151, 2153, 2157, 2159, 2161, 2163, 2167, 2169, 2171, 2173, 2177, 2179, 2181, 2183, 2187, 2191, 2193, 2197, 2201, 2203, 2207, 2209, 2211, 2213, 2217, 2221, 2223, 2227, 2229, 2231, 2233, 2237, 2239, 2241, 2243, 2247, 2249, 2251, 2253, 2257, 2259, 2261, 2263, 2267, 2269, 2271, 2273, 2277, 2279, 2281, 2283, 2287, 2291, 2293, 2297, 2301, 2303, 2307, 2309, 2311, 2313, 2317, 2321, 2323, 2327, 2329, 2331, 2333, 2337, 2339, 2341, 2343, 2347, 2349, 2351, 2353, 2357, 2359, 2361, 2363, 2367, 2369, 2371, 2373, 2377, 2379, 2381, 2383, 2387, 2391, 2393, 2397, 2401, 2403, 2407, 2409, 2411, 2413, 2417, 2421, 2423, 2427, 2429, 2431, 2433, 2437, 2439, 2441, 2443, 2447, 2449, 2451, 2453, 2457, 2459, 2461, 2463, 2467, 2469, 2471, 2473, 2477, 2479, 2481, 2483, 2487, 2491, 2493, 2497, 2501, 2503, 2507, 2509, 2511, 25

Но простые числа могут стоять в точках пересечения, и тогда 1) простых

Но как маленькую еще 10 чисел (9 простых и одну, почти простое) мы уже знаем, так что дальнейшее проведение также имело этот простой множитель.

по принципу Дирихле как минимум одно произведение ≥ 10 "матричных" $\Rightarrow$ по принципу Дирихле как минимум одно произведение

не совпадают с группой не будет.
ответ. Круговая группа не может.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 6 3 2 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте, правильно ли записано с этой стороны листа в рамке справа



Задача №4

(p, q) - простые числа

$$y = 2x^4 + 2(q-2)x$$

$$y = 2p - 8 = 2(p-4)$$

Минимальное простое число - 2.

Сначала рассмотрим $q=2$ и $q>2$ (так как $q>2$ принадлежит только к четным числам)

1) Если $q>2$:

$$y = 2x^4 + 2(q-2)x = 2x(x^3 + q - 2), \text{ где } (q-2) \text{ нечетное число.}$$

Если x - четное, то (не считая 0):

$$2x(x^3 + q - 2)$$

↑
четное

↓
 x^3 - четное

$$x^3 + (q-2) \Rightarrow \text{четное} + \text{нечетное} = \text{нечетное}$$

→ четное $\times$ нечетное $\Rightarrow$ как минимум кратно 4, так как представляет 2 четных числа.

2) Если x - нечетное:

$$2x(x^3 + q - 2)$$

↓
нечетное

↓
 x^3 - нечетное

$$x^3 + (q-2) - \text{нечетное} + \text{нечетное} = \text{нечетное}$$

→ четное $\times$ нечетное $\times$ четное → как минимум кратно 4 (аналогично)

Тогда для 1) $y = 2(p-4) : 4 \Rightarrow (p-4) : 2 \Rightarrow p : 2$

Такое возможно только при $p=2$

Если $p=2$

$$y = 2(p-4) = 2(2-4) = -4$$

$$y = 2(x^3 + q - 2)$$

$$-4 = 2(x^3 + q - 2)$$

$$-2 = x^3 + q - 2$$

$$-q = x^3$$

$$q = -x^3$$

В этом случае $q : x^3 \Rightarrow$ имеет 3 одинаковых множителя $\Rightarrow$ кратно $x, x^3 \Rightarrow$ имеет 3 делителя $\Rightarrow$ противоречие. → такое быть не может

Аналогично для 2, что такое быть не может.

Если $x=0$, то $y=0 \Rightarrow y = 2(p-4) = 0 \Rightarrow p-4=0 \rightarrow p=4$ - такого быть не может, так как p - простое.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М Н О О О 2 6 3 2 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Решение задачи №4

2) Значит, рассмотрим, что $q=2$, тогда:

$$y = 2x^4 + 2(2-2)x = 2x^4 + 2 \cdot 0x = 2x^4$$

$$y = 2(p-4)$$

$$2x^4 = 2(p-4)$$

$$x^4 = p-4$$

$p-4 > 0$, так как $x^4 \geq 0$

$\Rightarrow$

$$p > 4$$

$\Rightarrow$

$$p > 4$$

так как 4 - не простое число.

3) Рассмотрим $y = 2(p-4)$ и $y = 2x^4$

Если они пересекаются, значит $y_1 = y_2$:

$$2(p-4) = 2x^4$$

$$x^4 = p-4$$

$$p = x^4 + 4$$

но $2 < 4$.

Рассмотрим некоторые x^4 :

• Если x^4 оканчивается на 1, то x^4 также оканчивается на 1 $\Rightarrow p = x^4 + 4$ оканчивается на 5. Единственное простое число, оканчивающееся на 5 - это 5.

Тогда подходит пара $(p, q) = (5, 2)$.

• Если x^4 оканчивается на 3, то $x^4 \equiv 3 \pmod{10}$
 $x^2 \equiv 9 \pmod{10}$
 $x^3 \equiv 7 \pmod{10}$
 $x^4 \equiv 1 \pmod{10} \Rightarrow x^4$ оканч. на 1 $\Rightarrow p = x^4 + 4$ оканчивается на 5.

Но минимальный x^4 , оканч. на 3, $\rightarrow$ это 3, а $3^4 + 4 > 5$.

• Если x^4 оканчивается на 7, то $x^4 \equiv 7 \pmod{10}$
 $x^2 \equiv 9 \pmod{10}$
 $x^3 \equiv 3 \pmod{10}$
 $x^4 \equiv 1 \pmod{10} \Rightarrow x^4$ оканч. на 1 $\Rightarrow p = x^4 + 4$ оканч. на 5.
 Но x^4 оканч. на 7, $\rightarrow$ это 7 $p = 7^4 + 4 > 5$.

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	0	0	0	2	6	3	2	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Троггеминел загари №4

Если x оканчивается на 9, то

$$\begin{aligned} x^1 &\equiv g \pmod{10} \\ x^2 &\equiv 1 \pmod{10} \\ x^3 &\equiv g \pmod{10} \\ x^4 &\equiv 1 \pmod{10} \end{aligned}$$

→ x^4 оканч. на 1, $p = x^4 + 1$ оканч. на 5.
По минимальности x , оканч. на 9 — 9 и $p = 9^4 + 1$
 ≥ 5 .

~~не пишу на 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 (не пишу на 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8) не пишу на 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8~~

Анализ x , полученный на 5!

$$\begin{aligned} x^1 &\equiv 5 \pmod{10} \\ x^2 &\equiv 5 \pmod{10} \\ x^3 &\equiv 5 \pmod{10} \\ x^4 &\equiv 5 \pmod{10} \end{aligned}$$

→ x^4 сканируется на 5.
 $x^4 + 4$ сканируется на 9
 p сканируется на 9.

Step 4 $x = -5$ und $x = 5$

$$x^4 + 4 = 625 + 4 = 629$$

№ 629: 17 → 629 - не простое число.
17 - делит 629 (так как $k=1$)

$x^4 + 4 = 625 + 4 = 629$
 Но $629 : 17 \rightarrow 629$ - не простое число.
 Для числа 5^k , где $k \geq 1, k \in \mathbb{N}$ (так как $k=1$ не удовлетворяет), k -е число
 только $(5^k \pm 2)$ ^{может быть} ~~будет~~ простым, а вот $5^k + 4$ ~~не~~ не простое $\rightarrow 5$ на конце x^4
 не удовлетворяет.

↓
 Вспомогательных примеров нет, так как рассмотрены

$(p, q) = (5, 2)$ удовлетворяет, других примеров нет, так как рассмотрены все возможные случаи.

Turner

$$y_1 = 2x^4 + 2(2-2)x = 2x^4$$

$$y = 2(6-4) = 2 \cdot 2 = 2$$

$$x=1$$

$$y = 2 \quad \checkmark$$

$$b_2 = 2$$

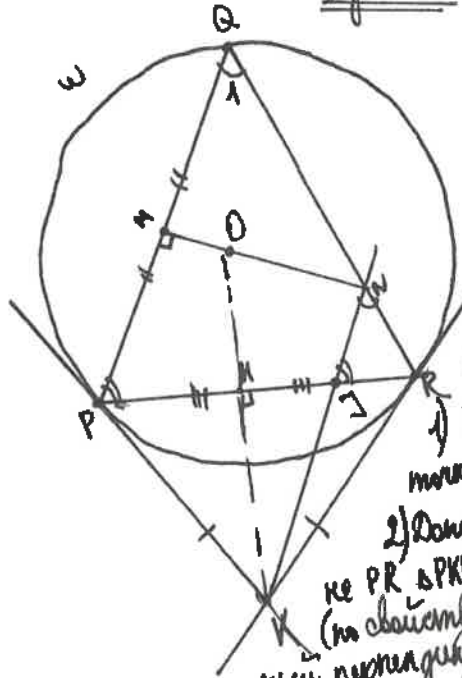
$\gamma_2 = 2$
Ambem: $(p; q) = (5; 2)$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	H	0	0	0	2	6	3	2	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №5

Дано: ΔPQR , $OP \perp QR$, ΔPQR вписан в $OP \perp QR$, KP и KR — касательные, $KP \cap KR = K$, M — середина PQ , $KN \parallel PQ$, $RQ \cap KN = N$.

Докажем: $\angle PMN = 90^\circ$.

Доказательство:

Доказательство:
 Точка пересечения серединных перпендику-
 ларов — центр описанной окружности —
 равноудален от вершин, проведенные из одной

→ $KP=KR$ - отрезки на
точк. $\Rightarrow \Delta PKR$ - равнобедренный

3) Пусть точка O - центр окружности ω .
 Тогда $\triangle POK$ - равнобедренный, PK - его основание $\Rightarrow$
 $PK \perp OK$ (по свойству медианы равнобедренного треугольника) $\Rightarrow PK$ - радиус-перпендикуляр.

3) Пусть точка O - центр окружности ω .
 $OP = OQ$ - радиусы окружности $\omega \Rightarrow \triangle POQ$ - равнобедренный, PR - его основание $\Rightarrow PR \perp OQ$ (по свойству равнобедренного треугольника).
 $\Rightarrow$ OH - средняя линия $\triangle POQ$. При этом $OH \perp PR$ и $KH \perp PR$ и K - середина PR .
 $\Rightarrow$ OH совпадает с $KH \Rightarrow O, K$ лежат на одной прямой.
 $\angle QPR = \angle NQR$ (углы при вершине P) - точка пересечения QR и NP - точка пересечения QR и NP .

4) Так как $PQ \parallel KN \Rightarrow \angle PQR = \angle KNR$
 также $PQ \parallel KN \Rightarrow \angle RPQ = \angle RKN$ (по 2 углам)

4) Так как $PQ \parallel KN \Rightarrow \angle PQR = \angle KNR$
 также $PQ \parallel KN \Rightarrow \angle RPQ = \angle RKN$ (по 2 углам)
 5) Пусть $\angle PMN \neq 90^\circ \Rightarrow$ есть серединный перпендикуляр из M проходящий через
 центр O и не совпадающий с MN .

Лист 6 из 6

Олимпиада школьников «БЕЛЪЧОНОК»

К Г Э У

М	А	О	О	О	2	2	2	8	1	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант №

1

Фамилия Емешев (Емешев)

Имя Серарим (Серафим)

Отчество Сергеевич

Дата рождения 31.07.2007

Класс 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 2 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79373880085

Подпись Емешев

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы шифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 2 8 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что написано с этой страницей
в рамке справа

N2

$$\begin{cases} a^4 + 3a^3b = 3a^2 + 5 \\ a^3b + 4ab + 1 = a^4 + a^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^4 + 3a^3b = 3a^2 + 5 \\ 3a^3b + 12ab + 3 = 3a^4 + 3a^2 \end{cases} \Rightarrow 12ab + 3 - a^4 = 3a^2 - 5$$

5

$$12ab + 3 - a^4 = 3a^2 - 5$$

$$3ab = a^4 - 2$$

$$ab = \frac{a^4 - 2}{3}$$

$$ab \in (-\frac{2}{3}; \infty)$$

1	2	3	4	5	Σ
20	20	18	0	0	58

$$\begin{cases} a^4 + 3a^3b = 3a^2 + 5 \quad (1) \\ ab = \frac{a^4 - 2}{3} \quad (2) \end{cases} \text{ подставим (2) в (1)} \quad a^4 + \frac{3a^3(a^4 - 2)}{3} = 3a^2 + 5$$

$$a^6 + a^4 - 5a^2 - 5 = 0$$

$$a^6 + a^4 - 5a^2 - 5 = 0$$

$$t = a^2$$

$$t^3 + t^2 - 5t - 5 = 0$$

$$(t+1)(t^2-5)=0$$

$$t = -1 \quad t^2 = 5$$

$$a^2 = -1 \quad a^2 = 5 \Rightarrow a^4 = 5$$

$$a \neq 0$$

$$\begin{cases} a^4 = 5 \\ ab = \frac{a^4 - 2}{3} \end{cases} \Rightarrow ab = \frac{5-2}{3} = 1$$

$$1 \in (-\frac{2}{3}; \infty)$$

Ответ: $ab = 1$

N1

Курь всегда говорят правду, а разбойники всегда врут. Пусть разбойники - Р

Реш 1-е для 2 жителей сказали, то всего 2Р, если они курь, то это правда.

Однако, следующие 4 жителя утверждают, то всего 4Р, но это неправда, значит они Р $\Rightarrow$ 4Р, однако всего 2Р. Противоречие $\Rightarrow$ первые 2 жителя разбойники.

Аналогичным образом можно разобрать утверждения следующих 4-х и 8-х жителей, так как попарно жителя говорят ложь, однако их кол-во больше заявленного.

4Р - 2Р

4 - 4Р

8 - 8Р

14 - 14Р

После 3-х жителя жителя всего Р = 2 + 4 + 8 = 14

Последняя группа заявляет, то всего 14Р. Если они говорят правду, то они К и 14Р = 14Р, т.е. всего разбойников 14.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 2 8 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа и также справа

н2 (продолжение)

Если они могут, то всего $P = 14 + 14 = 28$. А противоречий не возникает. $\Rightarrow$ у нас 2 варианта. P может быть либо 14, либо 28

Ответ: разбойников 14 или 28

н3

100 чисел - от 103 до 202. Все $D = \{103, 104, \dots, 201, 202\}$

Среди этого множества чисел D ~~необходимо~~ ^{можно заметить, что} кол-во простых чисел превышает 10. $\{min = 103, 104\}$ $P_{простых} > 10$, $(1 \cdot 10 = 1)$ $(103:107:202 \dots)$ $(1 \cdot 10 > 10)$

Поскольку в квадрате 10×10 хотя бы в одной столбике или одной строке будет 2 простых числа. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ следовательно произведение всех чисел данного столбца/строки

будет уникально так как среди множителей будет 2 простых числа. ^{В столбце/строке другого набора в одном числе может быть только 1 простое число из которых}
Так как числа не повторяются и в D нету чисел сам. из простого числа ^{между}

из $D \cdot K$ (пример: $103 \cdot 2 = 206$ - мин число состоящее из простого (из D), множителя),

то в наборе другой набор на гарантированно не будет такого же числа,

следовательно они будут различны. $\Rightarrow$ полученные наборы не могут оказаться одинаковыми

Ответ: Не могут.

н4

$$y = 2x^4 + 2(9-2)x$$

$$y = 2p - 8$$

$$2p - 8 = 2x^4 + 2(9-2)x$$

при $x=0$

$$p-4 = 0$$

$p=4$ - не может

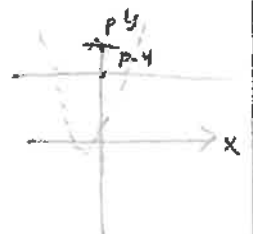
при $x>0$

$$p-4 = x^4 + (9-2)x$$

$$p-4 = x^4 + 7x$$

$$p-4 = x^4 + 7x$$

$$x^4 + 7x = 13 \quad 19$$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

КРЭУ

М	А	О	О	0	2	5	3	3	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес проведения

Шифр

Вариант №

3

Фамилия

ХУСАИНОВ

Имя

РУСЛАН

Отчество

ТИМУРОВИЧ

Дата рождения

09.05.2007

Класс

9

Предмет

МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на

4

листах

Дата выполнения работы

26.02.23

Номер телефона

+7(960)-064-60-70

Подпись



Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы шифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 5 3 3 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	12	0	72

N1

Решение:

(Пусть в группе из двух или в любой другой)
Очевидно, что группы из однофразиков (те кто сказаний одинаковую фразу) состоят либо только из купцов, либо только из разбойников, так как если там есть хотя бы один купец, сказал фразу, например, "ровно четверо из разбойников", то другой тоже бы один из разбойников сказал то же самое $\Rightarrow$ он сказал правду, что невозможно, либо купец сказал, что там же невозможно. Допустим фразу "ровно двое из..." сказали купцы, тогда среди 36 житей 34 купца, тогда в других группах также есть хотя бы 1 купец $\Rightarrow$ они сказали, что невозможно, $\Rightarrow$ в I группе разбойники. Пусть во II группе есть хотя бы 1 купец, тогда купцов всего 32 по их словам, тогда найдется в каждой группе хотя бы 1 купец, и тогда получается, что купцов для каждого купца разное количество, т.е. такое невозможно, мы получили аналогичную ситуацию первой. Аналогично доказывается для 4 группы где фраза "ровно 12 из всех разбойники". Рассмотрим последнюю группу. Пусть там купцы, тогда получается 18 разбойников и 18 купцов, ну эта ситуация возможна. Пример 2 разбойника + 4 разбойника + 12 разбойников и 18 купцов

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М	А	О	О	О	2	5	3	3	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Также возможен случай когда все 36 жителей разбойники, потому что в условии не сказано что среди 36 жителей есть хотя бы 1 купец, $\Rightarrow$ возможно, что они все разбойники, при условии, что эти 36 жителей не все жители деревни, что тоже не сказано в условии.
 №2 Ответ: 18 или 36.

$$\begin{cases} a^4 + 5a^3b = 5a^2 + 7 \\ a^3b + 6ab + 1 = a^4 + a^2 \end{cases}$$

$$a^4 + 5a^3b - a^4 - a^2 = 5a^2 + 7 - a^3b - 6ab - 1$$

$$6a^3b = 6a^2 + 6 - 6ab$$

$$a^3b - a^2 - 1 + ab = 0$$

$$a^2(ab - 1) + (ab - 1) = 0$$

$$(ab - 1)(a^2 + 1) = 0$$

$$a^2 \geq 0 \Rightarrow a^2 + 1 > 0 \Rightarrow ab = 1$$

Ответ: 1

№3 Допустим у нас совпали наборы
 Заметим, что если у нас совпали наборы то у одинаковых чисел в строке и столбце на их пересечении есть общее число, при этом понятно, что среди этих десяти пересечений должно быть именно простое число, потому что иначе одинаковые произведения в каком-то столбце или строке не могли получиться, потому что эти простые числа нельзя никаким образом перемножить, но можно предположить что это простое число можно умножить на 2 (нельзя на 3, т.к. $\min 105 \cdot 3 = 315$ а послед-

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М	А	О	О	О	2	5	3	3	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

нее число в нашем ряду 204). тогда минимальное простое число в нашем ряду 107, и умножив его на 2 получим число 214, это больше, чем последнее число в нашем ряду, то такое невозможно, но тогда если бы найдем в ряду хотя бы 11 простых чисел, то поймем, что данную таблицу нельзя заполнить. Это р: 107, 109, 113, ~~115~~, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, ... и это еще не все числа, которые невозможно переразложить $\Rightarrow$ их больше 10 $\Rightarrow$ ~~невозможны~~ наборы не могут оказаться одинаковыми.

Пусть $y = 4x^4 + 4(q-2)x$ $y = 4p-16$ если у них совпадают координаты, то левые и правые уравнения задающие функции равны $\Rightarrow$

$$4x^4 + 4(q-2)x = 4p-16$$

$$x^4 + (q-2)x = p-4$$

$$\text{при } x=1$$

$$q-1 = p-4$$

$$q+3 = p \quad q=2 \quad p=5 \text{ остальные } q \text{ и } p$$

не подходит, т.к все остальные q - нечетные $\Rightarrow p$ - будет четным, а четных простых чисел кроме 2 больше не бывает

$$\text{при } x=2$$

$$16 + 2q - 4 = p - 4$$

$$2q = p - 16$$

$$p = 2q + 16$$

тут ничего не подходит, т.к $2q$ - всегда четное 16 - четное $\Rightarrow p$ - четное и больше 2

при $x=3$

$$81 + 3q - 6 + 4 = p$$

$$p = 3q + 79$$

такая простая p и q не существует
 при $x=4$ при всех x -чётных будет происхо-

дит ситуация пусть $x=2n$

$$4n^2 - 4 + 2nq - (2n)^4 + 2nq - 4n + 4 = p$$

$(2n)^4$ - чётное $2nq$ - чётное $4n$ - чётное 4 - чётное $\Rightarrow$
 $p > 2$ - чётное, что невозможно

Рассмотрим случаи, когда x нечётное, тогда
 мы получим то если $x \not\equiv 5$ то

получим, что происходит, когда x нечётное
 тогда $p = (2n+1)q + 2k+1$, $2n+1$ нечётное

$2k+1$ нечётное, поэтому если q нечётное, тогда
 $p > 2$ и оно чётное $\Rightarrow$ такое невозможно, тогда

$q=2$ при x -нечётное, тогда

$$(2n+1)^4 + 4 = p \quad \text{замечим, что если } x \not\equiv 5, \text{ то}$$

$$(2n+1)^4 + 4 \not\equiv 5 \Rightarrow p \text{ - составное} \Rightarrow x \equiv 5, \text{ но тогда}$$

$$(2n+1)^4 + 4 \equiv 4 \pmod{5} \text{ при } x \equiv 5 \Rightarrow 2n+1 \equiv 5$$

при $x=15$

$$p = 50629 \quad q = 2 \text{ тоже подходит}$$

Ответ: $(5; 2) (50629; 2)$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

КГЭУ

М	А	0	0	0	2	2	2	7	3	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия ЕЛЕНКИН

Имя Петр

Отчество ВЛАДИСЛАВОВИЧ

Дата рождения 17.07.2007

Класс 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79776501372

Подпись ЕЛЕНКИН

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 2 2 7 3 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



У4

$y = 4x^4 + 4x(q-2)$ Опи пересекатомея, поэтому
можно сделать уравнение:

$$y = 4p - 16$$

$$4x^4 + 4x(q-2) = 4p - 16 \quad | :4$$

$$x^4 + x(q-2) = p - 4$$

будет H - нечетное, q - четное

$$1) x - \text{неч} > 0 \quad H + H(q-4) = p - 4 \quad ; \quad H + H \cdot q - 4 + 4 = p$$

$$H - (4-4) + H \cdot q = p; \quad H - 4 + H \cdot q = p; \quad H + H \cdot q = 5p$$

$$I \text{ при } x=0: 0 + 0(q-2) = p - 4 \quad 0 = p - 4 \quad p = 4 - \text{некротное}$$

Получаются пары всех простых q и $p=4$

II при $x > 0$:

$$\text{при } x=1: 1 + q - 2 = p - 4; \quad q - 1 = p - 4 \quad q = p - 3$$

$$\text{при } x - \text{чет}: \text{чет}^4 + 4 \cdot \text{чет}(q - \text{чет}) = p - \text{чет} \quad q = 2; p = 5$$

$$\text{чет} + \text{чет} \cdot q - \text{чет} + \text{чет} = p; \quad \text{чет} - (\text{чет} - \text{чет}) + \text{чет} \cdot q = p$$

$$\text{чет} - \text{чет}; \quad \text{чет} \cdot q = p; \quad \text{чет} + \text{чет} \cdot q = p, \quad p - \text{также чет} (\text{только } 2)$$

$$\text{при } x - \text{нечет}: \text{неч}^4 + \text{неч}(q - \text{неч}) = p - \text{неч}; \quad \text{неч} + \text{неч} \cdot q - \text{неч} + \text{неч} = p$$

$$\text{неч} + \text{неч} \cdot q = p; \quad q - \text{неч}(2); \quad p - \text{неч}$$

$$q - \text{неч}; \quad p - \text{неч} \quad \text{большее пар нечет}$$

III при $x < 0$:

$$\text{при } x=-1: 1 - q + 2 = p - 4 \quad 3 - q = p - 4 \quad ; \quad p = 7q$$

$$q = 1; p = 5$$

$$\text{при } x - \text{неч}: (-\text{неч})^4 + (-\text{неч})(q - \text{неч}) = p - \text{неч}; \quad \text{неч} - \text{неч} \cdot q + \text{неч} \cdot \text{неч} = p$$

$$\text{неч} - \text{неч} \cdot q = p, \quad p - \text{нечное} (\text{только } 2)$$

$$\text{при } x - \text{неч}: (-\text{неч})^4 - \text{неч}(q - \text{неч}) = p - \text{неч}; \quad \text{неч} - \text{неч} \cdot q + \text{неч} \cdot \text{неч} = p$$

$$\text{неч} - \text{неч} \cdot q = p; \quad q - \text{неч}(2); \quad p - \text{неч}$$

$$q - \text{неч} \quad p - \text{нечное} (\text{только } 2)$$

$$\text{большее пар нечет}$$

Ответ: (5; 2); (2; 5); (4; 4); где q - любое простое (нечетное)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 2 2 7 3 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа
и раскрасьте



$$\begin{cases} \alpha^4 + 5\alpha^3\beta = 5\alpha^2 + 7 & \beta(\alpha^3 + 6\alpha) = \alpha^4 + \alpha^2 - 7 \\ \alpha^3\beta + 6\alpha\beta + 1 = \alpha^4 + \alpha^2 & \beta = \frac{\alpha^4 + \alpha^2 - 7}{\alpha^3 + 6\alpha} \end{cases}$$

$$\alpha^4 + \frac{5\alpha^3(\alpha^4 + \alpha^2 - 7)}{\alpha^3 + 6\alpha} - 5\alpha^2 - 7 = 0$$

$$\frac{\alpha^7 + 6\alpha^5 + 5\alpha^7 + 5\alpha^5 - 5\alpha^3 - 5\alpha^5 - 30\alpha^3 - 7\alpha^3 - 42\alpha}{\alpha^3 + 6\alpha} = 0$$

$$\frac{6\alpha^7 + 6\alpha^5 - 42\alpha^3 - 42\alpha}{\alpha^3 + 6\alpha} = 0$$

$$\frac{6\alpha^5(\alpha^2 + 1) - 42\alpha(\alpha^2 + 1)}{\alpha^3 + 6\alpha} = 0$$

$$\frac{6\alpha(\alpha^2 + 1)(\alpha^4 - 7)}{\alpha^3 + 6\alpha} = 0$$

$$\alpha^3 + 6\alpha \neq 0 \quad \alpha(\alpha^2 + 1) \neq 0$$

$$6\alpha(\alpha^2 + 1)(\alpha^4 - 7) = 0$$

$$\alpha^4 - 7 = 0 \quad \alpha^4 = 7 \quad \alpha^2 = \sqrt{7}$$

$$\alpha = \pm \sqrt{\sqrt{7}}$$

$$1) \alpha = \sqrt{\sqrt{7}} \quad \beta = \frac{7 + \sqrt{7} - 1}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{\sqrt{7}} + 6 \cdot \sqrt{\sqrt{7}}} = \frac{6 + \sqrt{7}}{\sqrt{7}(\sqrt{7} + 6)} = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{7}}}$$

$$\alpha \cdot \beta = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{7}}} \cdot \sqrt{\sqrt{7}} = 1$$

$$2) \alpha = -\sqrt{\sqrt{7}} \quad \beta = \frac{7 + \sqrt{7} - 1}{-\sqrt{7} \cdot \sqrt{\sqrt{7}} - 6 \cdot \sqrt{\sqrt{7}}} = \frac{6 + \sqrt{7}}{-\sqrt{7}(\sqrt{7} + 6)} = \frac{1}{-\sqrt{\sqrt{7}}}$$

$$\alpha \cdot \beta = -\sqrt{\sqrt{7}} \cdot \frac{1}{-\sqrt{\sqrt{7}}} = 1$$

Ответ: α принимает значение 1



№7

В условии тикелей разделим на 4 группы по выводу.
Выводы: 2, 9, 12, 18. В каждой группе есть
Каждая группа состоит полностью из купцов или
разбойников, т.к. купец и разбойник не могут
сказать одну и ту же фразу.

Группа из купцов может составлять максимум 7 групп,
потому что остальные выводов будут логичны.

И эта группа будет состоять из 18 купцов, потому
что кроме них останется 18 разбойников и выведе-
ние будет истинно.

В условии не сказано, есть ли среди этих 36 тике-
лей хотя бы 7 купцов, так что появляется
случай, где все группы состоят из разбойни-
ков.

Ответ: 18 или 36

№3

От 105 до 204 точно больше 10 простых чисел (103, 113,
137, 139, 147, 149, 157, 159, 163, 167, 173). Значит в ка-
кой-то строке или столбце будут 2 разных простых чис-
ла. Пусть p_1 - I простое число, p_2 - II простое число.

Если p_1 и p_2 есть в одной строке/столбце, то p_1 и p_2 дол-
жны быть в столбце/строке тоже, чтобы получить офи-
нальные пары. Но от 105 до 204 не
будет числа $2p_2$, так что и в столбце
и в строке должны быть одинако-
вые числа, что быть не может.

Ответ: не можем

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

КГЭУ

М	А	0	0	0	2	2	2	7	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант №

Фамилия Чердаков

Имя Алексеев

Отчество Станиславович

Дата рождения 02.03.2007

Класс 9В

Предмет Математика

Работа выполнена на 2 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79956764012

Подпись

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы шифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 2 7 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в разное время



№1

- 1) Заметим, что одну и ту же фразу могут повторить либо только куницы, либо разбойники (из условия)
- 2) Если первую фразу сказали куницы, то остальные сказали $\Rightarrow$ разбойников было 2 $\Rightarrow$ первую фразу сказали разбойники. Аналогично вторую и третью фразу куницы не могли сказать.
- 3) Четвертую фразу могли сказать и разбойники, и куницы (т.к. $2+4+8=14$ разбойников). Значит разбойники могли быть все 28 пиратов или 14.

Ответ: 14 или 28 разбойников.

3.5

1	2	3	4	5	Σ
20	20	18	0	2	60

№4

При $q=2$

$$y = 2x^4$$

$$2x^4 = 2p - 8$$

$$p = 239$$

$$xb = -\frac{b}{2a}$$

$$xb = -\frac{2(a-2)}{2x^4}$$

$$xb = \frac{2-a}{x^2}$$

При $q=3$

$$y = 2x^4 + 2x$$

$$p = 7$$

При $q=5$

p - не суц.

Ответ: $(239, 2)$; $(7, 3)$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № _____

М А О О О 2 2 2 7 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



- 1) Рассмотрим множество P - за произведение чисел в строке, а множество N - за произведение чисел в столбце. То есть $P_1 = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_{10}$, то $N_1 = a_1 \cdot a_{11} \cdot \dots \cdot a_{31}$, где a - числа квадрата идущие по порядку.
- 2) От 103 до 202 существует хотя бы 11 простых чисел, а значит найдётся такой набор чисел P , в котором будут минимальные простые числа. Следовательно, должен существовать набор N , который должен содержать 2 этих простых числа (при допущении, что ненулевое произведение оказалось одинаковым).
- Но это невозможно. (так столбец пересекает строку в одной клетке)
- 3) Пример: x, y - простые числа

$$P_n = \begin{array}{|c|} \hline x \cdot y \\ \hline \end{array}$$

N_k

$$P_n = x \cdot y \cdot \dots$$

$$N_k = x \cdot y \cdot \dots - \text{не суц.}$$

Ответ: Нет.

12

$$\begin{cases} a^4 + 3a^3b - 3a^2 = 5 = 0 \\ a^3b + 4ab + 1 - a^4 - a^2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a^3b + 4ab - 4a^2 - 4 = 0 \\ 4ab(a^2 + 1) - 4(a^2 - 1) = 0 \end{cases}$$

$$(a^2 + 1)(4ab - 4) = 0$$

$$a^2 + 1 = 0 \quad \text{или} \quad 4ab - 4 = 0$$

$$a^2 = -1 \quad ab = 1$$

$$a \in \emptyset$$

Ответ: $ab = 1$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № _____

M	A	0	0	0	2	2	2	7	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что занесено с этой стороны листа
в разрез справа

Queso: N5

Wb: A) -

- Once.

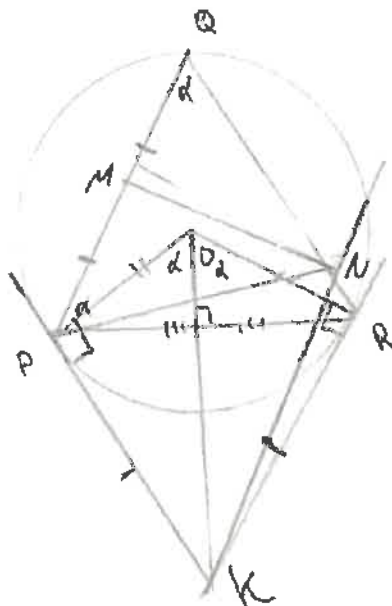
ρ, m_R -Wert

$$L \cap m = k$$
$$PM = MQ$$

PQ 11kA

$$RQ \cap KA = N$$

Док-76:

$$\angle PMN = 90^\circ$$


Dak - loo.

1) $P_k = k_R$ (no b-bag xac - xxx)

2) $\angle ORK = \angle OKR$ (углы при основании равнобедренного треугольника)

3) Пробегм Ок:

$$\Delta OPK = \Delta ORK \text{ (no 3 стороны)}$$
$$OP = OR = r$$

Ok - okay

$$P_k = K_R (\log g_{\text{gen}})$$
$$u) PQ R = \frac{1}{2} PO R = 2 \text{ (отм. на гугу)}$$

5) $\angle QPN = \alpha = \angle PQR$ (из равенства углов)

$$\Rightarrow \Delta Q_{NP} - P/\delta$$

6) по об-ку п/с Δ MN - бава, тк еба-иа мегунаи.

$$7) w_8(b) = 7$$
$$\angle PMN = 90^\circ$$

2.7.80.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Красноярск

М	А	0	0	0	2	6	3	9	1	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Нерехин

Имя Андрей

Отчество Антонович

Дата рождения 14.08.2007 Класс 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79836105339 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Вариант № 3

М А О О О 2 6 3 9 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 1.

308

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	12	20	92

Сначала скажем, что 2 человека, затем 4, 12 и 18. $2+4+12+18 = 36$, т.е. каждый человек это сказал. Пусть первое сфа было правдой, тогда это купцы, а остальные — разбойники и $36-4=32$ купца. Но каждый говорит, что разбойников не может быть равно 2, значит, не может быть купцов. Противоречие. Аналогично, неправда то, что купцы 4, что разбойников 4 ($36-8=28$ купцов) и 12 ($36-24=12$ купцов). 18 людей, которые говорят, что разбойников 18 могут говорить правду. Ведь тогда все 18, а разб. говорят, купцы или $36-18=18$. Также они могут молчать, тогда все 36 — разбойники.

Ответ: 18 или 36.

Задача 2.

Дано: $a^4 + 5a^2b = 5a^2 + 7$ $a^3b + 6ab + 1 = a^4 + a^2$ Найти: ab

Возможны выражения в систему число-

тим не:

$$\begin{cases} a^4 + 5a^2b = 5a^2 + 7 \\ a^3b + 6ab + 1 = a^4 + a^2 \end{cases}$$

$$a^4 + 5a^2b + a^3b + 6ab + 1 = 5a^2 + 7 + a^4 + a^2$$

$$6a^3b + 6ab - 6a^2 - 6 = 0 \quad | :6$$

$$a^3b + ab - a^2 - 1 = 0$$

$$a^3b - a^2ab - 1 = 0$$

$$a^2ab - 1 + ab - 1 = 0$$

$$(a^2 + 1)(ab - 1) = 0$$

$$\begin{cases} a^2 + 1 = 0 \\ ab - 1 = 0 \end{cases}$$

$$ab = 1$$

$$a^2 = -1 \text{ — невозможно.}$$

$$\text{Значит } ab = 1$$

Ответ: 1.



Задача 3.

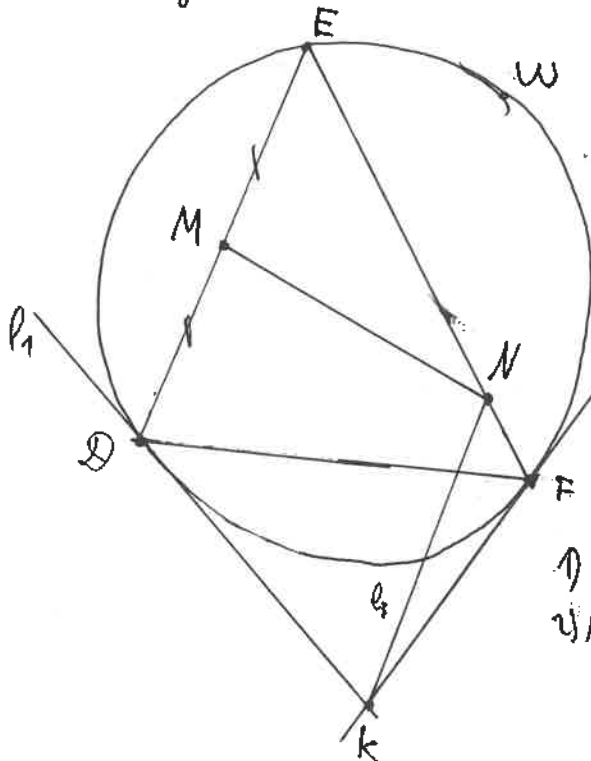
Ответ: нет.

Решение: докажем, что любые три числа всегда будут различны. Возьмем наименьшее простое число из данных: 107. Заметим, что $107 \cdot 2 = 214 > 204$, т.е. любое простое число из промежутка от 105 до 204 ~~высказание~~ не имеет в этом же промежутке чисел, кратных на них делится. (т.е. если простое, то нет числа среди $a \leq 107$). Если два простых числа встречаются в одной строке (столбце) то произведение этого столбца (этой строки) нельзя воспроизвести из любых других данных чисел, т.к. будет иметь вид.

$p_1 \cdot p_2 \cdot A$ (p_1, p_2 - простые, A - произв. остальных чисел), ведь в одной строке (столбце) будет только p_1 , а в другой - p_2 . Значит нельзя допустить, чтобы в одной строке (столбце) в одной строке ^{столбце} были бы два простых числа. Всего столбцов и строк по 10, значит, простых чисел должно быть не более 10. Но их больше:

107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173 и т.д. Заметим также, что Маша использовала каждое число: $10 \cdot 10 = 100$; $204 - 105 + 1 = 100$.

Задача 5.

Дано: $\triangle DEF$ - вписанный в окр. ω l_1, l_2 - касательные к ω $DE \perp l_1; FE \perp l_2$ $l_1 \cap l_2 = K$ $l_3 \parallel DE; KE \perp l_3$ $l_3 \cap FE = N$ M - середина DE Доказать: $DE \perp MN$

Док-во.

1) Проведем DN .2) Пусть $\angle MPN = \alpha$; $\angle DEF = \beta$

- 3) $\angle ENK$ значит $\angle ENK = \angle DNK = \beta$ как ^{смежные} при сеч. DN .
- 4) $\angle EDN + \angle DNE + \angle DEN = 180^\circ$ по т.о. сумме углов треугол., т.е. $\angle ENB = 180^\circ - \angle DEN - \angle EDN = 180^\circ - 2\beta$
- 5) $\angle DNF$ и $\angle ENB$ - смежные, значит $\angle DNF + \angle ENB = 180^\circ$; $\angle DNF = 180^\circ - \angle ENB = 180^\circ - 180^\circ + 2\beta = 2\beta$
- 6) $\angle DNF = \angle DNK + \angle KNF = 2\beta = \angle KNF$, т.е. $\angle KNF = 2\beta$
- 7) $\angle DEF = \angle KDF = 2$ т.к. $\angle DEF$ - ^{вн.} $\angle KDF$ - ^{вн.} $\angle KNF$ (KF - ^{касательная} к ^{одной дуге} окружности, $\angle DEF = 2$).
- 8) у. н. 7 и 6 $\angle KDF = \angle KNF$. Значит $\angle DNF$ - ^{вписанный} $\angle DFK$. Но $\angle DNK = \beta$, $\angle DFK = 2$, т.е. $2 = \beta$.
- 9) $\angle DEN = 2 = \beta = \angle EDN$, значит $\triangle END$ - равнобедренный, ED - основание.
- 10) NM - медиана, проведенная к основ. равнобедренного треугольника $\triangle END$, значит также $NM \perp ED$.

Задание 4.

$$y = 4x^4 + 4(q-2)x$$

$$y = 4p-16$$

$$\text{Пусть } f(x) = 4x^4 + 4(q-2)x$$

$$g(x) = 4p-16$$

$$x \in \mathbb{Z}; y \in \mathbb{Z}$$

Конечно замечать, что p и q либо равны 2, либо нечетные. Пусть $q \neq 2$

$f(x) = 4x^4 + 4(q-2)x \equiv 4(x^4 + (q-2)x)$. Рассмотрим четность $(x^4 + (q-2)x)$. Если x - нечетное, то $n^4 + (n-2)n$ - четное число (n - нечет.), т.к. $(n-2)n$ - чет., $n^4 + (n-2)n$ - чет., если x - чет., то аналогично, наоборот нечетное. Значит из нас можно вывести число 2, т.е. $4(x^4 + (q-2)x)$ делится на 8, $f(x) \equiv 0 \pmod{8}$.

Далее рассмотрим $g(x) = 4p-16$. $16 \equiv 0 \pmod{8}$, т.е. если $g(x) \equiv 0 \pmod{8}$ (а иначе координаты $f(x)$ и $g(x)$ не совпадут), то $4p \equiv 16 \pmod{8}$. Тогда $p \equiv 4 \pmod{8}$, но p - простое число, 4 - составное. Противоречие. Тогда $q = 2$, $f(x) = 4x^4 + 4(q-2)x = 4x^4$.

~~Исследуем $g(x)$~~ $4p-16 = 4(p-4)$. p - простое число, если $f(x) = g(x)$ то $4x^4 = 4(p-4)$, т.е. $p-4 = x^4$ значит такая пара $(p, q) = (5, 2)$, т.к. $4x^4 = 16-16=0$ при $x=1$.
при $p=5, q=2$. Иначе не получится. Численно дано только 2 остаток при делении на 5: 1, т.к.

Решение

Вариант № 3

М А О О О 2 6 3 9 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Исследуем $g(x)$. Заметим, что при ~~$p \neq 5$~~ ~~$p \neq 5$~~ , ~~$4x^4 = 4p-16$~~

$$x^4 = p-4$$

$$p = x^4 + 4$$

при $p \neq 5$, т.е. $p \neq 5$, рассмотрим вариант $x^4 + 4$. ~~$p \neq 5$~~ x^4 при делении на 5 даёт только остатки 0 или 1, т.е.

$$x^4 + 4 \equiv 0 \pmod{5} \text{ или } x^4 + 4 \equiv 4 \pmod{5}.$$

$$x^4 \equiv 0 \pmod{5}$$

Значит либо $p=5$, либо $p=5k+4$ ($k \in \mathbb{N}$).

Ответ: (5; 2).



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Красноярск

М	А	0	0	0	2	2	3	3	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № _____

Фамилия Муляр

Имя Виктор

Отчество Сергеевич

Дата рождения 11.09.2007

Класс 9

Предмет Математика

Работа выполнена на 2 листах

Дата выполнения работы 16.02.2023

Номер телефона 89135331822

Подпись



Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Вариант № 3

М А О О О 2 2 3 3 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

11.

Очевидно, что верным может быть только одно из четырёх утверждений. Это значит, что купцы — только те, кто сказал это утверждение, остальные являются разбойниками. Если предположить, что первое утверждение верно, то разбойников будет $36 - 2 = 34$, и в то же время 2 — это противоречие. Аналогично для второго и третьего ($36 - 4 > 4$, $36 - 12 > 12$). Это значит, что верным может быть только последнее. Если это так, то 18 сказавших это — купцы, остальные 18 разбойники; иначе все они разбойники, ведь все сказали неправду.

Ответ: 18, 36.

200

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	16	20	96

12.

Пусть $x = ab$, x — любое; $t = a^2$, $t \geq 0$. Тогда

$$\begin{cases} t^2 + 5tx = 5t + 7, & \rightarrow 1) x = \frac{5t + 7 - t^2}{5t} \\ tx + 6t + 1 = t^2 + t, & \rightarrow 2) x = \frac{t^2 + t - 1}{t + 6} \end{cases} \quad \left(\begin{array}{l} t > 0, \\ t + 6 > 0 \end{array} \right)$$

(Если $t = 0$, $0^2 + 5 \cdot 0 \cdot x = 5 \cdot 0 + 7$ решений нет)

$$\frac{5t + 7 - t^2}{5t} = \frac{t^2 + t - 1}{t + 6}$$

$$5t^2 + 7t - t^3 = 5t^2 + 5t^2 - 5t + 30t + 42 - 6t^2 = 5t^3 + 5t^2 - 5t,$$

$$6t^3 + 6t^2 - 12t - 42 = 0,$$

$$t^3 + t^2 - 7t - 7 = 0,$$

$$(t^2 - 7)(t + 1) = 0, \quad t > 0$$

$$t = -1 \text{ — не год. или } t^2 = 7,$$

$$t = \pm \sqrt{7} \quad (-\sqrt{7} \text{ не год.})$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{7}.$$

$$x = \frac{5\sqrt{7} + 7 - (\sqrt{7})^2}{5\sqrt{7}} = 1 = ab.$$

Ответ: $ab = 1$.

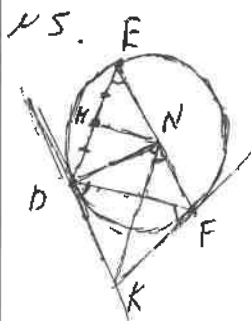
Предположим, что могли рассмотреть такую таблицу.

13. Рассмотрим простое число p промежутке от 105 до 204. Среди всех этих чисел нет ни одного, которое бы делилось на это простое (ближайшее больше $105 \cdot 2 > 204$). Рассмотрим строку, в которой это число находится. Произведение в ней кратно p и равно произведению в каком-то столбце; столбец, в котором находится p , единственный, ~~из которых~~ такой, что в нём произведение кратно p (ведь других чисел, кратных p , нет) $\Rightarrow$ произведение в столбце, в котором находится p , равно произведению в строке, в которой находится p .



3) Предположим, что в одной строке есть два простых числа. Тогда произведение в этой строке кратно $p_1 p_2$ (p_1, p_2 - эти 2 простых) и равно произведению в 2-х столбцах. Но в столбце, где находится p_1 , нет числа, делящегося на p_2 (единственное такое в другом столбце) - это противоречие, произведение в этом столбце не должно быть кратно p_2 . Это значит, что всего в строке не больше одного простого, а значит всего не более 10 простых.

4) Числа 107, 109, 113, 127, 131, 137, ~~149~~, 149, 151, 157, 167, 171 простые и принадлежат промежутку от 105 до 204 - противоречие, ведь всего должно быть не более 10 простых $\Rightarrow$ они не могли оказаться одинаковыми [набрызг].



Дано: $\triangle EDF$, DK и FK - касательные к описанной окр.,
 $ED \parallel KN$, $DM = ME$.

Доказать: $ED \perp NM$.

Док-во:

- $\angle FED = \angle FDK = \angle DFK$ (угол между касательной и хордой), $DE \parallel NK \Rightarrow \angle DEF = \angle FNK$
 - $\angle FDK = \angle FNK \Rightarrow \triangle DNF$ - вписанный, $\Rightarrow \angle DNF = \angle DFK$.
 - $\angle DNF = \angle DNK + \angle FNK = 2\angle NED$; $\angle EDN = \angle FND - \angle NED = \angle NED$ (внешний угол) $\Rightarrow \triangle END$ - равнобедренный, $EN = ND$.
 - NM - медиана в $\triangle END$, $EN = ND \Rightarrow NM$ - высота, $ED \perp NM$.
4. Т. 9.
- 1) $4x^4 + 4(q-2)x = 4p-16$, имеет целый корень
 $x^4 + (q-2)x = p-4$. Если $p \neq 2$ и $q \neq 2$, то
 $x^4 + x \equiv 1 \pmod{2}$ - неверно при x (при $x \equiv 0 \pmod{2} \Rightarrow x^4 + x \equiv 0 \pmod{2}$, при $x \equiv 1 \pmod{2} \Rightarrow x^4 + x \equiv 1+1 \equiv 0 \pmod{2}$)
 $\Rightarrow$ либо $p=2$, либо $q=2$ (p и q - простые и кратны 2 только если равны 2)
- 2) Пусть $p=2$, тогда $x^4 + (q-2)x = -2$; $q \geq 2 \Rightarrow x < 0$ (иначе $x^4 + (q-2)x > 0$)
 $x(x^3 + q - 2) = -2$ - оба множителя целые, $\Rightarrow$ либо $x = -2$ и $q-2 = 1$, либо $x = -1$ и $q-2 = 2$.
 При $x = -1 \Rightarrow q = 5$; при $x = -2 \Rightarrow q = 10$ - не простое.
- 3) Пусть $q=2$, тогда $x^4 = p-4$. Если $p \neq 2$, то $x^4 \equiv 1 \pmod{2}$ или $x^4 \equiv 0 \pmod{2}$.
 Если $x \equiv 1 \pmod{2}$, то $p \equiv 5 \pmod{2}$, такое p одно - $p=5$. Иначе $p \equiv 0 \pmod{2}$, тогда $x^4 \equiv 0 \pmod{2} \Rightarrow x \equiv 0 \pmod{2}$.
 Ответ: (2; 5); (5; 2).

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Красноярск

М	А	0	0	0	2	5	5	6	9	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант №

2

Фамилия МАЛЮШ

Имя РОМАН

Отчество АЛЕКСАНДРОВИЧ

Дата рождения 08.05.2007.

Класс 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 3 листах

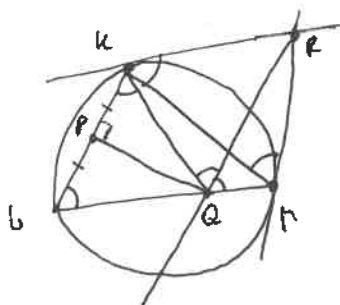
Дата выполнения работы 26.02.2028

Номер телефона 89029697713

Подпись

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

№5



1. $\angle KBM = \angle RKM$ ($\angle KBM$ опирается на угол между хордой и касательной $\angle RKM$).
По тем же причинам $\angle KBM = \angle KMR$.
Т.к. $KB \parallel RQ$, то $\angle KBM = \angle RQM$, как соответственные. Тогда $\angle RKM = \angle RQM$.
Они опираются на RM и равны $\Rightarrow MQ \perp KR$.

- вписанный. Тогда $\angle RKM = \angle KQR$, т.к. опираются на KR и вписаны.
 $\angle KQR = \angle KBR$, как накрест лежащие при $KB \parallel RQ$. Тогда
 $\angle KBR = \angle KQR \Rightarrow \triangle KBR$ равнобедренный. Значит RQ медиана
и высота в этом треугольнике $\Rightarrow \angle KQR = 90^\circ$
Ответ: $\angle KQR = 90^\circ$.

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	8	20	88

№4

В общей точке координаты y будут равны, поэтому приравняем

$$3x^4 + 3(q-2)x = 3p-12 \quad | :3$$

$$x^4 + (q-2)x = p-4$$

Т.к. p и q простые, то $p, q \geq 2$. Тогда $x^4 + (q-2)x \geq x^4$ при $x \geq 0 \Rightarrow$

$$x^4 + (q-2)x \geq 0 \Rightarrow p-4 \geq 0 \Rightarrow p \geq 4 \Leftrightarrow p \geq 5, \text{ т.к. } p \text{ простое}$$

$p \neq 2$: $x^4 + (q-2)x = p-4$ Заметим, что $p-4 \not\equiv 2$. Если $x \equiv 2$, то левая часть $\equiv 2$ и решений нет. Если $x \not\equiv 2$, то $x^4 \not\equiv 2$ и $(q-2)x \not\equiv 2$, левая часть $\not\equiv 2$ и решений нет.

Т.к. $x \not\equiv 2$ и $q-2 \not\equiv 2$ при $q \geq 2$. Тогда левая часть будет $\equiv 0$, а правой быть не может. Тогда нет решений. При $q=2$. Получаем:

$$x^4 = p-4 \quad \text{Рассмотрим на что оканчиваются числа в 4 степени}$$

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x^4	1	6	1	6	5	6	1	6	1
	$p \equiv 1$	$p \equiv 6$	$p \equiv 1$	$p \equiv 6$	$p \equiv 5$	$p \equiv 6$	$p \equiv 1$	$p \equiv 6$	$p \equiv 1$

«Рассматриваем по 5 $\Rightarrow p \equiv 5$. Это может выполняться $\Rightarrow (p, q) = (5, 0)$ подходит.

Т.к. $x \equiv 1$ и $y \equiv 3$. Когда x^4 оканчивается на 5: рассмотрим отдельно по модулю 5 $\frac{x}{x^4} \begin{matrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{matrix} \Rightarrow$ если $x \not\equiv 5$, то $p \equiv 5 \Rightarrow$ получим ту же пару. Если $x \equiv 5$ — (продолжение на 3 стр.)

12

$$ab = t$$

$$\begin{cases} a^4 + 4a^2t = 4a^2 + 6 \\ a^2t + 5t + 1 = a^4 + a^2 \end{cases}$$

$$4a^2t - a^2 = 4a^2 + 5 - a^2t - 5t^2$$

$$5a^2t = 5a^2 - 5t + 5$$

$$a^2t = a^2 - t + 1$$

$$a^2t + t = a^2 + 1$$

$$t(a^2 + 1) = a^2 + 1 \quad | : a^2 + 1 \quad a^2 + 1 > 0$$

$$t = 1 \Rightarrow ab = 1 \quad \text{Ответ: } ab = 1$$

11

Пусть 1-ая группа - это первые 2 человека, 2-ая группа - вторые четверо, 3-ья группа - третьи 10 человек и 4-ая группа - последние 16 человек. Т.к. ~~ка~~ человек в каждой из групп говорит фразу „из всех“, то в группе либо все лгут, либо все разбойники.

Допустим рассмотрим 4-ую группу. Пусть она все говорит правду, тогда оставшиеся 16 человек разбойники. Противоречия нет, получим, что все эти люди соврали $\Rightarrow$ 16 разбойников.

Рассмотрим, что будет, если 4-ая группа говорит не правду, тогда уже есть 16 разбойников и фразы о том, что их всего 16 неправдивые $\Rightarrow$ разбойников больше 16. Тогда получим, что каждый из 1-ой, 2-ой и 3-ей групп сказал неправду. Получим 32 разбойника.

Ответ: 16 или 32



№ 3

Заметим, что при наличии двух простых чисел в одной строке (или столбце) мы получим в произведение число, которое нельзя получить в столбце, т.к. произведение в столбце не будет содержать простого делителя, который есть в строке.

УТВ.: Т.к. числа от 104 до 203, то минимальное простое число не будет входить в другое составное число из этого диапазона.

Первое простое — 107. ~~Его первое~~ Первое число, которое будет ~~содержать его~~ ^{большие простые будут иметь большее первое, составное} ~~содержать его~~ — это 214 $\Rightarrow$ УТВ. доказано. Значит в столбце и в строке должно быть только одно простое число $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ всего в таблице не больше 10 простых, но в диапазоне от 104 до 203 их больше 10. Например: 107, 109, 113, ¹³¹ ~~137~~, 127, 131, 137, 151, 163, 167 и 173 $\leftarrow$ их 11 штук $\Rightarrow$ в одной из строк или столбцов будет хотя бы 2 простых числа $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ возможные наборы не могут быть равны.

№ 4 (продолжение)

Заметим, что при $q=0$; $x^7 = p-4$; $y = x^7$ — имеет ось симметрии относительно ОУ. ~~$y = p-4$ — график прямой~~

~~без наклона, т.е. параллельная ОХ $\Rightarrow$ тогда пересечение~~

~~такие будут симметричны $\Rightarrow$ при $(p, q) = (5; 0)$ будут~~

~~тогда пересечение $(1; 3)$ и $(-1; 3)$.~~



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Красноярск

М	А	О	О	О	2	5	5	7	8	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 8

Фамилия ИСКАКОВ

Имя Андрей

Отчество Владимирович

Дата рождения 14.05.2007

Класс 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы 26.02.23

Номер телефона 89835062009

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 5 5 7 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



N2

$$\begin{cases} a^4 + 5a^3b + 5a^2 + 4 & I \\ a^3b + 6ab + 1 = a^4 + a^2 & II \end{cases}$$

$$II. a^3b + 6ab + 1 = a^4 + a^2, \Rightarrow a^4 = a^3b + 6ab + 1 - a^2$$

$$I. a^4 + 5a^3b = 5a^2 + 4$$

$$a^3b + 6ab + 1 - a^2 + 5a^3b = 5a^2 + 4$$

$$6a^3b + 6ab = 6a^2 + 3$$

$$a^3b + 6ab = a^2 + 1$$

$$ab(a^2 + 1) = a^2 + 1 \quad | : a^2 + 1 \neq 0, \text{ т.к. } a^2 \geq 0, \Rightarrow a^2 + 1 \geq 1$$

$$\text{Ответ: } ab = 1.$$

N1

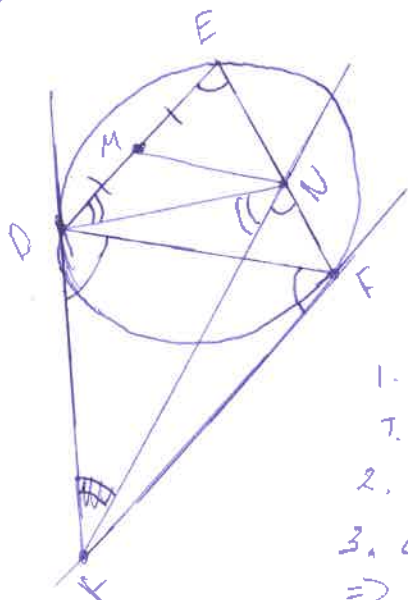
Пусть среди первых двух говорящих есть купец, тогда разбойников 2, $\Rightarrow$ купцов $36 - 2 = 34$ чел., $\Rightarrow$ все ост. - купцы, $\Rightarrow$ говорят правду, $\Rightarrow$ разбойников 4, 12, 18, но такую не может быть их отр. число ит. $\Rightarrow$ среди первых двух нет купцов. Аналогично, их не 4 и не 12 (купцов). Пусть среди 4 говорящих есть купец, тогда купцов $36 - 4 = 32$ ит., $\Rightarrow$ хотя бы один среди 18 говор., $\Rightarrow$ разбойников 18, но их не 4, $\Rightarrow$ противоречие. Пусть среди 12 говорящих есть купец, тогда разб. 12 ит., $\Rightarrow$ купцов 24 ит. $\Rightarrow$ хотя бы один из 18 говор. - купец, $\Rightarrow$ разб. 18 ит. - противоречие ($18 \neq 12$). Пусть есть ~~куп~~ хотя бы один купец из 18 говор., $\Rightarrow$ разбойников 18, такое быть может (18 говорящих - купцы, ост. разбойники). Если и среди этих 18 нет купца, то купцов нет вообще, $\Rightarrow$ 36 разбойников, такое быть может. Других случаев быть не может, т.к. спрашивали ~~и~~ не пересекались (все опрошены по 1 разу)

Ответ: 18; 36

X3.

Пусть p и q - простые числа и $p, q \in (105; 204)$, тогда если p и q стоят в одной строке, то произведение чисел в этой строке делится на pq , $\Rightarrow$ существует столбец, произведение чисел в котором делится на pq , столбец и строка пересекаются в одной клетке, $\Rightarrow$ в ней может оказаться либо p , либо q , $\Rightarrow$ в столбце есть число кратное либо p , либо q (если в пересечении стоит p или q соответственно), но такого не может быть, т.к. если $a \in (105; 204)$, то $\frac{a}{2} \leq 105$, $2a > 204$, $\Rightarrow$ если p или q стоит в пересечении такой строки и столбца, то таких строки и столбца нет, если же не стоит, то строка делится на p , а столбец не делится на p , $\Rightarrow$ произведения в них ~~не могут~~ не равны, $\Rightarrow$ p и q не стоят в одной строке (столбце аналогично). (Строки, а простых чисел на $(105; 204) > 10$ ($107, 109, 113, 131, 137, 149, 151, 157, 163, 167, 173$), $\Rightarrow$ хотя бы два простых числа попадут в одну строку, $\Rightarrow$ мы проиграли.

N5



Дано: $\triangle DEF$, вписанная окружность DEF ,
 DK, FK — касательные, $N \in EF, KN \parallel DE$,
 $DM = ME$

Доказать: $NM \perp DE$

Доказательство:

- $\angle DEF = \angle EDK = \angle DFK$ (DK, FK — кас.), $\angle KNF = \angle DEF$,
 т.к. $KN \parallel DE$
- $\angle NDM = \angle DNK$, т.к. $KN \parallel DE$
- $\angle KNF = \angle KDF \Rightarrow K, D, N, F$ — на одной окружности
 $\Rightarrow KDNF$ — вписанный, $\Rightarrow \angle DNK = \angle DFK \Rightarrow$
 $\angle DEN = \angle EDN \Rightarrow \triangle EDN$ — равнобедренный с осн.
 ED .
- NM — m_N ($DM = ME$), $\Rightarrow NM$ — h_m , $\Rightarrow NM \perp DE$, ч.т.д.

N4

Пусть y пересекает y_2 в точке $(k; 4p-16)$, тогда $4k^4 + 4(p-2)k = 4p-16$,
 $k^4 + (p-2)k = p-4, \Rightarrow k: p-4, p-4 \neq 0, \Rightarrow k = (p-4)t$, где $t \in \mathbb{Z}, t \neq 0$, т.к. $p-4 \neq 0$,
 $\Rightarrow (p-4)^4 \cdot t^4 + (p-2)(p-4)t = p-4, \Rightarrow (p-4)^3 \cdot t^4 + (p-2)t = 1, \Rightarrow t^4 = \frac{1-(p-2)t}{(p-4)^3}$
 $t \neq 0, \Rightarrow t^4 > 0, \Rightarrow \frac{1+(2-p)t}{(p-4)^3} > 0, \Rightarrow 1+(2-p)t$ и $(p-4)^3$ одного знака
 $t = \frac{1}{p-4}, \frac{(p-4)^3}{1-(p-2)t} = \frac{1-(p-2)t}{t^4}, \Rightarrow (p-4)^3 = \frac{1-(p-2)t}{t^3}, \Rightarrow p-4 = \frac{\sqrt[3]{1-p+2}}{t}$
 Рассмотрим случаи $p=2, p=3$: если $p=2$, то $-2 = \frac{\sqrt[3]{1-p+2}}{t}, \Rightarrow -8t^3 = 1-p+2, \Rightarrow$
 $-8t^3 = 3-p, \Rightarrow 8t^3 = p-3$, т.к. $t \neq 0$, то $p > 3$, а если $8t^3 = 2t^4, \Rightarrow 8t^3$ имеет осн



N4

Пусть точка $(k; 4p-16)$ - пересечение 2 графиков, $k \in \mathbb{Z}, \Rightarrow$

$$4k^4 + 4(q-2)k = 4p-16, \Rightarrow k^4 + (q-2)k = p-4, \Rightarrow k(k^3 + q-2) = p-4.$$

Если p -чётно, то $p=2, \Rightarrow k(k^3 + q-2) = -2 \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} k=-1 \\ -1+q-2=2, \\ \begin{cases} k=-1 \\ q=5 \\ q=1 \\ k=2 \\ q=-4 \\ k=-2 \\ q=11 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow$$

 $q \neq -1, q \neq -4$, т.к. простые числа больше 1, $\Rightarrow$
 $(2; 5), (2; 11)$ - решения.Если $p-4$ -нечётно, то $k(k^3 + q-2)$ нечётно, $\Rightarrow k$ нечётно, $\Rightarrow k^3 + q-2$ - нечётно, $\Rightarrow q$ -чётно, $\Rightarrow q=2$. Если $q=2$, то $y_1 = 4x^4, y_2 = 4p-16, \Rightarrow 4x^4 = 4p-16, \Rightarrow p-4 = x^4, \Rightarrow$ $p = x^4 + 4, \Rightarrow p = (x^2 + 2x + 2)(x^2 - 2x + 2)$. Т.к. p -простое, то

$$\text{I. } \begin{cases} x^2 + 2x + 2 = 1, \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0, \Rightarrow (x+1)^2 = 0, \Rightarrow x = -1 \\ x^2 - 2x + 2 = p, \Rightarrow p = 1 + 2 + 2 = 5, \Rightarrow (5; 2) \text{ - решение} \end{cases}$$

$$\text{II. } \begin{cases} x^2 + 2x + 2 = p \\ x^2 - 2x + 2 = 1, \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0, \Rightarrow (x-1)^2 = 0, \Rightarrow x = 1, \Rightarrow \\ \Rightarrow p = 1 + 2 + 2 = 5, (5; 2) \text{ - реш.} \end{cases}$$

$$\text{III. } \begin{cases} x^2 + 2x + 2 = -1, \Rightarrow x^2 + 2x + 3 = 0, \Rightarrow (x+1)^2 + 2 = 0, \Rightarrow \text{корней нет} \\ x^2 - 2x + 2 = -p \end{cases}$$

$$\text{IV. } \begin{cases} x^2 + 2x + 2 = -p \\ x^2 - 2x + 2 = -1, \Rightarrow x^2 - 2x + 3 = 0, \Rightarrow (x-1)^2 + 2 = 0, \Rightarrow \text{корней нет.} \end{cases}$$

Ответ: $(2; 5); (2; 11); (5; 2)$

Вариант № 3

М	А	0	0	0	2	5	5	7	8	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Пусть p, q — простые числа, $p, q \in (105; 204)$. Заметим, что $pq > 204$, $\Rightarrow$ чисел ~~нет~~ делящихся на p или на q нет (кроме p и q конечно). Пусть p и q стоят в одной строке, тогда произведение в этой строке делится на pq . Т.к. по условию существует столбец, где произведение ~~этой строки~~ чисел в нём равно произведению чисел в каждой строке, то в этом столбце произведение чисел делится на pq , $\Rightarrow$ в нём есть число делящееся на p и число делящееся на q , но таких чисел в таблице 2, $\Rightarrow p$ и q стоят в одной строке и в одном столбце, но это не возможно, $\Rightarrow p$ и q в разных строках, $\Rightarrow$ в строке максимум одно простое число, но строк 10, а простых чисел > 10 , $\Rightarrow$ хотя бы 2 в одной строке, $\Rightarrow$ противоречие, $\Rightarrow$ такого не может быть. Простые числа на $(105; 204)$ $\{107, 109, 113, 131, 137, 149, 151, 157, 163, 167, \dots\}$

Ответ: нет.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Ижевск, ул. Космонавтов 8

Адрес площадки проведения

М	А	О	О	О	2	8	6	7	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Ладобурин

Имя Михаил

Отчество Александрович

Дата рождения 28.04.2007 Класс 9

Предмет математика

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы _____

Номер телефона 8912 911 297 2 Подпись Ладобурин

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 8 6 7 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 2.

$$\begin{aligned} a^4 + 5a^3b - 5a^2 - 7 &= 0 \\ -a^4 + a^3b - a^2 + 1 &= -6ab \end{aligned} \quad +$$

$$\begin{aligned} 6a^3b - 6a^2 - 6 &= -6ab \\ 6ab(a^2 + 1) &= 6(a^2 + 1) \\ ab &= 1 \end{aligned}$$

т.к. $a^2 + 1 \neq 0$
можем сокр.

1	2	3	4	5	Σ
20	20	18	14	2	74

Задача 1.

Числа разбейников ^{от} различные от 2, 4, 12, 18 приводят к тому, что все жители лгут, то есть все разбейники. так что число 36 нам подходит. Упомяне нас удовлетворит лишь 18 т.к. если брать другие числа, например 4, выйдет так, что все остальные лгут то есть разбейников $36 - 4 = 32$, ~~А~~ противоречие.

Ответ: ~~36~~ 36, 18.

Задача 4. Функции имеют общую точку (точку пересечения) когда их y и x совпадают а. мы можем приравнять их.

$$4x^4 + 4(q-2)x = 4p - 16 \quad x \in \mathbb{Z}$$

$$4x^4 + 4xq - 8x = 4p - 16 \quad | :4$$

$$x(q + x^3 - 2) = p - 4$$

Рассмотрим случаи, когда $p=2$ или $q=2$

Если $p=2$

$$x(q + x^3 - 2) = -2 \quad \text{т.к. } x \in \mathbb{Z} \text{ целый}$$

то (продолжение на след. листе)

~~у нас есть варианты~~

$$\begin{aligned} x = -1 &\Rightarrow -1 - 2 + q = -2 \Rightarrow q = 1 \\ x = 1 &\Rightarrow 1 - 2 + q = -2 \Rightarrow q = -1 \\ x = 2 &\Rightarrow 8 - 2 + q \\ x = -2 &\Rightarrow \end{aligned}$$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 8 6 7 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверять только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$x(q+x^3-2)=-2$$

Возможно при

а) $x=-1$ $q+x^3-2=2$

б) $x=2$ $q+x^3-2=-1$

в) $x=1$ $q+x^3-2=-2$

г) $x=-2$ $q+x^3-2=1$

а) $-1-2+q=2$ ✓
 $q=5$ подходит

б) $q+1-2=-2$ x
 $q=-1$ не подходит

в) $8-2+1=-q$ x
 $q=-7$ не подходит.

г) $-8-2-1=-q$ ✓
 $q=11$ подходит

При $q=2$ $x^4=p-4$

такое x возможно только при $x=-1; 1$ т.к. иначе p

~~$x^4=p-4$~~ $1=p-4$ $p=5$

не будет простым числом.

~~$x^4+xq-2x=p-4$~~

мы рассмотрим все случаи, когда p и q нечётные

и т.к. в основном случае т.к. p и q нечётные

$x^4+xq-2x$ = нечётное число

x^4 - чётное

если x чётное то

~~$x^4+xq-2x$~~

xq - чётное

нечётное число не получится

$-2x$ - чётное

также если x нечётное т.к.

x^4 нечётное $+ xq$ (нечётное + нечётное = чётное) - нечётное $- 2x$ чётное

Исходя из этого ~~невозможны~~ случаи, когда p и q нечётные, то есть отбрасываем от 2 нет.

Ответ: $(q=2, p=5)$, $(q=5, p=2)$, и $(q=11, p=2)$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № _____

М А 0 0 0 2 8 6 7 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 3.

Ответ: не можем

Для выполнения условия необходимо и достаточно, чтобы разложив на простые множители числа в каждой колонке, то они были ^{в точности} идентичными ~~или~~ одинаковыми с теми же числами, что в строке и так 10 раз. (Без ковычек).

Но сделать ~~то~~ не удастся, так как минимум из-за простых чисел на интервале от 105 ^{до} 204.

Ведь, если ^{простое} число встретится ~~то~~ один раз в строке, то оно должно и встретиться в одной из ~~этой~~ строк, это было

Ведь, если встретится ~~то~~ в строке два простых числа, то они никак не встретятся в одной строке. А такая ситуация обозначает встречу и её не убедить, т.к. в интервале от 105 до 204 больше 10 простых чисел.

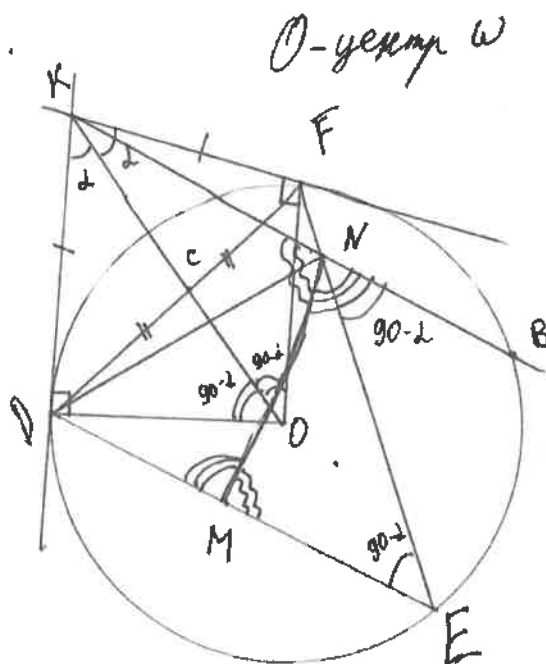
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 8 6 7 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 5.



$$KF = DK \text{ (касательные)}$$

$$OF = OD \text{ (радиусы)}$$

$$\text{Допустим } \angle KFO = \alpha$$

$$\angle KDO = \alpha \text{ так же}$$

$$\angle FOD = 360^\circ - 180^\circ - 2\alpha = 180^\circ - 2\alpha$$

$$\angle DEF = 90^\circ - \alpha$$

$$\angle DEN = \angle ENB$$

$$\text{и т.к. } \angle EMN = \angle MNK$$

$$180^\circ - 2\alpha \text{ и } \angle EMN = \alpha$$

$$\text{и } \angle NED = \angle NDE \Rightarrow \triangle DNE \text{ равнобедр.}$$

и медиана проведена под прямым углом.

$$\angle EMN = 90^\circ$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

ЦОЧ РИМ 120 г. Восточный

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	2	8	7	0	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Ермачков

Имя Артём

Отчество Дмитриевич

Дата рождения 02.11.2007

Класс 9 Б

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79003771655

Подпись Э.А.

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 8 7 0 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что задано с этой стороны листа в reverse script



1. Рассмотрим двух жителей скарвинки: „Вотто двое из всех разбойников“. Они сказали одинаковое утверждение, тем что они либо два разбойника, либо оба купцы. Если они купцы, то среди всех жителей в действительности лишь 2 разбойника, но тогда все остальные жители собрали $\Rightarrow$ разбойника 34 - противоречие. Итого, первые 2 жителя разбойники.

Если вторые 4 жителя купцы, то всего среди 36 жителей 4 разбойника, но тогда первые 2, третьи 12 и четвертые 16 жителей сказали неправду $\Rightarrow$ разбойников 32 - противоречие. Вторые 4 жителя - разбойники.

Аналогично, если третьи 12 жителей купцы, то разбойников, с одной стороны, 12, а с другой - $2 + 4 + 16 = 22 \Rightarrow$ третьи 12 жителей - разбойники.

Если последние 16 жителей - разбойники, то всего разбойников 36, ~~и~~ и каждый из них собрал, значит, ответ 36 возможен.

Если последние 16 жителей - разбойники, то, согласно их утверждению, разбойников всего 16, что правда, т.к. первые 2-е, третьи 4 и третьи 12 жителей собрали.

но все же, т.к. в жезде купцы и купцы, и разбойники, то
Ответ: 16 разбойников.

2. П.к. равенства выполнены одновременно, то они образуют систему:

$$\begin{cases} a^4 + 5a^3b = 5a^2 + 7 \\ a^3b + 6ab + 1 = a^2 + a^2 \end{cases}$$

$$a^4 + 5a^3b + a^3b + 6ab + 1 = 5a^2 + 7 + a^2 + a^2$$

$$6a^3b + 6ab = 6a^2 + 6$$

$$6ab(a^2 + 1) = 6(a^2 + 1)$$

$$6(a^2 + 1)(ab - 1) = 0$$

значит, либо $a^2 + 1 = 0$, что невозможно в $\mathbb{R}$, поскольку $a^2 \geq 0 \Rightarrow a^2 + 1 \geq 1$. тогда
 $ab - 1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{ab = 1}$

Ответ: $ab = 1$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 8 7 0 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа в рамках справа



«З» Предположим, что множества оказались одинаковыми.

Заметим, что в $[107; 204]$ найдутся 11 простых чисел, например: 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, причем ни к одному из этих чисел не будет кратно (т.к. наим. кратное к наим. из чисел равно $107 \cdot 2 = 214 > 204$)

проверим, что все числа простые с помощью леммы:

Лемма. Пусть a - составное число. тогда ~~какое-то~~ ^{простой} ~~наименьший~~ ^{делитель} a не превосходит $\sqrt{a}$.

□ q -наим. простой делитель $a \Rightarrow a = q \cdot r$, где r - наим. делитель a , $q > \sqrt{a}$, тогда $a = q \cdot r \geq q^2 > (\sqrt{a})^2 > a$ - противоречие

Нужно ли проверять $x \in [2; 12]$ (т.к. $13^2 = 169 > 163$): $x \mid i \in P$?
 $\times 2 \nmid x$, т.к. все числа нечетные; $3 \nmid x$, проверять не нужно, что $\forall i \in P$, сумма цифр $i \neq 3$; likewise $5 \nmid x$, $\forall i \in P$ сумма цифр на чет. разряде не сравнима с суммой цифр на неч. разряде по mod 11 $\Rightarrow x \nmid 11$. Остаток проверить ~~не нужно~~
 $x = 7$. $107 = 15 \cdot 7 + 2$; $109 = 15 \cdot 7 + 4$; $113 = 16 \cdot 7 + 1$; $127 = 18 \cdot 7 + 1$; $131 = 18 \cdot 7 + 5$; $137 = 19 \cdot 7 + 4$; $139 = 19 \cdot 7 + 6$; $149 = 21 \cdot 7 + 2$; $151 = 21 \cdot 7 + 4$; $157 = 22 \cdot 7 + 3$; $163 = 23 \cdot 7 + 2 \Rightarrow \forall i \in P: i \nmid x$.

В квадрате 10×10 всего 10 строк, по принципу Дирихле найдется строка $L: \forall i \in P: i \in L$ и $\forall j \in P: j \in L (i \neq j) \Rightarrow$ произведение всех чисел строки L кратно $i \cdot j$

т.к. найденные множества произведений равны, то найдется строка S , произведение чисел в которой равно произведению чисел в L , а значит, произведение чисел в S кратно $i \cdot j$

т.к. $\forall q \in P$ не выписано ни одного кратного ему, то чтобы произведение чисел $S: i \cdot j$ кратно, чтобы $i \in S$ и $j \in S$. Но все числа i и j находятся в одной строке и одной строке, но они не совпадают - противоречие

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М	А	0	0	0	2	8	7	0	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

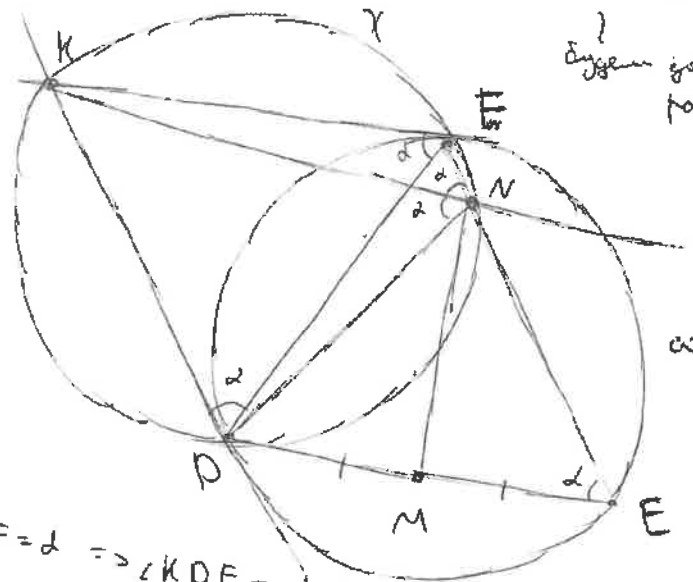
ВНИМАНИЕ! Проверается только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



15.

Заметим, что $ML \perp DE \Rightarrow DL = LE \Rightarrow \angle LED = \angle LDE$

будем доказывать
рав-во прямо



- 1) $\angle DEF = \alpha \Rightarrow \angle KDE = \angle KED = \alpha$ (критерий параллельности), $\angle FDK = \alpha$
($KD \parallel DE$)
- 2) $\angle KDF = \angle FDK = \alpha \Rightarrow DK \parallel FN$ лежат на одной окружности
равные углы по одну сторону от KF опираются на KF
- 3) $\angle KFD = 2 = \angle KND$ (в γ опир. на KD)
 $\Downarrow$
 $\angle FND = 2\alpha$
- 4) $\angle FND = 2\alpha = \angle NDE + \angle NED = \angle NDE + \alpha \Rightarrow \angle NDE = \alpha \Rightarrow \angle NDE = \angle NED$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 8 7 0 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках справа



$$x^4 + 4$$

$$y = x^4 + 4(q-2)x \quad \text{и} \quad y = 4p-16$$

Заметим, что если абсцисса точки пересечения $\in \mathbb{Z}$, то и ордината тоже, поэтому задача эквивалентна решению уравнения в целых числах:

$$x^4 + 4(q-2)x = 4p-16, \quad p, q \text{ — простые}$$

1. Пусть $p \neq 2$ и $q \neq 2$, то p и q нечетные

Если у уравнения есть решение $x_0 \in \mathbb{Z}$, то x_0 либо четный, либо нечетный. Если x_0 четное, то левая часть — сумма двух четных чисел

$$x^4 + (q-2)x = p-4$$

или у уравнения есть решение $x_0 \in \mathbb{Z}$, то

1) $x_0 \not\equiv 2$, тогда левая часть четная, а правая — нет x

2) $x_0 \equiv 2$, тогда левая часть: $16 + 16 \cdot k = 16(1+k)$ четная, а правая — нет x

2. Пусть $p = q = 2$

уравнение принимает вид: $x^4 = -2$ реш нет x

3. Пусть $p = 2$; $q \neq 2$; уравнение принимает вид:

$$x^4 + (q-2)x = -2$$

$$x(x^3 + q - 2) = -2 \quad \text{возможны случаи:}$$

$$1) x = 1; x^3 + q - 2 = -2 \Rightarrow 1 + q - 2 = -2 \Rightarrow q = -1 \quad x$$

$$2) x = 2; x^3 + q - 2 = -1 \Rightarrow 8 + q - 2 = -1 \Rightarrow q = -7 \quad x$$

$$3) x = -1; x^3 + q - 2 = 2 \Rightarrow -1 + q - 2 = 2 \Rightarrow q = 5 \quad (p=2; q=5)$$

$$4) x = -2; x^3 + q - 2 = 1 \Rightarrow -8 + q - 2 = 1 \Rightarrow q = 11 \quad (p=2; q=11)$$

4. Пусть $q = 2$; $p \neq 2$; уравнение примет вид:

$$x^4 = p-4 \Rightarrow x^4 + 4 = p$$

1) если $x = 5k+1$, то $x^4 + 4 = (5k+1)^4 + 4 \equiv 1^4 + 4 \equiv 5 \pmod{5}$

2) если $x = 5k+2$, то $x^4 + 4 = (5k+2)^4 + 4 \equiv 2^4 + 4 \equiv 0 \pmod{5}$

3) если $x = 5k+3$, то $x^4 + 4 = (5k+3)^4 + 4 \equiv 3^4 + 4 \equiv 0 \pmod{5} \Rightarrow p \equiv 5$

4) если $x = 5k+4$, то $x^4 + 4 = (5k+4)^4 + 4 \equiv 4^4 + 4 \equiv 0 \pmod{5} \Rightarrow p \equiv 5$

так, если x_0 — реш, то $x_0 \equiv 5$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 8 7 0 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамку справа



$x^4 \equiv -4 \pmod{p}$

$$(51)^4 + 4 = p$$

L — число, p — простое

Заметим, что $p = 4k+1$ или $p = 4k+3$
или $p = 4k+3$, то $x^4 + 4 \equiv 3 \pmod{4} \Rightarrow x^4 \equiv 3 \pmod{4}$
также невозможного, т.к. квадрат числа при делении на 4
даёт остатки 0 или 1.

доказ-во: пусть $a = 4k+r$ ($k \in \mathbb{Z}, 0 \leq r < 4$), тогда $a^2 = (4k+r)^2 \equiv r^2 \pmod{4}$ (т.к. или $a \equiv b \pmod{q}$, то $a^n \equiv b^n \pmod{q}$).
или $r=1$, то $a^2 \equiv r^2 \equiv 1 \pmod{4}$; $r=2$: $a^2 \equiv r^2 \equiv 0 \pmod{4}$; $r=3$:
 $a^2 \equiv r^2 \equiv 9 \equiv 1 \pmod{4}$; $r=0$: $a^2 \equiv r^2 \equiv 0 \pmod{4}$

$$\Downarrow$$

$$p = 4k+1$$

Т. Ферма-Эйлера-Лаграса: простое число вида $4k+1$
единственным образом (с точностью до перестановки и взятия
противоположных чисел) представляется в виде суммы
двух квадратов

$$p = (x^2)^2 + (2)^2 \Rightarrow \text{существует только одно}$$

x^2 , удовлетворяющее уравнению $x^2 \equiv -1 \pmod{p}$

$$\Downarrow$$

$$(p=5; q=2)$$

Ответ: $(p=2; q=5), (p=2; q=11), (p=5; q=2)$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Уфа ул. Космонавтов 3

М	А	0	0	0	2	5	5	5	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия Уразбаки

Имя Наил

Отчество Дурсанович

Дата рождения 10.12.2006 Класс 9

Предмет математика

Работа выполнена на 2 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7 997 155 10 08 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 5 5 5 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Л1

сразу обозначим, что в отбирающей одновременно группа жителей либо только ~~купцов~~ ^{купцов}, либо только разбойников, т.к. если в группе и те и те то группа которую знает какой-нибудь ~~кто~~ ^{разбойник} из этой группы будет известен, но т.к. в группе все знают одинаково группу то ~~кто~~ ^{кто} купца её спознать не сможет (и наоборот).

Далее обозначим, что только одна группа ^{может быть} из купцов, т.к. если их две то у них разные фразы о кол-ве разбойников - противореч.

группы: группа

I 2 чел - ровно 2 раз.

II 4 чел - ровно 4 раз.

III 8 чел - ровно 8 раз.

IV 14 чел - ровно 14 раз.

переберем ^{возможн.} случаи когда та или иная группа сост. из купцов: 501

I гр. из купцов тогда

разбойников - 2

купцов - $23 - 2 = 21$

ост. $\left. \begin{array}{l} \text{тогда все ост. группы} \\ \text{собрали, а значит должны} \\ \text{состать из разбойников} \end{array} \right\}$

I гр. из купцов тогда:

разбойников - 4

купцов - $23 - 4 = 19$

$\left. \begin{array}{l} \text{тогда все ост. группы собрали, а значит должны} \\ \text{состать из разбойников - противореч} \end{array} \right\}$ (т.к. их всего 8, а на ост. группы надо 26)

III гр. из купцов тогда:

разбойников - 8

купцов - $23 - 8 = 15$

$\left. \begin{array}{l} \text{тогда все ост. группы собрали, а значит должны} \\ \text{состать из разбойников - противореч} \end{array} \right\}$ (т.к. их всего 8, а на ост. группы надо 20)

IV гр. из купцов тогда:

разбойников - 14

купцов - $23 - 14 = 9$

$\left. \begin{array}{l} \text{тогда все ост. группы собрали, а значит должны} \\ \text{состать из разбойников - это и получается} \end{array} \right\}$ (т.к. $14 \text{ разб.} = \frac{2 \text{ чел}}{\text{I гр}} + \frac{4 \text{ чел}}{\text{II гр}} + \frac{8 \text{ чел}}{\text{III гр}}$) ✓

Если нет групп из купцов тогда:

разбойников - 23

купцов - 0

$\left. \begin{array}{l} \text{тогда при условии, что все группы состоят из} \\ \text{разбойников, они все собрали} \Rightarrow \text{такое могло быть} \end{array} \right\}$ ✓

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 5 5 5 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа

в рамке справа



№1 (продолжение)

Ответ: можно быть либо 14 разбойников, либо 28 разб.

№2

$$a^4 + 3a^3b + 3a^2b^2 + a^3b + 4ab + 1 = a^4 + a^2 \quad \uparrow \Rightarrow a^4 + 3a^3b + a^3b + 4ab + 1 = 3a^2 + 5 - (a^4 + a^2) \quad \uparrow -1$$

$$4a^3b + 4ab = 4a^2 + 4 \quad | :4$$

$$a^3b + ab = a^2 + 1$$

$$ab(a^2 + 1) = a^2 + 1$$

т.к. $a^2 \geq 0 \Rightarrow a^2 + 1 \geq 1 \Rightarrow$ на эту сторону сократить можно

$$ab = 1$$

Ответ: $ab = 1$

№3

Возьмем ли мы одно из всех этих 100 чисел не
делится на другое число (т.к. $103 \cdot 2 > 202$) $\Rightarrow$
 $\uparrow$ иначе $\uparrow$ так же

$\Rightarrow$ возьмем 11 чисел в разложении на простые множители
которые присудят простое число которого нет в
разложении ни одного другого (либо само число простое)

- 142 (71 · 2) (71 · 3 > 202)
- 146 (73 · 2) (73 · 3 > 202)
- 158 (79 · 2) (79 · 3 > 202)
- 166 (83 · 2) (83 · 3 > 202)
- 178 (89 · 2) (89 · 3 > 202)
- 182 (91 · 2) (91 · 3 > 202)
- 184 (92 · 2) (92 · 3 > 202)
- 202 (101 · 2) (101 · 3 > 202)
- 103
- 107
- 113
- 127

погда совершенно точно будет столбец в
котором будет минимум два из этих
чисел, но в строке ~~будет минимум~~ одного
с одним из этих двух в столбце ни
у одного числа не будет в разложении
простого числа, которое было в второй
строке из столбца $\Rightarrow$ то не произведение,
что и в нем столбце получится
не может Ответ: нет

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Уфа Космонавтов 8

М	Н	0	0	0	2	7	4	8	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Ахметшин

Имя Рагмир

Отчество Азатович

Дата рождения 25.10.2006 Класс 9

Предмет математика

Работа выполнена на 12 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89173543288 Подпись А. Раг

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Апелляционной комиссии
Университетской олимпиады школьников
«Бельчонок»

по

математике

(предмет)

от

Ахметшина Радмира Азатовича

(ФИО участника)

Адрес площадки проведения

г. Уфа, ул. Космонавтов д. 1

Класс

9

Шифр

МА0002748223

Апелляционное заявление на результаты проверки олимпиадной работы

Прошу пересмотреть результаты проверки моей олимпиадной работы.

Задача № 1 (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № (Номер задачи/выставленный за нее балл)

Основанием для пересмотра баллов считаю:

Задача № 1: Я задавал вопрос по 1 задаче, касаясь того, обязательно ли
Задача № : ...
Задача № : ...
Задача № : ...
Задача № : ...
Задача № : ...
Задача № : ...
О себе сообщаю: 89173543288 (номер контактного телефона)

Результат рассмотрения апелляции прошу сообщить

mg173543288@gmail.com (адрес электронной почты)

Дата и время подачи апелляции (время – красноеярское): 21.12

Подпись участника Олимпиады: А. Ахметшина

ЗАПОЛНЯЕТСЯ АПЕЛЛЯЦИОННОЙ КОМИССИЕЙ

Дата и время рассмотрения апелляции (время – красноеярское) 10.04.23 13:00

Комментарии апелляционной комиссии:

Решение в целом верное. Однако оно содержит неточность:
не рассмотрен случай, когда все верные ответы – разобраны – 12 баллов.
Решение может быть верным после этой дополнения – 12 баллов.
Результат рассмотрения апелляции:
Оставить без изменений выставленные баллы за задачу №1.

Члены Апелляционной комиссии:

Михайлова Е.К. / [подпись]
Шамкина Ю.В. / [подпись]
Шефер И.А. / [подпись]

Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Бельчонок»

от Ахметшина Рагмиса Азамовича
(ФИО участника)

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по математике выполненной 19 февраля 2023 г. на площадке Республика Уфа
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

89177962898 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

r.917354328@yandex.ru (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 19.02 февраля 2023

Подпись участника Олимпиады: А. Раг

ШИФР РАБОТЫ МА 0002748223

КЛАСС 9

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

Дата и время отправки работы (время – красноярское) _____

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 7 4 8 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N2

$$\begin{cases} a^4 + 5a^3b = 5a^2 + 7 \\ a^3b + 6ab + 1 = a^4 + a^2 \end{cases} \quad \begin{cases} a^4 + 5a^3b - 5a^2 - 7 = 0 \quad (1) \\ a^3b + a^4 + a^2 - a^3b - 6ab - 7 = 0 \quad (2) \end{cases}$$

Вычитая из 1 уравн. 2. ~~3ab~~

1	2	3	4	5	Σ
12	20	20	8	20	80

$$a^4 + 5a^3b - 5a^2 - 7 - a^4 - a^2 + a^3b + 6ab + 1 = 0$$

$$6a^3b - 6a^2 + 6ab - 7 = 0$$

$$a^3b - a^2 + ab - 1 = 0$$

$$a^2(ab - 1) + (ab - 1) = 0$$

$$(a^2 + 1)(ab - 1) = 0$$

$$\cancel{[a^2 + 1 \geq 1]}$$

(a^2 всегда ≥ 0 , тогда $a^2 + 1 \geq 1$; значит $a^2 + 1$ не может быть равно 0)

$$\begin{cases} a^2 + 1 = 0 \\ ab - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow ab = 1 \quad \begin{matrix} \text{Тогда } a^2 + 1 = 0 \\ (ab - 1 = 0 \\ ab = 1) \end{matrix}$$

Ответ: ~~ab = 1~~ 1

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках справа



М А О О О 2 7 4 8 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

Раз все жители бы сказали лжешь,
Значит одно утверждение точно верно
(есть купец среди них кот. сказал правду).

Следует разбойников 2 или 4 или 6 или 8.

I случай (2 разб.)

Если всего 2 разбойника, тогда когда
говорили 4 человека, должен показаться
купец, который скажет правду. (4 чел.
(выбрать нежел, может быть 2 разб.)

Значит разбойников 4. Это противоречит
изначальному допущению. Значит 2
разбойников не может быть.

II случай (пусть 4 разб.)

Тогда когда 12 человек говорили,
среди них есть купец который сказал
правду, $(12 > 4)$, будет это один купец

Значит разбойников 12, это противоречит
изначальному допущению. Значит 12
разб. не может быть



н (продолж.)

III случай (Пусть 12 разбойн.)

Тогда когда 18 человек говорят,
 Среди них есть кучу. ($18 \text{ чел} > 12 \text{ разб.}$
 значит хотя 1 кучу должен быть).

Он говорит правду, значит разбойников
 18. Это против. изначальному допущению.
 Значит 12 не разб. не подходит.

IV случай

18 разбойников не подходит.

Пример. Если когда 2, 4, 12 человек говорят,
 это говорят разбойники, когда 18 чел.
 говорят все кучу.

Ответ: 18. разбойников

"Как-то встретились 36 жителей"



отсюда не следует, что не может
 быть ситуацией, когда все встретившиеся
 разбойники.

125



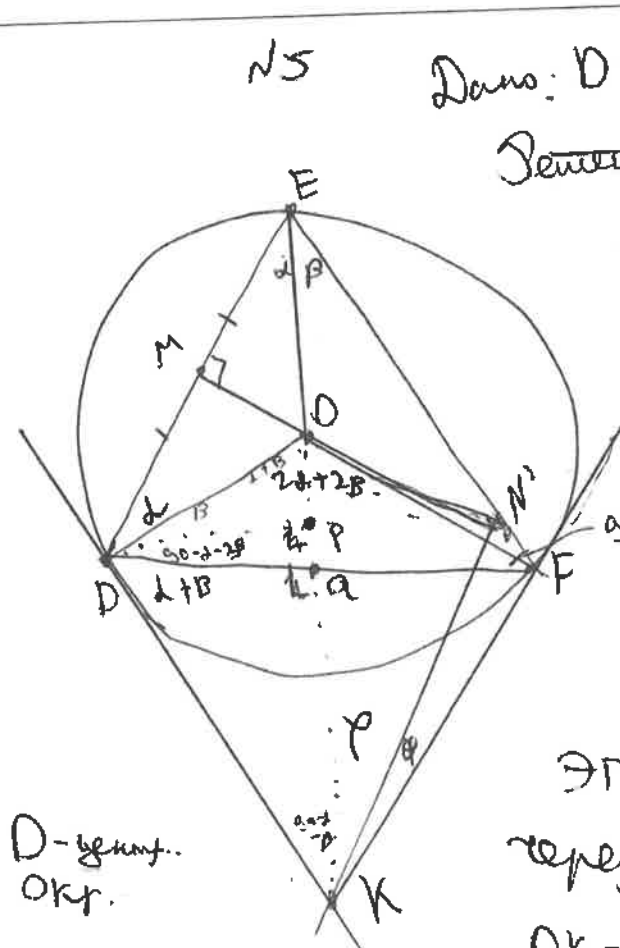
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М Н О О О 2 7 4 8 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Дано: $DM = ME$; $DE \parallel KN$

Решение: $\angle ODK = 90^\circ$; $\angle OFK = 90^\circ$

Решение: Допустим

Точка N' , это точка пересечения EF с серед.

$90^\circ - \alpha$ перпенд. от стороны M DE . Точка.

О лежит на

пересеч. ср. пер., значит.

Этом ср. пер. пройдет через O .

$DK = FD$ касат. из одной точки.

$EO = DO = OF \neq r$ (окр.)

Пусть $\angle DEO = \alpha$; $\angle OEF = \beta \Rightarrow$

$\angle DEF = \alpha + \beta = \frac{1}{2} \angle DFE \Rightarrow \angle DFE = 2\alpha + 2\beta =$
 $= \angle DOF$. Вокруг. сег. $DDFK$

можно рис. окр. ($\angle D + \angle F = 90^\circ$)

Судь как на d OK . ($\angle KFO = 90^\circ$)

$\triangle EDD - \text{пр. } \triangle (ED \perp DO) \Rightarrow \angle DEO = \angle FDO$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 7 4 8 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$\triangle EN'D$ - пр.с (рег. совн. с бисс.) $\Rightarrow$

$$\angle DEN' = \angle EDN' = \alpha + \beta \Rightarrow$$

$$\angle DDN' = \beta \Rightarrow \angle N'DK = 90^\circ - \beta - \beta$$

$$\angle DKF = 360^\circ - 180^\circ - 2\alpha - 2\beta = 180^\circ - 2\alpha - 2\beta$$

КО - дуга угла DKF (касат.) $\Rightarrow$

$$\angle DKD = 90^\circ - \alpha - \beta$$

OK макс. дуг. $\angle DOF$ (р.к. и к.ф. кас.)
(бисс. $\Rightarrow$)

$$\triangle DOF - \text{пр.с} \Rightarrow$$

OK - бисс. та; дуг, рег.

$$\angle DOQ = \alpha + \beta \Rightarrow$$

$$\angle DOF = 90^\circ - \alpha - \beta \Rightarrow$$

$$\angle N'D$$

$$\angle N'DK = 90^\circ - \beta$$

$\triangle EOF$ - пр.с. $(EO = OF) \Rightarrow$

$$\angle OEF = \angle OFE = \beta \Rightarrow$$

$$\angle EOF = 180^\circ - 2\beta$$

$$\angle DFE = 180^\circ - 2\alpha$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 7 4 8 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$\angle FOF = 360 - \angle EOD - \angle DOF = 180$$

$$360 - 180 + 2\alpha - 2\alpha - 2\beta = 180 - 2\beta \Rightarrow$$

$$\angle N'OF = \angle EOF - \angle$$

О к максисе бис. $\angle DOF$ / РК ч

KF кас.

свойство.

О - центр.

К - точка

из кот.

из 6. кот.

$$\angle DOQ = \alpha + \beta \Rightarrow \angle QOQ = 90 - \alpha - \beta$$

$$\angle N'OA = 90 - \alpha - \beta - \beta = 90 - \alpha - 2\beta \Rightarrow$$

$$\angle PRQ = \alpha + 2\beta = \angle OPN' \text{ (верт.)} \Rightarrow$$

$$\angle EN'M = 90 - \alpha - \beta = 90 - \angle MEN' \Rightarrow$$

$$\angle EON' = 180 - \beta - 90 + \alpha + \beta = 90 + \alpha \Rightarrow$$

$$\angle N'OF = \angle EOF - \angle EON' = 180 - 2\beta - 90 - \alpha =$$

$$90 - 2\beta - \alpha \Rightarrow \angle KPN' = \angle KOF + \angle FON' =$$

$$= \alpha + \beta + 90 - \alpha - 2\beta = 90 - \beta \Rightarrow \angle PKN' =$$

$$= \angle PKN. \angle PKN = \angle OPN' \text{ (верт.)}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М Н О О О 2 7 4 3 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$\triangle O P K \sim \triangle O P N' \text{ (по 2 уг.)} \Rightarrow$$

$$\frac{OP}{OP} = \frac{PK}{PN'} \Rightarrow \frac{OP}{PK} = \frac{OP}{PN'};$$

$$\angle D P O = \angle K P N' \text{ (верт.)} \Rightarrow$$

$$\triangle O P O \sim \triangle K P N' \text{ / по углу и 2 пропор. сторонам } \Rightarrow$$

$$\angle O P N' = \angle O K N' = \beta \Rightarrow$$

$$\angle P K N' = \angle P K Q + \angle Q K N' = 90^\circ - \alpha.$$

$$\angle P N' K = 180^\circ - \angle N' D K - \angle P K N' = 180^\circ - 90^\circ + \beta -$$

$$90^\circ + \alpha = \beta + \alpha \Rightarrow \angle P N' K = \angle N' P E \text{ (накр.)} \Rightarrow$$

$$P E \parallel K N' \text{ (накр. углы равны)} \Rightarrow$$

$$N' \text{ совпадает с точкой } N. \text{ Значит, } \angle N' M E = \angle N M E \text{ (} N \text{ и } N' \text{ лежат в одной точке)} \Rightarrow$$

$$D E \perp M N. \text{ Ч.Т.Д.}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 7 4 8 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

Допустим, что могут оказаться одинаковые
числа. Рассмотрим простые числа
которые встречаются одна раз в
промежутке с 105 до 104. Допустим.

Они ~~стоят~~ в каком-то столбце
такое число в строке в каком-то
столбце, тогда он должен стоять в
строке, в которой произведение чисел
равно тому столбцу, где стоит это
число. Тогда это число стоит на
пересечении ~~этой~~ этого столбца и
строки. Это одна ~~клетка~~, значит в
каждо ~~значит~~, если в ^{этой} столбце будет еще
и простое число которое встречается

(Будет называться столбцы и строки
равными, если их произведение
чисел равны.)

Тогда это число ~~стоит~~ на пересечении
~~столбца и равной ему строки~~. ~~Значит~~
может только стоять только на
пересечении столбца и равной ему
строки.

ВНИМАНИЕ: Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 7 4 8 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Тогда в каждом столбце и строке не более 1 простого числа, которое встречается один раз. Значит их не больше 10.

Простых чисел которые встречаются один раз в промежутке от 105 до 204, больше 10. Значит в каком-то столбце

будет 2 простых числа, которые

встречаются один раз, значит какой-то строки не существует.

(2 пересеч. между столбцом и этой строкой гарантировано)

Значит изначальное утверждение неверно.

Значит нельзя.

~~Ответ~~ Ответ: нет

(простые числа в промежутке от 105 до 204 которые встреч. 1 раз: 199, 197, 191, 193, 181, 183, 181, 179, 177, 107, 103, 109. их больше 10)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 7 4 8 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверка только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№ 4

$$y = 4x^4 + 4(q-2)x. \quad f(x) = 4x^4 + 4(q-2)x.$$

Заметим что $q-2 \geq 0$, значит.

$$(q \geq 2) \quad a = q-2, \quad (a \in \mathbb{N})$$

Это функция возрастает так, $4x^4 + 4ax$, $4x(x^3 + q-2)$

$$f(0) = 0. \quad 4x^4 + 4ax \text{ всегда } \geq 0.$$

~~Заметим $f(0)$:~~

~~Заметим, что~~

Заметим, что $y = 4q - 16$, прямая //

оси Ox .

Заметим что $x \equiv -1 \pmod{4}$ корень y .
по модулю $\pmod{4}$.

Заметим, что все прост. числа, кроме 2 дают остаток $q \equiv 1 \pmod{4}$. (квадр. прост. $q \equiv 1 \pmod{4}$ значит $q \equiv 1 \pmod{4}$)
А 2 не подходит. $y: -8$

$$4x^4 + 4(q-2)x = -8$$

$$x^4 + x(x^3 + q-2) = -2.$$

$$x = -1 \quad -1(q-1) = -2 \quad q = 3.$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 7 4 8 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Значит $p-4$ ~~даёт~~ оста ~~м~~ остаток.

$$4x^4 + 4(q-2)x = 4(p-4)$$

$$x^4 + (q-2)x = p-4$$

$$x^4 + (q-2)x \equiv 1$$

$$x^4 + (q-2)x \equiv -1$$

Заметим, x четн. не может быть.
(если x четн. чет. + чет. = чет.)

~~Ответ: (2; 3)~~

Тогда x^4 даёт остаток при

делении на 4. ~~1~~

Квадраты при : 4 дают ост. 1.)

Тогда $(q-2)x$ даёт остаток

при делении - 1 не может быть

как x^2 при : 4

Значит $(q-2)x \equiv 0 \Rightarrow q-2:4 \Rightarrow$

$|x - \text{неч.}, \text{но } 7 \text{ делит не дел}$ $q - \text{четн.}$

А

(только четн это только
числа: 4, 2.
 $q-2 - \text{четн} \Rightarrow q - \text{четн.}$)

~~Ответ: (2; 3)~~

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М	А	О	О	О	2	7	4	3	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



$$a = 2 - \text{не могу}$$

$$4x^4 = 4p - 16$$

$$x^4 = p - 4$$

$$p = 5 \quad x = 1$$

Если x не могу. (по сути, если)

$$p = \text{тогда } p = \underbrace{[x^4]}_{\text{перем}} + 4$$

$$\text{Ответ: } (2; 3), (\underbrace{[x^4]}_{\text{перем}} + 4; 2)$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Брянск

М	А	0	0	0	2	5	0	0	7	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Селищев

Имя Тигран

Отчество Шехарович

Дата рождения 15.12.2006

Класс 10

Предмет Математика

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89180755378

Подпись Тигран

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Вариант № 3

М	А	0	0	0	2	5	0	0	7	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



N 3

$$abc = 1$$

$$a+b+c \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

$$a+b+c \geq \frac{ab+ac+bc}{abc}$$

$$a+b+c \geq ab+ac+bc$$

Поскольку заданные неравенства и равенство симметричны, то достаточно рассмотреть тройку чисел для каждого случая.

Раз $abc = 1$, то количество отриц. чисел четное.

Рассмотрим случай, когда $a \geq 0, b < 0$ и $c < 0$

$$a+b+c - a(b+c) - bc \geq 0$$

$$a + (1-a)(b+c) - bc \geq 0$$

$$bc = \frac{1}{a}$$

$$a - \frac{1}{a} + (1-a)(b+c) \geq 0$$

$$\frac{a^2-1}{a} + (1-a)(b+c) \geq 0$$

Предположим, что $a < 1$

Тогда: $a^2 - 1 < 0$ и $(1-a)(b+c) < 0$ т.е. неравенство заданное условием не выполняется. Значит, если $b < 0$ и $c < 0$, то $a \geq 1$.

В силу симметрии это верно для любой тройки чисел, т.е. если $b < 0$ и $a < 0$, то $c \geq 1$ и т.д.

Рассмотрим случай, когда $a \geq 0, b \geq 0$ и $c \geq 0$.

Предположим, что $a \geq 1, b \geq 1$ и $c \geq 1$. Тогда: $a + (1-a)(b+c) - bc \geq 0$

$$\frac{1}{bc} - bc + (1-a)(b+c) \geq 0, \text{ но если } a \geq 0, b \geq 0 \text{ и } c \geq 0, \text{ то}$$

$$\frac{1}{bc} - bc < 0 \text{ и } (1-a)(b+c) < 0, \text{ а значит нер-во заданное условием не выполняется. (Если } a \in [0; 1), b \in [0; 1) \text{ и } c \in [0; 1),$$

Рассмотрим случай, когда 2 числа больше 1, то $abc \neq 1$.

Тогда: $a - bc + (b+c)(1-a) \geq 0$

$$a - \frac{1}{a} + b+c - ab - ac \geq 0$$

$$a - \frac{1}{a} + b + \frac{1}{ab} - ab - \frac{1}{b} \geq 0$$

$$\frac{a^2b + ab^2 - a - b - a^2b^2 + 1}{ab} \geq 0$$

$$\frac{ab(a+b-ab) + (1-a-b)}{ab} \geq 0$$

а 1 меньше 1:

$$a \geq 1, b \geq 1, c > 0, c < 1$$

(если $c < 0$, то $abc \neq 1$).

$$ab \geq 0, \text{ но } (1-a-b) < 0 \text{ и}$$

$$a+b-ab < 0 \text{ т.к. } a \geq 1 \text{ и } b \geq 1,$$

а значит это неверно,

а для выполнения условия 2 числа должны быть меньше 1, а одно больше 1.

Вариант № 3

М А О О О 2 5 0 0 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N2

Все числа Иры (которые она может составить)

321	421	521	621	721	821	431	531	631
731	831	541	641	741	841	651	751	851
761	861	871	432	532	632	732	832	542
642	742	842	652	752	852	762	862	872
543	643	743	843	653	753	853	763	863
873	654	754	854	764	864	874	765	865
875	876							

Всего 56 чисел у Артема все же самые числа, да еще:

921	931	941	951	961	971	981	932	942
952	962	972	982	943	953	963	973	983
954	964	974	984	965	975	985	976	986
987								

Всего у Артема 84 числа. Всего комбинаций 56 · 84. Рассмотрим то, сколько комбинаций, когда число Артема больше. Если Ира берет 321, то у Артема 83 больше числа, если ⁴²¹331, то у Артема 82 больше числа и т.д., пока мы не дойдем до макс. числа Иры 876. Тогда у Артема 28 больше 876 чисел. То есть кол-во случаев, когда Артем выигрывает — это сумма посл. чисел с 28 по 83: $28 + 29 + \dots + 82 + 83 = \frac{56 \cdot (83 + 28)}{2} = 28 \cdot 111 = 84 \cdot 37$. А всего комбинаций 84 · 56. Т.е. вероятность того, что число Артема больше числа Иры $\frac{84 \cdot 37}{84 \cdot 56} = \frac{37}{56}$.

М	А	О	О	О	2	5	0	0	7	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



N5

Компаний из 3 человек, в которые входят 3 девушки
стоящие подряд 10. (N_3)

Компаний из 4 человек $N_3 \cdot (10-4) = 60 = N_4$

Компаний из 5 человек $N_4 \cdot (10-5) = 300 = N_5$

Компаний из 6 человек $N_5 \cdot (10-6) = 1200$

$N = N_3 + N_4 + N_5 + N_6 = 1570$ По очевидным причинам

рассматривать компании из 1 и 2 девушек не нужно.

Ответ: 1570.

N1

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3yzx = (x+y+z)(x^2 - xy + y^2 - yz + z^2 - xz)$$

$$z(y+z)(y^2 - yz + z^2) = (x+y+z)(x^2 - xy + y^2 - yz + z^2 - xz)$$

$$x+y+z = \frac{2x^2(y^2 - yz + z^2)}{(x-y)^2 + (y-z)^2 + (x-z)^2} ?$$

$$x+y+z = \frac{x^2 + 2x}{2} ?$$

$$x+2 = \frac{4x(y^2 - yz + z^2)}{(x-y)^2 + (y-z)^2 + (x-z)^2}$$

при $x=2, y=1, z=1$ и

при $x=0, y=0, z=0$

$x+y+z=4$ и $x+y+z=0$

соответствует верно и

система имеет решения $\{2; 1; 1\}$ и $\{0; 0; 0\}$.

Ответ: 0; 4.

Неизвестно.

Походит на подбор

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Красноярск сору

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	2	6	7	5	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант № 2

Фамилия Ралейчик

Имя Никита

Отчество Владиславович

Дата рождения 21.07.2006 Класс 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы 26.2.2023

Номер телефона +7 991 374 78-76 Подпись Ник

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Вариант № 2

M A O O O 2 6 7 5 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

~~Задача 2.~~ Задача 2.

1	2	3	4	5	Σ
0	20	20	5	0	45

Ответ: 0, 7.

Решение:

У Феди и Лены получается по числу, таким образом получается пара Фединого и Лениного числа. ~~Вопрос~~ Искомая вероятность будет равна количеству различных пар Фединого и Лениного числа, при которых Федино больше, делённому на кач-во различных пар Фединого и Лениного числа (всего возможных).

Посчитаем, сколько Федя и Лена могут составить чисел: они выбирают по 3 цифры из 7 (Федя) и 6 (Лена). Воспользуемся формулой сочетаний: $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

$$\text{Федя: } \frac{7!}{3!(7-3)!} = 35.$$

$$\Rightarrow \text{кач-во всевозможных пар чисел} =$$

$$\text{Лена: } \frac{6!}{3!(6-3)!} = 20.$$

$$= 35 \cdot 20 = 700, \text{ т.к. каждому из Фединых чисел может соответствовать Ленино.}$$

Посчитаем кач-во пар чисел, в которых Федино больше. Для каждого из Фединых чисел посчитаем, кач-во чисел Леньино не, которые может составить Лена. ~~Будем~~

~~Разобьём Федины числа на группы: Сумма этих ко-
личеств для каждого из Фединых чисел и есть
кач-во пар чисел, в которых
Федино больше.~~

Разобьём числа Федя на 2 группы:

1) Не имеют цифры 1.

2) Имеют цифру 1.

3) [1-ая группа]

Заметим, что числа состоят из набора $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $\Rightarrow$ множество чисел 1-ой группы совпадает с множеством чисел, которые может составить Лена. Как мы посчитали ранее, их таких чисел 20. Заметим их в порядке возрастания: $c_1, c_2, c_3, \dots, c_{19}, c_{20}$. Где c_i - i -ое в порядке возрастания число из указанного множества.





Для числа c_1 есть 0 чисел меньше него, для числа c_2 - одно (c_1), для c_3 - два (c_1, c_2), для c_i - $i-1$ ($c_1, \dots, c_{i-1}$), для c_{20} - 19 чисел меньше него. $\Rightarrow$ кан. во пар чисел, в которых Федино больше и принадлежит той группе (без цифры 7) = сумме чисел от 1 до 19. Т.к. с числом c_2 можем составить одну пару (кан. с $c_3 - 2$ и т.д. С c_2 - 19 пар $\sum_{i=1}^{n-1} i = \frac{(n+1)n}{2} \Rightarrow \sum_{i=1}^{19} i = \frac{20 \cdot 19}{2} = 190$.

[2-ая группа:]

Т.к. ^{все} эти числа ~~не~~ делятся на 7, а число из меньш. на цифру ≤ 6 , т.е. по ч.р. 3-х значное, то каждый из ~~этих~~ Фединых чисел этой группы больше модуса Лениного. $\Rightarrow$ кан. во пар чисел, в которых Федино больше и принадлежит той группе = произведению кан. во Фединых чисел этой группы на кан. во Лениных чисел, т.е. каждому из Фединых чисел этой группы мы можем составить модус Лениного. $\Rightarrow$

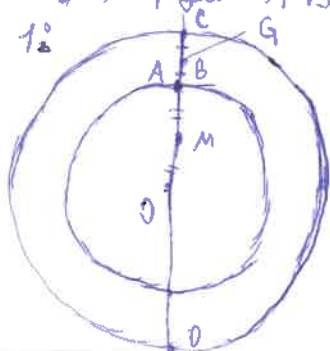
Всего у Феди 35 чисел, 20 из них в первой группе $\Rightarrow$ во второй $35 - 20 = 15$. У Лены 20 чисел. $\Rightarrow$ кан. во указанных пар = $15 \cdot 20 = 300$.

Всего пар чисел (Федино; Ленино), в которых Федино больше = $190 + 300 = 490$. Искомая вероятность = $\frac{490}{700} = 0,7$.

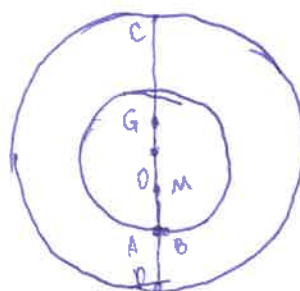
Задача 4.

Ответ: 4.

~~Отрезок~~ ~~хорда~~ хорда А положения хорды АВ и точек С и D длина отрезка GM не зависит она одинакова во всех случаях. рассмотрим два случая: в которых хорда АВ стала мала, что соприкоснется к точке.



2:



Части. случай

Случай 1:

$$GM = GA + AM.$$

$$GA = \frac{CA}{2}; \quad CA = CO - BO = 3. \Rightarrow GA = 1,5$$

$$AM = \frac{AO}{2} = \frac{5}{2} = 2,5. \quad GM = 1,5 + 2,5 = \textcircled{4}$$

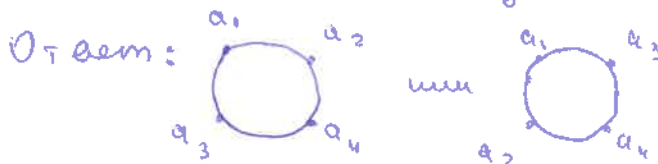
Случай 2:

$$GM = GA - AM$$

$$GA = \frac{CA}{2}; \quad CA = CO + OA = 8 - 5 = 3 \Rightarrow GA = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$AM = \frac{AO}{2} = \frac{5}{2} = 2,5. \quad GM = 1,5 - 2,5 = \textcircled{-1}. \text{ В обоих случаях получаем } GM = 4$$

Задача 3.



более формально:
будем перемещаться по
часовой стрелке:

$$a_1 \rightarrow a_3 \rightarrow a_4 \rightarrow a_2 \text{ или } a_1 \rightarrow a_2 \rightarrow a_4 \rightarrow a_3$$

Решение:

Всего возможно 6 расположений по часовой стрелке:



в парах $(1,5); (2,4); (3,6)$ значения A одинаковы $\Rightarrow$

~~всего существует 3 расположения~~ расположения 1, 2, 3 дают все возможные значения A .

Пусть:

$$x = a_2 - a_1$$

$$y = a_3 - a_2$$

$$z = a_4 - a_3$$

Заметим, что

т.к. $a_2 > a_1$; $a_3 > a_2$; $a_4 > a_3$;то x, y, z - положительные.

числа.

Выпишем значения A :
 A_i - значение A для i -ого случая расположения.

$$A_1 = (a_2 - a_1)^2 + (a_3 - a_2)^2 + (a_4 - a_3)^2 + (a_1 - a_4)^2 =$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 + ((a_1 - a_3) + (a_3 - a_2) + (a_2 - a_1))^2 = x^2 + y^2 + z^2 + (x + y + z)^2$$

$$A_2 = (a_2 - a_1)^2 + (a_4 - a_2)^2 + (a_4 - a_3)^2 + (a_3 - a_1)^2 =$$

$$= x^2 + ((a_4 - a_3) + (a_3 - a_2))^2 + z^2 + ((a_3 - a_2) + (a_2 - a_1))^2 =$$

$$= x^2 + (z + y)^2 + z^2 + (y + x)^2$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

1	4	0	0	0	2	6	7	5	2	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$A_3 = (a_3 - a_1)^2 + (a_3 - a_2)^2 + (a_4 - a_2)^2 + (a_4 - a_1)^2 = ((a_3 - a_2) + (a_2 - a_1))^2 + y^2 + ((a_4 - a_3) + (a_3 - a_2))^2 + ((a_4 - a_3) + (a_3 - a_2) + (a_2 - a_1))^2 =$$

$$= (y+x)^2 + y^2 + (z+y)^2 + (z+y+x)^2$$

A_3 не является ~~наименьшим~~ наименьшим, т.к. $A_1 < A_3$, т.к.

$$(x+y+z)^2 + x^2 + y^2 + z^2 < (x+y+z)^2 + (x+y)^2 + y^2 + (z+y)^2, \text{ т.к.}$$

$$x^2 + z^2 < (x+y)^2 + (z+y)^2, \text{ т.к. } \begin{matrix} x+y > x \Rightarrow (x+y)^2 > x^2 \\ z+y > z \Rightarrow (z+y)^2 > z^2 \end{matrix}$$

сложив, получим: $(x+y)^2 + (z+y)^2 > x^2 + z^2$

Следовательно, минимум или экстр. A_1 или A_2 . Сравним их:

$$A_1 = x^2 + y^2 + z^2 + (x+y+z)^2 = 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2xy + 2xz + 2yz =$$

$$= 2(x^2 + y^2 + z^2 + xy + xz + yz)$$

$$A_2 = x^2 + z^2 + (z+y)^2 + (y+x)^2 = 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2yz + 2xy =$$

$$= 2(x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz)$$

итак, $A_2 < A_1$, т.к.

$$2(x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz) < 2(x^2 + y^2 + z^2 + xy + xz + yz), \text{ т.к.}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz < x^2 + y^2 + z^2 + xy + xz + yz, \text{ т.к.}$$

$0 < xz$, т.к. x и z - положительные $\Rightarrow xz$ - положительное.

Итак, способ расположения z даёт наименьшее значение A .

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Красноярск

М	А	О	О	О	2	8	7	5	3	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 2

Фамилия Тимофеев (ТИМОФЕЕВ)

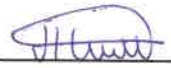
Имя Владимир (ВЛАДИМИР)

Отчество Иванович (ИВАНОВИЧ)

Дата рождения 01.10.2006г. Класс 10

Предмет математика (МАТЕМАТИКА)

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы 26.02.2023г.

Номер телефона 89659127473 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Вариант № 2

М А О О О 2 8 7 5 3 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N1

1	2	3	4	5	Σ
5	20	20	0	20	65

100%

$$\begin{cases} 2x + \frac{3x-y}{x^2+y^2} = 3 & (1) \\ 2y - \frac{x+3y}{x^2+y^2} = 0 & (2) \end{cases}$$

$$x, y \neq 0, \text{ зн. } x^2 + y^2 > 0$$

$$\begin{aligned} (2) \quad 2y &= \frac{x+3y}{x^2+y^2} \quad \left| \begin{array}{l} x^2+y^2 \neq 0 \\ 2y \neq 0 \end{array} \right. \\ x^2+y^2 &= \frac{x+3y}{2y} \quad \text{, } x+3y \neq 0 \text{ м.к. } 2y \neq 0 \end{aligned}$$

$$(1) \quad \frac{3x-y}{x^2+y^2} = 3-2x \quad \left| \begin{array}{l} \cdot x^2+y^2 \neq 0 \\ 3-2x \neq 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{если } 3-2x=0, \text{ то } 3x-y=0 \\ 3x=y \end{array}$$

$$\begin{aligned} x^2+y^2 &= \frac{3x-y}{3-2x} \\ (2) \quad 2y - \frac{(x+3y)(3-2x)}{3x-y} &= 0 \end{aligned}$$

$$2y - \frac{x+3y}{x^2+y^2} = 0$$

$$6x - \frac{10x}{10x^2} = 0$$

$$\begin{aligned} 6x &= \frac{1}{x} \quad \text{но } 3-2x=0 \\ 6x^2 &= 1 \quad 2x=3 \\ x &= \pm \frac{1}{\sqrt{6}} \quad x = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$y = 3x = \pm 3\sqrt{\frac{1}{6}} \quad \text{кратимов кол}$$

$$\frac{2y(3x-y) - (x+3y)(3-2x)}{3x-y} = 0$$

$$6xy - 2y^2 - 3x + 2x^2 - 9y + 6xy = 0$$

$$2x^2 - 2y^2 + 12xy - 3x - 9y = 0$$

$$(1) \quad 2x + \frac{3x-y}{x^2+y^2} = 3$$

$$2x + \frac{(3x-y)2y}{x+3y} = 3$$

$$\frac{2x(x+3y) + (3x-y)2y - 3(x+3y)}{x+3y} = 0$$

$$2x^2 + 6xy + 6xy - 2y^2 - 3x - 9y = 0 \quad \text{м.к. } x+3y \neq 0$$

$$2x^2 - 2y^2 + 12xy - 3x - 9y = 0$$

поразительное сходство

~~Здесь можно писать больше~~если $x=1$ и $y=1$, то

$$2x + \frac{3x-y}{x^2+y^2} = 2 + \frac{3-1}{2} = 2 + \frac{2}{2} = 2 + 1 = \underline{\underline{3}}$$

$$2y - \frac{x+3y}{x^2+y^2} = 2 - \frac{1+3}{2} = 2 - \frac{4}{2} = 2 - 2 = \underline{\underline{0}}, \text{ зн. } (1; 1) - \text{корень.}$$

Ответ: $(x=1, y=1)$.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Вариант № 2

М А О О О 2 8 7 5 3 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2.
Заметим, что если Федя записал цифру 7, то его число больше числа Лены.

Федя выбирает число 7 в C_6^2 случаях, то-есть выбирает 2 цифры из 6 оставшихся; $C_6^2 = \frac{6!}{4! \cdot 2} = \frac{5 \cdot 6}{2} = 5 \cdot 3 = 15$. всего $C_7^3 = \frac{7!}{3! \cdot 4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{2 \cdot 3} = 5 \cdot 7 = 35$ вариантов для Федей.
если Федя не выбрал число 7, то он выбрал один из $C_6^3 = \frac{6!}{3! \cdot 3!} = 20$ вариантов.
Лена тоже выбрала один из $C_6^3 = 20$ вариантов.

выразимось того, что они выбрали одинаковые цифры - $\frac{1}{20}$ (т.к. всего 20 вариантов),
если они выбрали разные цифры, то Федино число больше с вероятностью $\frac{1}{2} = 0,5$ т.к. они выбирают из одинаковых наборов.

всего вариантов выбора Лены и Федей - $C_6^3 \cdot C_6^3 = 20 \cdot 20 = 400$, $400 \cdot \frac{19}{20} - 20 \cdot 19 = 380$
вариантов, когда они выбрали разные числа, и в половине Федей побеждает,
то-есть с шансом $\frac{190}{400} = \frac{19}{40}$ Федей побеждает;

вернёмся в начало и рассмотрим все варианты Федей:

их $C_7^3 = 35$, в $C_6^2 = 15$ Федей побеждает точно, а в остальных случаях $C_6^3 = 20$, она побеждает с шансом $\frac{19}{40}$, и того шанс на победу

$$\frac{\frac{19}{40} \cdot 20 + 15}{35} = \frac{\frac{19}{2} + 15}{35} = \frac{9,5 + 15}{35} = \frac{24,5}{35} = \frac{245}{350} = 0,7$$

$$\begin{array}{r} 245 \overline{) 350} \\ - 245 \\ \hline 50 \\ - 50 \\ \hline 0 \end{array}$$

Ответ: с вероятностью 0,7 Федей число окажется больше.

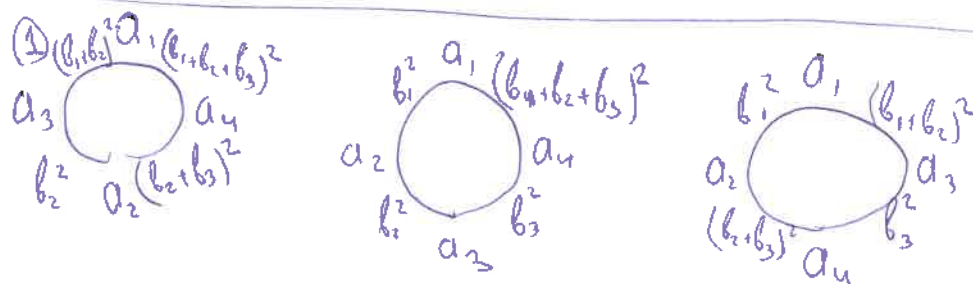
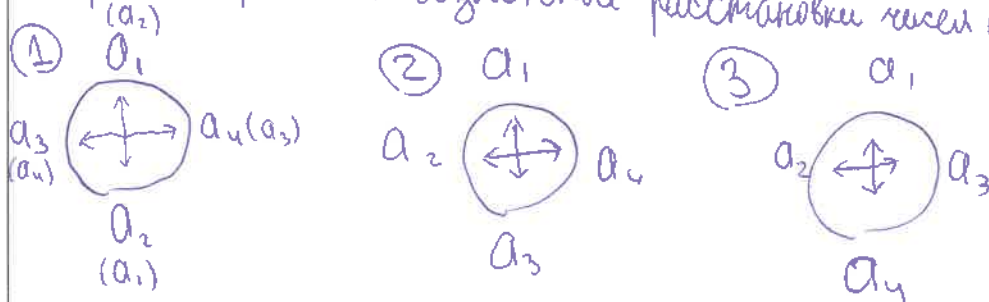
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N3.

Заметим, что если на окружности поменять местами 2 противоположных числа, то общий набор всех разностей останется таким-же, т.к. никакие 2 соседних числа не перестанут быть соседними;
из этого следует, что разные расстановки чисел по окружности это те, где разные противоположные числа.

пусть $a_2 - a_1 = b_1$, $a_3 - a_2 = b_2$, $a_4 - a_3 = b_3$; $b_1, b_2, b_3 > 0$ т.к. $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$
рассмотрим все возможные расстановки чисел по окружности:



т.к. разности не меняются:

между двумя соседними числами запишем квадрат их разности:

очевидно, что в случае ① сумма квадратов разностей больше, чем в случаях ② и ③, сравним суммы случаев ② и ③:

$$\begin{aligned} \text{② } b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 + (b_1 + b_2 + b_3)^2 &= \text{③ } b_1^2 + b_3^2 + (b_1 + b_2)^2 + (b_2 + b_3)^2 = \\ &= 2(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) + 2b_1b_2 + 2b_1b_3 + 2b_2b_3 \\ &= 2(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) + 2b_1b_2 + 2b_2b_3; \end{aligned}$$

очевидно, что в случае ③ сумма меньше на $2b_1b_3 > 0$, т.к. $b_1 > 0$ и $b_3 > 0$,
а значит в случае ③ наименьшая сумма из возможных

Ответ: a_1, a_2, a_4, a_3 - при таком расположении.



--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N5

рассчитаем количество компаний по 5 девушек, где ровно 3 стоят рядом:
из 10 в хороводе выбрать 3 стоящих рядом можно 10 способами,
еще 2 девушки выбираем из 5 тех, что не являются соседними для выбранных трех:

$$10 \cdot C_5^2 = 10 \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2} = 10 \cdot 10 = \underline{100}$$

компаний из 5 девушек, где 4 стоят рядом:

$$\text{по аналогии } 10 \cdot C_4^1 = 10 \cdot 4 = \underline{40}$$

вариантов для 4 рядом еще одна не соседняя.

компаний из 5 девушек, где все стоят рядом: ровно 10

компаний из 6 девушек, где ровно 3 стоят рядом:

$$10 \cdot (C_5^3) = 10 \cdot 10 = 100 \text{ и минус варианты, где 2 мини-компании по 3 рядом.}$$

$$100 - 15 = \underline{85}$$

$$\text{или } 10 \cdot (3) = 30$$

из 5 девушек не рядом с 1 компанией)

(вариантов для 1 компании)

т.к. каждую пару считаем 2 раза,

компаний из 6 девушек, где ровно 4 стоят подряд:

$$10 \cdot C_4^2 = 10 \cdot 6 = \underline{60}$$

ровно 5 подряд:

$$10 \cdot C_3^1 = 10 \cdot 3 = \underline{30}$$

все 6 стоят подряд:

$$\underline{10} \text{ ровно}$$

компаний из 7 девушек, где хотя-бы 3 стоят подряд:

максимум 3 девушки не входят в эти 7, они будут разбивать эти 7 девушек на 3 или меньше под-компаний стоящих рядом, а из 3 таких компаний найдется хотя-бы одна, где хотя-бы 3 девушки (т.е. $\frac{7}{3} > 2$) по принципу Дирхле, згс.
для 7 девушек какие-то 3 всегда стоят подряд, всего можно вариантов выбрать 7 девушек из 10 это $C_{10}^7 = \frac{10!}{7! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 10}{2 \cdot 3} = 8 \cdot 3 \cdot 5 = \underline{120}$ вариантов;
сложим все найденные и получим:

$$100 + 40 + 10 + 85 + 60 + 30 + 10 + 120 = 455$$

Ответ: всего 455 таких компаний.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Красноярск

М	А	0	0	0	2	8	3	1	3	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 2

Фамилия Суднишвина

Имя Анастасия

Отчество Андреевна

Дата рождения 28.04.2006 Класс 10

Предмет Математика

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79039224580 Подпись Анф

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

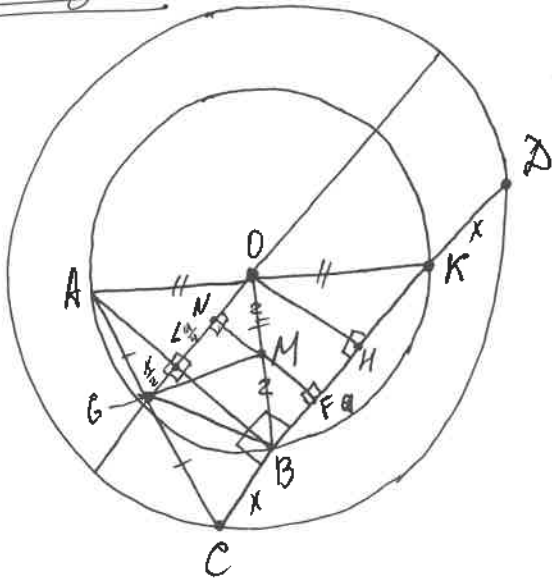
Вариант № 2

М	А	О	О	О	2	8	3	1	3	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1 Задача

n 4

Стенень точки C относительно ω_5 :

$$OC^2 - r^2 = 8^2 - 5^2 = 39 = CB \cdot CK$$

$$\text{Пусть } CB = x, BK = a \Rightarrow x(x+a) = 39$$

Опустим перпендикуляр OH на CD.

OH $\perp$ BK и OH проходит через центр O $\Rightarrow BH = HK$ (диаметр, перпендикулярный хорде делит её пополам)аналогично $CH = HD$ в ω_5 .

$$\Rightarrow CB = KD = x; BH = HK = \frac{a}{2}$$

OB - средняя линия $\triangle ACK$ т.к.

G и O середины сторон AC и AK.

(* K лежит на ω_5 т.к. $\angle ABK = 90^\circ \Rightarrow$ опирается на диаметр, где $K = AO \cap CD$)

$$\Rightarrow GO \parallel CD \Rightarrow AL = LB, L = GO \cap AB \text{ (по т. Фалеса)}$$

AO = OK = OB = 5 т.к. OB - медиана в прямоугольном $\triangle$
 $LO \parallel BK$ и $AO = OK \Rightarrow LO$ - средняя линия $\triangle ABK \Rightarrow LO = \frac{a}{2}$

$$\text{из } \triangle ABK \text{ по т. Пифагора: } AB = \sqrt{100 - a^2} \Rightarrow LB = \frac{\sqrt{100 - a^2}}{2}$$

~~Проведем MN $\perp$ OL~~Проведем $MN \perp OL$

$$LB \perp CD; CD \parallel OL; MN \perp OL \Rightarrow NM \parallel LB \text{ и } OM = MB$$

$$\Rightarrow NM - \text{средняя линия } \triangle OLB \Rightarrow LN = NO = \frac{a}{4}$$

Продлим NF до пересечения с CD в точке F

LNBF - прямоугольник (параллельные стороны, углы 90°)и OHBL - тоже прямоугольник $\Rightarrow OH = LB = NF$

$$OH = \sqrt{25 - \frac{a^2}{4}} \text{ (по т. Пифагора в } \triangle OBH)$$

$$\triangle ONM \sim \triangle BFM \text{ (по 2-м углам)} \Rightarrow NM = MF = \frac{1}{2} OH$$



$$\Rightarrow NM = \frac{1}{2} \sqrt{25 - \frac{a^2}{4}}$$

$$GM^2 = \left(\frac{x+a}{2}\right)^2 + \frac{25 - \frac{a^2}{4}}{4} = \frac{(2x+a)^2}{16} + \frac{100 - a^2}{16} = \frac{4x^2 + 4ax + a^2 + 100 - a^2}{16} =$$

$$= \frac{x^2 + ax + 25}{4} \Rightarrow GM = \frac{\sqrt{x^2 + ax + 25}}{2}$$

$$x(x+a) = 39 \Rightarrow x^2 + xa = 39 \Rightarrow GM = \frac{8}{2} = 4$$

Ответ: 4

2 Задача

Первой цифрой может быть:

Л: 3, 4, 5, 6

Ф: 3, 4, 5, 6, 7

Второй:

Л: 2, 3, 4, 5

Ф: 2, 3, 4, 5, 6

Третьей:

Л: 1, 2, 3, 4

Ф: 1, 2, 3, 4, 5

Вероятность того, что Редя выпишет какое-то определенное число $\frac{1}{35}$. Если Лена ~~не~~ может ^{это} выписать ~~число~~, то вероятность этого события ~~1/35~~, а если может, то $\frac{k}{20}$, где k - количество чисел, которые может выписать Лена, которые ~~больше~~ ^{меньше} числа Редя.

Всего Лена может написать:

$$C_6^3 = \frac{6!}{3!3!} = 20 \text{ наборов}$$

$$\text{Редя: } C_7^3 = \frac{7!}{4!3!} = 35 \text{ наборов}$$

При этом Редя может выбрать любое число, которое может выбрать Лена, однако есть 15 чисел, которые может написать только Редя. И эти числа все больше чисел Лены



Вариант № 2

М А О О О 2 8 3 1 3 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~1000~~ ~~1000~~ 3 2 1 7 2 1
~~1000~~ ~~1000~~ 4 2 1 7 3 1
~~1000~~ ~~1000~~ 4 3 1 7 3 2
~~000~~ ~~000~~ 4 3 2 7 4 1

 5 2 1 7 4 2
 5 3 1 7 4 3
 5 3 2 7 5 1
 5 4 1 7 5 2
 5 4 2 7 5 3
 5 4 3 7 5 4
 6 2 1 7 6 1
 6 3 1 7 6 2
 6 3 2 7 6 3
 6 4 1 7 6 4
 6 4 2 7 6 5
 6 4 3
 6 5 1
 6 5 2
 6 5 3
 6 5 4

← Только
Реге

могут
вытисать →
и Реге
и Лена

6 4 3
 6 5 1
 6 5 2
 6 5 3
 6 5 4

⇒ Вероятность того, что Лена вытисает число больше
Реге = $\frac{1}{35} \left(\frac{1}{20} + \frac{2}{20} + \dots + \frac{19}{20} \right) = \frac{1}{35} \cdot \frac{19}{2} = \frac{19}{70}$

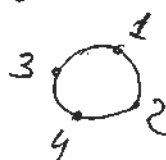
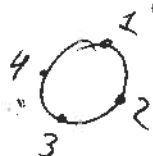
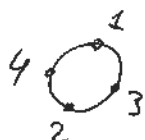
⇒ Вероятность того, что число Лены меньше:

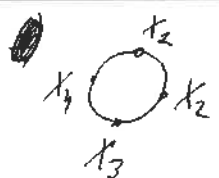
$$\frac{1}{35} \left(\underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{15} + \frac{19}{20} + \frac{18}{20} + \dots + \frac{1}{20} \right) = \frac{49}{70}$$

Ответ: $\frac{49}{70}$

3 Задача

Расположить числа на окружности можно
только тремя разными способами





$$\Rightarrow A = (x_1 - x_2)^2 + (x_2 - x_3)^2 + (x_3 - x_4)^2 + (x_4 - x_1)^2 =$$

$$= 2(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2) - 2(x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + x_4x_1)$$

$\Rightarrow$ т.т.т. A при максимальном значении суммы произведений соседних чисел.

1 Задача

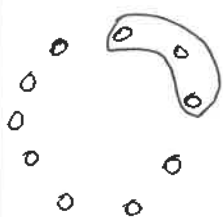
$$\begin{cases} 2x + \frac{3x-y}{x^2+y^2} = 3 \\ 2y - \frac{x+3y}{x^2+y^2} = 0 \end{cases}, x, y \neq 0$$

Если $x=y \Rightarrow 2x = \frac{4x}{2x^2} \Rightarrow 2x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm 1 = y$

~~Если~~ $(3-2x)/(2x^2) = 2x \Rightarrow (3-2x) \cdot x = 1 \Rightarrow 2x^2 - 3x + 1 = 0$
 $\Rightarrow x = 1$

Пара $x, y: (1; 1) \rightarrow$ в ответ

5 Задача



Выберем 3 соседние девушки
 (ими можно составить
 $C_7^2 + C_7^3 + C_7^4$ ~~комбинаций~~ комбинаций численностью
 от 5 до 7 человек. $= 21 + 70 + 70 = 161$

Выбрать 3 соседние девушки мы можем 10 способами
~~это не так~~

Вариант № 2

М	А	О	О	О	2	8	3	1	3	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Однако, когда мы рассматривали одну тройку мы учитывали другие 9 троек несколько раз.

5 троек учитывали 5 раз каждую

2 тройки C_5^2 раз = 10 раз

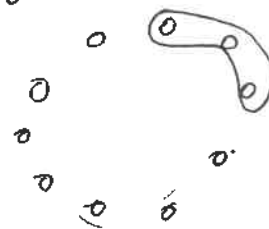
2 тройки C_6^2 раз = 15 раз

(тройки которые пересекаются с данной в 0 точках, 1 точке и 2-х точках)

$$\Rightarrow (161 - 5 \cdot 5 - 2 \cdot 10 - 2 \cdot 15) \cdot 10 = 860$$

Ответ: 860

Может быть забверши
и т.д.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Красная рск

М	А	О	О	О	2	7	7	5	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Савицкий

Имя Кирилл

Отчество Андреевич

Дата рождения 03.08.2006 Класс 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7-913-582-98-82 Подпись RF-

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Вариант № 3

М	А	О	О	О	2	7	7	5	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	Σ
20	5	20	0	18	63

$$\begin{cases} x^3 - y^3 - z^3 = 3xyz \\ 2y + 2z = x^2 \end{cases}$$

$$y = \frac{x^2}{2} - z$$

$$y^3 = \frac{x^6}{8} - 3\frac{x^4z}{4} + 3\frac{x^2z^2}{2} - z^3$$

$$x^3 - y^3 - z^3 = x^3 - \frac{x^6}{8} + 3\frac{x^4z}{4} - 3\frac{x^2z^2}{2} = 3xz \cdot \left(\frac{x^2}{2} - z\right)$$

$$\text{1) При } x=0$$

$$\begin{aligned} y+z=0; \quad x^3-y^3-z^3=0; \quad 3yz=0; \quad z^3-y^3-z^3=3yz \\ x+y+z=0; \end{aligned}$$

$$2) x \neq 0$$

$$x^3 - \frac{x^6}{8} + 3\frac{x^4z}{4} - 3\frac{x^2z^2}{2} = 3\frac{x^2}{2}z - 3z^2$$

$$3z^2\left(1 - \frac{x}{2}\right) + 3\frac{x^2}{2}\left(\frac{x}{2} - 1\right)z + x^2\left(1 - \frac{x^3}{8}\right) = 0$$

$$\left(1 - \frac{x}{2}\right)\left(3z^2 - 3\frac{x^2}{2}z + x^2\left(1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{4}\right)\right) = 0$$

$$\left[1 - \frac{x}{2} = 0; \quad x=2; \quad y+z=8; \quad x+y+z=10 \right]$$

$$y+z = \frac{x^2}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$x+y+z=4$$

$$D = 9\frac{x^4}{4} - 12x^2\left(1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{4}\right) = 0$$

$$D = -12x^2 - 6x^3 - 3\frac{x^4}{2}$$

$$12x^2 + 6x^3 + 3\frac{x^4}{2} \leq 0$$

$$x^2\left(3\frac{x^2}{4} + 6x + 12\right) \leq 0$$

$$x^2\left(\frac{x^2}{4} + 2x + 4\right) \leq 0$$

$$x^2\left(\left(\frac{x}{2} + 2\right)^2\right) \leq 0$$

$$x^2 \geq 0; \quad \left(\frac{x}{2} + 2\right)^2 \geq 0$$

$$\text{Тогда } x^2 \cdot \left(\frac{x}{2} + 2\right)^2 = 0; \quad x \neq 0 \text{ (по п. 2);}$$

$$\frac{x}{2} + 2 = 0; \quad x = -4; \quad y+z = \frac{x^2}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

$$x+y+z = -4+8=4$$

Ответ: 0; 4; 10 - лишнее значение из-за ошибки

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



~5

Пронумеруем девушек:



По условию нужно посчитать количество компаний из 3, 4, 5 и 6 девушек, чтобы 3 стояли рядом.

Количество компаний (далее N_x , где x - количество девушек в компании) из 3 девушек - 10 ("1,2,3"; "2,3,4"; ...; "10,1,2").

Далее будем брать группу из 3х девушек и рассматривать, какими способами можно добавить к ним девушек. Но, например,

в группе "1,2,3" девушку "10" не берём в расчёт, чтобы не было пересечений с "предыдущей" группой ("10,1,2"). Тогда

$$N_4 = N_3 \cdot C_6^1 = 60; \quad N_5 = N_3 \cdot C_6^2 = 10 \cdot 15 = 150; \quad N_x = N_3 \cdot C_6^{x-3};$$

$$N_6 = N_3 \cdot C_6^3 = 10 \cdot 20 = 200; \quad \text{но мы посчитали (при } x=6),$$

например группы "1,2,3,6,7,8" и "6,7,8,1,2,3". Их количество -

$$\frac{4 \cdot N_3}{2} = 20. \quad \text{Всего } \underline{400} \text{ компаний} - 10 + 60 + 150 + 200 - 20 = 400.$$

Ответ: 400 компаний

Впр. из 6 человек могут быть две тройки, и одна тройка, рассматривая трио, тоже все посчитано верно.



$\sqrt{3}$ ~~Пусть $a \geq b \geq c$~~

Пусть x - наибольшее из чисел $\{a; b; c\}$; z - наименьшее из $\{a; b; c\}$;
 y - оставшееся число. $x \geq y \geq z$.

$$\begin{cases} xyz = 1; \\ x + y + z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}; \quad x \neq 0; y \neq 0; z \neq 0 \end{cases}$$

При $x < 1$: $y < 1$; $z < 1$; $xyz < 1$, что противоречит условию (далее - "противоречие").

При $x = 1$: $y \leq 1$; $z \leq 1$; ~~$xyz = 1$~~

$$xyz = 1; \quad yz = 1; \quad y = 1; \quad z = 1.$$

$$\begin{aligned} x + y + z &= 3 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} &= 3; \end{aligned} \quad x + y + z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}; \text{ противоречие.}$$

Поэтому $x > 1$.

$$z = \frac{1}{xy}; \quad x + y + z > \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z};$$

$$x + y + \frac{1}{xy} > \frac{x+y}{xy} + xy$$

Пусть $y \geq 1$; тогда $xy > 0$;

$$x^2 y^2 + xy^2 + 1 - x - y - x^2 y^2 > 0$$

$$(x+y)(xy) - (x+y) - (x^2 y^2 - 1) > 0$$

$$(x+y)(xy-1) - (xy-1)(xy+1) > 0$$

$$(xy-1)(x+y-xy-1) > 0$$

$$xy - xy - 1 = (x-1)(1-y)$$

$$(xy-1)(x-1)(1-y) > 0; \text{ (условие "ж")}$$

$$xy > 1 \quad (x > 1; y > 1)$$

$$x > 1; \quad y \geq 1;$$

$$(xy-1)(x-1)(1-y) \leq 0, \text{ что противоречит условию "ж".}$$

$$\text{Значит } y < 1;$$

$$z \leq y; \quad z < 1.$$

№2

Пусть у Артёма получилось число $\overline{x_1 y_1 z_1}$, а у Иры - $\overline{x_2 y_2 z_2}$

$\overline{x_1 y_1 z_1} > \overline{x_2 y_2 z_2}$ при $x_1 > x_2$ или $(x_1 = x_2 \text{ и } y_1 > y_2)$ или $(x_1 = x_2, y_1 = y_2, z_1 > z_2)$

Обозначим за $Q_{x_1}(i)$ - вероятность числа "i", выбранного как x_1 ; а $Q_{x_1}(\bar{i})$ - вероятность, что число "i" не выбрано как x_1 .

$x_1 > y_1 > z_1$; $x_2 > y_2 > z_2$. Пусть $V_x(i)$ - вероятность победы

Артёма ($\overline{x_1 y_1 z_1} > \overline{x_2 y_2 z_2}$) при $x_1 = x_2 = i$; а P - вероятность того, что $\overline{x_1 y_1 z_1} > \overline{x_2 y_2 z_2}$.

$x_1 = \max(x_1, y_1, z_1)$

$Q_{x_2}(i)$ зависит от i .

$$Q_{x_1}(i) = \frac{1}{7}$$

для i на позициях x_1 и $x_2 \neq \{1, 2, 3\}$

$$Q_{x_2}(i) = \frac{1}{6}$$

$$Q_{x_2}(j_1, j_2) = 1 - Q_{x_2}(j_1) - Q_{x_2}(j_2)$$

$$P = Q_{x_1}(3) + Q_{x_1}(8) Q_{x_2}(\bar{3}) + Q_{x_1}(8) Q_{x_2}(\bar{8}) + \dots + Q_{x_1}(4) \cdot Q_{x_2}(3) + \sum_{i=4}^8 V_x(i) \cdot Q_{x_1}(i) \cdot Q_{x_2}(i) = \frac{1}{7} \cdot \left(1 + \frac{5}{6} + \frac{4}{6} + \frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6}\right) +$$

$$+ \frac{1}{7 \cdot 6} \sum_{i=4}^8 V_x(i) = \frac{1}{2} + \frac{1}{42} \sum_{i=4}^8 V_x(i)$$

$$V_x(j) = \frac{1}{(j-2)^2} \cdot \left(\sum_{i=1}^{j-3} i + \sum_{i=3}^{j-1} V_y(i) \right)$$

$$V_y(j) = \frac{1}{(j-1)^2} \cdot \sum_{i=1}^{j-2} i$$

$$V_y(3) = \frac{1}{4}$$

$$V_y(4) = \frac{1}{9} \cdot 3 = \frac{1}{3}$$

$$V_y(5) = \frac{1}{16} \cdot 6 = \frac{3}{8}$$

$$V_y(6) = \frac{1}{25} \cdot 10 = \frac{2}{5}$$

$$V_y(7) = \frac{1}{36} \cdot 15 = \frac{5}{12}$$

$$V_x(4) = \frac{1}{4} \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) = \frac{5}{16}$$

$$V_x(5) = \frac{1}{9} \cdot \left(3 + \frac{1}{3}\right) = \frac{10}{27}$$

$$V_x(6) = \frac{1}{16} \cdot \left(6 + \frac{3}{8}\right) = \frac{51}{128}$$

$$V_x(7) = \frac{1}{25} \cdot \left(10 + \frac{2}{5}\right) = \frac{52}{125}$$

$$V_x(8) = \frac{1}{36} \cdot \left(15 + \frac{5}{12}\right) = \frac{185}{36 \cdot 12}$$

$$P = \frac{1}{2} + \frac{1}{42} \cdot \left(\frac{5}{16} + \frac{10}{27} + \frac{51}{128} + \frac{52}{125} + \frac{185}{36 \cdot 12} \right) = \frac{331179}{6048000}$$

Ответ: $\frac{331179}{6048000}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Красноярск

Адрес площадки проведения

М	А	О	О	О	2	8	7	4	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант № 3

Фамилия ЛОБАЩУКИЙ

Имя Илья

Отчество ЮРЬЕВИЧ

Дата рождения 29.06.2006 Класс 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 10 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89138358363 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

№1.

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	20	18	98

Пусть $y+z=a, yz=b$

$$\begin{cases} x^3 - y^3 - z^3 = 3xyz \\ 2y + 2z = x^2 \Rightarrow 2a = x^2, a \geq 0; \end{cases}$$

Если $x \geq 0$.

$$x^3 - y^3 - z^3 = 3xyz$$

$$x^3 - (y^3 + z^3) = x^3 - (y+z)(y^2 - yz + z^2) = 3xyz =$$

$$(\sqrt{2a})^3 - a(a - 3b)$$

$$= x^3 - (y+z)((y+z)^2 - 3yz) = 3xyz$$

$$\sqrt{2a}^3 - a(a^2 - 3b) = 3\sqrt{2a}b$$

$$\sqrt{2a}^3 - a^3 + 3ab = 3\sqrt{2a}b$$

$$\sqrt{2a}^3 - a^3 = 3b(\sqrt{2a} - a) \quad (\text{РСУ разность кубов})$$

$$(\sqrt{2a} - a)(\sqrt{2a}^2 + a\sqrt{2a} + a^2) = 3b(\sqrt{2a} - a)$$

Если $\sqrt{2a} - a \neq 0$, то $\sqrt{2a}^2 + a\sqrt{2a} + a^2 = 3b$

$$2a + a\sqrt{2a} + a^2 = 3b$$

$$x^2 + (y+z)x + (y+z)^2 = 3yz$$

$$x^2 + (y+z)x + y^2 + z^2 + 2yz = 3yz$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = yz - x(y+z)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = \frac{|x|^2 + |y|^2}{2} + \frac{|x|^2 + |z|^2}{2} + \frac{|y|^2 + |z|^2}{2} \geq |xy| + |xz| + |yz| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{т.к. } x^2 + y^2 + z^2 = yz - xy - xz \geq |xy| + |xz| + |yz|, \text{ но}$$

$$yz - xy - xz \leq |yz| + |xy| + |xz| \Rightarrow yz - xy - xz = |yz| + |xy| + |xz| \leq$$

$$\leq x^2 + y^2 + z^2, \text{ но тогда } |xy| + |yz| + |xz| = x^2 + y^2 + z^2$$



т.к. $|xy| + |yz| + |xz| = |x|^2 + |y|^2 + |z|^2$, то т.к.
 $|x|^2 + |y|^2 + |z|^2 \geq |xy| + |yz| + |xz|$ по нер-ву о средних $\rightarrow$

$$\rightarrow \frac{x^2+y^2}{2} + \frac{x^2+z^2}{2} + \frac{y^2+z^2}{2} = |xy| + |xz| + |yz|, \text{ то}$$

$$\geq |xy| \quad \geq |xz| \quad \geq |yz|$$

$$\frac{x^2+y^2}{2} = |xy|, \quad \frac{x^2+z^2}{2} = |xz|, \quad \frac{y^2+z^2}{2} = |yz| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |x|=|y|, \quad |x|=|z|, \quad |y|=|z| \quad (\forall a, b: \frac{a^2+b^2}{2} = |ab| \Rightarrow a^2 - 2ab + b^2 = 0 \Rightarrow (a-b)^2 = 0)$$

$$|x|=|y|=|z|=C \geq 0$$

$$yz - xy - xz = 3C^2 \Rightarrow -x = y = z$$

$$0 \leq x^2 = 2y + 2z \geq 0 \rightarrow y = z = C \geq 0, \text{ т.к. } y = z \text{ и } 2y + 2z \geq 0$$

$$C^2 = 2C + 2C \quad \text{не}$$

$$C^2 = 4C \quad x = -C = -4 < 0$$

$$C = 4 \text{ или } C = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\Rightarrow x + y + z = 0$$

$$x + y + z = 2C - C = C = 4$$

$$\text{Если } \sqrt{2a} - a = 0$$

$$x - (y + z) = 0$$

$$x = y + z$$

$$(y + z)^2 = 2(y + z)$$

$$y + z = 2$$

$$x + y + z = 2(y + z) = 4$$

$$\text{Если } x < 0: \quad t = |x|$$

$$-t^3 - y^3 - z^3 = -3tyz$$

$$t^3 + y^3 + z^3 = 3tyz$$

$$t = \sqrt{2a} \quad (\text{из пред. пунктов})$$

$$\sqrt{2a}^3 + (y + z)(y + z)^2 - 3yz = 3tyz$$

$$\sqrt{2a}^3 + a(a^2 - 3b) = 3\sqrt{2a}b$$

$$\sqrt{2a}^3 + a^3 = 3b(a + \sqrt{2a})$$

$$(a + \sqrt{2a})(\sqrt{2a}^2 - a\sqrt{2a} + a^2) = 3b(a + \sqrt{2a})$$

Вариант № 3

M A O O O 2 8 7 4 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$2a - a\sqrt{2a} + a^2 = 3b$$

~~$$2a - a\sqrt{2}$$~~

$$t^2 - (y+z)t + (y+z)^2 = 3yz$$

$$t^2 + y^2 + z^2 = tz + tz + yz$$

т.к. по Нер-ван о средних (усредненных)

$$t^2 + y^2 + z^2 \geq |tz| + |tz| + |yz|, \text{ то } |y| = |z| = |t| = t$$

т.к. $tz + tz \leq |tz| + |tz|$ и $tz + tz = |tz| + |tz|$, то
 $y, z \geq 0 \Rightarrow y = z = t$

$$t^2 = 2(y+z) = 4t$$

$$t = 4 \Rightarrow x + y + z = y + z - t = 2t - t = t = 4$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



M A O O O 2 8 7 4 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 2

Вероятность того, что старшая цифра Артёма равна старшей цифре Иры

 $\frac{1}{9}$

Если это не так, то, чтобы число Артёма было больше числа Иры его старшая цифра должна быть больше.

старшая цифра Иры $\in \{3; \dots; 8\} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ число случаев, когда старш. цифр.

Артёма $>$ равно $5+4+3+2+1 = 15$

Заметим, что если Артём выберет 9, то его число больше (т.к. цифра Иры < 9)

Вероятность, того что Артём выберет 9 :

$\frac{C_8^2}{C_9^3}$ - выбрать 2 из 8, положить 9

C_9^3 - всего наборов из 3

Вероятность, того, что не выберет $(1 - \frac{C_8^2}{C_9^3})$

Если Артём выбирает из 8 3 цифры, то он выбирает из того же набора, что и Ира $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ вероятность того, что число Иры $>$, такая же, как и вероятность, того что число Артёма $>$

(т.к. случаи, что у Иры А, у Артёма В и у Иры В, у Артёма А равновероятны) $\Rightarrow$ число исходов, в

которых число Артёма $> = \frac{1}{2}(X - Y)$, где X

- всего исходов, Y - число исходов, где их числа =

$X = (C_8^3)^2$, $Y = C_8^3 \cdot 1 \Rightarrow$ вероятность того, что число

Артёма $> : \frac{1}{2}((C_8^3)^2 - C_8^3) \Rightarrow$ вероятность того,

что число Артёма $>$ больше (читывая 9):

 $\frac{C_8^2}{C_9^3}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

И	А	0	0	0	2	8	7	4	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



$$\frac{C_8^2}{C_9^3} + \left(1 - \frac{C_8^2}{C_9^3}\right) \frac{\frac{1}{2}((C_8^3)^2 - C_8^2)}{(C_8^3)^2} =$$

$$= \frac{28}{84} + \left(1 - \frac{28}{84}\right) \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{56}\right) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{55}{56} =$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{55}{56} = \frac{56+55}{3 \cdot 56} = \frac{111}{168} = \frac{37}{56}$$

№3.

$$abc = 1, \quad a, b, c \neq 0$$

$$a = \frac{1}{bc}$$

~~среди a, b, c~~

$$a + b + c > \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

$$\frac{1}{bc} + b + c > bc + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

$$\frac{1}{bc} - \frac{1}{b} - \frac{1}{c} > bc - b - c$$

$$\left(\frac{1}{b} - 1\right)\left(\frac{1}{c} - 1\right) - 1 > (b-1)(c-1) - 1$$

$$\left(\frac{1}{b} - 1\right)\left(\frac{1}{c} - 1\right) > (b-1)(c-1)$$

$$\left(\frac{1-b}{b}\right)\left(\frac{1-c}{c}\right) > (b-1)(c-1)$$

$$\frac{1}{bc}(b-1)(c-1) > (b-1)(c-1)$$

среди a, b, c ~~четное~~ ^{<0} число ~~или~~. иначе $abc < 0$
 $\Rightarrow$ их либо 0 либо 2. $\Rightarrow$ т.к. всего 3 числа, то
 есть > 0 , пусть $a > 0$ ^{д.о.о.} $\frac{1}{bc} > 0$ Если $\frac{1}{bc} \leq 1$, то

$$\frac{1}{bc}(b-1)(c-1) > (b-1)(c-1), \text{ если } \frac{1}{bc} = 1, \text{ то неверно } \Rightarrow \frac{1}{bc} < 1$$

$$\Rightarrow \text{Если } (b-1)(c-1) = 0, \text{ то } \frac{1}{bc} > 1, \text{ противоречие } \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (b-1)(c-1) < 0 \Rightarrow b-1 > 0 \text{ или } c-1 > 0. \text{ другое } < 0$$

$$\Rightarrow \text{найдемся } > 1, \frac{1}{bc} < 1 \text{ по предположению, третье}$$

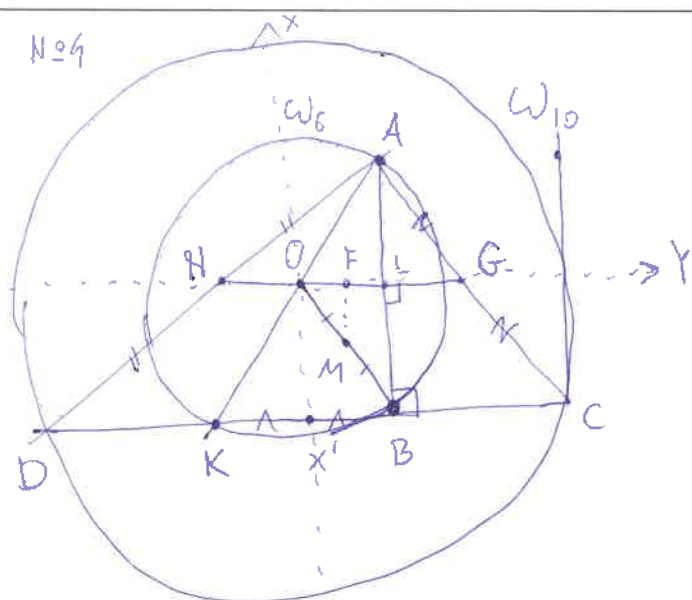
$$< 1, \text{ т.к. } (b-1)(c-1) < 0 \text{ и } b-1 \geq 0 \text{ или } c-1 > 0. (\text{одно из них } > 1)$$

$$\text{Если } \frac{1}{bc} > 1, \text{ то т.к. } \frac{1}{bc}(b-1)(c-1) > (b-1)(c-1) \Rightarrow (b-1)(c-1) > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b-1 > 0 \text{ и } c-1 > 0, \text{ тогда } abc > 1 (a > 1, b > 1, c > 1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b-1 < 0 \text{ и } c-1 < 0 \Rightarrow b < 1, c < 1, a > 1$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Дано: ω_6, ω_{10} ; 0-групп.

$$\angle ABC = 90^\circ$$

H-ser. AD

G-cep. AC

М - сеп. 03

Док-Тб

$$HM = MG$$

Harimu:

HM, MG

$$\{K, B\} = \omega_6 \cap CD$$
$$AB \cap HG = L$$

X-сер. KB

Doz-bo

Достаточно доказать, что $M \in \text{сер. пер. у } K \text{ НГ}$, т.к.
тогда $HM = MG$.

$\angle ABK = 90^\circ \Rightarrow O \in AK$, по св-ву прям. Δ $\Rightarrow AO = OK = 6$,
радиусы

H-сер. AD, G-сер. AC $\Rightarrow$ H G-ср. мин. Δ DAC по опр. $\Rightarrow$ HO ... ADK

$$\Rightarrow O \in HG, \text{ т.к. } OG - \text{ср. лин. } \triangle KAC \text{ по стр. } HO, \text{ ср. лин. } \triangle ADK,$$

$OH, OG \parallel CD, AO = OK \Rightarrow H, O, G$ - лежат на одной прямой -

- ср. линии $\Delta DAK, \Delta KAB, \Delta DAB, \Delta KAC, \Delta DAC$ и $HG \parallel CD$ по св. у.м.

$$\Rightarrow \cancel{HG \perp AB} \perp \cancel{CD} \text{ t.k. } AB \perp CD, \text{ to } AB \perp HG. \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ высота из M на $AB \parallel AB$, а т.к. M - с.р. OB , то

Эта высота - ср. МН. ΔOLB и дуги OL пополам $\Rightarrow$

$\Leftrightarrow$ Если доказать, что $HO = LG$, то и е. ср. перу к HG .

Доказ.: Опустим высоту из O на CD , т.е. $\triangle KOV$, $\triangle DOC$ - равнобедр. (стороны - радиусы), то она делит KV и DC пополам $\Rightarrow$

$$\Rightarrow DK = BC \quad KX = KB, \quad DX = XC \rightarrow DX' - KX' = X'C - X'B \Rightarrow DK = BC \Rightarrow$$
$$\Rightarrow M \in \text{центр } KHG.$$

Вариант № 3

М А О О О 2 8 7 4 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

т.к. $h(M, HG)$ - ср. лин. $\triangle OBL$, то $|h(M, HG)| = \frac{1}{2} LB = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} AB$, т.к. $OL \perp AB$, перпендикуляр из центр. окр. делит хорду 1:1. $HF = FG$, $HF = \frac{1}{2} HG = \frac{1}{22} CD$, т.к. HG - ср. лин. $\triangle DAC$.

$$\text{по Т. Пифагора } HM^2 = MF^2 + HF^2 = \\ = \left(\frac{1}{4} AB\right)^2 + \left(\frac{1}{4} CD\right)^2$$

Решение:

Введем систему координат Ox с центром O .
 $OY \perp CD$ $OY \parallel AB$ $Ox \parallel CD$ $Ox \perp AB$
 (т.к. HG делит AB пополам и $\perp AB$ и $HG \in HG$)
 $A(x_1, a) \rightarrow B(x_1, -a) \rightarrow C(x_2, -a), D(x_3, -a)$

$$H, G \text{ - сев. } AC \rightarrow H\left(\frac{1}{2}(x_1+x_2), \frac{1}{2}(a+(-a))\right) = \\ G\left(\frac{1}{2}(x_1+x_2), \frac{1}{2}(a+(-a))\right) = \\ \Rightarrow \left(\frac{1}{2}(x_1+x_2), 0\right)$$

$$H \text{ - сев. } AD \rightarrow H\left(\frac{1}{2}(x_1+x_3), \frac{1}{2}(a+(-a))\right) \Rightarrow H\left(\frac{1}{2}(x_1+x_3), 0\right)$$

$$M \text{ - сев. } OB \rightarrow M\left(\frac{1}{2}(x_1+0), \frac{1}{2}(-a+0)\right); M\left(\frac{1}{2}x_1, -\frac{1}{2}a\right)$$

по Т. Пифагора

$$HM^2 = \left(\frac{1}{2}x_1 - \frac{1}{2}(x_1+x_3)\right)^2 + \left(\frac{1}{2}(-a) - 0\right)^2 = \frac{1}{4}x_3^2 + \frac{1}{4}a^2$$

$$D \in W_{10} \Rightarrow (\text{ур. окружности})$$

$$(x_3 - 0)^2 + (-a - 0)^2 = 10^2$$

$$x_3^2 + a^2 = 100 \Rightarrow x_3^2 = 100 - a^2$$

$$A \in W_6 \Rightarrow (\text{ур. окружности}) (x_1 - 0)^2 + (a - 0)^2 = 6^2$$

$$x_1^2 + a^2 = 36$$

$$x_1^2 = 36 - a^2$$

$$x_1 = \sqrt{36 - a^2}, x_3 = \sqrt{100 - a^2}$$

Вариант № 3

М А О О О 2 8 7 4 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$HM^2 = \left(x_1 + \frac{1}{2}x_3\right)^2 + \frac{1}{4}a^2 \neq =$$

$$= \cancel{\left(\sqrt{36-a^2} + \frac{1}{2}\sqrt{100-a^2}\right)^2 + \frac{1}{4}a^2 =}$$

$$= 36 - a^2 + \frac{1}{4}(100 - a^2)$$

$$HM^2 = \left(\frac{1}{2}x_1 - \frac{1}{2}(x_1+x_3)\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}a - 0\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{4}x_3^2 + \frac{1}{4}a^2 = \frac{1}{4}(x_3^2 + a^2) = \frac{1}{4} \cdot 10^2 = 25, \text{ т.е.}$$

$$\cancel{x_3^2 + a^2 = 100} \quad (D \in \omega_{10}, \text{ по ур. окружности})$$

$$HM^2 = 25$$

$$\underline{HM = 5}$$

$$A(x_1, a)$$

$$B(x_1, -a)$$

$$C(x_2, -a)$$

$$D(x_3, -a)$$

$$M\left(\frac{1}{2}x_1; -\frac{1}{2}a\right)$$

$$H\left(\frac{1}{2}(x_1+x_3); 0\right)$$

$$G\left(\frac{1}{2}(x_2+x_3); 0\right)$$

$$(BD \parallel OX) \Rightarrow$$

у B и D одна ордината

$AB \parallel OY \Rightarrow$ у A и B одна абсцисса.

№ 5. Заниматься девушками числами от 1 до 10
(будем фиксировать группы из ≥ 3 подряд идущих).
Группа из 3 девушек: 10 - число способов выбрать +
номер первой (только по часовой стрелке) девушки
(положения остальных однозначно определяются)

Группа из 4: $10 \cdot 5 + 10 = 60$ +
3 подряд идущих и 1, не стоящая рядом с ними
4 подряд идущих

$10 \cdot 5$: 10 - число способов выбрать положение
3 подряд идущих.

5 - число способов выбрать позицию, не
стоящую рядом с 3, ид. подряд.

10: ~~10~~ способов выбрать помест. 4 подряд
идущих



Группа из 5: $10 + 10 \cdot 5 + 10 \cdot 4 = 10 + 100 + 40 = 150$ +

5 подряд идущих (по кругу, фиксируем номер первой девушки)
3 подряд идущих: 2 не рядом с ними (2 положения из 5 возможных, не рядом с 3.)
4 подряд идущих: 1 не рядом с ними. (4 - число позиций не рядом с группой из 4)

Группа из 6: $10 + 10 \cdot 3 + 10 \cdot 5 + 10 \cdot 3 - 10 \cdot 3 =$

$= 10 + 30 + 60 + 100 - 30 =$
 $= 170$ + число 2 группы по 3 = 15
6 подряд идущих
5 подряд идущих: 1 не стоит рядом с ними (3 положения, не рядом с 3.)
4 подряд идущих: 2 не стоят рядом с ними.
3 подряд идущих: 3 способа выбрать 3 позиции, не стоящие рядом с ними.
2 группы по 3 подряд идущих: не считаем, так как не стоящие рядом с ними.

V отнимаются, т.к. также считан в IV были подсчитаны случаи: когда фиксировалась 1 и когда фиксировалась 2 группа из 3 подряд идущих.

Итого: $10 + 60 + 150 + 170 = 390$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Красноярск

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	2	3	1	5	1	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Халаян

Имя Юрий

Отчество Дмитриевич

Дата рождения 18.05.2006 Класс 10

Предмет Математика

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89504280898 Подпись Хал

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Бельчонок»

от

Халачина Ю. Д.

(ФИО участника)

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по математике, выполненной «26» 02 2023 г. на площадке 2. Красноярск
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

89504280898

(номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

ssmaltseva@mail.ru

(адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 03.04.2023 21:40

Подпись участника Олимпиады: Хал

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

ШИФР РАБОТЫ MA0002315123

10 класс

Дата и время отправки работы (время – красноярское) 05.04.23 17⁰⁰

№3

1	2	3	4	5	Σ
1	20	5	20	0	46

$$\begin{cases} abc=1 \\ a+b+c > \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \end{cases}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{bc+ac+ab}{abc} = \frac{ab+ac+bc}{1} = ab+ac+bc$$

$$\begin{cases} abc=1 \\ a+b+c > ab+ac+bc \end{cases}$$

Если одно из чисел a, b, c равно 0, то $abc=0$, но $abc=1$, зн. числа a, b и c ненулевые. Пусть одно из них равно 1. Без ограничения общности будем считать, что $a=1$, тогда

$$\begin{cases} bc=1 \\ 1+b+c > b+c+bc \end{cases}$$

$$1+b+c > b+c+1$$

$0 > 0$ — неверно, зн. такого быть не может.

Если все 3 числа a, b и c больше 1, то $abc > 1$, но $abc=1$, зн. этот случай невозможен.

Рассмотрим случай, когда все 3 числа a, b и c меньше 1. Если $0 < a < 1$, $0 < b < 1$ и $0 < c < 1$, то $abc < 1$, но $abc=1$, зн. среди чисел a, b и c есть отрицательные. Если среди них 1 или 3 отрицательных, то $abc < 0$, зн. среди них 2 отрицательных. Без ограничения общности будем считать, что $0 < a < 1$, $b < 0$ и $c < 0$, тогда $bc = \frac{1}{a} > 1$, при этом

$$a+b+c > ab+ac+bc$$

$$a > a(b+c) - (b+c) + bc$$

$$a > (b+c)(a-1) + bc, \quad b+c < 0, \quad a-1 < 0, \quad \text{зн. } (b+c)(a-1) > 0, \quad \text{зн.}$$

$$a > bc > 1 - \text{противоречие, зн. такого быть не}$$

может. Пусть 2 из чисел a, b и c больше 1.

Без ограничения общности будем считать, что $b > 1$ и $c > 1$. Если $a < 0$, то $abc < 0$, зн. $0 < a < 1$.



М	А	О	О	О	2	3	1	5	1	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

При этом $a+b+c > ab+ac+bc$

~~$a - ab - ac + b + c - bc > 0$~~

~~$a(1-b-c) + b + c - bc > 0$, но $a \leq$~~

№2

Ура может выбрать 3 цифры из своего набора и составить из них число по указанной правили $C_8^3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} = \frac{56 \cdot 6}{6} = 56$ различными способами. Аналогично, Артём может составить своё число $C_9^3 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{1 \cdot 1} = 12 \cdot 7 = 84$ различными способами, зн. возможны $56 \cdot 84$ различных пар чисел Уры и Артёма. Если Артём составит одно из $84 - 56 = 28$ чисел, которые не может составить Ура, его число будет начинаться с цифры 9, т. е. точно будет больше числа Уры. Пронумеруем числа, которые может составить Ура, ^{по возрастанию} от 1 до 56. Тогда для любого $n \in \{1; 2; \dots; 56\}$ если Ура составит число под номером n , то n чисел из тех, которые может составить Артём, будут не больше этого числа, а остальные $84 - n$ - больше, зн.

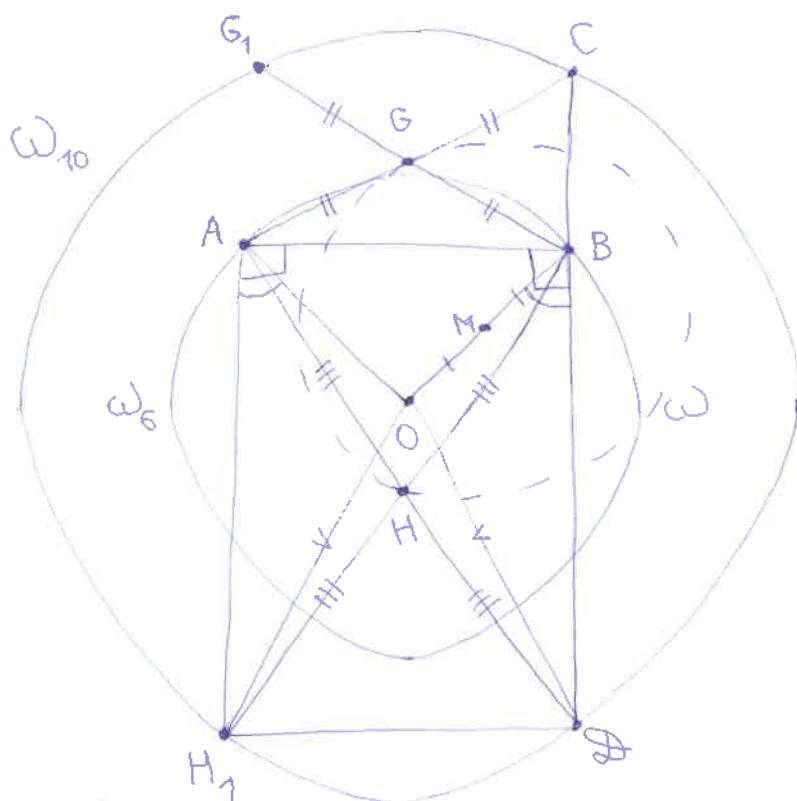


количество различных пар чисел Иры и Артёма, в которых число Артёма больше числа Иры, равно $(84-1) + (84-2) + \dots + (84-56) = 28 + 29 + \dots + 82 + 83 =$
 $= \frac{28+83}{2} \cdot 56 = 111 \cdot 28$, а вероятность того, что число Артёма будет больше числа Иры, равна

$$\frac{111 \cdot 28}{56 \cdot 84} = \frac{37}{56}.$$

Ответ: $\frac{37}{56}$.

№ 4



Пусть H_1 лежит на продолжении BH за H , G_1 лежит на продолжении BG за G ,
 $HH_1 = BH$, $GG_1 = BG$.
 $CD \perp AB$, з.ч. $\triangle ABC$ и $\triangle ABD$ — прямоугольные, BH —
 медиана $\triangle ABD$, BG — медиана $\triangle ABC$, з.ч. $HH_1 = BH = AH = DH$

$$\text{и } GG_1 = BG = AG = CG.$$

~~$\triangle ANH_1 = \triangle BNH_1$ по I признаку ($AN = BN = NH_1 = NH_1$, $\angle ANH_1 = \angle BNH_1$ как вертикальные), зм.~~

$AN = BN$, зм. $\triangle ABH$ равнобедренный, $\angle BAN = \angle ABH$.
 $\triangle ABH_1 = \triangle BAH$ по I признаку (AB — общая сторона, $\angle ABH_1 = \angle BAH$, $AB = 2AN = 2BN = BH_1$), зм. $AH_1 = BH$ и $\angle BAN = \angle ABH = 90^\circ$, т. е. $AH_1 \parallel BH$, т. к. $AH_1 \perp AB$ и $BH \perp AB$, зм.

$\triangle AOH_1 = \triangle BOH_1$ по I признаку ($AO = BO$ как радиусы ω_0 , $AH_1 = BH$, $\angle H_1AO = 90^\circ - \angle BAO = 90^\circ - \angle ABO = \angle HBO$), зм. $OH_1 = OH$, т. е. $H_1 \in \omega_{10}$ ($\angle BAO = \angle ABO$, т. к. $AO = BO$).

Аналогично, $G_1 \in \omega_{10}$. Выпавшим гомотетия с центром в точке B и коэффициентом $\frac{1}{2}$. Точка O перейдет в M , т. к. M — середина BO , зм. окружность ω_{10} перейдет в окружность ω радиуса $10 \cdot \frac{1}{2} = 5$ с центром в точке M . $G_1 \in \omega_{10}$, $H_1 \in \omega_{10}$, G — середина BG_1 , H — середина BH_1 , т. е. G_1 перейдет в G , а H_1 — в H , зм. $G \in \omega$ и $H \in \omega$ (т. е.).

Ответ: 5.

Nº 1

$$2y + 2z = x^2 \Rightarrow y + z = \frac{x^2}{2}$$

$$x + y + z = x + \frac{x^2}{2} = x\left(1 + \frac{x}{2}\right)$$

$$x^3 - y^3 - z^3 = 3xyz$$

$$y^3 + z^3 = x^3 - 3xyz$$

$$y^3 + z^3 = x(x^2 - 3yz)$$

$$(y + z)(y^2 - yz + z^2) = x(y + z - 3yz)$$

$$(y + z)^2(y^2 - yz + z^2)^2 = x^2(y + z - 3yz)^2$$

$$(y + z)^2(y^2 - yz + z^2)^2 = (y + z)(y + z - 3yz)^2$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Дистанционно, исп. сист. прокторинга

М	А	0	0	0	2	7	2	4	7	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант №

4

Фамилия МАТВЕЕВА

Имя МАРИЯ

Отчество СЕРГЕЕВНА

Дата рождения 02.01.2006

Класс 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 9 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7 952 758 60 27

Подпись

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	Σ
20	5	19	10	1	45

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

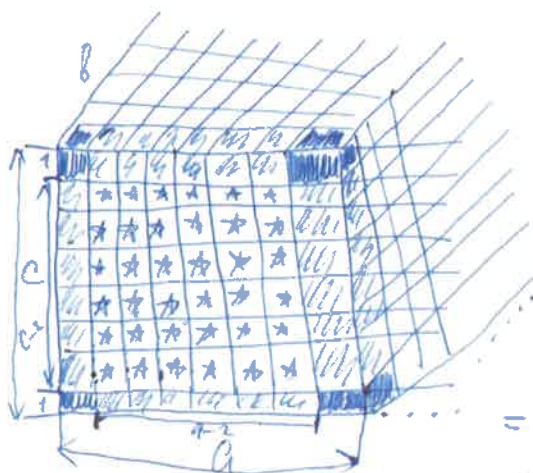
М А О О О 2 7 2 4 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №3 $a \times b \times c$ - паралл. пар-пу. кубики $1 \times 1 \times 1$

a -итное $8 \leq a \leq b \leq c$.



- Внешние кубики.
- 1) Углы: 8 кубиков - по 3 грани внешние
 - 2) По 2 грани внешние: $4(c-2) + 4(b-2) + 4(a-2)$
 - 3) По 1 грани внешние: $2(a-2)(c-2) + 2(a-2)(b-2) + 2(b-2)(c-2)$

Таким образом, ~~каждо~~ $m \times n$ размер кубиков $1 \times 1 \times 1$, то кол-во внешних кубиков =

$$= 4(c-2) + 4(b-2) + 4(a-2) + 2(a-2)(c-2) + 2(a-2)(b-2) + 2(b-2)(c-2) + 8 =$$

$$= 8 + 2[(b-2)(a-2) + (a-2)(c-2) + (b-2)(c-2)] + 4(c-2 + b-2 + a-2) =$$

$$= 8 + 2[ab - 2a - 2b + 4 + ac - 2c - 2a + 4 + bc - 2c - 2b + 4] + 4(a + b + c - 6) =$$

$$= 8 + 2ab + 2bc + 2ac + 24 - 4a - 4b - 4c + 4a + 4b + 4c - 24 =$$

$$= 8 + 2ab + 2bc + 2ac - 4a - 4b - 4c$$

Кол-во внутр. кубиков, размером $1 \times 1 \times 1 = (a-2)(b-2)(c-2) =$

$= (ab - 2b - 2a + 4)(c-2) = abc - 2bc - 2ac + 4c - 2ab + 4b + 4a - 8$

Куб/Пар-пу, замощенный в основном пар-ге (внутр. пар-пу)

Кол-во внутр. кубиков = кол-во внешних кубиков, тогда:

$$8 + 2ab + 2bc + 2ac - 4a - 4b - 4c = abc - 2ab - 2bc - 2ac + 4a + 4b + 4c - 8$$

$$16 + 4ab + 4bc + 4ac - 8a - 8b - 8c = abc$$

Рассмотрим все возможные случаи при выполнении условия задачи: a -итное и $8 \leq a \leq b \leq c$.

1) Пусть $a = 8$, тогда:

$$16 + 32b + 4bc + 32c - 64 - 8b - 8c = 8bc$$

$$-48 + 24b + 24c = 4bc \quad | :4$$

$$bc = 6b + 6c - 12$$

1) Пусть $a = 8, b = 8$, тогда $c = 18$

$$8c = 48 + 6c - 12, \quad 2c = 48 - 12; \quad 2c = 36$$

$$c = 18$$

$$(8, 8, 18), (8, 18, 8), (18, 8, 8) - 36$$

2) Пусть $a = 8, b = 9$, тогда $c = 14$

$$8c = 48 + 6c - 12; \quad 2c = 54 - 12; \quad 2c = 42; \quad c = 21$$

$$(8, 9, 14), (9, 8, 14), (14, 8, 9), (14, 9, 8)$$

$$(9, 14, 8), (14, 14, 8)$$

$$(19, 14, 8) - 6$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

M	A	0	0	0	2	7	2	4	7	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №4 7 баллов: Число вхождений слова в предложение.

4) here 3 no mendamine. 1) P C 2) 5 4 3) 4 17

Ромши - Р, Серги - С, Буши - Б, Чирки - Ч, Подсолони - П, Усачи - У,
Хвостови - Х.

Пусть у нас выпадает I потешание: Битый (P) будет стоять
или Серого (C). Сделать они смогут это, если один из еще молодых
P5C (цифры 1, 2, 3, 4, 5 - означают, что там стоят такие группы
из 5-ти битов)

Причем, как стоит ост. Близота киванно

На наш взгляд, способ, на котором мы оставили

Значит, $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ способов.

Примем, в этих 5! способов расстановки в
каждом рассмотренном нами случае уже
запрещаются и II и III положения.
(Каждое из этих положений)

Каждое ^{вариантом} из этих 24 может быть
расставлено, т.е. либо 2) Б 4, либо 3) 4 П)
Значит, билетов можно выдать 1 раз.
21 · 5! (способов)

$$21 \cdot 5! = 21 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 21 \cdot 10 \cdot 12 = 21 \cdot 120 = 2520 \text{ (cu)}$$

А условие про b, c, n ?

Отв: Близкая к нулю. Вряд ли 2520 способами, чтобы в полном виде были и пошлющие.

Лист 3 из 9

Задача 2 | x, y, z — целые числа

$$\begin{cases} x+y+z=3 \\ x^2+y^2+z^2=27 \end{cases} \quad x^2 \geq 0, y^2 \geq 0, z^2 \geq 0$$

При этом $x+y+z=3$ возможно, какое-либо из чисел x, y, z будет отрицат., т.к.

$$(-a)^2 = a^2$$

Рассмотрим возможные случаи получения числа 27: $x^2+y^2+z^2$.
 1) $27 \neq 0+0+0$ 2) $27 = 0+0+\sqrt{27}^2$, но $\sqrt{27}^2$ не является числом.

$$3) 27 = 0 + 1^2 + \sqrt{26}^2 = 0 + 1^2 + \sqrt{23}^2 = 0 + 3^2 + \sqrt{18}^2 = 0 + 25 + \sqrt{2}^2 = 0 + 4^2 + \sqrt{1}^2 = 0 + 6^2 + (-9)$$

$\begin{matrix} \text{является} & & \text{является} & & \text{является} & & \text{является} & & \text{является} \\ \text{числом} & & \text{числом} & & \text{числом} & & \text{числом} & & \text{числом} \end{matrix}$

$$= 0 + 6^2 + (-9), \text{ но } (-9) = a^2 \text{ такого не может быть, т.к. } a^2 \geq 0.$$

Поэтому дальше мы не рассматриваем, ведь иначе у нас появятся отрицат. квадраты чисел.

$$4) x^2 = 1:$$

$$27 = 1^2 + 1^2 + 5^2 = 1^2 + 2^2 + \sqrt{9}^2 = 1^2 + 3^2 + \sqrt{12}^2 = 1^2 + 4^2 + \sqrt{10}^2 = 1^2 + 5^2 + 1^2 =$$

Все числа: $27 = 1+1+25$ являются квадратами

$$= 1^2 + 6^2 - 10.$$

$-10 \neq a^2$, поэтому такое не может быть.

При дальнейшем рассмотрении $x^2 = 1$ у нас $z^2 < 0$, получается.

$$5) x^2 = 4, x = \pm 2:$$

$$27 = 4 + 4 + \sqrt{19}^2 = 4 + 9 + \sqrt{14}^2 = 4 + 16 + \sqrt{3}^2 = \frac{4+25}{=29} > 27 \text{ и } z^2 < 0$$

Такого не может быть поэтому п. 3, 4 ит.д. дальше не рассматриваем.

$$6) x^2 = 9$$

$$27 = 9 + 9 + 9 = 9 + 16 + \sqrt{2}^2 = 9 + 25 + z^2$$

данный случай порождает где $x^2+y^2+z^2=27$.

Дальше не рассматриваем.



Продолжение задания № 2 |

7) $x^2 = 16$

$27 = 16 + 16 + z^2, z^2 < 0$, такого z не может быть.

↓
 более мелкие y^2 ($y^2 < x^2$) мы не рассматривали, аналогично с
 др. случаями, т.е. если $y^2 < x^2$ мы рассматривали в предыдущих
 по сравнению с рассматриваемыми сейчас пунктах.

Пример:
 (в п. 4 мы не рассматр. $y^2 < x^2$, а начинаем с $y^2 \geq x^2$, т.е.
 случай, что $y^2 \text{ в п. 3 } < x^2 \text{ в п. 4}$ мы уже рассмотрели.)
 иначе будет повтор, как в п. 8.

8) $x^2 = 25$

$27 = 25 + 1^2 + 1^2$

повтор,

данный

случай мы уже рассмотрели.

При данных x и y нас y^2/z^2 будет полагаться
 отрицать, что, естественно, не может быть.

Таким образом, мы имеем только 1 случай, подпадающий
 под $x^2 + y^2 + z^2 = 27$, где x, y, z — действит. числа.

1) $9^2 + 9^2 + 9 = 27$ п-е. $3^2 + 3^2 + 3^2 = 27$.

Однако: $x + y + z = 3$.

$x = \pm 3, y = \pm 3, z = \pm 3$

~~мы при каждом рассуждении уже рассматривали~~

Пример: $3 - 3 + 3 = 3$.

$z_{\max}$ в данном случае = 3.

$3 + 3 - 3 = 3$.

$z_{\min}$ в данном случае = -3.

Если: $x = 3, y = -3, z = 3$, то:

$$\begin{cases} (3)^2 + (-3)^2 + (3)^2 = 27 & \text{условие} \\ 3 - 3 + 3 = 3 & \text{соблюдается} \end{cases}$$

Если $x = 3, y = 3, z = -3$ то

$$\begin{cases} (3)^2 + (3)^2 + (-3)^2 = 27 \\ 3 + 3 - 3 = 3 \end{cases}$$

Вариант № 4

М А О О О 2 7 2 4 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справаПродолжение задания № 22) Рассмотрим случай, где $27 = 1^2 + 1^2 + 5^2$.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 27 \\ 1^2 + 1^2 + 5^2 = 27 \end{cases} \quad \begin{aligned} & \cdot x = \pm 1 \quad y = \pm 1 \quad z = \pm 5. \\ & \cdot x = \pm 1 \quad y = \pm 5 \quad z = \pm 1 \\ & \cdot x = \pm 5 \quad y = \pm 1 \quad z = \pm 1. \end{aligned}$$

Но должны соблюдаться ещё и ещё условия:

$$x + y + z = 3. \quad \text{При } x, y \text{ или } z = -5 \text{ оно не будет соблюдаться, т.к.}$$

$$\begin{aligned} \text{Поэтому, либо } x, \text{ либо } y, \text{ либо } z = 5, \text{ тогда остаются:} \\ \text{или } x \text{ или } y = -1. \end{aligned} \quad \begin{aligned} -5 + 1 + 1 &= -3 \neq 3 \\ -5 + 1 - 1 &= -5 \neq 3 \\ -5 - 1 - 1 &= -7 \neq 3. \end{aligned}$$

$$\text{В данном случае: } z_{\max} = 5. \quad \therefore y = x = -1.$$

$$z_{\min} = -1. \quad \begin{aligned} y/x &= 5 \\ x/y &= -1 \end{aligned}$$

Тогда условия соблюдаются и при $z=5$ и при $z=-1$:

$$\begin{cases} (-1)^2 + (-1)^2 + (5)^2 = 27 \\ -1 - 1 + 5 = 3 \end{cases} \quad (+) \quad \begin{cases} 5^2 + (-1)^2 + (-1)^2 = 27 \\ 5 - 1 - 1 = 3 \end{cases} \quad (+)$$

$$\text{Таким образом: 1) } z_{\max} = 3 \quad z_{\min} = -3 \quad \text{2) } z_{\max} = 5 \quad z_{\min} = -1.$$

$$\text{Значит: } z_{\max} = 5 \quad \text{и} \quad z_{\min} = -3.$$

$$\text{Ответ: } z_{\max} \text{ (наибольший)} = 5 \\ z_{\min} \text{ (наименьший)} = -3.$$

Числа не обяз. целые,
а решение только для
целых

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 7 2 4 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание №1) Ваня - 6 монет, Маша - 5 монет.

У Васи будет впопыхах больше кол-во решек в одном из игр. угадав:

У Васи впопыхах:

У Маши впопыхах:

Угадайте Вася

Полнот. игр.

Играющие игра.

1ш	1 решка	0 решки	1/2/3/4/5 реш.	5
2ш	2 решки	0 / 1 решка	2 2/3/4/5 реш.	4
3ш	3 решки	0 / 1 / 2 решки	3 3/4/5 реш.	3
4ш	4 решки	0 / 1 / 2 / 3 решки	4 4/5 реш.	2
5ш	5 решек	0 / 1 / 2 / 3 / 4 решки	5 5 реш.	1
6ш	6 решек	0 / 1 / 2 / 3 / 4 / 5 реш.	6 6 реш.	0
7ш	0 решки			

и если у Васи впопыхах все 6 решек, то у Маши в попыхах будет меньше кол-во впопыхах решки.

Также в данной колонке указано кол-во "полнот. игр", т.е. когда кол-во впопыхах решки у Васи превышает кол-во впопыхах решки у Маши.

В данной же колонке указано кол-во "игр. с нулем", когда кол-во впопыхах решки у Васи не превышает кол-ва впопыхах решки у Маши.

Дополните к таблице:

7кл.)	Вася	У Маши	Угадайте Вася	Играющие
	0 решек	—	0	0/1/2/3/4/5 реш.

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 7 2 4 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Продолжить задание 1

Машин образом у нас может быть всего: $6 \cdot 7 = 42$ случая
(по 6 возможных исхода по количеству играло, пара у Васи
вторым $0/1/2/3/4/5/6$ рини)

7 игр.

Из этих 42 случаев только 21 утисно.

(Колонка утисити нуикто,

«Удартти» гил Васи

Машин образом:

Случаи неравновозможны
Магриттер, Орешки из 5 у Машин: $p = \frac{1}{25}$
1 рещина — и — $p = \frac{5}{25}$

Вероятности того, что у Васи вторым больше
рини, или у Машин состоит:

$$\frac{21}{42} = \frac{1}{2}.$$

Машин и можно посчитать так:

в 1 случае данная вероятность = $\frac{1}{6}$. ← всего вторым

в 2 случае: вероятность = $\frac{1}{6}$.

в 3 сл.: $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

в 4 сл.: $\frac{4}{6}$

в 5 сл.: $\frac{5}{6}$

в 6 сл.: $\frac{6}{6} = 1$. (у Васи больше рини)

в 7 сл.: 0.

Так, общая, «средняя» вероятность =

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{3}{6} + \frac{4}{6} + \frac{5}{6} + \frac{6}{6} + 0 = \frac{21}{6} = \frac{7}{2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Ответ: вероятность = $\frac{1}{2}$.

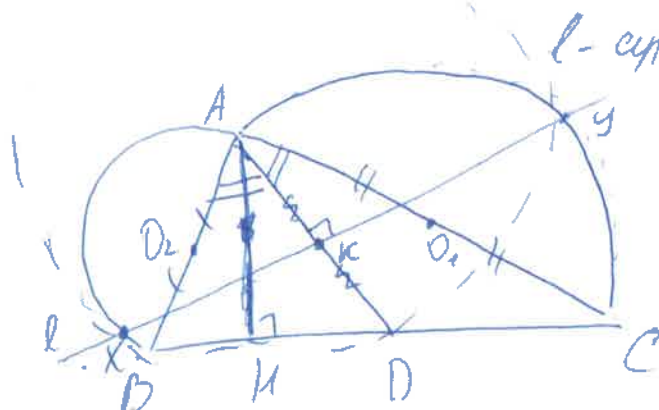
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 7 2 4 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание 5 | Дано: $\triangle ABC$ AD - бисс. AM - высота



l - сеп. кас. к AD
 $O_1 - W(D_1, r_1)$ - кас
 полуокр-ти

$W(D_2, r_2)$ - кас полуокр.

$O_1 \in AC, O_2 \in AB$

$\angle VAB = x \quad \angle VAC = y$

Док-м $X, Y, K, D \in W(D, R)$

Решение. Док-во.

O_1 - ср. AC , $AO_1 = O_1C$, т. AC - диаметр, O_1 - центр ^{полу}окр-ти.

O_2 - ср. AB , $AO_2 = O_2B$, т. AB - диаметр, O_2 - центр полуокр-ти.

Т.к. l - сеп. кас. к AD , то $l \cap AD = K$, K - ср. AD
 $AK = KD$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
 в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	2	5	4	4	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 4

Фамилия КОРЕАЦИ

Имя ГЛЕБ

Отчество ГЕОРГКЕВИЧ

Дата рождения 09.10.2006

Класс 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы 16.01.2023

Номер телефона +7 912 662 7111

Подпись

Глеб

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами, дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 5 4 4 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	Σ
20	20	15	50	60	

№1.

Вероятности, что у Вани выпадет:

$$6 \text{ решек} = \frac{1}{2^6}$$

$$5 \text{ решек, а у Маши меньше чем } 5 \text{ р.} = \frac{6}{2^6} \cdot \frac{31}{2^5}$$

$$4 \text{ р. у Маши меньше } 4 \text{ р.} = \frac{15}{2^6} \cdot \frac{26}{2^5}$$

$$3 \text{ р. у Маши меньше } 3 \text{ р.} = \frac{20}{2^6} \cdot \frac{16}{2^5}$$

$$2 \text{ р. у Маши меньше } 2 \text{ р.} = \frac{15}{2^6} \cdot \frac{6}{2^5}$$

$$1 \text{ р. у Маши рр.} = \frac{6}{2^6} \cdot \frac{1}{2^5}$$

Искомая вероятность равна сумме найденных:

$$\frac{1}{2^6} + \frac{6 \cdot 31 + 15 \cdot 26 + 20 \cdot 16 + 15 \cdot 6 + 6}{2^6 \cdot 2^5} = \frac{32 + 116 + 320 + 90 + 6}{2^6 \cdot 2^5} = \frac{1024}{2048} = \frac{1}{2}$$

Ответ: $\frac{1}{2}$.

№2.

$$\begin{cases} x+y+z=3 \\ x^2+y^2+z^2=27 \end{cases}$$

$$x=3-y-z$$

$$\begin{aligned} x+y+z &= 3 \quad | \cdot x \\ x^2+y^2+z^2+2xy+2xz+2yz &= 9 \quad | x^2+y^2+z^2=27 \end{aligned}$$

$$2xy+2xz+2yz=9-27 \quad | \cdot \frac{1}{2}$$

$$xy+xz+yz=-9 \quad | x=3-y-z$$

$$3y-y^2-yz+3z-yz-z^2-yz=-9$$

$$-y^2-z^2+3y+3z-yz+9=0$$

$$y^2+y(2-3)+z^2-3z-5=0$$

$$D = z^2-6z+9-4z^2+12z+36 = -3z^2+6z+45 = -3(z^2-2z-15) \geq 0$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 5 4 4 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что написано с этой стороны листа и только справа

№2 (продолжение)

$$z^2 - 2z - 15 \leq 0$$

$$D = 4 + 60 = 64$$

$$z_{1,2} = \frac{2 \pm 8}{2}$$

$$z_1 = 5 \quad z_2 = -3$$



$$z \in [-3; 5]$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{При } z = -3; \quad y = 3, \quad z = +3. \\ \text{При } z = 5; \quad y = -1, \quad z = -1. \end{array} \right\} z = -3 \text{ и } 5 \text{ подходят.}$$

Ответ: наименьшее $z = -3$, наибольшее $z = 5$.

№4.

Количество расстановок удовлетвор. условий:

$$\text{Всего} : 21 \cdot 5!$$

$$\text{Белого} : 21 \cdot 5!$$

$$\text{Черного} : 21 \cdot 5!$$

$$P \text{ и } B : 110 \cdot 3!$$

$$P \text{ и } Y : 210 \cdot 3!$$

$$B \text{ и } Y : 35 \cdot 4!$$

$$P \text{ и } B \text{ и } Y : 35 \cdot 6 \cdot 2!$$

Т.к. м-ва P, B, Y пересекаются, то из множества их объединения вычитаем:

$$\begin{aligned} P \cup B \cup Y &= PB \cup PY \cup BY = 3 \cdot 110 \cdot 3! - 2 \cdot 110 \cdot 3! - 35 \cdot 4! + 35 \cdot 6 \cdot 2! = \\ &= 8560 - 1260 - 840 + 420 = 6300 - 420 = 5880. \end{aligned}$$

Ответ: 5880.

7! = 5040 - всего перестановок

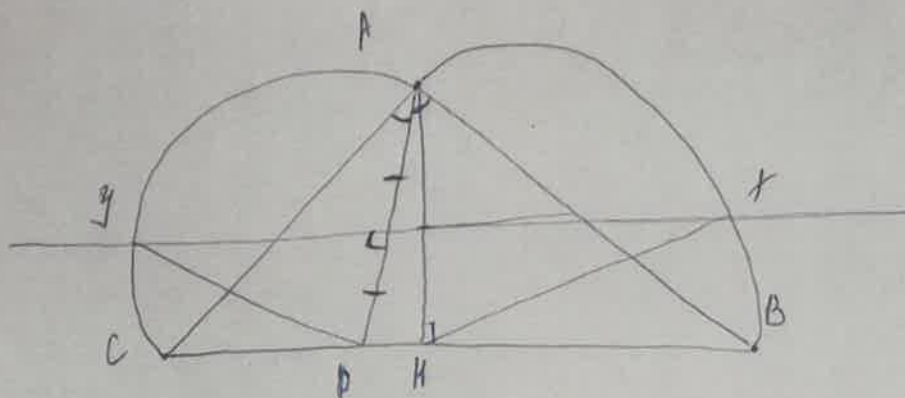
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 5 4 4 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5.



№3.

Каждому внешнему кубу a и параллелепипеду $a \times b \times c = 2ab + 2ac + 2bc - 4a - 4b - 4c$.

Если внешние кубы имеют на сколько-то одинаковых, то:

$$4ab + 4ac + 4bc - 8a - 8b - 8c = abc.$$

$$abc - 4ab - 4ac - 4bc + 8a + 8b + 8c = 0.$$

Каждому внешнему кубу равно: $(a-2)(b-2)(c-2) = 2(a-2)(b-2)(c-2) = abc$.

Пусть $a \leq b \leq c$ и $a, b, c \in \mathbb{Z}$: $c = b-2$, $a = b-2$, $c = 2a-4$.

$$\begin{cases} a = c-4 \\ b = c-2 \\ c = 2a-4 \end{cases} \quad \begin{aligned} c &= 2c-8-4 = c-12 \\ c &= 12 \Rightarrow a=8, b=10 \end{aligned}$$

Ответ: $a=8$, $b=10$, $c=12$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	2	4	3	9	7	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 4

Фамилия РЫБАКОВ

Имя АНДРЕЙ

Отчество ВАДИМОВИЧ

Дата рождения 05.07.2006

Класс 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 83875219655

Подпись Жел

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 4 3 9 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N 1

I O_p O_p O_p O_p O_p O_p
II O_p O_p O_p O_p O_p

1	1	1
1	2	1
1	3	3
1	4	6
1	5	10
1	6	15
1	7	21
1	8	28
1	9	36
1	10	45
1	11	55
1	12	66
1	13	78
1	14	91
1	15	105
1	16	120
1	17	136
1	18	153
1	19	171
1	20	190
1	21	210
1	22	231
1	23	253
1	24	276
1	25	300
1	26	325
1	27	351
1	28	378
1	29	406
1	30	435
1	31	465
1	32	496
1	33	528
1	34	561
1	35	595
1	36	630
1	37	666
1	38	703
1	39	741
1	40	780
1	41	820
1	42	861
1	43	903
1	44	946
1	45	990
1	46	1035
1	47	1081
1	48	1128
1	49	1176
1	50	1225
1	51	1275
1	52	1326
1	53	1378
1	54	1431
1	55	1485
1	56	1540
1	57	1596
1	58	1653
1	59	1711
1	60	1770
1	61	1830
1	62	1891
1	63	1953
1	64	2016
1	65	2080
1	66	2145
1	67	2211
1	68	2278
1	69	2346
1	70	2415
1	71	2485
1	72	2556
1	73	2628
1	74	2701
1	75	2775
1	76	2850
1	77	2926
1	78	3003
1	79	3081
1	80	3160
1	81	3240
1	82	3321
1	83	3403
1	84	3486
1	85	3570
1	86	3655
1	87	3741
1	88	3828
1	89	3916
1	90	4005
1	91	4095
1	92	4186
1	93	4278
1	94	4371
1	95	4465
1	96	4560
1	97	4656
1	98	4753
1	99	4851
1	100	4950

вероятность определения комбинации I 2^{-6}
у II нет решки 2^{-5} , тогда $\sqrt{}$ комбинация II $1-2^{-6}$

$$P_1 = 1 \cdot 2^{-5} \cdot (1 - 2^{-6}) \text{ т.к. одновр.}$$

$$P_2 = C_5^{11} \cdot 2^{-5} \cdot (1 - 2^{-6} - 6 \cdot 2^{-6})$$

$$P_3 = C_5^{2110} \cdot 2^{-5} \cdot (1 - 2^{-6} - 6 \cdot 2^{-6} - 15 \cdot 2^{-6})$$

$$P_4 = C_5^{3110} \cdot 2^{-5} \cdot (1 - 2^{-6} - 6 \cdot 2^{-6} - 15 \cdot 2^{-6} - 20 \cdot 2^{-6})$$

$$P_5 = C_5^{4115} \cdot 2^{-5} \cdot (1 - 2^{-6} - 6 \cdot 2^{-6} - 15 \cdot 2^{-6} - 20 \cdot 2^{-6} - 15 \cdot 2^{-6})$$

$$\sum_{k=0}^n C_n^k = 2^n$$

$$= 2^5 (1 - 2^{-6} (2^6 - 1)) = 2^5 (1 - 1 + 2^6)$$

т.к. сов. не пересекаются $\Rightarrow \sum P_i = P$

$$P = 2^5 - 2^{11} + 5 \cdot 2^5 - 435 \cdot 2^{11} + 10 \cdot 2^5 - 220 \cdot 2^{11} + 10 \cdot 2^5 - 420 \cdot 2^{11} + 5 \cdot 2^5 - 57 \cdot 5 \cdot 2^{11} + 2^{11}$$

$$P = 31 \cdot 2^5 - \frac{860}{2^6} = \frac{31 \cdot 2^6 - 860}{2^6} = \frac{1984 - 860}{2^6} = \frac{1024}{2^6} = \frac{511}{1024}$$

ВНИМАНИЕ! Проверять только то, что написано с этой стороны листа в рамках стрел



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

M A O O O 2 4 3 9 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N2

$$\begin{cases} x+y+z=3 \\ x^2+y^2+z^2=27 \end{cases}$$

 $z_1 > z_2$ — макс, мин

$$\text{Т.к. } \begin{cases} x^2+y^2+z^2=27 \\ x+y+z=3 \end{cases}$$

максимум — $z_1 = z_2$

меньше 0 т.к. если

Т.к. обязательно одно из чисел

пред

$$x, y=0 \quad z=3 \quad 3^2 \neq 27$$

$$\text{пред } z = \sqrt{26}, \text{ то } x^2+y^2=1 \Rightarrow x=\sin \varphi, y=\cos \varphi$$

$$\& \left(|\sin \varphi| + |\cos \varphi| \right) < |3 - \sqrt{26}| \Rightarrow z < \sqrt{26}$$

$$z=5 \Rightarrow \begin{cases} x+y=-2 \\ x^2+y^2=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-1 \end{cases}$$

возм. значение
минимум с $z=-5$

$$x=y=1$$

пред

$$z_1 > 5 \Rightarrow \begin{cases} x^2+y^2 < 2 \\ x+y < -2 \end{cases}$$

$$x^2+y^2 < 2$$

$$-x-y > 2$$

 $x^2+y^2 < 2 < -x-y$ такого не может быть т.к.

$$\begin{cases} x^2 > |x| \\ y^2 > |y| \end{cases}$$

при $|x| > 1, |y| > 1$ $|x|+|y| > 2 \Rightarrow$ такого быть не может

$$\text{а } z=5 \Rightarrow z_2=-5$$

Ответ

$$5; -5$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 4 3 9 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N3

$$d \leq a \leq b \leq c$$



$$\text{Внеш} = m$$

$$\text{Внут} = n$$

$$m = 2ab + 2bc + 4b + 2ac - 4c - 4a + d$$

$$n = abc - m +$$

$$abc = 4ab + 4bc + 4ac - 8b - 8c - 8a + 16$$

$$(a-4)(b-4)(c-4) = 8a + 8b + 8c - 16 = 8(a+b+c-6)$$

$$(a-4)(b-4)(c-4) \div 8 \Rightarrow \text{тогда } d \text{ и } c \text{ — целые } \Rightarrow \text{только } 2-2=2$$

$$a = d$$

$$b = 8$$

$$c = 8$$

$$a = 8$$

$$b = 10$$

$$c = 12$$

$$(b-4)(c-4) = 4 + b + c$$

$$4c - 16 = 8 + c$$

$$3c = 24 \quad c = 8$$

$$(b-4)(c-4) = b + c + 6$$

$$8c - 32 = 24 + c - 6$$

$$7c = 50$$

$$7c = 50$$

$$2 \cdot 6^3 \neq 8^3$$

Ответ (8, 8, 8) и (8, 10, 12)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 4 3 9 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N 4

Р С Б Ч П У Х
1 2 3 4 5 6 7

Т.к. хотя бы 1 теление Т.О

кол-во всего телений рас- кол-во
расстановок без единичного тел =
нужное кол-во

$$n = 7! - 3000$$

$$S = n - n'$$

2...1 5...4...3

Если считать относительно 5...4...3, то для 2...1
всегда есть 6 вариантов расстановок т.к.

5 2 : 4 : 3 :

3 + 2 + 1 → при сдвиге 2 вправо
кол-во мест увеличивается на 1

C_7^3 - кол-во расст. для 5...4...3

$n' = C_7^3 \cdot 6 \cdot 2$ т.к. всего 2 теления не расставляются

$$n' = 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7$$

$$S = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 - 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 = 11 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7$$

Ответ 3300

4620



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	2	8	2	1	8	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 4

Фамилия Валиуллина

Имя Алия

Отчество Маратовна

Дата рождения 11.10.2006 Класс 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 7 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7 982 413 1150 Подпись ✱

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Вариант № 4

М А О О О 2 8 2 1 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	Σ
20	20	10	15	0	65

115

$$\begin{cases} x+y+z=3 \\ x^2+y^2+z^2=27 \end{cases}$$

Заметим, что $z=5$ подходит (тогда $x=-1$ и $y=-1$):

$$(-1)+(-1)+5=3$$

$$3=3$$

$$(-1)^2+(-1)^2+5^2=27$$

$$27=27$$

Теперь докажем, что $z > 5$ не подходит. Итак, пусть $z > 5$.

Тогда:

$$x+y=3-z \Rightarrow x+y < -2$$

$$x^2+y^2=27-z^2 \Rightarrow x^2+y^2 < 2$$

$$\begin{cases} x+y < -2 \Rightarrow (x+y)(x+y) > 4 \\ x^2+y^2 < 2 \end{cases}$$

$$(x+y)(x+y) = (x+y)^2 = x^2+y^2+2xy$$

$$x^2+y^2+2xy > 4 \Rightarrow 2xy > 2, \text{ то } x^2+y^2 \geq 2xy \text{ (т.к. } x^2+y^2-2xy \geq 0, (x-y)^2 \geq 0) \text{ и при этом } x^2+y^2 < 2, \text{ а } 2xy > 2, \text{ такое невозможно}$$

Значит, $z \leq 5$. Тогда наибольшее значение $z=5$ (а оно нам подходит).

Теперь найдем наименьшее значение. Заметим, что $z=-3$ подходит (тогда $x=3$ и $y=3$):

$$3+3+(-3)=3$$

$$3=3$$

$$3^2+3^2+(-3)^2=9+9=18$$

$$27=27$$

Теперь докажем, что $z < -3$ не подходит. Итак, пусть $z < -3$.

Тогда:

$$x+y=3-z \Rightarrow x+y > 6$$

$$x^2+y^2=27-z^2 \Rightarrow x^2+y^2 < 18$$

$$\begin{cases} x+y > 6 \Rightarrow (x+y)(x+y) > 36 \\ x^2+y^2 < 18 \end{cases}$$

$$(x+y)(x+y) = (x+y)^2 = x^2+y^2+2xy$$





Продолжение §2

$$x^2 + y^2 + 2xy > 36 \Rightarrow 2xy > 18, \text{ но } x^2 + y^2 \geq 2xy \text{ (т.к. } x^2 + y^2 - 2xy \geq 0,$$

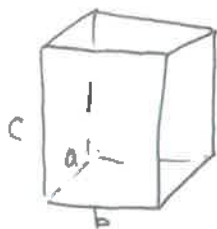
$$\uparrow$$

$$(x - y)^2 \geq 0)$$
 и при этом $x^2 + y^2 < 18$, а $2xy > 18$, такое невозможно

Значит, $z \geq -3$. Тогда наименьшее значение $z = -3$ (а оно нам как раз и подходит)

Ответ: наибольшее значение $z = 5$;
наименьшее значение $z = -3$.

§3



Сумма всех кубиков равна площади параллелепипеда (т.к. кубики единичные (их площадь равна

$$\sum_{k=1}^n = abc$$

Сумма внешних кубиков равна сумме площадей всех граней параллелепипеда (т.к. по условию внешний кубик, тот у которого хотя бы одна грань лежит на поверхности параллелепипеда), минус кубики, которые мы посчитали несколько раз (т.к. у некоторых кубиков будет лежать больше одной грани).



- - кубики, которые мы посчитали 3 раза, т.к. у них лежит по 3 грани.
- ← вершины, их всего 8 в параллелепипеде $\Rightarrow$ мы считали вместе $8 \cdot 2$.



- - кубики, которые мы посчитали по 2 раза, т.к. у них лежит по 2 грани

- ← сторона - 2 (т.к. это кубики, которые мы посчитали по 3 раза)

- ← грани (их всего 12, по 4 на каждой стороне)

M A O O O 2 8 2 1 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Продолжение 53

Следовательно, мы должны вычесть еще $4(a-2) + 4(b-2) + 4(c-2)$

$$\begin{aligned} \text{Итак, получим } \Sigma_{\text{внеш.к.}} &= 2ab + 2bc + 2ac - 8 \cdot 2 - (4(a-2) + 4(b-2) + 4(c-2)) \\ &= 2(ab+bc+ac) - 16 - (4a - 8 + 4b - 8 + 4c - 8) = 2(ab+bc+ac) - 16 - 4(a+b+c) \\ &= 2(ab+bc+ac) - 4(a+b+c) + 8 \end{aligned}$$

a - четное и $a \leq 8$ и $a > 0$ (т.к. сторона параллелепипеда) $\Rightarrow$ всего 4 случая
 $(a=8, a=6, a=4, a=2)$. Рассмотрим эти случаи.

 ~~$a=8$~~ $a > 8!$

$$\Sigma_{\text{внут.к.}} = \Sigma_{\text{к.}} - 8 \Sigma_{\text{внеш.к.}} = abc - 2(ab+bc+ac) + 4(a+b+c) - 8$$

Пусть $\Sigma_{\text{внеш.к.}} = x$. Тогда $(abc - x) - 8x = abc - 9x \Rightarrow 2x = abc$

Итак:

1) $a=8$

$$2 \cdot (2(ab+bc+ac) - 4(a+b+c) + 8) = abc$$

$$4(ab+bc+ac) - 8(a+b+c) + 16 = abc$$

$$4(8b+bc+8c) - 8(8+b+c) + 16 = 8bc \quad | :4$$

$$8b+bc+8c - 2(8+b+c) + 4 = 2bc$$

$$8(b+c) + bc - 2 \cdot 8 - 2(b+c) + 4 - 2bc = 0$$

$$8(b+c) - 2(b+c) - bc - 12 = 0$$

$$6(b+c) - bc - 12 = 0$$

$$6(b+c-2) = bc \Rightarrow bc : 6 \Rightarrow \text{либо (или)} \begin{cases} b:6 \\ \text{или } c:6 \end{cases} \text{ либо (какое-то из них :3, а} \\ \text{какое-то :2)}$$

1) Пусть не уменьше общности $b:6$, тогда т.к. $8 \leq b$ и $b > 0$ (т.к. b сторона параллелепипеда), то $b=6$. Тогда:

$$6(6+c-2) = 6c$$

$$36 + 6c - 12 = 6c$$

$$6(b+c-2) = bc \Rightarrow bc : 6 \Rightarrow \text{либо (или)} \begin{cases} b:6 \\ \text{или } c:6 \end{cases} \text{ либо (одно из них :3, а} \\ \text{другое :2)}$$

$$6b + 6c - 12 = bc$$

$$\text{другое :2)}$$



Продолжение 53

1) Пусть Заметим, что ни одно из этих чисел не может ≥ 6 , тогда:

$$6(6+x-2)=6x$$

$$36+6x-12=6x \leftarrow \text{это просто будет неверно}$$

4) Пусть не уменьшая общности $b:6$, тогда т.к. $8 \leq b$ и $b > 0$ (т.к. это сторона параллелепипеда), то $b=6$ (невозможно)

2) Пусть не уменьшая общности $b:3$, тогда т.к. $8 \leq b$ и $b > 0$, то $b=3$ или $b=6$ (а это невозможно) $\Rightarrow b=3$. Тогда:

$$6(3+c-2)=3c$$

$$18+6c-12=3c$$

$$6c+6=3c$$

$$3c=-6$$

$$(c=-2 \leftarrow \text{искл.}, c > 0 \text{ (т.к. } c \text{ - сторона параллелепипеда)})$$

2) $a=6$

$$4(6b+bc+6c)-8(6+b+c)+16=6bc \quad |:2$$

$$2(6b+bc+6c)-4(6+b+c)+8=3bc$$

$$12b+12c+2bc-24-4(b+c)+8=3bc$$

$$12(b+c)-4(b+c)-16=2bc$$

$$8(b+c)-16=bc$$

$8(b+c-2)=bc \Rightarrow bc:8$, т.к. $b \leq 6$ и $c \leq 6$, то одно из этих делителей a другое на 1. Пусть не уменьшая общности $b:4$. Тогда: $b \leq 6$ и $b > 0 \Rightarrow b$

$$8(4+c-2)=4c$$

$$32+8c-16=4c$$

$$16+8c=4c$$

$$4c=-16$$

$$c=-4 \text{ (искл.)}, c > 0.$$

3) $a=4$

$$4(4b+bc+4c)-8(4+b+c)+16=4bc \quad |:4$$

$$4b+bc+4c-2(4+b+c)+4=bc$$

$$4(b+c)-2 \cdot 4 - 2(b+c)+4=0$$

$$2(b+c)=4$$

$$b+c=2$$

т.к. $b > 0$ и $c > 0$, то решение единственное в этом случае

$$b=1 \text{ и } c=1$$



Продолжение №3

4) $a=2$

$$4(2b+bc+2c) - 8(2+b+c) + 16 = 2bc \quad | :2$$

$$2(2b+bc+2c) - 4(2+b+c) + 8 = bc$$

$$4b + 2bc + 4c - 4 \cdot 2 - 4(b+c) + 8 = bc$$

$$4(b+c) - 4(b+c) - 8 + 8 = bc - 2bc$$

$$0 = bc \quad (\text{т.к. } b > 0 \text{ и } c > 0), \text{ то решений нет.}$$

Ответ: (4; 1; 2)

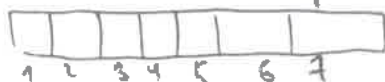
54.

Кол-во способов бельчат встать в ряд, чтобы выполнялось хотя бы одно условие равно кол-во всех способов встать в ряд минус кол-во способов встать в ряд, чтобы ни одно условие не выполнялось. Кол-во способов всех встать в ряд $= 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 7!$ (все 7 бельчат).

Теперь посчитали кол-во способов, чтобы ни одно условие не выполнялось. Итак, тогда должно выполняться следующее:

- 1) Б правее Ч;
- 2) Ч правее П;
- 3) Р правее К.

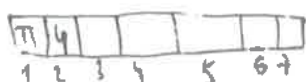
Посмотрим на ~~первое~~ ^{второе} условие:



т.к. Ч не может занимать самую левую и самую правую позиции (из-за 1 и 2 условия);

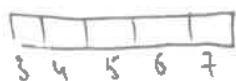
он может стоять на 5 местах (1, 3, 4, 5, 6). Рассмотрим эти 5:

1) Ч стоит на 2.



Тогда Б обязательно ~~стоит на 5~~ и может стоять на 5 (3, 4, 5, 6, 7), а П при этом стоит обязательно и

Рассмотрим:



(может стоять на 4 местах (3, 4, 5, 6) ~~и~~ если на 3, то Р стоит на 4м. (4, 5, 6, 7) если на 4, то Р стоит на 3м. (5, 6, 7) и т.д.



Вариант № 4

М А 0 0 0 2 8 2 1 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Продолжение 54

Плюс разницы расстановок $(4+3+2+1)((5-2)!) = 10 \cdot 3! = 60$.

2) 4 стоит на 3.

		4				
1	2	3	4	5	6	7

Плюс 5 на 4 м. (4, 5, 6, 7), а П на 2 (1, 2)

$2 \cdot 4 = 8$ расстановок для 4, 5, П. Рассмотрим оставшиеся 4 места

--	--	--	--

Расстановка Р и С аналогична 1), только теперь 4 места

Плюс ~~всех~~ разницы $(3+2+1)((4-2)!) = 12 \leftarrow$ кол-во способов расставить оставшиеся.

Плюс всего: $12 \cdot 8 = 96$.

3) 4 стоит на 4.

Плюс 5 на 3 м. (5, 6, 7), а П на 3 (1, 2, 3)

$3 \cdot 3 = 9$ расстановок для 4, 5, П. Рассмотрим оставшиеся 4 места. Здесь тоже самое, что и во 2 (нам неважно какие именно места остались) $\Rightarrow 12$ способов расставить оставшиеся.

Плюс всего: $12 \cdot 9 = 108$

4) 4, 5 симметричны относительно 1, 2, т.к. их просто перевернуть поре, наоборот (раз симметричны относительно 4)

Плюс кол-во способов расставить 6 раз, чтобы ни одно тело не было в центре: $2 \cdot 60 + 2 \cdot 96 + 108 = 2 \cdot 12 \cdot 5 + 2 \cdot 12 \cdot 8 + 2 \cdot 12 \cdot 9 =$

$$= 2 \cdot 12(5+8+9) = 2 \cdot 12 \cdot 22$$

Плюс искомое кол-во способов $= 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 22 = 2 \cdot 3 \cdot 4(7 \cdot 6 \cdot 5 - 2)$

$$= 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 188$$

Ответ: $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 188$

Слагаев $П < 4 < 5$ всего $\frac{7!}{3!}$, в половине из них нарушается условие ССР

51.

Вероятность выпадения решек на первых пяти монетах Вани, так же как и у Маши (т.к. одинаковое кол-во), но у Вани еще преимущество - 6-е место монета. Вероятность выпадения решки



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М	А	0	0	0	2	8	2	1	8	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Продолжение 12.

на ней равна $\frac{1}{2} = 0,5$ (либо френ либо решка) А это и есть
исходная вероятность.

Ответ: 0,5.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Дистанционно

М	А	0	0	0	2	7	0	0	3	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 4

Фамилия УЛИТИН

Имя ИННОКЕНТИЙ

Отчество АНДРЕЕВИЧ

Дата рождения 02.06.2006 Класс 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79850053445 Подпись (У)

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	Σ
20	5	15	0	5	45

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 7 0 0 3 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



N3

1) Для начала необходимо найти способ расчёта внешних и внутренних фигур, так:

- для внешних:

$$2(ab + (b-2)c + (a-2)(c-2))$$

- для внутренних:

$$(a-2)(b-2)(c-2)$$

согласно условию о внешних углах

2) Таким образом, для решения задачи нужно решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 2(ab + (b-2)c + (a-2)(c-2)) = (a-2)(b-2)(c-2) \\ 2(ab + (b-2)c + (a-2)(c-2)) + (a-2)(b-2)(c-2) = abc \end{cases}$$

3) Зная ограничение в $8 \leq a \leq b \leq c$ и

что $a = 2k$, можно перебрать необходимые значения, используя знания о чётности значений при умножении и

объём фигур в кубах как это сумма внешних и внутренних кубов

судя по картинке, например мы можем узнать, что объём в кубиках, кон-во внешних и внутр. кубиков всегда будет чётным. Тогда зависимо a в формуле примет значение большей стороны - c , а зависимо b - количество сторон a . Тогда единственная подходящая тройка $\rightarrow (8, 8, 18)$, иначе не выполняется второе уравнение из системы, или равенство внешних кубов не выполняется.

Ответ: 8, 8, 18.

N 2

Вычтем второе уравнение из первого, тогда:

$$x(x-1) + y(y-1) + z(z-1) = 24$$

Добавим 0,0 в общую сумму уравнений, а затем выразим x .

$$\begin{cases} x = 3 - y - z \\ x^2 + y^2 + z^2 = 24 \\ x(x-1) + y(y-1) + z(z-1) = 24 \end{cases}$$

Тогда при его подстановке во второе уравнение:

$$(y+z)(y+z-6) + y^2 + z^2 = 18$$

Тогда итоговая система:

$$\begin{cases} x = 3 - y - z \\ (y+z)(y+z-6) + y^2 + z^2 = 18 \\ x(x-1) + y(y-1) + z(z-1) = 24 \end{cases}$$

Тогда при дальнейшем раскрытии системы и выражении переменных мы получим ровно два набора значений, которые ей удовлетворяют

$$1) (-1; -1; 5)$$

$$2) (-3; 3; 3)$$

Так как значения x, y, z являются "симметричными" друг для друга, то тогда наименьшее и максимальное значения для z — это 5 и -3 соответственно.Ответ: $z_{\min} = -3; z_{\max} = 5$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 7 0 0 3 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



N 1

1) Каждый разговаривающий для ситуации случай отмечает, что количество монет с рисками у Вани больше чем у Маши $\rightarrow$ заполнить таблицу со случаями:

2)

кол-во рисков у Маши	0	1	2	3	4	5
кол-во случаев для Вани	6	5	4	3	2	1

$\Rightarrow$ всего благоприятных для Вани случаев:

$$6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$$

3) Всего возможных случаев:

возможные случаи Вани

$$4 \cdot 6 = 42 \Rightarrow$$

возможные случаи Маши

4) Вероятность того, что рисок у Вани $\geq$ чем у Маши $= P(X) = \frac{21}{42} = \frac{1}{2} = 50\%$

Ответ: $\frac{1}{2}$

N 5

Дано: XY - перпендикуляр к AB
 AC - диаметр $\perp$ хорд.
 $AN = ND$
 $\angle BAB = \angle DAC$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

Н А О О О 2 7 0 0 3 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Док-ть: X, Y, DH на одной окружности.

Док-во: Для того, чтобы док-ть это 4 точки лежат на одной окружности, нужно дать что четырехугольник $XUDH$ может быть вписан в окружность $\Rightarrow$ суммы противоположных углов в сумме дают 360° и равны при сумме углов смежных на одной прямой дают 180° .

2) $\triangle ADH, \triangle ABH$ и $\triangle AHC$ — прямоугольные $\triangle$.

3) ~~$\triangle AMN \sim \triangle ADC$ (по углу и двум пропорциональным сторонам)~~

$\triangle AMN \sim \triangle ADH$ (по двум углам и одной стороне)

4) $\angle XAB = \frac{1}{2} \angle XMB$ (как центр. и вписан. углы дуги AB)



Олимпиада школьников «БЕЛЫЧОНОК»

Адрес площадки проведения

МА 0002893623

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант №

4

Фамилия

ОПАРИНА

Имя

АЛИНА

Отчество

АЛЕКСАНДРОВНА

Дата рождения

10.04.2006

Класс

10

Предмет

МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на

4

листах

Дата выполнения работы

26.02.23

Номер телефона

89605014022

Подпись



Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами, дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	Σ
20	1	5	20	10	56

100

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант №

МА0002893623

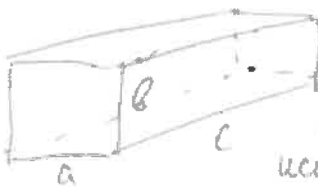
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Прочитайте внимательно условия задачи и ответьте на вопросы, поставленные в ней.



Задача 1.
 1) Начав с монеты, мальчик подбрасывает монету по 5 раз
 если тот же результат при подбрасывании.
 (1) $X = \{y\}$ - мальчик выбрал решку
 (2) $Y = \{y\}$ - мальчик выбрал решку
 (3) $Z = \{y\}$ - мальчик выбрал решку
 и X, Y, Z - события, всевозможные, всевозможные,
 $P(X) + P(Y) + P(Z) = 1$, так как событие, что $P(X) = P(Y)$, то и условие M и B одинаковы и симметрично.
 2) теперь B бросает монету еще раз.
 при раскладе (1) ничего не меняется, B не выигрывает (результат броска не на это не влияет)
 при (2) монета, B - выигрывает - 11 -
 при (3) при выпавшей решке ($P = \frac{1}{2}$) выигрывает, и тогда проигрывает.
 т.е. $P_{\text{выигрыш}} = P(Y) + \frac{1}{2}P(Z) = P(X) + \frac{1}{2}P(Z) = \frac{1}{2}$
 Ответ: $\frac{1}{2}$

Задача 2.



найдем количество внешних кубиков
 $x = 2ab + 2bc + 2ac - (4a + 4b + 4c + 8)$
 (сумма кубиков на каждой грани, исключая ребра и вершины, поставленные отдельно и принцип соответствия)
 по условию $x = \frac{abc}{2}$ (количество всех кубиков) т.е.
 $2ab + 2bc + 2ac - (4a + 4b + 4c + 8) = \frac{abc}{2}$, $8 \leq a \leq b \leq c$
 уравнение верно при $(8; 8; 12)$ и $(8; 9; 10)$
 значит найдено, что при $a, b, c \in \mathbb{N}$ $ab + bc + ac \leq abc$ при $a, b, c \geq 8$
 Уравнение будет возрастать, поэтому больше чем 1? т.е. равенство достигается. Ответ: $(8; 8; 12), (8; 9; 10)$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 8 9 3 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Сборник задач по информатике для 7-9 классов

Дано:

набор символов: Р, С, Б, Ч, П, У, Х

правило: $A < B$ означает, что символ А стоит левее символа В;

А < В означает, что А правее В.

набор символов: Р, С, Б, Ч, П, У, Х

набор символов: Р, С, Б, Ч, П, У, Х

$$X = \{P < C\}$$

$$Y = \{P < B < C\}$$

$$Z = \{C < P\}$$

где $P(X)$ — количество $P(Y)$, $P(Z)$ — количество случаев, для которых выполняется условие

X, Y, Z могут и будут пересекаться, следовательно, прежде всего рассмотрим и выведем из него случаи, когда ни X , ни Y , ни Z не выполняется, т.е. когда $P > C$ и $B > C$ и $C > P$. (*)

т.о. [C P] [P C B] данных выполнения

для данных C, P, B, U, B условию (*) удовлетворяют данные расстановки:

- С Р П Ч Б (1)
- С П Р Ч Б (2)
- С П Ч Р Б (3)
- С П Ч Б Р (4)
- П С Р Ч Б (5)
- П С Ч Р Б (6)
- П С Ч Б Р (7)
- П Ч С Р Б (8)
- П Ч Б С Р (9)
- П Ч Б Р С (10)

для каждого из (1)-(10) случаев, оставшихся данных Y и X можно расставить

6.7 = 42 способами (в каждой из 6 свободных мест в момент вставки Y , в любой из 7 образующихся с X промежуточных моментов вставить X)

т.о. $P^* = 42 \cdot 10 = 420$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

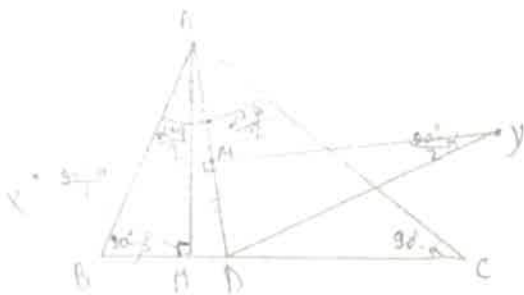
Baptism No. 4

M	A	0	0	0	2	8	9	3	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

число: $P_{\text{одн}} = P_0 = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5040$

и т.д. значение удовлетворения $P = P_{\text{факт}} - P^* = 5040 - 420 = 4620$



2- ms: XH04-Base

1) ~~nyomtatás~~ ~~2. és 3. oldal~~ ~~2. és 3. oldal~~

$\angle CAN = \alpha$; $\angle BAN = \beta$, maka
 $\angle BAC = \alpha + \beta$; $\angle BAD = \angle CAD = \frac{\angle BAC}{2}$
 $= \frac{\alpha + \beta}{2}$

$$\angle HAD = \angle BAD - \angle BAH = \frac{\alpha + \beta}{2} - \beta = \frac{\alpha - \beta}{2}$$
$$\angle ACH = 90^\circ - \alpha; \angle HAC = 90^\circ - \beta; \angle ABH = 90^\circ - \beta$$

2) т.е. $\angle AOX$, $\angle AOY$ $\angle M$ и $\angle N$ — медиана и высота $\triangle OAB$, $\triangle OAC$, $\triangle OBC$ соответственно, так как равны с $\angle AOB$.

3) так $\angle BYA = \angle DEA$ как вертикальные, а $\angle OYA = \angle ACD = \angle ACH = 90^\circ$
 следовательно $\angle X = 90^\circ$
 $\angle Y = \angle DYH = 90^\circ$, и т.д.

4) $\hookrightarrow$ ADC:

$$\angle ADC = 180^\circ - \angle DAC - \angle DEA = 180^\circ - \frac{\angle A}{2} - (90^\circ - \alpha) = 90^\circ - \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} + \alpha =$$

$$= 90 + \frac{d}{2} - \frac{p}{2} = 90 + \frac{d-p}{2}$$

$$5) \angle BDA = 180^\circ - \angle ADC = 180^\circ - 90^\circ - \frac{\alpha - \beta}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha - \beta}{2}$$

maka $\angle HOY = \angle BDA + \angle ADY = \frac{90^\circ + \alpha}{2} + 90^\circ - \frac{\alpha + \beta}{2} = 135^\circ + \frac{\beta}{2}$

6) m.o. polyacetylene $45 - \frac{1}{2}$

$$\angle X = \angle HXY = \frac{90^\circ - 35^\circ}{2}, \quad \angle HDY = 135^\circ + \frac{35^\circ}{2}$$

н.д. $\angle HXY + \angle HDY = 45 - \frac{\beta}{2} + 135 + \frac{\beta}{2} = 180^\circ$ & ч-к HXY ~~и~~
поэтому ~~они~~ ~~лежат~~ по прямой.

Олимпиада школьників «БЕЛЧОНОК»

Вариант № 9

M A 0 0 0 2 8 9 3 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Journal of Management Education 36(10) 1029-1040

Exercice 15 $x - y = a$, $x + y = b$.

misal $(x-y)(x+y) = a$ $x^2 - y^2 = a$ b
 $(x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy = a^2$

и при $n \in \mathbb{Z}$ обрат и возмощ (2)

$$(x+y+z)^2 - x^2 - y^2 - z^2 = 9 - 27$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz - x^2 - y^2 - z^2 = -18$$

$$xy + xz + yz = -9 \quad (5)$$

$$-g = xy + z(x+y)$$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	2	6	2	8	1	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения _____

Шифр _____

Вариант № 4

Фамилия Парашина

Имя Арина

Отчество Михайловна

Дата рождения 12.04.2007

Класс 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 2 листах

Дата выполнения работы 26.02.23

Номер телефона 89656757961

Подпись AP -

- Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	6
20	20	5	1	1	47

Вариант № 4

М А О О О 2 6 2 8 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 1.

У Васи может выпасть решек 0, 1, 2, ..., 6, у Маши может выпасть решек 0, 1, 2, ..., 5. Т.е. всего возможно $7 \cdot 6 = 42$ исхода. Симметричных исходов:

когда у Васи выпадает 6 решек - 6 (подходит все варианты Маши)
 когда у Васи выпадает 5 решек - 5 (4, 3, 2, 1, 0 решек у Маши)

когда у Васи выпадает 1 решка - 1 (когда у Маши 0)
 т.е. всего симметричных исходов $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$

Вероятность того, что у Васи выпадет больше решек

$$\frac{21}{42} = \frac{1}{2}$$

Ответ: $\frac{1}{2}$

Задача 2.

Заметим, что система симметрична.

из первого уравнения следует, что $z = 3 - x - y$, подставим во второе уравнение получим:

$$x^2 + y^2 + (3 - x - y)^2 = 27$$

$$x^2 + y^2 + x^2 + y^2 + 2xy - 6x - 6y + 2xy + 9 = 27$$

$$2x^2 + 2y^2 + 2xy - 6x - 6y - 18 = 0 \quad | :2$$

$$x^2 + x(y - 3) + y^2 - 3y - 9 = 0$$

$$D = y^2 - 6y + 9 - 4y^2 + 12y + 36 \geq 0, \text{ т.к. } x, y, z - \text{действит. числа}$$

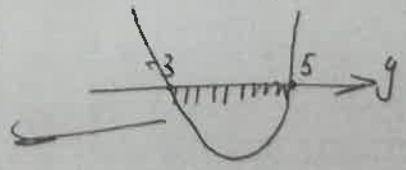
$$6y - 3y^2 + 45 \geq 0 \quad | : (-3)$$

$$y^2 - 2y - 15 \geq 0$$

$$y_1 = 5$$

$$y_2 = -3$$

$$y \in [-3; 5]$$



имеет

т.к. система симметрична, то и z принимает значения $[-3; 5]$
 т.е. минимальное значение $z = -3$ ($x = 3; y = 3$), максимальное $\rightarrow$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 6 2 8 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание 2 (продолжение)

максимальное $z = 5$ ($x = -1$; $y = -1$)

Ответ: $\max z = 5$; $\min z = -3$

Задание 3.

Число внутренних кубиков $(a-2)(b-2)(c-2)$, число внешних кубиков $2(c-2)(b-2) + 2(a-2)(b-2) + 2(c-2)(a-2) + 4b + 4(a-2) + 4(c-2)$; приравняв эти два выражения и раскрыв скобки, приведем подобные слагаемые:

$$abc - 4ac - 4bc - 4ab - 16 + 8c + 8a + 8b = 0$$

$$a(bc - 4c - 4b + 8) - 4(bc - 2c + 4) = 0$$

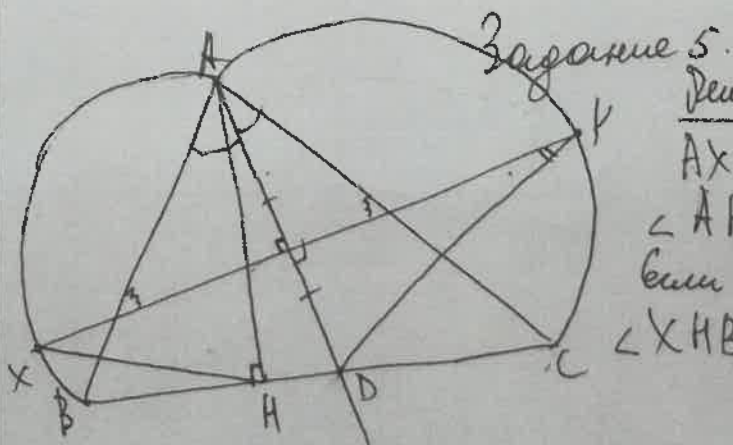
$$bc(a-4) - 2a(2c+2b-4) + 4(2c+2b-4) = 0$$

$$bc(a-4) - 2(2c+2b-4)(a-2) = 0$$

Задание 4.

РС, БЧ, ЧП - конешание

Вариантов, когда исполняется 1-ое конешание В!, когда 2-ое - Б!, когда 3-ье - ЧП!, но мы поставили лишние конешания.



Задание 5.

Решение: т. Н лежит на окр-ти АХВ и окр-ти АУС, т.к. $\angle АНВ = 90^\circ$, $\angle АНС = 90^\circ$, АВ и АС - диаметры. Если ХУНД - вписанный, то $\angle ХУД = \angle ХНВ = \angle ХАВ$ из вписанности АХВН

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

АСТАНЦИОННО

МА 0002099723

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 4

Фамилия САХНОВСКАЯ

Имя АНАСТАСИЯ

Отчество СЕРГЕЕВНА

Дата рождения 06.07.2006

Класс 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79200460791

Подпись Саф

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	Σ
20	5	5	15	10	55

101

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МА 0002099723

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа.

№1. Найдите вероятность выпадения n ($0 \leq n \leq 6$) решек у Вани и m ($0 \leq m \leq 5$) решек у Маши (при этом у Вани возможно $2^6 = 64$ комбинации, у Маши $2^5 = 32$ комбинации):

n	P_n
0	$\frac{1}{64}$
1	$\frac{6}{64}$
2	$\frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 64} = \frac{15}{64}$
3	$\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{2 \cdot 3 \cdot 64} = \frac{15}{64}$
4	$\frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 64} = \frac{15}{64}$
5	$\frac{6}{64}$
6	$\frac{1}{64}$

m	P_m
0	$\frac{1}{32}$
1	$\frac{5}{32}$
2	$\frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 32} = \frac{10}{32}$
3	$\frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 32} = \frac{10}{32}$
4	$\frac{5}{32}$
5	$\frac{1}{32}$

Благодаря симметрии исходов являющихся средними карот (n, m) : $(1, 0), (2, 0), (2, 1), (3, 0), (3, 1), (3, 2), (4, 0), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (5, 0), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (6, 0), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5)$. При этом $P_{nm} = P_n \cdot P_m$, а $P_{\text{сов}} = \sum P_{nm}$.

тогда $P_{\text{сов}} = \frac{1}{64 \cdot 32} (6 \cdot 1 + 15 \cdot 1 + 15 \cdot 5 + 15 \cdot 10 + 15 \cdot 10 + 15 \cdot 5 + 6 \cdot 1 + 6 \cdot 5 + 6 \cdot 10 + 6 \cdot 10 + 6 \cdot 5 + 6 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 5 + 1 \cdot 10 + 1 \cdot 10 + 1 \cdot 5 + 1 \cdot 1) =$

$= \frac{1}{2^4 \cdot 2^5} (6 + 15 + 45 + 75 + 100 + 75 + 45 + 15 + 6 + 30 + 60 + 60 + 30 + 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1) = \frac{1}{2^9} (1000 + 24) = \frac{1}{2^9} (1024) = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

Ответ: $P_{\text{сов}} = \frac{1}{16}$.

№4. Количество всех возможных расстановок белых равно $7!$. Пусть исходное количество способов равно a . Тогда $a = 7! - b$, где b - количество расстановок, где не выполняются ни одно условие. Найдите b .

С учетом невыполнения второго и третьего условий, Белый, Черный и Полюсанный будут стоять в следующем порядке: П, Ч, Б (между ними могут стоять другие Сельчата). С учетом невыполнения первого условия, Белый и Серый будут

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 О 9 9 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проставляется только то, что написано с этой стороны листа
в рамке справа.

стоять в следующем порядке: с, 9 (при этом между ними никак не может что-то стоять).

Найдем количество возможных расстановок Пухляка, Черного, Белого, Рыжего и Серого. Оно будет равно $4 + 4 + 3 + 2 + 1 = 14$.

Далее произвольным образом ставим Усамого и Хвостатого. Это можно сделать $6 \cdot 4 = 42$ способами. Итого $b = 14 \cdot 42$, а $a = 4! - 14 \cdot 42 = 42(5! - 14) = 42(120 - 14) = 42 \cdot 106 = 4452$ способа расставить дельфин с Волшебником хотя бы одного пожелания.

Ответ: 4452 способами.

и 3.

Всего кубиков будет $a \cdot b \cdot c$. Из них внутренних будет $(a-2)(b-2)(c-2)$. При этом все кубики делится на внутренние и

внешние, $(a-2)(b-2)(c-2) = \frac{abc}{2} \Rightarrow 2(a-2)(b-2)(c-2) = abc \Rightarrow$

$\Rightarrow 2(c-2)(ab-2a-2b+4) = abc \Rightarrow 2(abc-2ac-2bc+4c-2ab+4a+4b-8) = abc \Rightarrow$

$\Rightarrow (a-4)(b-4)(c-4) - 8(a+b+c) + 48 = 0$

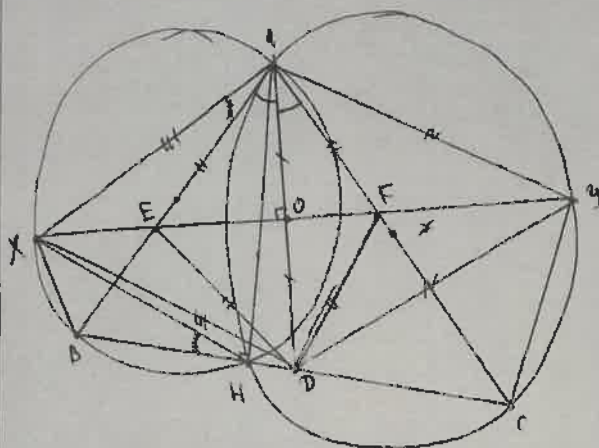
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МАООО2099723

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 5.



O - середина AD
 Чтобы доказать что
 четырехугольник $XCHD$
 вписанный, надо
 доказать, что
 $\angle XCD + \angle XHD = 180^\circ$
 Но, т.к. $\angle XHD +$
 $\angle XHB = 180^\circ$ как
 смежные, достаточно
 доказать, что
 $\angle XCD = \angle XHB$.

$\triangle AXD$ и $\triangle AYD$ - равнобедренные по признаку, т.е. $AX = XD$ и $AY = YD$. Пусть $\angle DAC = \beta$, $\angle YAC = \alpha$, $\angle XAB = \gamma$. Тогда
 $\angle ADY = \angle YAD = \beta + \alpha$, $\angle ADX = \angle XAD = \beta + \gamma$, $\angle XAB = \angle XHB = \gamma$
 как вписанные, опирающиеся на одну дугу.
 $\angle XCD = \angle AYX = 90^\circ - \angle DAX = 90^\circ - \beta - \alpha$ т.е. необходимо до-
 казать, что $90^\circ - \beta - \alpha = \gamma$.

Прямые $OX \cap AB = E$, $OY \cap AC = F$. Тогда $\triangle AEF$ - равнобедрен-
 ный по признаку, т.е. $AE = AF$ и $\angle AEF = \angle AFE = 90^\circ - \beta$.

При этом $\triangle AED$ и $\triangle AFD$ - равнобедренные по признаку,
 и $AEDF$ - ромб, т.е. $AE = ED = DF = AF$ и $\angle EDO = \angle ODF = 90^\circ - \beta$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МА0002099723

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ: Присоединяется только то, что записано с этой стороны листа и рамке справа

$$\begin{cases} x+y+z=3 \\ x^2+y^2+z^2=27 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x+y=3-z \\ x^2+y^2+z^2=27 \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} 3-y-x=2 \\ x^2+y^2+z^2=27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z=3-y-x \\ x^2+y^2+x^2+y^2+9-6x-6y+27=27 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} z=3-y-x \\ (x+y)^2+(x-3)^2+(y-3)^2=36 \end{cases}$$

z будет достигать минимума при максимальном x+y.
x+y будет достигать максимума при x=y=3. Тогда

$$z_{\min} = 3-3-3 = -3.$$

z будет достигать максимума при минимальном x+y.

Если x, y < 0, ~~x-3 > -6~~ x-3 > -6, y-3 > -6. При x=y=-1

$$z = 3+1+1 = 5, \text{ и это и есть } \underline{\text{максимальное значение } z}$$

$$\text{Ответ: } z_{\min} = -3, z_{\max} = 5.$$

Почему?

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	2	1	1	8	7	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения _____

Шифр _____

Вариант № 4

Фамилия Столбовской

Имя АЛЕКСАНДР

Отчество СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 18.05.2006 Класс 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 7 листах Дата выполнения работы 26.05.2006

Номер телефона +7-960-602-93-81 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 1 1 8 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверять только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Задача 1 (лист 1 из 2)

Вероятность за m бросков получить ровно n удачных исходов, имеющих шанс выпадения $= P_{(1)}$ равна: $C_m^n \cdot P_{(1)}^n \cdot (1 - P_{(1)})^{m-n}$

Так как при броске монеты шанс выпадения решки ($P_{(1)}$) равен шансу выпадения орла ($1 - P_{(1)}$) $= \frac{1}{2}$ (без учёта возможности подбрасывания монеты), то для данной задачи можно применить формулу: $C_m^n \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{m-n} = C_m^n \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^m$

Рассчитаем шансы выпадения определённого кол-ва решек для каждого ребёнка:

1) Для Дани:

$$P_{(0 \text{ решек})} = C_6^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 1 \cdot \frac{1}{64} = \frac{1}{64}$$

$$P_{(1 \text{ решка})} = C_6^1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{6!}{1! \cdot 5!} \cdot \frac{1}{64} = 6 \cdot \frac{1}{64} = \frac{6}{64}$$

$$P_{(2 \text{ решки})} = C_6^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{1}{64} = 15 \cdot \frac{1}{64} = \frac{15}{64}$$

$$P_{(3 \text{ решки})} = C_6^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{6!}{3! \cdot 3!} \cdot \frac{1}{64} = 20 \cdot \frac{1}{64} = \frac{20}{64}$$

$$P_{(4 \text{ решки})} = C_6^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{6!}{4! \cdot 2!} \cdot \frac{1}{64} = \frac{15}{64}$$

$$P_{(5 \text{ решек})} = C_6^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{6!}{5! \cdot 1!} \cdot \frac{1}{64} = \frac{6}{64}$$

$$P_{(6 \text{ решек})} = C_6^6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 1 \cdot \frac{1}{64} = \frac{1}{64}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 1 1 8 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверять только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Задача 1 (лит 2 из 2)

2) Для Мими:

$$P_{(0 \text{ решек})} = C_5^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 1 \cdot \frac{1}{32} = \frac{1}{32}$$

$$P_{(1 \text{ решки})} = C_5^1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{5!}{1!4!} \cdot \frac{1}{32} = 5 \cdot \frac{1}{32} = \frac{5}{32}$$

$$P_{(2 \text{ решки})} = C_5^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{5!}{2!3!} \cdot \frac{1}{32} = 10 \cdot \frac{1}{32} = \frac{10}{32}$$

$$P_{(3 \text{ решки})} = C_5^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{5!}{3!2!} \cdot \frac{1}{32} = 10 \cdot \frac{1}{32} = \frac{10}{32}$$

$$P_{(4 \text{ решки})} = C_5^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{5!}{4!1!} \cdot \frac{1}{32} = 5 \cdot \frac{1}{32} = \frac{5}{32}$$

$$P_{(5 \text{ решек})} = C_5^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 1 \cdot \frac{1}{32} = \frac{1}{32}$$

Значит, что у Оли вышло больше решек при условии, что у Мими вышло n решек, равно произведению сумм таких выходов у Оли $n+1, n+2, \dots, 5$ решек и таких выходов у Мими.

$$\begin{aligned} \text{Сколько выходов у Оли} &= P_{(0 \text{ решек})} \cdot (P_{(1 \text{ решки})} + P_{(2 \text{ решки})} + \dots + P_{(5 \text{ решек})}) + \\ &+ P_{(1 \text{ решки})} \cdot (P_{(2 \text{ решки})} + P_{(3 \text{ решки})} + \dots + P_{(5 \text{ решек})}) + \dots + P_{(5 \text{ решек})} \cdot P_{(5 \text{ решек})} = \\ &= \frac{1}{32} \cdot \left(\frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32}\right) + \frac{5}{32} \cdot \left(\frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32}\right) + \frac{10}{32} \cdot \left(\frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32}\right) + \\ &+ \frac{5}{32} \cdot \left(\frac{5}{32} + \frac{1}{32}\right) + \frac{1}{32} \cdot \frac{1}{32} = \frac{1}{32} \cdot \frac{63}{64} + \frac{5}{32} \cdot \frac{53}{64} + \frac{10}{32} \cdot \frac{42}{64} + \frac{10}{32} \cdot \frac{22}{64} + \\ &+ \frac{5}{32} \cdot \frac{9}{64} + \frac{1}{32} \cdot \frac{1}{64} = \frac{63}{2048} + \frac{265}{2048} + \frac{420}{2048} + \frac{220}{2048} + \frac{75}{2048} + \frac{1}{2048} = \frac{1024}{2048} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Ответ: $\frac{1}{2}$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 1 1 8 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 4 (лист 1 из 2)

Искомый ответ равен кол-ву всех возможных расстановок 7 мебелист $7! = 5040$.
Ниже кол-во расстановок, где ни одно требование не выполнено $\Rightarrow$ Ротом правее С; Ботом правее Ч; Чотом правее П.

Решим кол-во расстановок, где ни одно требование не выполнено:

1) Заметим, что всегда для мебелист Р и С работает правило: либо Ротом правее С, либо наоборот, Ротом левее С. Значит точно, что среди $7! = 5040$ расстановок ровно в половине Ротом правее, а в половине - левее.

(Противоположный вариант взаимного расположения не существует). Тогда так же, что в случайно выбранной расстановке Ротом правее С $= \frac{7!}{2} = \frac{7!}{2 \cdot 7!} = \frac{1}{2}$.

2) Рассмотрим "подходящими" позиции, в которых стоят мебелисты Б, Ч и П. Всего существует $C_3^7 = \frac{7!}{3! \cdot 4!} = 35 = 35 \cdot 1$ различных наборов таких позиций.

Элементы каждого набора с равной долей вероятности мебелисты могут стоять в порядке быть упорядочены тремя способами: ПЧБ; ПБЧ; БПЧ; БЧП; ЧПБ; ЧБП - то есть, для каждого набора, "подходящих" позиций существует ровно 1 комбинация, полностью удовлетворяющая условию.

(Это расстановка, для которой верно (это комбинация ПЧБ). Каждый такой набор существует в $4!$ расстановках, а значит, комбинация ПЧБ, когда мебелисты встречаются в порядке ПЧБ слева направо, всего $35 \cdot 4! =$

$= 840$ расстановок. Следовательно, так же, что в случайно выбранной

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 1 1 8 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 4 (лист 1 из 2)

расстановке. Это трио белочат идут в порядке ПЧБ, равен $\frac{840}{4!} = \frac{1}{6}$.

3) Согласно правилам теории вероятностей, чтобы найти шанс того, что в случайно выбранной расстановке не будет выполняться ни одно из условий, мы должны перебрать все варианты, возможные в пунктах (1) и (2).

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

Согласно определению шанса, исходя из определения, для равн. события с равновероятными исходами, шанс выполнения равен отношению кол-ва удачных исходов к кол-ву всех возможных исходов. Кол-во всех исходов нам известно, это кол-во расстановок для 4 белочат = $4! = 5040$. Поэтому можем найти кол-во расстановок, для которых не выполняется ни одно из условий: $5040 \cdot \frac{1}{12} = 420$.

Поэтому, искомый ответ равен $4! - 420 = 5040 - 420 = 4620$ расстановок (способов)

Ответ: 4620 способов

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МАООО2118723

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 3

Рассмотрим один из разрезов такого параллелепипеда:



Внутренний слой всегда имеет толщину 2 и кубики имеют форму «коробки». Отсюда, внутренний слой можно представить как цилиндр, заполненный параллелепипедом со сторонами $(a-2)$, $(b-2)$ и $(c-2)$.

Для параллелепипеда кол-во кубиков, из которых он состоит, равно их объему. Следовательно, «внутренних» кубиков в фигуре всего $(a-2) \cdot (b-2) \cdot (c-2)$.

А всего («внешних» + «внутренних») — $a \cdot b \cdot c$. Тогда кол-во «внешних» равно $(abc - (a-2) \cdot (b-2) \cdot (c-2))$. Составим уравнение:

$$abc - (a-2) \cdot (b-2) \cdot (c-2) = (a-2) \cdot (b-2) \cdot (c-2)$$

$$abc = 2 \cdot (a-2) \cdot (b-2) \cdot (c-2)$$

Так как $8 \leq a \leq b \leq c$, можем представить a как $8 + x_a$, b как $8 + x_b$, c как $8 + x_c$, где $x_a, x_b, x_c \in \mathbb{N}_0$.

Подстановка:

$$(8 + x_a) \cdot (8 + x_b) \cdot (8 + x_c) = 2 \cdot (6 + x_a) \cdot (6 + x_b) \cdot (6 + x_c)$$

$$8^3 + 8^2 \cdot x_a + 8^2 \cdot x_b + 8^2 \cdot x_c + 8x_a \cdot x_b + 8x_b \cdot x_c + 8x_a \cdot x_c + x_a \cdot x_b \cdot x_c = 2 \cdot 6^3 + 2 \cdot 6^2 \cdot x_a + 2 \cdot 6^2 \cdot x_b + 2 \cdot 6^2 \cdot x_c +$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 1 1 8 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа

в рамке справа

Задача 3

$$+ 2 \cdot 6 \cdot x_a x_b + 2 \cdot 6 x_a x_c + 2 \cdot 6 x_b x_c + 2 x_a x_b x_c$$

$$512 - 432 + 64x_a - 42x_a + 64x_b - 42x_b + 64x_c - 42x_c + 8x_a x_b - 12x_a x_b + 8x_b x_c - 12x_b x_c + 8x_a x_c - 12x_a x_c + x_a x_b x_c - 2x_a x_b x_c = 0$$

$$80 - 8x_a - 8x_b - 8x_c - 4x_a x_b - 4x_b x_c - 4x_a x_c - x_a x_b x_c = 0$$

$$80 = 8x_a + 8x_b + 8x_c + 4x_a x_b + 4x_b x_c + 4x_a x_c + x_a x_b x_c$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М	А	0	0	0	2	1	1	8	7	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Задача 2

$$\begin{cases} x+y+z=3 \\ x^2+y^2+z^2=14 \end{cases}$$

$$(x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2+2xy+2xz+2yz = 3^2 = 9$$

$$x^2+y^2+z^2 - (x^2+y^2+z^2+2xy+2xz+2yz) = -2 \cdot (xy+xz+yz) = 14 - 9 = 5$$

$$xy+xz+yz = -\frac{5}{2}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Город Вологда

М	А	0	0	0	2	7	6	4	7	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Кириллов

Имя Михаил

Отчество Александрович

Дата рождения 04.01.2006

Класс 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы 16.02.2023

Номер телефона +79807401571

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	Σ
6	0	10	20	10	46

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М	А	0	0	0	2	2	6	4	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа.

№3

- 1) если $|a|, |b|, |c| < 1$, то $|abc| < 1$ - противоречит с $abc = 1$.
- 2) если $|a|, |b|, |c| > 1$, то $|abc| > 1$ - противоречит с $abc = 1$.
- 3) если $|a|, |b|, |c| = 1$, то $a+b+c = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ - противоречит с $a+b+c > \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$.
(т.к. $a+b = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \Rightarrow a+b = \frac{a+b}{ab} \Rightarrow a+b = \frac{1}{ab}$) ← пример $|a|=|c|=1$

4) $a > b > 1 > c$ (2 числа > 1 , а 1 ≤ 1) $\Rightarrow$ т.к. $abc = 1$, то $c = \frac{1}{ab} \Rightarrow$

$$a+b+\frac{1}{ab} > \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + ab \Rightarrow \frac{a^2b+ab^2+1}{ab} > \frac{b+ab+a^2b^2}{ab} \Rightarrow$$

$$b(ab-1) + a(ab-1) > (ab-1)(ab+1) \quad ab \neq 1, \text{ иначе } c=1 \text{ (см. п. 3)}$$

$$(ab-1)(a+b)$$

$$a+b > ab+1$$

$$b-1 > a(b-1) \quad b \neq 1 \text{ (см. п. 3)}$$

$$1 > a - \text{против. предполож.} \Rightarrow \text{предполож. не верно}$$

1, 2, 3, 4 $\Rightarrow$ наибольшее из $a, b, c > 1$, а другие 2 числа < 1 или

В 1) и 2) рассмотрим другие числа.

3) Если $a, b, c < 1$, напр. $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, -3$, это не подходит под 3). Пусть $a, b, c < 1$ и рассмотрим

9 10 1
8 2
7 3
6 5 4
перевод

каждый из трех чисел < 1 $\Rightarrow$ сумма $= 10$
(1-3, 2-4, ..., 10-2) $\Rightarrow$ количество, которое нам:

из 3-х чисел: 10 (просто тройки)

из 4-х чисел: 7 + 8 + 5

каждый из трех чисел < 1 $\Rightarrow$ сумма $= 10$
4-го можно взять больше,

если рассм. остальные 3-ки, то можно брать только 6, т.к. предыдущее число (только 4-ка уже рассм. ранее)

а рассм. условием последнего 3-ку, а число 2 брать не нужно, на сумму

из 5-ти чисел: 7 + 6 + 7 + 6 + 1 + 7 + 6 + 2 + 7 + 6

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А 0 0 0 2 7 8 4 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$7 \cdot 6 + 5 \cdot 8 + 5 \cdot 4$, у условия первой 3-ки остальные 2 девочки
матрицы, у остальных кроме условия последней мы не можем взять предпоследнюю
(т.к. она была учтена раньше), у условия последней не можем взять ни на
предпоследнюю ни предпоследнюю.

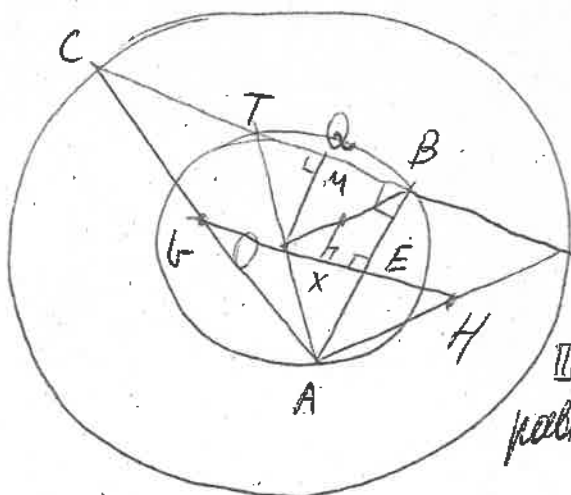
Считается несколько раз
одна пробит

для 6-ти чис: $7 \cdot 6 \cdot 5 + 8 \cdot 6 \cdot 5 + 5 \cdot 4 + 5 \cdot 4 \cdot 3$, у условия первой 3-ки
остальные 3 девочки матрицы, у остальных кроме условия последней нельзя брать
предпоследнюю (т.к. она была учтена раньше), у условия последней нельзя предпоследнюю
и предпоследнюю.

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{всего комбинаций матрицы: } 10 + 7 + 8 \cdot 6 + 5 + 7 \cdot 6 + 5 \cdot 8 \cdot 6 + 5 \cdot 4 + 7 \cdot 6 \cdot 5 + \\ + 8 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 + 5 \cdot 4 \cdot 3 = 17 + 48 + 5 + 42 + 240 + 20 + 210 + 960 + 60 = \\ = 70 + 282 + 230 + 1020 = 3002 + 1302 = 1602 \end{aligned}$$

Ответ: 1602.

N4



I - $CD \cap \omega_6 = T (\neq B) \Rightarrow$ т.к. $\angle ABC = 90^\circ$
($AB \perp CD$), то AT - диаметр $\omega_6 \Rightarrow$
 $AO = OT$
II - G - середина AC , H - середина $AD \Rightarrow GH$ - средняя линия
 $\triangle ACD$, O - середина $AT \Rightarrow OE \perp GH$, E -
 $BA \cap GH = E \Rightarrow E$ - середина AB
III - $AO \perp CD$, $OE = OD = R_{\omega_6} \Rightarrow \triangle OED$ -
равнобедренный ($\alpha = \beta$) $\Rightarrow OQ$ - высота $\triangle CAQ \Rightarrow QA$;

$OT = OB = R_{\omega_6} \Rightarrow \triangle OTB$ - равнобедренный $\Rightarrow \angle TOB = \angle OBT \Rightarrow \angle CTB = \angle BPT \Rightarrow GO = EH$ т.к. $GO \perp AC$,
 $\triangle HEG \Rightarrow GO = \frac{GE}{2}$, EH - средняя линия $\triangle ABD \Rightarrow EH = \frac{BD}{2}$

IV - $MX \perp GH$, $X \in GH \Rightarrow MX \parallel BA$ ($BA \perp GH$ т.к. $BA \perp CD$, $GH \parallel CD$ т.к. GH - средняя линия $\triangle ACD$)
 M - середина OB (или OA) $\Rightarrow MX$ - средняя линия $\triangle OEB \Rightarrow OX = XE \Rightarrow$ + III $GH = HX \Rightarrow$
 $\triangle G-M-H$ - равнобедренный (MX - высота и медиана) $\Rightarrow GO = HX$ или $GO = HX$ или $GO = HX$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 7 6 4 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

VI - Пусть $DQ = y$ по т. Пифагора для $\triangle OQD$: $OQ = \sqrt{100 - y^2}$

$$\triangle OQE \sim \triangle OTB \left(\frac{OE}{OB} = \frac{QE}{OT} = \frac{OE}{TB} = \frac{1}{2} \right) \Rightarrow MX = \frac{\sqrt{100 - y^2}}{2}$$

т.к. $OQ \perp OE$ - медиана,
а Q - осн. выс. $\triangle OTB$ (III)
то $OE = \frac{1}{2} OB = \frac{TB}{2}$

$$GH = \frac{OD}{2} \text{ (т.к. см. } \triangle OGD) \Rightarrow GH = y \text{ (} OD = QC = y \text{ т.к. } \triangle OGD \text{ - паралл. а } Q \text{ - осн. выс.)}$$

$$\Rightarrow XM = \frac{X}{2} \text{ (т.к. } \triangle GMH \text{ - паралл. (IV), } X \text{ - осн. выс.)} \Rightarrow$$

$$\text{по т. Пифагора для } \triangle XMN: MN^2 = MX^2 + XN^2 = \frac{(100 - y^2)}{4} + \frac{y^2}{4} = 100 \frac{100}{4} \Rightarrow$$

$$MX = 5$$

Ответ: 5

№1

$$x=0, y=2 \text{ подходит: } \begin{cases} 0=0 \\ 0=0 \end{cases} \Rightarrow x+y+z=0$$

$$x=y=2, z=0 \text{ подходит: } \begin{cases} 8-8=0 \\ y=4 \end{cases} \Rightarrow x+y+z=4$$

(y и z
можно
менять
местами, но
на сумму не
влияет)

Ответ: 0; 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Новороссийск

М	А	0	0	0	2	2	5	5	4	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия СТАРКОВ

Имя СЕМЕН

Отчество ИЛЬИЧ

Дата рождения 22.10.2006

Класс 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7 918 6245900

Подпись Стар

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	Σ
0	20	20	0	20	60

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 5 5 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Пусть ^{различные числа} x, y, z из интервала $[51; 100]$ такие, что $x < y < z$. Тогда пусть $y = x + k$; $z = x + m$; (~~по~~ т.к. $z > y$, то $x + k < x + m$, то есть $m > k$). Также заметим, что т.к. числа x, y, z находятся в интервале $[51; 100]$, то разность любых двух чисел из набора x, y, z не более 49; то есть $k, m \leq 49$; а также заметим, что $x \geq 51$; а т.к. $k, m \leq 49$, то $k, m \leq 49 < 51 \leq x$; $k, m < x$.

Рассмотрим следующие 8 чисел:

$$\begin{aligned} x+y+z &= 3x+k+m; & x+y \cdot z &= x+(x+k)(x+m) = x+x^2+xm+xk+km; \\ y+xz &= x+k+x(x+m) = x+k+x^2+xm; & z+xy &= x+m+x(x+k) = \\ &= x+m+x^2+xk; & (x+y)z &= (x+x+k)(x+m) = 2x^2+2xm+xk+mk; \\ (x+z)y &= (x+x+m)(x+k) = 2x^2+2xk+xm+mk; & (y+z)x &= \\ &= (x+k+x+m)x = 2x^2+kx+mx; & xyz &= x(x+k)(x+m) = \\ &= x^3+x^2m+x^2k+xkm; \end{aligned}$$

Тогда заметим, что:

- 1) $3x+k+m < x+m+x^2+xk$; ($x \geq 51 \Rightarrow x^2 > 3x$; $xk > k$; $x > m$);
- 2) $x+m+x^2+xk < x+k+x^2+xm$ ($x^2+x = x^2+m$; докажем, что $xm+k > xk+m$; $xm-m > xk-k$; $x(m-1) > x(k-1)$ - верно т.к. $m > k$);
- 3) $x+k+x^2+xm < x+x^2+xk+xm+mk$; ($x^2+x = x^2+m$; $xm = xm$; $xk+mk > k$);
- 4) $x+x^2+xk+xm+mk < 2x^2+kx+mx$; (докажем, что $2x^2 > x+x^2+mk$; $x^2 > x+mk$; $x(x-1) > mk$; $x(x-1) \geq 51 \cdot 50 > mk$; - т.к. $m, k \leq 49$);
- 5) $2x^2+kx+mx < 2x^2+2xk+xm+mk$; ($2x^2+kx+mx = 2x^2+kx+mx$; $kx+mx > 0 < kx+mk$);
- 6) $2x^2+2xk+xm+mk < 2x^2+2xm+xk+mk$; (докажем, что $2xm+xk > 2xk+xm$; $xm > xk$; - верно т.к. $m > k$);
- 7) $2x^2+2xm+xk+mk < x^3+x^2m+x^2k+xkm$ ($x \geq 51$; а значит $x^3 > 2x^2$, $2xm > x^2m$; $x^2k > xk$; $xkm > mk$).

То есть мы получили, что $x+y+z < z+xy < y+xz < x+yz < (y+z)x < (x+z)y < (x+y)z < xyz$;

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 5 5 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа



Понятно, что для каждого из 8-ми чисел ($x, x+y+z, x+yz, \dots$, $(y+z)x, xyz$) верно, что оно строго больше, либо строго меньше ~~каждого~~ каждого из оставшихся 7-ми чисел; а значит у нас нет равных чисел среди данных 8-ми чисел ($x+y+z, x+yz, \dots, (y+z)x, xyz$). в некотором порядке

А значит, если у нас есть некоторая упорядоченная тройка чисел a, b, c , то мы можем ~~заменить~~ обозначить их как x, y, z таким образом, что $x < y < z$, а для такой тройки мы точно знаем, что у нас все возможные 8 чисел будут различными; а значит и для любых трёх различных целых чисел из интервала $[51; 100]$ всегда составленные 8 чисел будут различными; а значит наименьшее возможное число различных представленных чисел будет 8. (Пример чисел a, b, c : $a=60$; $b=70$; $c=80$). Можно проверить, что у нас будет не более 8 различных чисел (т.к. всего чисел - восемь).

Ответ: 8.

N2.

Всего Костя может составить C_8^3 чисел, а Света C_7^3 чисел ($C_8^3 = \frac{8!}{5! \cdot 3!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{6} = 56$; $C_7^3 = \frac{7!}{4! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{6} = 35$). Тут важно, если число Кости начинающаяся с цифры "8", то оно строго больше числа Светы; а таких чисел $C_7^2 = \frac{6 \cdot 7}{2} = 21$ (1-я цифра 8, а оставшиеся 2 мы выбираем).

Будем говорить, что число "побеждает" некоторое другое число, если оно строго больше второго числа. Тогда каждое из чисел Кости, начинающихся с "8" побеждает $\frac{35}{2}$ из 35 чисел Светы, а т.к. таких чисел 21, то $\frac{35}{2}$ из 56 чисел Кости всегда побеждают ~~тыся~~ все числа Светы.

Рассмотрим оставшиеся 35 чисел.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 5 5 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Алесь берёт все 35 чисел, замечает, что все числа различные, поэтому мы можем расставить их в порядке $\nearrow$ убывания, а эти 35 чисел это $a_1, a_2, \dots, a_{35}$. ($a_1 > a_2 > \dots > a_{35}$). Тогда заметим, что число a_1 побеждает 34 числа (все, кроме самого себя); a_2 побеждает 33 числа (все, кроме a_1 и самого себя); $\dots$; a_{35} не побеждает никого. Тогда, если Костя выберет одно из чисел $a_1, a_2, \dots, a_{35}$, то вероятность его победы равна

$$\frac{34}{35} + \frac{33}{35} + \frac{32}{35} + \dots + \frac{0}{35} = \frac{34 \cdot 35}{2 \cdot 35} = \frac{17}{56}; \text{ а если Костя}$$

выберет одно из чисел, начинающихся на 8, то вероятность выиграть у него равна $\frac{35}{35}$;

А если Костя выберет одно из чисел, начинающихся на "8", то он побеждает в 35 из 35 случаев (чисел) Светы. Тогда сложим полученные значения, чтобы получить вероятность победы Кости:

$$\frac{35}{35} + \frac{35}{35} + \dots + \frac{35}{35} + \frac{34}{35} + \frac{33}{35} + \frac{32}{35} + \dots + \frac{0}{35} = \frac{21 + \frac{34 \cdot 35}{2 \cdot 35}}{56} =$$

$$= \frac{21 + 17}{56} = \frac{38}{56} = \frac{19}{28}; \text{ а значит вероятность того}$$

того, что число Кости больше числа Светы равно $\frac{19}{28}$;
 Ответ: $\frac{19}{28}$.

15.

Пусть компания состоит хотя бы из 7 девушек, но

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 5 5 4 2 3

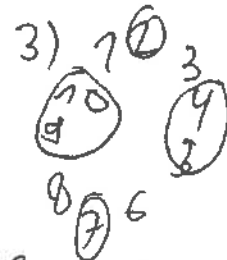
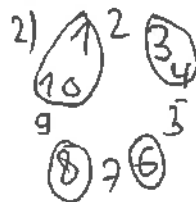
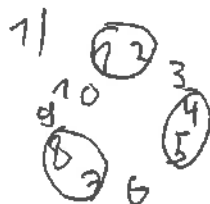
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проводятся только те, что записано с той стороны листа в рамке справа

тогда заметим, что так найдётся тройка стоящих рядом девушек в α любом случае (допустим, что не найдётся, заметим, что у нас в α ~~рамке~~ ^{команде} не более 3 девушек без тройки, а соответственно они "разделают" тройку ~~все девушки в команде~~ ^{дев. из команды} не более, чем на 3 тройки рядом стоящих, но т.к. в каждой такой тройке не более 23 дев., то всего дев. не более $3 + 3 \cdot 2 = 9$, а их 10, получаем противоречие). А значит если команда состоит хотя бы из 7 дев., то всегда найдётся тройка рядом стоящих дев.).

Если дев. в команде ровно 6, то получаем всего таких команд $C_{10}^6 = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{24} = 210$.

А командами, где отсутствует 3 рядом стоящих имеет следующий вид:



(и в α случае полученные поворотом) и таких случаев $10 + 10 + \frac{10}{5} = 25$ (в 3-м случае применяется симметрия, поэтому делим на 2).

Получаем ответ: $210 - 25 + C_{10}^7 + C_{10}^8 + C_{10}^9 + C_{10}^{10}$.

Ответ: $C_{10}^6 - 25 + C_{10}^7 + C_{10}^8 + C_{10}^9 + C_{10}^{10}$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

МОУСШ № 30 г. Воложский

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	2	2	1	5	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант № 1

Фамилия КУПОРАЗОВ

Имя АРТЁМ

Отчество АНДРЕЕВИЧ

Дата рождения 02.04.2006

Класс 70

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 6 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89670700364

Подпись Вн

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	Σ
1	5	10	5	15	46

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 1 5 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



нз

$$51+50+49$$

$$51+52+53 \leq a+b+c \leq 100+99+98$$

$$(52+53) \cdot 51 \leq (a+b) \cdot c \leq (99+98) \cdot 100$$

$$(52+53) \cdot 51 \leq (b+c) \cdot a \leq (99+98) \cdot 100$$

$$(52+53) \cdot 51 \leq (c+a) \cdot b \leq (99+98) \cdot 100$$

$$53+51 \cdot 52 \leq a+b \cdot c \leq 98+99 \cdot 100$$

$$53+51 \cdot 52 \leq b+a \cdot c \leq 98+99 \cdot 100$$

$$53+51 \cdot 52 \leq c+a \cdot b \leq 98+99 \cdot 100$$

$$51 \cdot 52 \cdot 53 \leq a \cdot b \cdot c \leq 100 \cdot 99 \cdot 98$$

Данные ограничения верны для любых ^{различных} целых a, b, c из интервала $[51; 100]$.

$$abc > \begin{matrix} (a+b)c \\ (b+a)c \\ (c+a)b \end{matrix}$$

Значит:

$$abc > \begin{matrix} (a+b)c \\ (b+c)a \\ (c+a)b \end{matrix} > \begin{matrix} a+bc \\ b+ac \\ c+ab \end{matrix} > a+b+c$$

Пусть в группе $(a+b)c; (b+c)a; (c+a)b$ есть равные.

$$(a+b)c = (b+c)a \quad \text{или} \quad (a+b)c = (c+a)b \quad \text{или} \quad (b+c)a = (c+a)b$$

$$ac+bc = ba+ca$$

$$bc = ba$$

$$c = a$$

$$ac+bc = bc+ab$$

$$c = b$$

$$ab+ac = bc+ab$$

$$a = b$$

Это противоречит условию различности a, b, c (любое из возможных равенств ~~имеет~~ имеет место в этой группе)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 1 5 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



~3 (подожжение)

Значит все числа в группе $(a+b)c; (b+c)a; (c+a)b$ различны.

Пусть в группе чисел $a+bc; b+ac; c+ab$ есть равные
 $a+bc = b+ac$ или $a+bc = c+ab$ или $b+ac = c+ab$
 $b(c-1) = a(c-1)$ $c(b-1) = a(b-1)$ $c(a-1) = b(a-1)$
 $b = a$ $c = a$ $c = b$

Это противоречит условию различности a, b, c (любое из возможных равенств чисел в этой группе)

Так как числа в 4 группах последовательно строго ~~больше~~ больше (не равны) числам в других группах $(abc > (a+b)c > a+bc > a+b+c)$ и числа в

каждой группе не равны между членами группы, то все 8 чисел различны. Ответ: 8

$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3!} = 35$ чисел (различных) может составить Света

$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} = 56$ чисел (различных) может составить Ксения (35 наименьших из этих 56 может составить Света)
 Если расположить все 56 чисел в порядке воз-

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 1 5 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№ 2 (продолжение)

растания, то для первого числа найдётся 55 больших него, для второго - 54, ..., для 35-ого - 21 число.

Значит если Света составит первое число в этой последовательности, то вероятность составления Костей большего числа $\frac{55}{56}$; если Света составит второе, то вероятность $\frac{54}{56}$; ...; если Света составит 35-ое число, то вероятность $\frac{21}{56}$.

Общая вероятность это произведение вероятностей для каждого числа, которое может составить Света.

$$\frac{55}{56} \cdot \frac{54}{56} \cdot \dots \cdot \frac{21}{56} = \frac{55!}{56^{35} \cdot 20!}$$

Ответ: $\frac{55!}{56^{35} \cdot 20!}$

№ 5

$$\frac{10 \cdot 9 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{6!} = 210 \text{ компаний по 6 человек существуют}$$

Найдём количество компаний по 6 человек в которых есть 3 девушки стоящие подряд. 10 способов выбрать тройку подряд из стоящих. и $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3!}$ способов выбрать ещё троих.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 1 5 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 5 (продолжение)

$$\frac{10 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{3! \cdot 2} = \frac{10 \cdot 7 \cdot 5}{2} = 175 \text{ (всего групп по 6 человек, где есть 3 девушки идущие стоящие подряд)}$$

Во всех компаниях по 7, 8, 9, 10 девушек всегда найдётся хотя бы 3 девушки стоящие подряд в поезде.

Компаний по 7 человек:

$$\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{7!} = 120 \text{ компаний (каждая из которых удовлетворяет условию)}$$

Компаний по 8 человек:

$$\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{8!} = 45 \text{ компаний (каждая удовлетворяет условию)}$$

Компаний по 9 человек: 10 (каждая удовлетворяет условию)

Компаний из 10 человек — 1 (удовлетворяет условию)

$$175 + 120 + 45 + 10 + 1 = 351 \text{ компаний}$$

Ответ: 351 компания в каждой из которых будет хотя бы 3 девушки стоящие подряд.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в разное время



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 2 7 1 5 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

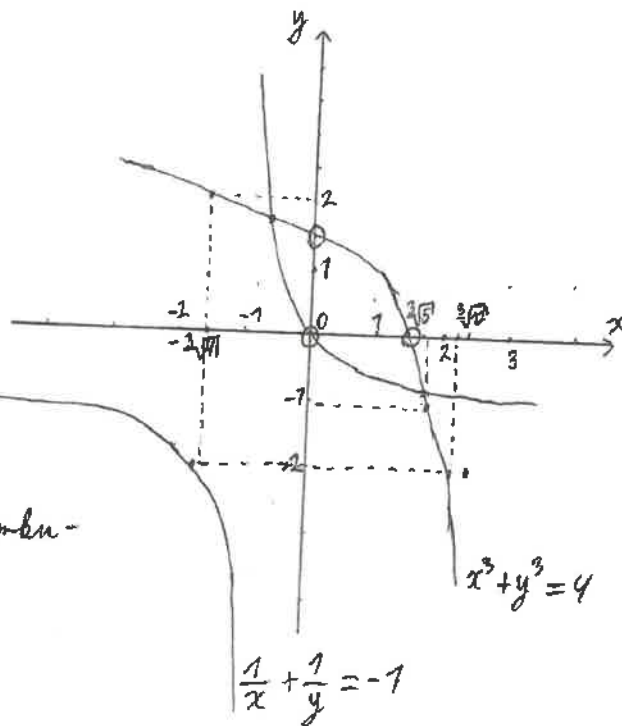
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1 \quad (x, y \neq 0)$$

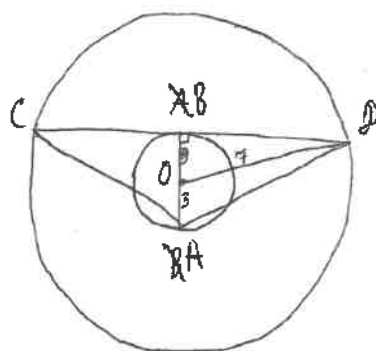
$$\frac{1}{y} = -1 - \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{y} = -\left(\frac{x+1}{x}\right)$$

$$y = -\left(\frac{x}{x+1}\right) \quad \begin{matrix} (x, y \neq 0) \\ (x \neq -1) \end{matrix}$$



У данной системы 2 действительных решения.



~ 4/6

ΔOAD

$$OA^2 + AD^2 = OD^2$$

$$BAD^2 = \sqrt{49-9} = 2\sqrt{10} \quad BAD > 0$$

ΔBAD

$$BA^2 + AD^2 = BD^2$$

$$ABD = \sqrt{40+36} = 2\sqrt{19} \quad ABD > 0$$

Частный случай

ΔCDB равнобедренной, так как BA высота (по условию) и медиана (по свойству перпендикуляра к хорде из центра окружности.) $CB = BD$ $CD = AD$ $CA = AD$ $CD = BD \cdot 2$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 7

М	А	О	О	О	2	7	1	5	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

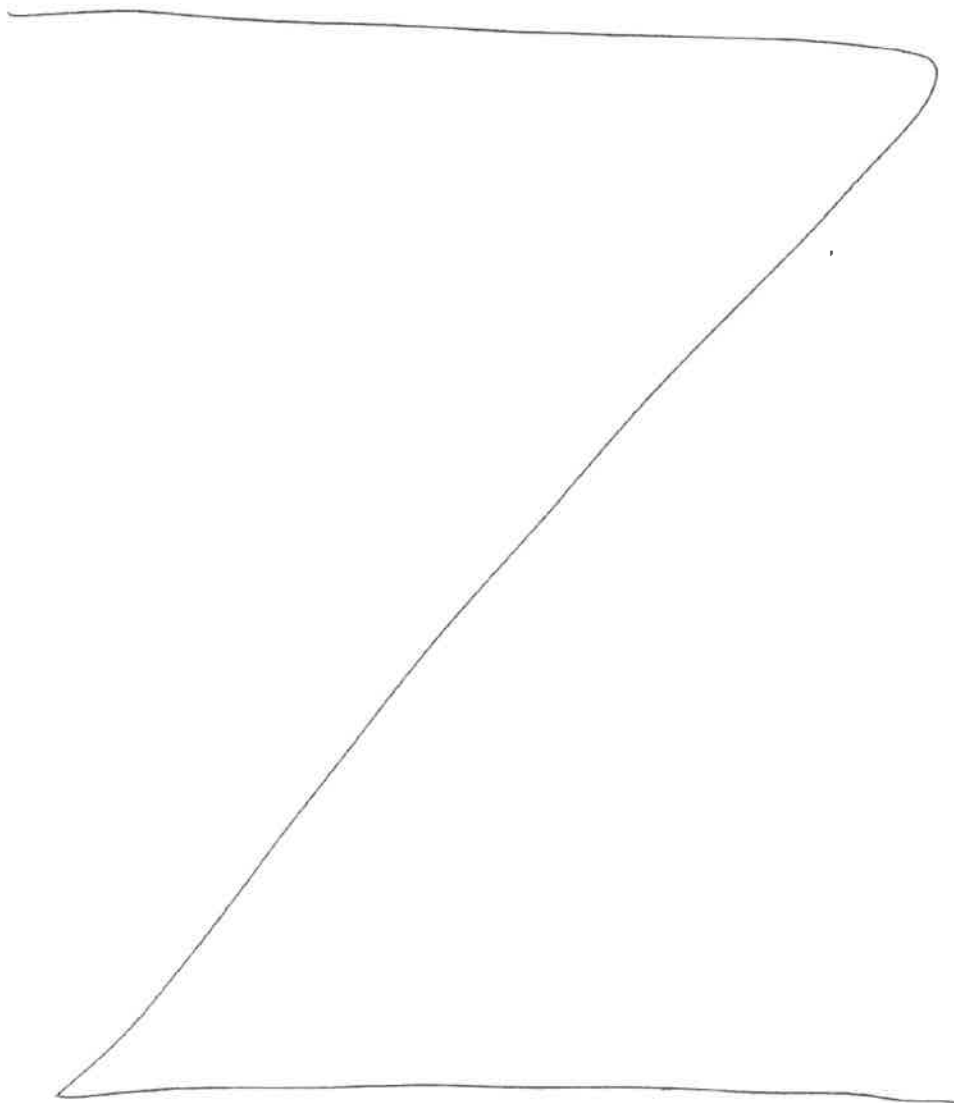
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



$$AC^2 + AD^2 + CD^2 = 2AD^2 + \overset{\sim 4 \text{ (продолжение)}}{(BD \cdot 2)^2} = 80 + 4 \cdot 76 = 384$$

Ответ: 384



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

МОУ СШ 50 «Волжский»

М	А	0	0	0	2	7	6	6	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия Андреева

Имя Дарья

Отчество Александровна

Дата рождения 10.02.2006 Класс 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 6 листах Дата выполнения работы 28.02.23

Номер телефона +78610605566 Подпись Андреева

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	Σ
1	19	15	75	8	50

0 15 1403

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 2 7 6 6 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Б₂

Посчитаем кол-во чисел, которые могут составить Сета и Коста. Т.к. наборы чисел из одинаковых цифр дают нам одинаковые числа (мы всегда записываем их в порядке убывания), то у Сеты кол-во чисел равно:

$$C_7^3 = \frac{7!}{3! \cdot 4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} = 7 \cdot 5 = 35 \text{ чисел}$$

А у Косты тогда:

$$C_8^3 = \frac{8!}{3! \cdot 5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2} = 8 \cdot 7 = 56$$

Значит всего различных случаев, когда Коста и Сета составляют числа и сравнивают их: $35 \cdot 56 = 1960$

Минимальное число, которое могла составить Сета 321. Тогда Коста может составить $56 - 1 = 55$ чисел больше 321. Значит для числа 321 у нас 55 случаев, удовлетворяющих условию. Для следующего по возрастанию Сетиного числа 421 у Косты есть 54 больше числа; для 431 - 53; для 432 - 52 и т.д., для чисел наибольшего Сетиного числа 765 - у Косты 21 случай, когда у него будет число больше 765. Значит всего таких случаев:

$$55 + 54 + 53 + \dots + 21 = \frac{(55 + 21) \cdot 35}{2} = 1292$$

Тогда вероятность того, что у Косты будет число больше чем у Сеты равна:

$$\frac{1292}{1960} \cdot 100\% = 0,6591 \cdot 100 = 65,91\%$$

Ответ: 65,91%.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	2	7	6	6	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках стрелы



ДЗ

$$a, b, c \in [51; 100]$$

$$a+b+c, a+bc, b+ac, c+ab, (a+b)c, (b+c)a, (c+a)b, abc.$$

1) Пусть (не учитывая общности) $(a+b)c = (b+c)a$

$$ac + bc = ab + ac$$

$$bc = ab$$

$$c = a !!!$$

Значит числа $(a+b)c, (b+c)a, (c+a)b$ не равны между собой. Значит у нас есть хотя бы 3 различных числа.

2) Пусть $abc = (a+b)c$

$$ab = a+b$$

$$ab + c = a + b + c$$

$$\text{но } ab - a = b (*)$$

$$a(b-1) = b !!! \text{ тк } b < 2a \Rightarrow b-1=1$$

$$b=2, \text{ но } b \geq 51$$

Противоречие

Значит $abc \neq (a+b)c, (a+c)b, (b+c)a$
и $a+b+c \neq ab+c, ac+b, bc+a$

3) Пусть $a+b+c = (a+b)c$, тогда

$$c = c(a+b-1) \quad c = (a+b)(c-1), \text{ но } a+b \geq c-1 \geq 50$$

Получаем противоречие

Значит $a+b+c$ не равно ни одному из чисел $a(a+b)c, (b+c)a, (c+a)b$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 2 7 6 6 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проводятся только те, что записано с этой стороны листа в разное время



4) Пусть $a+b+c=abc$

но $a+b+c$ максимум $100+99+99=297$, а
 abc минимум $51 \cdot 52 \cdot 53 = 12500$.
 Значит $a+b+c \neq abc$

Получаем, что $a+b+c$ не равно ни одному из
 оставшихся семи чисел, значит наимень-
 шее возможное кол-во различных чисел 4.

5) Пусть $abc = a+bc$

$$abc - bc = a$$

$$a = a + b - a = bc(a-1), \text{ но } bc = 751 \cdot 521 \text{ / } a = 1750 \text{ / } \text{противоречие}$$

Значит abc не равно ни одному из чисел
 $a+bc, b+ac, c+ab$. Получаем, что abc не равно
 ни одному из оставшихся семи чисел, значит
 наименьшее число различных чисел среди
 наших восьми $\rightarrow 5$.

Заметим, что далее возможны только такие
 равенства:

$$a+bc = a(b+c)$$

$$b+ac = b(a+c)$$

$$c+ab = c(a+b)$$

иначе мы получим:

$$a+bc = ab+bc$$

$$a = ab$$

$$b = 1 \text{ — противоречие}$$

$$\begin{aligned} a+bc &= ab+ac \rightarrow ac-ac=ab-a \rightarrow ab-a=bab-a \\ b+ac &= ab+bc \rightarrow bc-ac=b-ab \rightarrow 2ab=a+b \\ c+ab &= ac+bc \end{aligned}$$

наименьшее значение $a+b=100+99=199$,
 а минимальное значение $2ab=2 \cdot 51 \cdot 52 = 5304$
 противоречие.

Значит из наших 8-и чисел может быть ровно
 только 1, значит минимальное кол-во различных
 чисел равно 7.

Ответ: 7

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 6 6 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

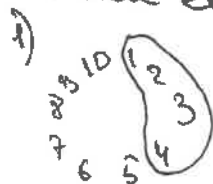
85

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в разное время

Заметим, что если компания девушек состоит из 4 и более человек, то у нас обязательно найдутся 3 девушки стоящие в кароводе подряд. (Для того, чтобы составить группу из 4-х человек, нам нужно из кароводе да "удрать" трех девушек. Если мы будем удалять по 1 девушке случайным образом, то у нас окажется при каждом удавлении девушки которые стояли в кароводе подряд. Значит нам понадобится только компания из 6-ти девушек. *и все компании из 6 человек!*

$$C_{10}^6 = \frac{10!}{6! \cdot 4!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2} = 10 \cdot 7 \cdot 3 = 210$$

Для дальнейшего решения будем считать сколько девушек нам надо "удрать" из кароводе, чтобы получилась нужная нам компания. У нас есть такие случаи



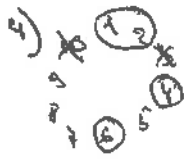
удираем 4
подряд идущие
девушки
Таких случаев
10.



удираем 3
подряд идущих
и 1 не идущую
с ними подряд



удираем 2 пары
подряд идущих
и 1 не идущую
но эти пары
не идут подряд



удираем 2 подряд
идущих и еще
две стоящие
через одну



удираем по
2 девушки
стоящие рядом
через одну.

(красными зачеркнуты девушки при выборе которых мы получаем искомый результат)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	0	0	0	2	7	6	6	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

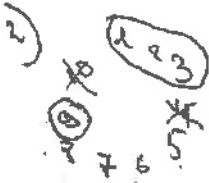
ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны локта в рамке справа

Рассмотрим каждую из них отдельно:



из них 10 способов переменить направление верну.

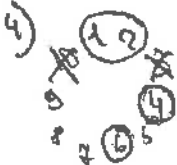
Всего 10 способов.



В пак 10 наборов перенести з-тку по кругу и в каждом из этих наборов мы можем выбрать 5 "одинарных" звуков. Всего $10 \cdot 5 = 50$ наборов



1) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ "Главную" пару девушек мы можем выбрать 10 способами. В каждой из этих пар девушек мы можем выбрать 5 "вторых" пар девушек. Но тогда мы получим все пары девушек. Так "вторая" пара тоже становится "главной". Тогда мы считаем этот случай двойным. Получаем всего $10 \cdot 5 \cdot 2 = 100$ пар.



Мы можем выбрать пару $\frac{10 \cdot 5}{2} = 25$ способов
и в каждой из них есть 8 способов выб-
рать девушку. Итого $10 \cdot 8 = 80$ девушек.



У нас 10 способов ^{выбрать} ~~разделить~~ и
одиночные девушки.

Значит Геро суммарно удовлетворяются условия:
 $10 + 50 + 25 + 80 + 10 = 175.$

Омлет: 175 компаний.

+ 176 Mann. > 6 geb.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	2	7	6	6	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках грифа



$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1, \\ x^3 + y^3 = 4; \end{cases} \quad (x, y \neq 0)$$

$$\begin{cases} \frac{x+y}{xy} = -1, \\ x^3 + y^3 = 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y = -xy, \\ x^3 + y^3 = 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y = -xy, \\ (x+y)(x^2 - xy + y^2) = 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = x^2 y^2, \\ -xy(x^2 - xy + y^2) = 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = x^2 y^2 - 3xy, \\ -xy(x^2 - xy + y^2) = 4; \\ -x^2 y^2 (xy - 3) = 4 \end{cases}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Зеленогорск

Ч	А	0	0	0	2	6	0	0	8	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 2

Фамилия Знак

Имя Виктор

Отчество Викторович

Дата рождения 26.01.2006

Класс 10

Предмет математика

Работа выполнена на 7 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 170831538243

Подпись Виктор

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	6
20	20	15	10	20	85

175

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 2 6 0 0 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что задано с этой стороны листа в ранее справа



Задача 2

1) Заметим, что Федя всегда выдерывает когда выдерывает цифру 7 (она наибольшая среди всех возможных и число 7ab больше любого числа, составленного из цифр 123456). Значит он выдерывает таким образом C_6^2 (C_6^3 матчей (число 7ab можно составить C_6^2 способами, оно победит любое число левых, составите которое есть C_6^3 способов)) $C_6^2 \cdot C_6^3 = \frac{6! \cdot 6!}{2! \cdot 3! \cdot 4! \cdot 3!} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 8}{2 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{30 \cdot 10}{1} = 300$ матчей выиграл Федя благодаря цифре 7

2) Если он не использовал цифру 7, то выигрывал с такой же вероятностью как и левая (вероятность цифр у них теперь одинаковые). Всего они сыграли $C_6^3 \cdot C_6^3 = (C_6^3)^2 = \left(\frac{6!}{3! \cdot 3!}\right)^2 = \left(\frac{4 \cdot 5 \cdot 6}{2 \cdot 3}\right)^2 = 20^2 = 400$ матчей (каждый из них может составить C_6^3 трехзначных чисел выходя из 6 возможных цифр), из них C_6^3 матчей была ничья (получены числа совпали), значит оставшихся $400 - C_6^3 = 400 - 10 = 390$ матчей Федя выиграл ровно половину, т.е. $\frac{390}{2} = 195$ матчей

3) Получается, что всего составилось $400 + 300 = 700$ матчей, из них Федя выиграл $195 + 300 = 495$, значит вероятность его победы $\frac{495}{700} = 0.7$

Ответ: 0.7

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 2 6 О О 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано в этой стороне листа
в рамках строки



Задача 3

Заметим, что наименьшими квадратами разности
будет $(a_1 - a_4)^2 = (a_4 - a_1)^2$ и при этом

$$\begin{cases} (a_1 - a_2)^2 + (a_2 - a_4)^2 < (a_1 - a_4)^2 \\ (a_1 - a_3)^2 + (a_3 - a_4)^2 < (a_1 - a_4)^2 \end{cases} \quad \text{при любых } a_1, a_2, a_3 \text{ и } a_4$$

Значит, необходимо «отрезать» между a_1 и a_4
друг от друга, приравняв их значения a_2 и a_3 .
Докажем на примере, что расстановка a_1 ,
 a_3 , a_4 , a_2
наиболее оптимальна

Пусть $a_1 = 1$

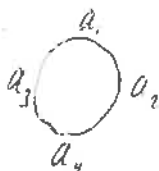
$$1) \begin{matrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} \begin{matrix} 2 \\ 4 \\ 2 \end{matrix} \quad A = (1-2)^2 + (2-4)^2 + (3-4)^2 + (1-3)^2 = 1 + 4 + 1 + 4 = 10$$

$$2) \begin{matrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{matrix} \begin{matrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{matrix} \quad A = (1-2)^2 + (2-3)^2 + (3-4)^2 + (1-4)^2 = 1 + 1 + 1 + 9 = 12$$

Для остальных расстановки получаются из рассмотренных поворотом и зеркальным отражением $\Rightarrow$
ценности A не меняются, значит расстановка

a_1 , a_3 , a_4 , a_2 наиболее оптимальна

ответ:



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 2 6 0 0 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа
в ранке справа



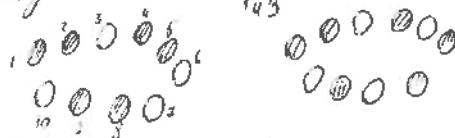
Задача 5

Представим количество способов выбрать 7 девочек так, чтобы среди них было 3 ~~не~~ сидящих подряд



Заметим, что если мы выберем 2 из каждой тройки, мы получим максимум 6, а нужно 7, значит невозможно выбрать 7 девочек, не взяв 3 сидящих подряд $\Rightarrow$ всего вариантов взять 3 сидящих подряд - $C_{10}^3 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{2 \cdot 3} = 120$

2) Как видно из рисунка выше, чтобы выбрать 6 девочек, из которых никак не 3 не сидят подряд, надо выбрать $\frac{1+2}{2+3}$ из каждой тройки, иначе будет невозможно



Получится 2 варианта: 1) оставим 2 не сидящих подряд; 2) таких нет

1) Эти две могут идти $C_{10}^2 = 10$ разными способами (допустим мы разделили способы по первой девочке по каждой тройке, она может сидеть или не сидеть, тогда вычитаем 2 из 10)

2) Промежуток между девочками может расст-

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 2 С О О 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



длина по схеме

1 2
1 2



точка х между 2 и 3
может размещаться
в 10 разных местах $\Rightarrow$
10 вариантов

или

1 2 1
1 2



точки х и у между
2 и 3 посетили в 2-х
дн $\Rightarrow$ всего $\frac{10}{2} = 5$ вари-
антов

если нет 2 повзрослых подряд, то $5 \cdot 10 = 15$ вариантов
Пытаемся, что вариантов не брать 3 подряд.
 $15 \cdot 10 = 25$, а всего вариантов было $\cdot C_{10}^3 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 120$
 $= 120 - 25 = 95$ вариантов из 6. без учета подряд -
 $210 - 25 = 185$

3) Для комбинаций из 5 деревьев рассмотрим 3 варианта:
1) посетили 3 подряд; 2) посетили 4 подряд; 3) все 5 подряд
1) посетили 3 подряд, осталось 2 можно
разместить на $10 - 3 - 2 = 5$ промежутках $\Rightarrow$
всего $10 \cdot C_5^3$ вариантов $= 10 \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 100$

аналогично для 4 $\cdot 10 \cdot C_4^4 = 10 \cdot 4 = 40$ вариантов
3) 5 подряд посетили можно разместить 10 вариантами
всего для комбинаций из 5 деревьев $\cdot 40 \cdot 10 = 100 = 150$ вариантов
Итого все комбинации из 5, 6 или 7 $\cdot 120 + 185 + 150 = 455$
ответ 455

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

МАООО2600823

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что написано с этой стороны листа



Задача 4

Для получения ответа рассмотрим 2 случая:
1) диаметр хорды $AB = 0$, т.е. диаметр;
2) AB - диаметр, т.е. диаметр AB - максимальная



В этом случае точки C, G, A, B, M, D лежат на одной прямой CD

длину GM найдем, как $MB + BG$

$$MB = \frac{1}{2}OB, \text{ т.к. по условию } M - \text{сердечка } OB \Rightarrow MB = \frac{1}{2}OB = \frac{1}{2} \cdot 5 = 2.5 \text{ (} OB - \text{радиус } u_2 \text{)}$$

$$BG = \frac{1}{2}AC, \text{ т.к. по условию } G - \text{сердечка } AC \Rightarrow BG = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}(5-5) = \frac{1}{2} \cdot 3 = 1.5 \text{ (} OC - \text{радиус } u_1 \Rightarrow AC = OC - OB \text{)}$$

$$GM = MB + BG = 2.5 + 1.5 = 4$$



Рассмотрим $\triangle OBC$ - прямоугольный ($\angle OBC = 90^\circ$, т.к. $CD \perp AB$)
по т. Пифагора $BC = \sqrt{OC^2 - OB^2} = \sqrt{3^2 - 5^2} = \sqrt{64 - 25} = \sqrt{39}$

Рассмотрим $\triangle ABC$ - прямоугольный ($\angle OBC = 90^\circ$)
по т. Пифагора $AC = \sqrt{BC^2 + AB^2} = \sqrt{39 + 10^2} = \sqrt{139}$ (AB - диаметр $\Rightarrow AB = 5 \cdot 2$)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 2 С О О 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Прочитается только то, что записано с этой стороны листа
в ранее отведенном месте



по условию O - середина AC а так O - середина $AC \Rightarrow$
 OB - средняя линия $\triangle ABC \Rightarrow OB = \frac{1}{2} BC = \frac{\sqrt{39}}{2}$

Рассмотрим $\triangle OBM$ - прямоугольный ($\angle BOM = 90^\circ$ т.к.
 $AB \perp CD$, $OB \parallel CD \Rightarrow AB \perp OB$)

$$\text{По т. Пифагора } BM = \sqrt{OB^2 + OM^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{39}}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{39 + 25}{4}} = \sqrt{\frac{64}{4}} = \sqrt{16} = 4$$

В обоих случаях $BM = 4 \Rightarrow$ т.к. рассмотрены
любая и противоположная функции AB , то
при любой длине AB , $BM = 4$

Ответ 4

Задача 1

по условию $x, y \neq 0 \Rightarrow x^2 + y^2 > 0$
преобразуем уравнения из условия, зная, что $x^2 + y^2 > 0$

$$1) \frac{2x(x^2 + y^2) + 3x - y}{x^2 + y^2} = 3$$

$$2x(x^2 + y^2) + 3x - y = 3x^2 + 3y^2$$

$$2x^3 + 2xy^2 + 3x - y - 3x^2 - 3y^2 = 0$$

$$2) \frac{2y(x^2 + y^2) - x - 3y}{x^2 + y^2} = 0$$

$$2yx^2 + 2y^3 - x - 3y = 0$$

Запишем уравнения относительно x

$$(2y)x^2 + (-1)x + (2y^3 - 3y) = 0$$

$$yx^2 - 0,5x + \frac{2y^3 - 3y}{2} = 0$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 2 0 0 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Прорезается только то, что записано с этой стороны листа
в рамках стрелки



Легко предположить корень $x=y=1$ проверяем его подставив в первое уравнение системы

и т.д. В итоге

$$yx^2 - 0.5x + \frac{2y^3 - 3y}{2} = 0$$

$$x^2 - \frac{0.5x}{y} + \frac{2y^2 - 3}{2} = 0$$

$$x_1 + x_2 = \frac{0.5}{y} \quad x_1 = y$$

$$x_2 = \frac{0.5}{y} - y = -\frac{0.5}{y}$$

Подставим во второе уравнение системы

$$\frac{2.5}{y} - 2 = \frac{0.5}{y} - 3 \quad y = 1$$

$$\frac{1}{y} + \frac{-0.5}{y} = 3 \quad \frac{0.5}{y^2} = y^2$$

$$2yx^2 + 2y^3 - x - 3y = 0$$

$$2y \cdot \frac{0.25}{y^2} + 2y^3 - \frac{0.5}{y} - 3y = 0 \quad | \cdot y$$

$$0.5y + 2y^4 - 0.5 - 3y^2 = 0$$

$$2y^4 - 3y^2 - 1 = 0$$

$$2y^4 - 3y^2 - 1 = 0$$

$$y^2 = \frac{3 \pm 1}{2} = 1$$

$$y^2 = \frac{3 \pm 1}{2} = 1 \Rightarrow y_1 = -\sqrt{2}; y_2 = \sqrt{2}; y_3 = -1; y_4 = 1$$

$$y_1 = -\sqrt{2}; y_2 = \sqrt{2}; y_3 = -1; y_4 = 1 \Rightarrow x_1 = \frac{0.5}{\sqrt{2}}; x_2 = -\frac{0.5}{\sqrt{2}}; x_3 = 0.5; x_4 = -0.5$$

Первое уравнение удовлетворяет только

$x_3 = 0.5; y_3 = -1 \Rightarrow$ это и есть все корни 3 корня
(у уравнения 3 корня - 3 корня: $(0,1)$ - удов. уса; $(1,1)$, $(0.5, -1)$

Ответ: $(1,1); (0.5, -1)$
 $x=1, y=1 \quad x=0.5, y=-1$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Кулаковского 42

Адрес проведения

М	А	0	0	0	2	1	6	9	4	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант №

2

Фамилия

Николаев Давид

Имя

Давид

Отчество

Андреевич

Дата рождения

29.04.2006

Класс

10

Предмет

математика

Работа выполнена на

4

листах

Дата выполнения работы

26.02.2023

Номер телефона

82841183312

Подпись

Д

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	Σ
5	15	0	0	20	60

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	О	О	О	2	1	6	9	4	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



2. У Лены $\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6} = 20$ чисел, у Феди $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{1} = 35$

Если у Лены было 123, то у Ф не больше только если у него 123, т.е. есть 34 числа. Записав 20 чисел Лены, а рядом каждое число подкорректируем.

- 123 - 34
- 124 - 32
- 125 - 32
- 126 - 31
- 134 - 29
- 135 - 28
- 136 - 27
- 145 - 25
- 146 - 24
- 156 - 22
- 234 - 19
- 235 - 18
- 236 - 17
- 245 - 15
- 246 - 14
- 256 - 12
- 345 - 8
- 346 - 8
- 356 - 6
- 456 - 3

Сумма чисел 415

Тогда вероятность равна

$$\frac{415}{20 \cdot 35} = \frac{83}{140}$$

В порядке убывания, т.е. 321

ОТВ: $\frac{83}{140}$



$$A = (b_1 - b_2)^2 + (b_2 - b_3)^2 + (b_3 - b_4)^2 + (b_4 - b_1)^2$$

$$= 2(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 + b_4^2) - 2((b_2 + b_4)(b_3 + b_1))$$

const

Как связаны a_i и b_i ? Это связано по теореме?

A min, когда $(b_2 + b_4)(b_3 + b_1)$ max.

$$(a_1 + a_2)(a_1 + a_4) > (a_1 + a_2)(a_3 + a_4) \Leftrightarrow a_2 a_3 + a_2 a_4 < a_2 a_1 + a_3 a_4$$

$$(a_1 - a_3)(a_4 - a_2) < 0$$

$$(b_1 + a_3)(a_1 + a_4) > (a_1 + a_3)(a_2 + a_4) \Leftrightarrow a_2 a_4 - a_3 a_1 > a_2 a_2 + a_1 a_4$$

$$(a_2 - a_1)(a_4 - a_3) > 0 \text{ - очев.}$$

других вариантов $(b_2 + b_4)(b_3 + b_1)$ нет, тогда $(a_2 + a_3)(a_1 + a_4)$ - max.

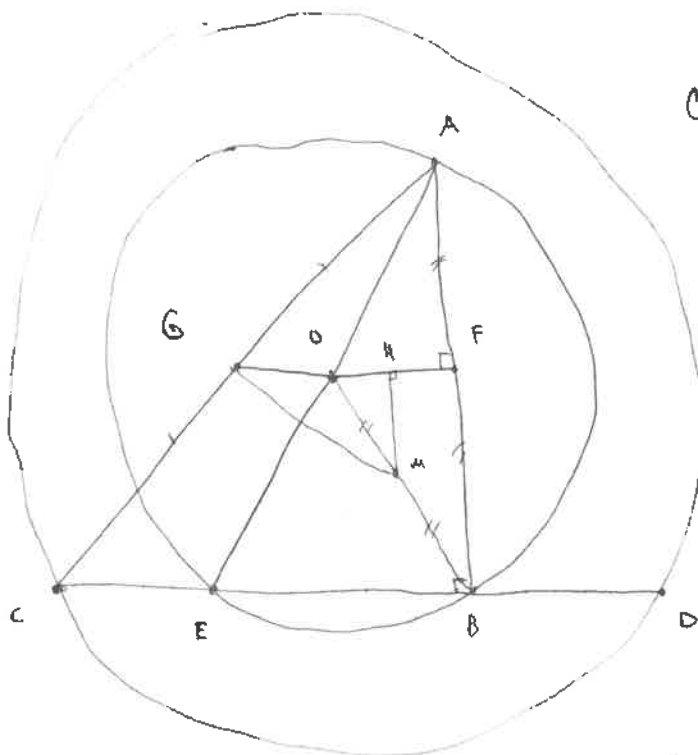
(не соединяй)

ОТВЕТ: когда a_2 и a_3 - противоположны (тогда a_1 и a_4 тоже не соединяй)

2

M	A	0	0	0	2	1	6	9	4	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

4.



$\Rightarrow A \cap B$ - на 1 прямой

$$GF \parallel CB \Rightarrow GF \perp AB$$

Еще опустить высоту на
CD из O ~~на~~ Ox .

$$\Rightarrow C \cap E = \emptyset.$$
$$\odot K = HF$$

В $\odot F$ - ср. линия
 $\odot F = CB/2$

$$39 = C E \cdot C B$$
$$\text{Hence } CE = 2a \quad CB = \frac{39}{2a} \quad EB = \frac{39 - 4a^2}{2a}$$

$$\Rightarrow OK = \frac{39 - 4a^2}{8a} = \frac{39}{8a} - \frac{a}{2} ; GO = CE/2 = a$$

7. Поф. $\triangle GHM$: $HM^2 + GH^2 = GM^2$ $HM^2 = OM^2 - OH^2 = 6.25 - \left(\frac{25}{4} - 9\right)^2$

$$6\mu^2 = 6.25 - \left(\frac{3.9}{8a} - \frac{a}{2}\right)^2 \neq \left(\frac{3.9}{8a} + \frac{a}{2}\right)^2 = 6.25 + \frac{3.9}{4} = 16$$

Problem: $GM = 4$

Лист 2 из 4

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	2	1	6	9	4	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



5. Посчитаем группы с кол-вом 5:
- • • • • группой будем наз-ть наибольшее кол-во подряд идущих девушек.
 - • • • • групп с длиной 3: 10 (3-х подряд идущих)
 - • • • • • 5 (крае этих 3 и соседних) • 4 (крае этих 3 и соседних) • 5

групп с длиной 4: $10 \cdot 4$ с длиной 5: 10
 $10(10 + 4 + 1) = 150$ комп.

Посчитаем группы с кол-вом 6:

групп с длиной 3: $10 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$, но мы посчитали

• • • • • - вот такие способы 2⁶ раз. вычитаем их.

• • • • • $\frac{10 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{6} - \frac{10 \cdot 3}{2} = 50 \cdot 2 - 15 = 85$
 групп с длиной 4: $10 \cdot 4 \cdot 3$ с длиной 5: $10 \cdot 3$
 с длиной 6: 10

$85 + 60 + 30 + 10 = 185$ комп.

Теперь рассмотрим компании с 7 девушками. Получится есть компания где нет 3-х подряд. Тогда расстояние между 2-мя не выбранными не более 2-х. А их 3, т.е. людей не более $3 + 3 \cdot 2 = 9$ а их 10. Тогда любая компания содержит 3 подряд.

Их $\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{7!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{6} = 5 \cdot 3 \cdot 8 = 120$ комп.

Ответ: 455

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 2 1 6 9 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что написано с этой стороны листа
в рамке справа

$$1. \quad 1) 2x + \frac{3y-y}{x^2+y^2} = 3$$

$$\begin{aligned} x+y &= A \\ x-y &= B \end{aligned}$$

$$1) A+B + \frac{4A+2B}{A^2+B^2} = 3$$

$$2) A-B + \frac{-4A+2B}{A^2+B^2} = 0$$

$$2) 2y + \frac{-3y-x}{x^2+y^2} = 0$$

$$3) 2x + \frac{4B}{A^2+B^2}$$

$$= 2A + \frac{4B}{A^2+B^2} - \text{сумма}$$

$$= 2B + \frac{8A}{A^2+B^2} - \text{разности}$$

$$3-2A = \frac{4B}{A^2+B^2}$$

$$\frac{1}{3-2B} = \frac{A^2+B^2}{8A}$$

умножаем

$$\frac{3-2A}{3-2B} = \frac{B}{2A}$$

$$\Rightarrow 6A - 4A^2 = 3B - 2B^2$$

$$-2B^2 + 3B + (4A^2 - 6A) = 0$$

$$B = \frac{-3 \pm \sqrt{9+8(4A^2-6A)}}{-4}$$

$$(A-B)(A^2+B^2) - 4A + 2B$$

$$\frac{(A-B)(A^2+B^2) - 4A + 2B}{A^2+B^2} = 0$$

$$2x + \frac{4B}{x^2+y^2}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Куликовского 42

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	2	8	2	0	4	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант № 2

Фамилия Масляков

Имя Мария

Отчество Павловна

Дата рождения 31.03.2007 Класс 10

Предмет Математика

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы 26.07.2023

Номер телефона +79644141629 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 2 8 2 0 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

Вероятность = $\frac{\text{Благоприятные случаи}}{\text{Все случаи}}$

Так как количество возможных расстановок цифр велико, можем выписать их:

Для Реги:

765 654 543 432 321

764 653 542 431

763 652 541 421

762 651 532

761 643 531

754 642 521

753 641

752 632

751 631

743 621

742

741

732

731

721

Для Лени:

654 543 432 321

653 542 431

652 541 421

651 532

643 531

642 521

641

632

631

621

Как видно, числа Лени повторяют числа Реги, и из записи можно судить, что для выбранного Лени числа все числа левее и выше и Реги будут больше числа Лени.

напр. число Лени - 654, тогда число чисел Реги равно 15
а при 321 - 34

в таких случаях;

$$\text{Вероятность} = \frac{(15 + 34) : 2 \cdot 20}{15 \cdot 20} = \frac{490}{400} = \frac{7}{10} = 0,7$$

Ответ: 0,7

1	2	3	4	5	Σ
0	20	20	0	5	45

143

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

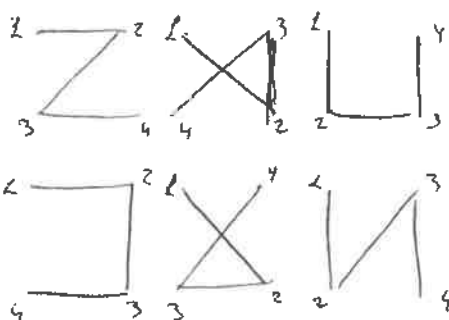
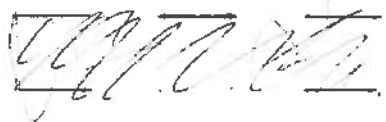
М А О О О 2 8 2 0 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

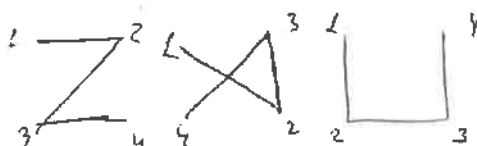
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N3

Числа на олимпиаде образуют квадрат, а их расстановки некоторый узор:



Некоторые из них повторяются, так что следует рассмотреть 3 из них:



Обозначим разности m, n, k :

$$a_2 = a_1 + m$$

$$a_3 = a_2 + n$$

$$a_4 = a_3 + k$$

$$m, n, k > 0$$

$$1) \begin{array}{c|c} a_1 & a_2 \\ \hline m+n & n \\ \hline a_3 & a_4 \\ \hline k & m+k \end{array} \quad \begin{array}{l} (m+n)^2 + (n+k)^2 + m^2 + k^2 = \\ m^2 + 2mn + n^2 + n^2 + 2nk + k^2 + m^2 + k^2 = \\ 2m^2 + 2n^2 + 2k^2 + 2mn + 2nk \end{array}$$

$$2) \begin{array}{c|c} a_1 & a_3 \\ \hline m+n+k & n \\ \hline a_4 & a_2 \\ \hline n+k & m+k \end{array} \quad \begin{array}{l} (m+n+k)^2 + (m+n)^2 + (n+k)^2 + n^2 = \\ \text{Очевидно, это больше, чем} \\ \text{первый вариант, т.к.:} \\ (m+n+k)^2 + n^2 > m^2 + k^2 \end{array}$$

$$3) \begin{array}{c|c} a_1 & a_4 \\ \hline m & k \\ \hline a_2 & a_3 \\ \hline n & m+k \end{array} \quad \begin{array}{l} (m+n+k)^2 + m^2 + n^2 + k^2 = m^2 + mn + nk + nm + n^2 + nk + \\ km^2 + kn + k^2 + m^2 + n^2 + k^2 = 2m^2 + 2n^2 + 2k^2 + 2mn + 2mk + \\ + 2nk \\ 2m^2 + 2n^2 + 2k^2 + 2mn + 2mk + 2nk > 2m^2 + 2n^2 + 2k^2 + 2mn + 2nk \end{array}$$

Следовательно наименьшее значение при первом варианте, а во втором можно поменять a_2 и a_3 местами

Ответ: $\{a_1; a_2; a_4; a_3\}; \{a_1; a_3; a_2; a_4\}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	О	О	О	2	8	2	0	4	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5



Чтобы три ряда, можно
выбрать любую первую и
брать ее соседей

$$k_{\text{ово}} = 10 \cdot 2 \cdot 2 = 40$$

~~к-та~~ эти три ряда увеличиваем до 5-7 кел

8-кел-во

$$J_5 = \frac{10 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 6}{2} = \frac{1680}{2} = 840$$

$$J_6 = \frac{10 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 5}{2} = \frac{8400}{2} = 4200$$

$$J_7 = \frac{10 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{2} = \frac{33600}{2} = 16800$$

$$J = J_5 + J_6 + J_7 = 43680 - 21840$$

Ответ: ~~43680~~ 21840.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

СВФУ.

М	А	0	0	0	2	3	1	6	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 2

Фамилия Павлова

Имя Анна

Отчество Михайловна

Дата рождения 28.01.2007

Класс 10

Предмет математика

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы 26.02.23

Номер телефона 89142357609

Подпись Анна

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 2 3 1 6 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках строки

Задача 3.

$$\{a_i\}: a_1 < a_2 < a_3 < a_4$$

Мы пока не знаем расположения поэтому возьмём: a_x, a_y, a_z, a_k

$$A = (a_x - a_y)^2 + (a_y - a_z)^2 + (a_z - a_k)^2 + (a_k - a_x)^2$$

раскроем:

$$A = \{ a_x^2 - 2a_x a_y + a_y^2 + a_y^2 - 2a_y a_z + a_z^2 + a_z^2 - 2a_z a_k + a_k^2 + a_k^2 - 2a_k a_x + a_x^2$$

$$A = 2a_x^2 + 2a_y^2 + 2a_z^2 + 2a_k^2 - 2(a_x a_y + a_y a_z + a_z a_k + a_k a_x)$$

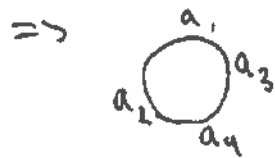
эти части
никогда не меняются

эти меняются

$$-2(a_x a_y + a_y a_z + a_z a_k + a_k a_x) - \text{отрицательное число}$$

$\Rightarrow$ чем больше это выражение A будет меньше

a_1, a_2, a_3, a_4 - число больше число надо умножить
с увеличивающим больше чем a_4 умножить на a_2 и a_3 ,
Нет строгого доказательства.



Ответ: a_1, a_2, a_3, a_4

Задача 1.

$$\begin{cases} 2x + \frac{3x-4}{x^2+y^2} = 3 \\ 2y - \frac{x+3y}{x^2+y^2} = 0 \end{cases} \quad (x, y \neq 0)$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 2 3 1 6 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа

прибавим эти 2 уравнения

$$\frac{2x+2y}{1} + \frac{3x-y}{x^2+y^2} - \frac{x+3y}{x^2+y^2} = 3$$

$$\frac{2x+2y}{1} + \frac{2x+2y}{x^2+y^2} = \frac{3}{1}$$

$$\frac{(x^2+y^2)(2x+2y) + 2x+2y}{x^2+y^2} = \frac{3}{1}$$

$$3(x^2+y^2) = (x^2+y^2)(2x+2y) + (2x+2y)$$

$$3x^2 + 3y^2 = 2x^3 + 2x^2y + 2y^2x + 2y^3 + 2x + 2y$$

$$3x^2 + 3y^2 - 2x^3 - 2x^2y - 2y^2x - 2y^3 - 2x - 2y = 0$$

$$\underline{3x^2 + 3y^2 - 2x^3 - 2y^3 - 2x^2y - 2y^2x - 2x - 2y} = 0$$

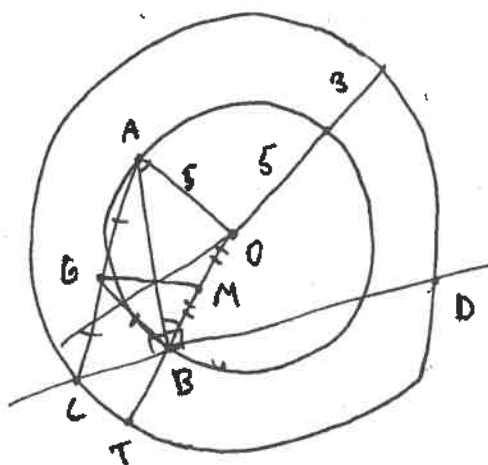
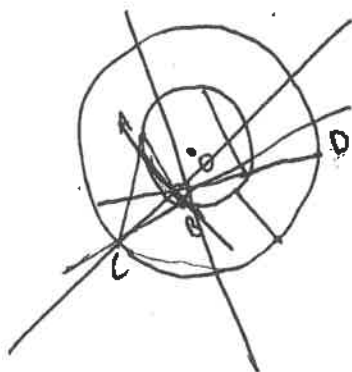
из этого можем сделать вывод, что $x=y$

$$3x^2 - 2x^3 - 2x^2y - 2x + 3y^2 - 2y^3 - 2y^2 - 2y = 0$$

$$\Rightarrow x=y=1$$

Ответ: $x=y=1$.

④



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 2 3 1 6 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Дано: $R_5 = 5$ $R_8 = 8$
 W_5, W_8
 $AG = GC$ $OM = MB$
 $\angle ABD = 90^\circ$

OB - радиус $W_5 \Rightarrow OM = BM = \frac{5}{2} = 2,5$
 проведем AO . $AO = 5$
 $\Rightarrow \triangle AOB$ - равнобедренный
 $\angle BAO = \angle OBA$ - обозначим

этот угол как x

~~$\angle OBA = x$~~

$\angle BOA = 90^\circ$ тогда $AB = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

$GC = GA = GB$ т.к. $\triangle ACB$ - правильный.

~~$GM = \sqrt{2,5^2 + 2,5^2} = \sqrt{25 + 10} = \sqrt{35}$~~

~~Решение:~~

Диаметр W_8 равен 16. $O = 16$

~~$\frac{16}{4}$~~ $GM = \frac{1}{4} \cdot \frac{16}{4} = 4$

Ответ: $GM = 4$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 2 3 1 6 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Задача 2.

Рассмотрим количество пар двух трехзначных чисел Лена может выбрать из 20 штук пар, а Денис из 35 штук пар.

$35 \cdot 20 = 700$ вариантов. т.к. если первое из цифр 4, то только 1 вариант трехзначного.

Теперь рассмотрим возможные пары обеих.

если Лена выберет 1, 2, 3 число будет 321, то Денис может выбрать любую из оставшихся.

Далее по возрастанию чисел идет 421. Он может выбрать все кроме 321 и 421 $\Rightarrow 15 \xrightarrow{20 \text{ шт.}} 34$.

$34 + 33 + 32 + 31 + 30 + 29 + 28 + 27 + 26 + 25 + 24 + 23 + 22 + 21 + 20 + 19 + 18 + 17 + 16 + 15 = 490$

тогда всего 700, а возможных 490

$$\frac{490}{700} = \frac{7}{10} = 0,7.$$

Ответ: вероятность 0,7.

Задача 5.

1
10 2
0 3
8 4
7 6 5

количество зебрушек могут содержать 5, 6, 7 человек.

~~Можно разделить на две команды содержащиеся по~~

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	О	О	О	2	3	1	6	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

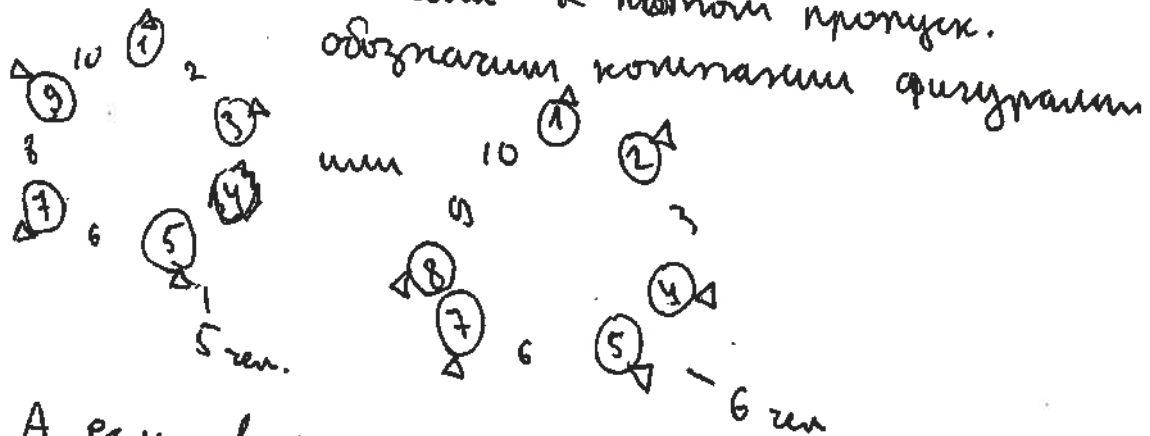
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Продолжение 5 задачи.

~~Если в компании 5 человек~~
~~тобы~~

Чтобы 3 девушки, состоящие в одной компании
не стояли подряд можно расположить их через
одну человека или 2 потом пропуск.



А если в компании будет 7 человек обязательно
и 3 девушки, состоящие в одной компании
будут стоять подряд.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

ЛЕНИНА 16

М	А	0	0	0	2	3	3	0	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия ~~Бондаренко~~ БОНДАРЕНКО

Имя АНДРЕЙ

Отчество БОРИСОВИЧ

Дата рождения ~~10.0~~ 08.10.2005 Класс 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 8 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7 906 883 5552 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	20	10	90

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 2 3 3 0 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Задача №1

$$\begin{cases} 1) \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1, & (\neq 0) x, y \neq 0. \\ 2) x^3 + y^3 = 4 \end{cases}$$

из 1): $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1 \Leftrightarrow x + y = -xy$ (т.к. $x, y \neq 0$, делим на xy).

из 2): $x^3 + y^3 = 4$, по формуле кубов $x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$

$$(x+y)(x^2 - xy + y^2) = 4$$

$$x^2 + y^2 - xy = x^2 + y^2 + 2xy - 3xy = (x+y)^2 - 3yx.$$

$$(x+y)((x+y)^2 - 3yx) = 4$$

из 1) мы знаем, что $x+y = -xy$
подставим $x+y = -xy$:

$$-xy(x^2 + y^2 - 3yx) = 4$$

Пусть $xy = t$, тогда:

$$-t(t^2 - 3t) = 4$$

$$-t^3 + 3t^2 = 4$$

$$0 = t^3 - 3t^2 + 4$$

Заметим, что $t^3 - 3t^2 + 4 = (t+1)(t^2 - 4t + 4) = (t+1)(t-2)^2$

Следовательно $t = -1$ или $t = 2$.

из 1): $x+y = -xy \Rightarrow x(1+y) = -y \Rightarrow x = \frac{-y}{y+1}$.

1) Если $t = -1$:

$$t = xy = -1 \Rightarrow \frac{-y}{y+1} = -1 \Rightarrow \frac{y^2}{y+1} = 1 \Rightarrow y^2 = y+1 \Rightarrow y^2 - y - 1 = 0$$

$$D = 1 + 4 = 5 \Rightarrow y_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, y_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}.$$

1.1) Если $y = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$:

$$x = \frac{-y}{y+1} = \frac{-\frac{1+\sqrt{5}}{2}}{\frac{1+\sqrt{5}}{2} + 1} = \frac{\sqrt{5}-1}{-\sqrt{5}+3} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$\frac{(\sqrt{5}-1)(3+\sqrt{5})}{4} = \frac{2\sqrt{5}+2}{4} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

1.2) Если $y = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$:

$$x = \frac{-y}{y+1} = \frac{-\frac{1-\sqrt{5}}{2}}{\frac{1-\sqrt{5}}{2} + 1} = \frac{-1+\sqrt{5}}{-\sqrt{5}+3} = \frac{(1-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}{4} = \frac{-3+\sqrt{5}-2\sqrt{5}+5}{4} = \frac{2-\sqrt{5}}{4}$$

$$x = \frac{2 - 2\sqrt{5}}{4} = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$\left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2}, \frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right) \text{ и } \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}, \frac{1 - \sqrt{5}}{2}\right).$$

2) Если $t = 2$:

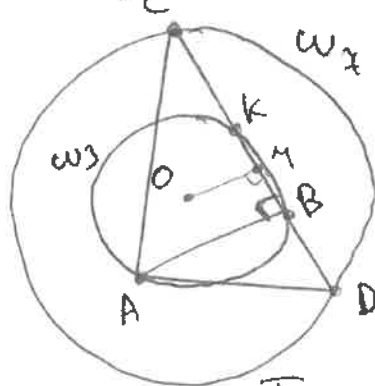
$$t = xy = 2 \Rightarrow \frac{y^2}{y+1} = 2 \Rightarrow -y^2 = 2y + 2 \Rightarrow 0 = y^2 + 2y + 2 =$$

$$= (y+1)^2 + 1, \text{ но } (y+1)^2 \geq 0, \text{ а } 1 > 0 \Rightarrow y^2 + 2y + 2 > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{или } xy = 2 \text{ не имеет решений.}$$

$$\Downarrow$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2}, \frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right) \text{ и } \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}, \frac{1 - \sqrt{5}}{2}\right).$$

Задача $\sqrt{4}$ 

$$R_{\omega_3} = 3 \quad R_{\omega_7} = 7 \quad \angle ABC = 90^\circ$$

Решение:

Пусть $CD \cap \omega_3 = K$. ~~Ведущая линия AB~~
~~пусть K — точка пересечения~~
 Пусть $K \neq B$.

1) Заметим, что если провести серединный перпендикуляр к AB , где M — середина AB , тоП.к. $OM \perp AB$, а O — центр $\omega_7 \Rightarrow M$ — середина $CD \Rightarrow$ $\Rightarrow CK = BD$ (п.к. $CM = MD$, но $CM = CK + KM$ и $DM = BM + BD$, а $BM = KM$).2) Из т. Пифагора для $\triangle ABC$: $AC^2 = AB^2 + CB^2$
 для $\triangle ABD$: $AD^2 = AB^2 + BD^2$

$$AC^2 + AD^2 = 2AB^2 + CB^2 + BD^2$$

$$\text{для } \triangle ABK: AB^2 = AK^2 - BK^2 \Rightarrow 2AB^2 = 2AK^2 - 2BK^2.$$

П.к. $\angle ABK = 90^\circ \Rightarrow AK$ — радиус $\omega_3 = 2R_{\omega_3} = 6$.

$$\Rightarrow 2AB^2 = 2 \cdot 36 - 2BK^2 = 72 - 2BK^2.$$

$$\Downarrow$$

$$AC^2 + AD^2 = 72 - 2BK^2 + CB^2 + BD^2$$

Олимпиада школьників «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	0	0	0	2	3	3	0	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$3) DC^2 = (DB + BC)^2 = DB^2 + BC^2 + 2DB \cdot BC$$

$$\begin{aligned} AC^2 + AD^2 + BC^2 &= 42 - 2BK^2 + CB^2 + BD^2 + DB^2 + BC^2 + 2DB \cdot BC = \\ CB^2 &= (CK + KB)^2 = 42 - 2BK^2 + 2BC^2 + 2BD^2 + 2DB \cdot BC \end{aligned}$$

$$(B^2 = k^2 + k_B^2 + 2k \cdot k_B)$$

$$AC^2 + AD^2 + DC^2 = 72 - 2BK^2 + 2(KK^2 + KB^2 + 2CK \cdot KB) + 2AB^2 + 2DA \cdot BC$$

$$\begin{aligned} \sqrt{11} \cdot K \cdot C \quad (K=BD) &\Rightarrow AC^2 + AB^2 + KC^2 = 72 + 4BD^2 + 4BD \cdot KB + 2DB \cdot BC = \\ &= 72 + 4BD(BD + KB) + 2DB \cdot BC = 72 + 4BD \cdot DK + 2DB \cdot BC. \end{aligned}$$

За де рх будем обозначать степень точки x относительно окружности w .

• Тогда $\deg_{w_3} D = DB \cdot DK = d^2 - R_{w_3}^2$, где $d = 0D = 100$ — расстояние от центра окружности до центра w_3 .
 $\Rightarrow \deg_{w_3} D = R_{0D}^2 - R_{w_3}^2 = 100^2 - 9^2 = 9919$
 $\Rightarrow 4 DB \cdot DK = 4 \cdot 9919 = 39676$

• $|\deg_{w_7} P| = |CD \cdot BD| = |d^2 - R_{w_7}^2|$, $\text{ged} = OB = R_{w_3} \Rightarrow$
 $\Rightarrow |\deg_{w_7} P| = |R_{w_3}^2 - R_{w_7}^2| = |9 - 49| = 40. \Rightarrow$
 $\Rightarrow 2 \cdot CD \cdot BD = 40 \cdot 2 = 80$

$$AC^2 + AD^2 + DC^2 = 72 + 4BD \cdot DK + 2DK \cdot BC = 72 + 160 + 80 = 312$$

Случай $k = B$:

Тогда аналогично по ч. Тифозага:

$$AC^2 + AD^2 + \cancel{AB^2} = 2AB^2 + BC^2 + BD^2$$

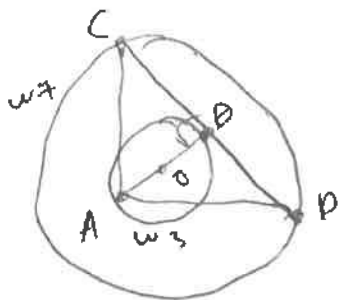
AB - диаметр ω_3 , т.к. если $k=0 \Rightarrow CB$ - касательная к $\omega_3 \Rightarrow \angle AOB = 236^\circ = 72^\circ$.

$$DC^2 = CA^2 + BD^2 + 2CA \cdot CB$$

В силу симметрии w_3 и w_7 относительно
середины AB : $CB = DB$.

$$b^2 = 48 \Rightarrow AC^2 + AD^2 + b^2 = 72 + 48$$

$$\deg w_3 p = 10B^2 = 10B^2 - R w_3 = 48 - 8 = 40 \Rightarrow 10B^2 = 40 \Rightarrow B^2 = 4 \Rightarrow B = 2$$



$$\Rightarrow AC^2 + DC^2 + AD^2 = 42 + 240 = 312.$$

$$\Downarrow$$

Ответ: $AC^2 + DC^2 + AD^2 = 312.$

Задача №2

Поймем, что всего возможных троек у Коси C_8^3 , а у Светы $C_7^3 \Rightarrow$ возможных пар троек $C_8^3 \cdot C_7^3$.

- 1) Рассмотрим случай когда Коса выбрала цифру 8. Тогда выбрать оставшиеся 2 цифры у Косы C_7^2 вариантов. При этом какая бы тройка ни была у Светы, у Косы число > чем у Светы, т.к. у Косы одно число 1 цифра = 8. $\Rightarrow$ в этих $C_7^2 \cdot C_7^3$ случаях пар троек выигрывает Коса.

- 2) Рассмотрим оставшиеся случаи, когда Коса не выбрала "8". Тогда и у Косы и у Светы кол-во способов выбрать тройку = $C_7^3 \Rightarrow$ возможных пар троек $C_7^3 \cdot C_7^3$. При этом поймем, что равно в C_7^3 случаях тройка Косы = тройке Светы, а в остальных случаях у кого то из них больше.

Поймем, что Коса и Света равноправны (в случае если Коса не выбрала "8") $\Rightarrow$ Если есть пара троек в которой Косина тройка > Светиной тройки $\Rightarrow$ $\rightarrow$ если поменять местами эти тройки, то у Светы тройка будет > Косиной $\Rightarrow$ в силу симметрии условий, во всех оставшихся случаях равно количество выигрышных для Косы (не его тройка > Светиной) $\Rightarrow$ в $\frac{C_7^3 \cdot C_7^3 - C_7^3}{2}$ случаях Коса может выигрывать.

- 3) Следовательно Коса выигрывает в $C_7^2 \cdot C_7^3 + \frac{C_7^3 \cdot C_7^3 - C_7^3}{2}$ случаях $\Rightarrow$



$$\Rightarrow \text{Вероятность что Косиша угадала} > \text{Светиной} =$$

$$= \frac{C_7^2 \cdot (C_7^3 + \frac{C_7^3 (C_7^3 - C_7^2)}{2})}{C_8^3 \cdot C_7^3} = \frac{C_7^2 + \frac{C_7^3 - 1}{2}}{C_8^3} = \frac{2(C_7^2 + (C_7^3 - 1))}{2C_8^3} =$$

$$= \frac{42 + 35 - 1}{112} = \frac{76}{112} = \frac{38}{56} = \frac{19}{28}$$

↓
Ответ: $\frac{19}{28}$.

Задача 15

- 1) Предположим, что в компании ≥ 7 девушек, тогда:
 В хороводе девушек, не участвующих в этой компании ≤ 3 девушки. Тогда эти не участвующие девушки разбивают круг на не более чем 3 части (т.к. таких девушек ≤ 3). Но тогда т.к. в компании ≥ 7 девушек, то по принципу Дирхлема хотя бы в 1 части (из тех частей, которые разбит круг) будет находиться ≥ 3 девушки из компании, а т.к. в 1 части все пары идут подряд $\Rightarrow$ в этой части будут идти подряд хотя бы 3 девушки.
 (т.к. $\frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3} > 2$)



↓
 Все компании из 7 и более человек подходят под условие, а компаний из 7 чел. = C_{10}^7

То есть компаний = $C_{10}^4 + C_{10}^5 + C_{10}^6 + C_{10}^7$ из 8 чел. = C_{10}^8
 из 9 чел. = C_{10}^9
 из 10 чел. = C_{10}^{10}

- 2) Оставшийся случай, если в компании 6 чел:
 Тогда девушек не участвующих в этой компании = 4 и они разбивают круг (хоровод) на 4 части.
 Предположим, что эта компания не подходит под условие, тогда в каждой из 4 частей ≤ 2 девушки, т.к. иначе в одной из частей будет ≥ 3 девушки.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 3 3 0 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Нам нужно разделить 6 девушек из этой компании на 4 части в каждой из которых ≤ 2 человека.

2.1). Если 1 из частей пуста $\Rightarrow$ в оставшихся 3 суммарно $\leq 2 \cdot 3 = 6$ чел $\Rightarrow$ в каждой из ост. частей по 2 человека. $\Rightarrow$ 2 ком-во вариантов какой часть пуста = 4.

4 случая (способов)

2.2). Если ни одна из частей не пуста, тогда в каждой ≥ 1 чел., а т.к. в каждой из частей ≤ 2 человека $\Rightarrow$ нам осталось распределить 2 чел. $\Rightarrow$ в 2 раз-ные части $\Rightarrow C_4^2 = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$ - ком-во способов это сделать

Всего $4 + 6 = 10$ способов выбрать компанию из 6 человек, но т.к. каждый способ дает еще 9 способов переименования $\Rightarrow$ ком-во способов выбрать такую компанию = $10 \cdot 10 = 100$ способов.

$\begin{pmatrix} 0222 & 2211 & 1212 \\ 2022 & 2121 & 1221 \\ 2202 & 2112 & 1221 \\ 2220 & 1122 & \end{pmatrix}$ - способы из п. 2.1 и 2.2

$(10^6 - 100 =$ ком-во компаний из 6 чел. удовлетворяющих условию задачи.

Всего $C_{10}^6 + C_{10}^7 + C_{10}^8 + C_{10}^9 + C_{10}^{10} - 100 =$ ком-во подходящих компаний.

$2^{10} = (1+1)^{10} = C_{10}^0 + C_{10}^1 + C_{10}^2 + \dots + C_{10}^{10}$, а т.к. $C_n^k = C_n^{n-k} \Rightarrow$

$\Rightarrow C_{10}^6 + C_{10}^7 + C_{10}^8 + C_{10}^9 + C_{10}^{10} = \frac{2^{10} - C_{10}^5}{2} = 2^9 - 126 = 512 - 126 = 386 \Rightarrow C_{10}^6 + C_{10}^7 + C_{10}^8 + C_{10}^9 + C_{10}^{10} - 100 = 286$

Ответ: 286 компаний.

Задача №3

$$a+b+c; \underset{x_1}{a+bc}; \underset{x_2}{b+ac}; \underset{x_3}{c+ab}; \underset{y_1}{(a+b)c}; \underset{y_2}{(a+c)b}; \underset{y_3}{(b+c)a}; abc$$

1) Попробуем, что: $a, b, c \in [51; 100] \Rightarrow a, b, c > 1$.

$$x_1 \neq x_2, \text{ т.к. } a+bc - b+ac = 0 = a-b + (b-a) = (b-a)(c-1)$$

Но $a \neq b, c > 1$.

$$x_1 \neq x_3, \text{ т.к. } a+bc - c+ab = (a-b)(c-1) \neq 0, \text{ т.к. } c \neq a, c > 1.$$

$$x_2 \neq x_3, \text{ т.к. } b+ac - c+ab = a(c-b) + b-c = (c-b)(a-1) = 0$$

Но $c \neq b, a > 1$.

$$a+b+c \neq x_1, \text{ т.к. } a+b+c = a+bc \Rightarrow b+c=bc \Rightarrow b = \frac{c}{c-1}$$

$$\text{Но } \text{НОД}(c; c-1) = (1; c-1) = 1 \Rightarrow b \notin \mathbb{N} \text{ противоречие.}$$

Аналогично $a+b+c \neq x_2$ и $a+b+c \neq x_3$.

$$y_1 \neq y_2, \text{ т.к. } a+bc = ab+bc \Rightarrow ac=ab \Rightarrow c=b.$$

$$y_1 \neq y_3, \text{ т.к. } a+bc = ab+ca \Rightarrow bc=ab \Rightarrow c=a.$$

$$y_2 \neq y_3, \text{ т.к. } b+ac = ba+ac \Rightarrow bc=ac \Rightarrow b=a.$$

$$abc \neq y_1, \text{ т.к. } ab \geq 51^2 > 50^2 = 12500, \text{ а } (a+b)c \leq 200 \cdot 100 = 20000.$$

$$abc > (a+b)c. \text{ (т.к. } a, b, c \leq 100, c \geq 51).$$

$$\text{Аналогично } abc \neq y_2 \text{ и } abc \neq y_3.$$

Мы показываем, что $\{a+b+c; x_1; x_2; x_3\}$ не равны числам
и $\{abc; y_1; y_2; y_3\}$ не равны.

2) Попробуем, что:

$$abc \neq a+b+c, \text{ т.к. } a+b+c \leq 3 \cdot 100 = 300, \text{ а } abc > (51)^3 > (50)^3 = 125000 > 300.$$

$$abc \neq x_1, \text{ т.к. } a+bc \leq 100+100^2 = 10100 < abc > 125000, \text{ а } x_1 = a+bc \leq 100+100^2 = 10100 < abc.$$

$$\text{Аналогично } abc \neq x_2 \text{ и } abc \neq x_3.$$

$$x_1 \neq y_1, \text{ т.к. } a+bc = ac+bc \Rightarrow a=ac \Rightarrow c=1, \text{ но } c > 1.$$

$$x_1 \neq y_2, \text{ т.к. } a+bc = ab+bc \Rightarrow a=ab \Rightarrow b=1, \text{ но } b > 1.$$

$$x_1 \neq y_3, \text{ т.к. } a+bc = ba+ac \Rightarrow a=ac \Rightarrow c=1, \text{ но } c > 1.$$

$$\text{Но } \text{НОД}(bc; b+c-1) = (bc; -b+c+b+c-1) = (bc; -b+c-1) = (bc; -(b-1)(c-1)) =$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 3 3 0 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$= (bc; (b-1)(c-1))$ Если переобозначить $b-1=x, c-1=y$, то

$(k+1)(y+1); xy)$ т.к. $a \in \mathbb{N} \Rightarrow b \leq c-1$

то $\text{НОД}(x+1; x) = 1 \Rightarrow x+1 \nmid x$ $y+1 \nmid x \Rightarrow y+1 \geq x$
 $\text{НОД}(y+1; y) = 1 \Rightarrow x+1 \geq y$, если

$y+1 \nmid x$ и $y+1 \nmid x$ (и $y+1 \in \mathbb{N}$) $\Rightarrow y+1 \geq 2x$, но тогда $x+1 \geq y \geq 2x \Rightarrow$

$\Rightarrow 1 \geq x$, но $x = b-1 \geq 50 \Rightarrow y+1 = x \Rightarrow y = x-1 \Rightarrow x+1 \nmid y \Rightarrow$

$\Rightarrow x+1 \nmid x-1$, но $\text{НОД}(x+1; x-1) = (2; x-1) \leq 2$ но $x-1 =$

$= b-2 \geq 49 > 2 \Rightarrow$ противоречие $\Rightarrow a \notin \mathbb{N} \Rightarrow x_1 \neq y_3$.

Аналогично доказываем, что $x_2 \neq y_2$ и $x_3 \neq y_1$.

Далее:

$x_2 \neq y_1$, т.к. иначе $b+a = a+b \Rightarrow b=b \Rightarrow c=1$, но $c \geq 1$

$x_2 \neq y_3$, т.к. иначе $b+a = a+b+a \Rightarrow b=ab \Rightarrow a=1$, но $a \geq 1$

$x_3 \neq y_2$, т.к. иначе $c+a = a+b \Rightarrow c=bc \Rightarrow b=1$, но $b \geq 1$

$x_3 \neq y_3$, т.к. иначе $c+a = a+b+a \Rightarrow c=ac \Rightarrow a=1$, но $a \geq 1$

$\Downarrow$

Мы показали, что все 8 чисел различные $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ наименьшее возможное кол-во различных чисел = 8.

Очевидно что 8 чисел различных достигается например при $a=51, b=52, c=53$.

$\Downarrow$

Ответ: 8 чисел.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Санкт-Петербург

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	2	1	9	8	3	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант № 1

Фамилия Емельянов

Имя Алексей

Отчество Юрьевич

Дата рождения 13.10.2005

Класс 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79642477700

Подпись

Edeef

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А Q O O 2 1 9 8 3 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	Σ
20	5	15	1	20	61

1.
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1 & (1) \\ x^3 + y^3 = 4 & (2) \end{cases} \quad (x, y \neq 0) \quad x, y \in \mathbb{R}$$

1) Преобразуем уравнение ~~системы~~ (1) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1$

$$\frac{y+x}{xy} = -1 \quad | \cdot xy \quad (x, y \neq 0)$$

$$x+y = -xy \quad (3)$$

2) Преобразуем уравнение (2)

$$x^3 + y^3 = 4$$

$$(x+y)(x^2 - xy + y^2) = 4 \quad (\text{по формуле суммы кубов})$$

$$(x+y)(x^2 + 2xy + y^2 - 3xy) = 4$$

$$(x+y)((x+y)^2 - 3xy) = 4$$

$$(x+y)^3 - 3xy(x+y) = 4$$

$$(x+y)^3 + 3(x+y)^2 - 4 = 0 \quad (\text{воспользуемся уравн. (3)})$$

3) Пусть $x+y = t \quad (t \neq 0)$

$$t^3 + 3t^2 - 4 = 0$$

$$t^3 - t^2 + 4t - 4 = 0$$

$$t^2(t-1) + 4(t-1) = 0$$

$$t^2(t-1) + 4(t-1)(t+1) = 0$$

$$(t-1)(t^2 + 4t + 4) = 0$$

$$(t-1)(t+2)^2 = 0$$

$$\begin{cases} t = -2 \\ t = 1 \end{cases}$$

4) Решим 2 случая:

$$\begin{cases} x+y = 1 & (4) \\ x+y = -xy & (5) \end{cases}$$

$$(4) \Rightarrow xy = -1$$

$$y = -\frac{1}{x}$$

$$x - \frac{1}{x} - 1 = 0$$

$$\frac{x^2 - x - 1}{x} = 0$$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

$$D = 1 + 4 = 5$$

$$x_1 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}; x_2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$y_1 = \frac{2}{1 - \sqrt{5}}; y_2 = -\frac{2}{1 + \sqrt{5}}$$

$$\begin{cases} x+y = -2 & (6) \\ x+y = -xy & (7) \end{cases}$$

$$(6) - (7): xy = 2$$

$$y = \frac{2}{x}$$

$$x + \frac{2}{x} + 2 = 0$$

$$\frac{x^2 + 2x + 2}{x} = 0$$

$$x^2 + 2x + 2 = 0$$

$$D = 4 - 8 = -4 \quad D < 0$$

нет реальных корней

Ответ: $(\frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{2}{\sqrt{5}-1}); (\frac{1+\sqrt{5}}{2}, -\frac{2}{1+\sqrt{5}})$

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 1 9 8 3 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2. Света выбирает из набора $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Костя из набора $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ Билетер выбирает ^{лучше} цифру, с ^{наибольшей} ~~самой~~ ^{меньшей} вероятностью.

Рассмотрим сначала ^{вероятности} выбрать самую цифру у Кости

Если Света выбрала 1, то в-та $\frac{7}{8}$

2, то $\frac{6}{8}$

3, то $\frac{5}{8}$

...

7, то $\frac{1}{8}$

Получаем, что вероятность выбрать ^{самую} самую цифру

$$\text{цифры равно } \frac{7}{8} \cdot \frac{1}{8} + \frac{6}{8} \cdot \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{8} \cdot \frac{7+6+\dots+1}{8} = \frac{28}{64} = \frac{7}{16}$$

То есть, вероятность того, что Костя выбрал ^{лучше} первую цифру больше, чем у Светы ^{у Кости есть 8, и они могут выбрать одинаковые цифры.} равна $\frac{1}{2}$

Вероятности выбора ^{лучше} второй цифрой Костей также равна $\frac{1}{2}$, аналогично с третьей ^{лучше} цифрой.

Поэтому Вероятности того, что первая цифра оказалась единичкой $\frac{1}{8}$

~~Костя может выбрать одно из 888 321-555 чисел~~

~~Света может выбрать одно из 785-321=464 чисел~~

~~Для каждого числа Света так может выбрать несколько раз, поэтому это не так~~

Возвращаясь к Косте, 5-й вариант, да, 78

$$\frac{584}{555} + \frac{584}{555} = \frac{1168}{555}$$

То есть в-та равна $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

Ответ: 0,875

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 1 9 8 3 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



3. Число из интервала $[51, 100]$

$$a+b+c$$

$$a+bc$$

$$b+ac$$

$$c+ab$$

$$(a+b)c$$

$$(b+a)c$$

$$(c+a)b$$

$$abc$$

1) Сравним число abc и $a(b+c)$
 $abc \vee a(b+c) \quad | : a$
 $c \vee b + \frac{c}{b}$
 $c > 1 + \frac{c}{b}$
 значит $abc > a(b+c)$

$$\frac{c}{b} \leq 2, \text{ т.к. } c \in [51, 100] \text{ и } b \in [51, 100]$$

$$c \geq 51, \text{ значит } c > 1 + \frac{c}{b}$$

2) Сравним число $a+bc$ и $(a+b)c$

$$a+bc \vee a+bc \quad | - bc$$

$$a \vee ac \quad | : a$$

$$1 \vee c$$

$$1 < c$$

$$a+bc < (a+b)c \text{ аналогично с числами } b+ac \text{ и } (b+c)a, c+ab \text{ и } (c+a)b$$

3) Сравним число $a+b+c$ и $a+bc$

$$a+b+c \vee a+bc \quad | - a$$

$$b+c \vee bc \quad | : b$$

$$1 + \frac{c}{b} < c$$

$$a+bc < a+b+c$$

$$\text{аналогично } a+b+c < c+ab \text{ и } a+b+c < b+ac$$

Значит $a+b+c$ - самое маленькое число

Ответ: $a+b+c$ - наименьшее число.

Вопрос: сколько
различных?

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 1 9 8 3 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

5. Кол-во способов выбрать 6 девушек из 10: $C_{10}^6 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = 210$ (шт.)

- 11 -

7 девушек из 10: $C_{10}^7 = 120$

8 - 45

9 - 10

10 - 1

Для компании, в которой я 7 девушек всегда найдутся 6, которые сидят рядом.

Этих компаний из 7, 8, 9, 10 штук 176. $(120 + 45 + 10 + 1)$

Рассмотрим компанию из 6 человек.

210 способов, но в некоторых не найдется искомого прохода

Рассмотрим расположение девушек из компании, когда нет трех рядом.

OO OO OO - девушки не из компании

OO OO OO O O O - девушки из компании

OO OO OO

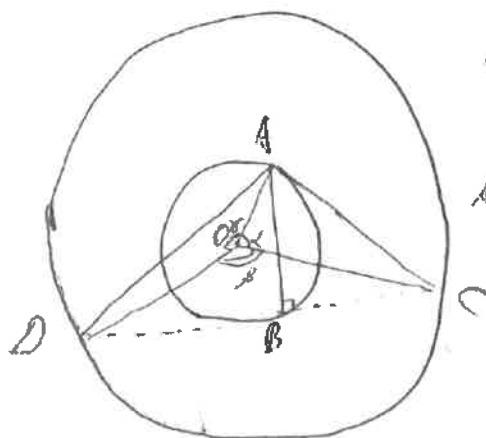
10 10 5 вариантов расположения в кругу.

После для 6 человек в компании подходит $210 - 10 - 10 - 5 = 185$ вариантов

Всего вариантов $176 + 185 = 361$

Ответ: 361 вариант

4.



$$AC^2 + AD^2 + BD^2 = ?$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 49 + 9 - 42 \cos 2$$

$$AD^2 = AB^2 + BD^2 = 49 + 9 - 42 \cos 8$$

$$CD^2 = 98 - 98 \cos 8$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Санкт-Петербург

М	А	0	0	0	2	4	7	9	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия ДОЛГУШЕВ

Имя ВЛАДИМИР

Отчество НИКИТИЧ

Дата рождения 22.08.2006

Класс 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7 921 4137194

Подпись Долгушев

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

17

Вариант № 1

М А О О О 2 4 7 9 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Далее рассмотрим случай, когда Костя не выбирает 8. Из соображений симметрии случаев, когда у Кости меньше стало те, сколько случаев, когда у него больше, т.е. у них одинаковые наборы цифр и у Кости такая же вероятность получить меньше число и наоборот. Еще есть случаи, когда их числа совпадают, их C_7^3 . Значит, если Костя не берет 8, у ~~Кости~~ ^{Кости} вероятность взять большее число $1 - \frac{C_7^3 \cdot C_7^3}{2}$.

А если Костя берет 8, то у него число точно больше. Значит случаев, когда Костя не берет 8 и у него больше $0,5(C_7^3)^2 - \frac{1}{2}C_7^3$. А когда Костя берет, $C_7^2 \cdot C_7^3$. Значит его вероятность взять большее число равна

$$\frac{0,5((C_7^3)^2 - C_7^3) + C_7^2 \cdot C_7^3}{C_8^3 \cdot C_7^3} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} \cdot \left(\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} - 1 \right) \right) + \frac{7 \cdot 6}{2} \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6}}{\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6}}$$

$$= \frac{7 \cdot 5 - \frac{7 \cdot 5 - 1}{2} + 7 \cdot 5 \cdot \frac{7 \cdot 6}{2}}{8 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 5} = \frac{7 \cdot 5 + 7 \cdot 6 - 1}{2 \cdot 8 \cdot 7} = \frac{7(11) - 1}{7 \cdot 16} = \frac{76}{112}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

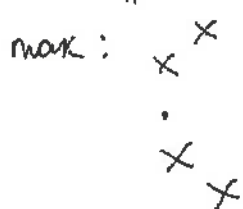
Вариант № 1

М	А	О	О	О	2	4	7	9	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5

Заметим, что в любой группе из 7 девушек найдутся 3 подружки подружки. По принципу Дирихле среди пяти подружек найдутся 4 девушки из группы, если их больше 4, то 3 подружки подружки точно будут, если нет, то они расположены вот так:

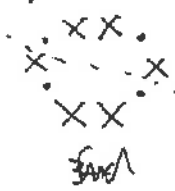


Крестиком отмечены девушки из группы. Теперь очевидно, что остальным нельзя разместить так, чтобы не было 3-х подружек подружек.

Значит искомое это наименьшее кол-во компаний больше 5 миним. кол-во компаний из 6, где таким нет.

Запишем компанию из 6-ти человек, в которой нет 3-х подружек подружек. Очевидно, в ней есть две пары девушек, подружки подружки (если нет 2-х, то девушки идут через одну минимизации, а где так и не 6).

Возможны 3 варианта:



Вариант 1: 2 пары подружек подружек. Вариант 2: 2 пары подружек подружек. Вариант 3: 2 пары подружек подружек.

Компаний второго типа 5 в силу симметрии. Компаний 1 и 3 типа по 10, а компаний 2 типа 5 в силу симметрии. Значит искомый ответ

$$(C_{10}^{10} + C_{10}^9 + C_{10}^8 + C_{10}^7 + C_{10}^6) - (10 + 10 + 5) = (1 + 10 + 5 \cdot 9 + \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{6} + \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{24}) - 25 = (1 + 10 + 45 + 120 + 210) - 25 = 361$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 4 7 9 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

Для начала заметим, что $(a+b)c$, $(b+c)a$, $(a+c)b$ — различны. Докажем от противного: $\text{ЖУО } (a+b)c = (b+c)a$. Тогда $bc = ba$, тогда $c = a$ ($b \neq 0$). Но они различны, противоречие. Пусть это числа ①, ②, ③

Докажем, что abc и ①, ②, ③ — различны.

От противного. $\text{ЖУО } abc = (a+b)c$. $(c \neq 0) ab = a+b$

$a = \frac{b}{b-1}$, но это не так, $a, b > 50$, пусть $b > 50$, то $a < 2$, противоречие. $abc = ④$.

Докажем, что $a+b+c$, ①, ②, ③, ④ — различны. От противного.

$\text{ЖУО } a+b+c = (a+b)c$ $(a+b) = \frac{c}{c-1}$. По аналогии с предыдущим противоречие. Также $a+b+c \neq abc$, т.к. $a+b+c \leq 300$, а $abc > 50^3 = 125000$ $a+b+c = ⑤$.

Заметим, что $a+bc$, $b+ac$, $c+ab$ — различны. Даю от пр. ЖУО

$a+bc = b+ac$ $b(c-1) = a(c-1)$ ($c > 50$) $b = a$. Противоречие.

Также они и abc различны: $\text{ЖУО } a+bc = abc$ $a = (a-1)bc$ $bc = \frac{a}{a-1}$ Против

Также они и $a+b+c$ различны: $\text{ЖУО } a+b+c = a+bc$ $b+c = bc$ $c = \frac{b}{b-1}$ Против

Предположим, что всего 5 различными чисел. Тогда

$$(a+b)c = c+ab$$

$$(c+b)a = a+bc$$

$$(a+c)b = b+ac$$

Также они не могут $(a+b)c = a+bc$, то $ac = a$. Противоречие.

Пусть $\text{ЖУО } a > b > c$. Тогда $ab+bc > ac+b$ и Значит различны чисел минимум 6.

~~Противоречие~~

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	О	У	У	2	4	7	9	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N3

Сстроиме. Тогда

$$\begin{cases} (a+b)c = c+ab \\ (c+b)a = a+bc \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ac = c+ab-bc \\ ac = a+bc-ab \end{cases}$$

$$c+ab-bc = a+bc-ab$$

$$c-2bc = a-2ab$$

$$(1-2b)c = (1-2b)a$$

$$a = c, a$$

Проверим

Значит различны или ~~линии~~

Тогда $xy0 \quad (a+b)c = c+ab \quad ac+bc = c+ab$

Пусть $b-c=x$

$$a(b-c) = (b-1)c$$

$$a = \frac{(b-1)c}{b-c}$$

$$a = \frac{(c+x-1)c}{x} = c + \frac{c^2-c}{x}$$

$c > 50, x < 50$, значит $a \geq 100$. Проверим.

Таким образом все числа получаются различными.

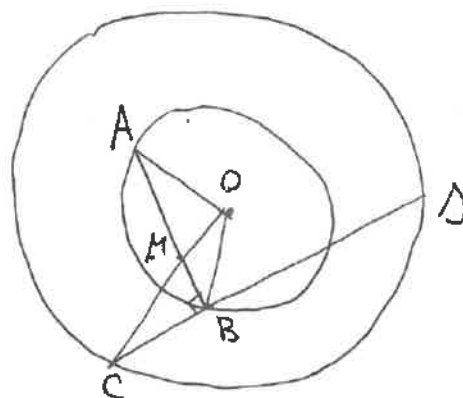
Треугольник OC , M — $AB \cap OC$. AM

$$CA^2 + AD^2 + CD^2 = CD^2 + CA^2 + AB^2 + CB^2 + AB^2 + BD^2 + AB^2$$

Выразим все через AB . Расстояние от CD до O

$AB/2$ по с. перп. $CD = \sqrt{CO^2 - (AB/2)^2}$

$$CD^2 = 4 \cdot (7^2 - \frac{AB^2}{4}) = 98 - AB^2$$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

СВРЧ

М	А	0	0	0	2	3	1	3	3	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия Ноговицын

Имя Антон

Отчество Евгеньевич

Дата рождения 06.02.2006

Класс 10

Предмет Математика

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы 26.02.2006²³

Номер телефона 7914 2716672

Подпись А

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	Σ
10	12	20	0	0	52

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	О	О	О	2	3	1	3	3	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1$ $x, y \neq 0$ $x^3 + y^3 = 4$
 $(x+y)(x^2 - xy + y^2) = 4$
 $a = x+y = -xy \Rightarrow y = \frac{-x}{x+1}$

~~$x^3 + y^3 = 4$ $(x+y)(x^2 - xy + y^2) = 4$
 $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 - 3x^2y - 3xy^2 = 4$
 $(x+y)^3 - 3xy(x+y) = 4$
 $-(xy)^3 + 3(xy)^2 = 4 = 0$
 $(xy)^2 \cdot (-(xy) + 3) + (xy)^2 - 4 = 0$
 $(xy)^2 \cdot (x+y+2) + (x+y)^2 - 4 = 0$
 $(xy)^2 \cdot (x+y+1) + (x+y+2)(x+y-2) = 0$
 $(x+y+2)((xy)^2 + x+y-2) = 0$~~

$a \cdot (a^2 - 3a) = 4$
 $a^3 - 3a^2 - 4 = 0$
 Поделим на $a-1$

$$\begin{array}{r|l} a^3 - 3a^2 - 4 & a-1 \\ - (a^3 - a^2) & \\ \hline 4a^2 - 4 & \\ - (4a^2 - 4) & \\ \hline 0 & \end{array}$$

 $a^2 + 4a = 0$
 $a(a+4) = 0$

1) $x+y+2=0$
 $x - \frac{x}{x+1} + 2 = 0$
 $x^2 = -2x - 2$
 $x^2 + 2x + 2 = 0$ нет корней
 2) $(xy)^2 + x+y-2=0$
 $(xy)^2 - xy + 2(xy) = 0$
 xy

1) $a-1=0$
 2) $a=0$
 3) $a+4=0$

1) $\begin{cases} x+y=1 \\ -xy=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy+y^2=y \\ -xy=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2=y+1 \\ x+y=1 \end{cases}$
 $y_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$
 $y_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$
 $x+y=1$

3) $\begin{cases} x+y=-4 \\ -xy=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy+y^2=-4y \\ -xy=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2=-4y-4 \\ x+y=-4 \end{cases}$
 $y^2 + 4y + 4 = 0$
 $(y+2)^2 = 0$
 $y = -2$
 $x = -2$

Ответ: $x = -2$, $x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$, $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$
 $y = -2$, $y = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, $y = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	О	О	О	2	3	1	3	3	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3. Т.к. наши выражение симметричные, то мы можем сказать, что $a > b > c$, иначе переменим их.

Рассмотрим все три случая и докажем, что все они ложны. Будем доказывать от противного.

$$a + b + c = a + bc$$

$$b + c = bc$$

$$b = c(b-1)$$

$$c = \frac{b-1}{b}, \text{ но } b-1 \text{ и } b \text{ взаимно просты, и т.к. } b \geq 51,$$

то c будет нецелым, противоречие, значит $a + b + c \neq a + bc$.
аналогично с $a + b + c = b + ac$, $a + b + c = c + ab$.

$$a + b + c = (a+b)c$$

$$a + b = (a+b-1)c$$

$$c = \frac{a+b}{a+b-1}, \text{ по тому же, что и с } a + b + c = a + bc$$

это невозможно, значит $a + b + c \neq (a+b)c$
аналогично с $a + b + c = (b+c)a$, $a + b + c = (c+a)b$

$$a + b + c = abc$$

$$a + b + c \leq 100 + 99 + 98 = 297$$

$$abc \geq 53 \cdot 52 \cdot 51$$

$$297 \geq a + b + c = abc \geq 53 \cdot 52 \cdot 51$$

53·52·51 гораздо больше, противоречие,
значит $a + b + c \neq abc$

$$a + bc = b + ac$$

$$a - b = c(a - b)$$

$$c = \frac{a-b}{a-b} = 1, \text{ такое невозможно, противоречие, значит } a + bc \neq b + ac$$

аналогично с $a + bc = c + ab$, $b + ac = c + ab$

$$a + bc = (a+b)c$$

$$a = ac \Rightarrow c = \frac{a}{a} = 1, \text{ невозможно, противоречие, } a + bc \neq (a+b)c$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	2	3	1	3	3	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

аналогично с $a+bc=(c+a)b$, $b+ac=(a+b)c$, $b+ac=(b+c)a$,
 $c+ab=(b+c)a$, $(c+a)b=c+ab$.

$$a+bc=(b+c)a$$

$$bc-ba=ca-a$$

$$b(c-a)=c(a-1), \text{ т.к. } a, b, c \geq 51 \text{ и } a > c, \text{ то}$$

левая часть отриц., правая полож., такое невозможно, противоречие, значит $a+bc \neq (b+c)a$

~~аналогично с $c+ab=(b+c)a$~~

$$a+bc=abc$$

$$a=bc(a-1)$$

$$bc=\frac{a}{a-1}, \text{ это невозможно, док-во аналогично случаю } a+b+c=a+bc,$$

Противоречие, значит $a+bc \neq abc$

аналогично с $b+ac=abc$, $c+ab=abc$.

$$b+ac=\cancel{abc} (c+a)b$$

$$ac-ab=bc-b$$

$$a(c-b)=b(c-1), \text{ т.к. } b > c, \text{ то левая часть отриц., правая полож., противоречие, } b+ac \neq (c+a)b$$

$$c+ab=(a+b)c$$

$$ab-ac=bc-c$$

$$a=\frac{(b-1)c}{b-c} \quad \text{пусть } b=c+k; k \in [1; 49]$$

$$a=\frac{(c+k-1)c}{k}=\frac{c(c-1)}{k}+c \geq \frac{c(c-1)}{k}+51, \text{ т.к. } c \geq 51$$

$$\frac{c(c-1)}{k}+51 \geq \frac{51(c-1)}{k}+51, \text{ т.к. } c \geq 51$$

$$\frac{51(c-1)}{k}+51 \geq \frac{51 \cdot 50}{k}+51, \text{ т.к. } c \geq 51$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	2	3	1	3	3	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$\frac{51 \cdot 50}{k} + 51 \geq \frac{51 \cdot 50}{49} + 51 \geq 50 + 51 = 101, \text{ т.к. } k \leq 49$$

Получи

$$a = \frac{c(c-1)}{k} + c \geq 101, \text{ противоречие, значит } c + ab \neq (a+b)c$$

$$(a+b)c = (b+c)a$$

$$bc = ab$$

$$a = c, \text{ противоречие, значит } (a+b)c \neq (b+c)a$$

$$\text{аналогично с } (a+b)c = (c+a)b, (b+c)a = (c+a)b$$

$$(a+b)c = abc$$

$$a+b = ab$$

$$a = b(a-1)$$

$$b = \frac{a-1}{a}, \text{ такое невозможно, док-во аналогично случаю}$$

$$a+b+c = a+bc$$

$$\text{Противоречие, значит } (a+b)c \neq abc$$

$$\text{аналогично с } (b+c)a = abc, (c+a)b = abc.$$

Значит все числа в любом случае различны.

Ответ: 8

№ 2.

Рассмотрим все числа Светы:

$$123 \leq 124 < \dots < 127 < 132 < \dots < 137 < \dots < 176 < 213 < \dots < 276 < 312 < \dots < 765$$

Все числа Кости:

$$123 < 124 < \dots < 128 < 132 < \dots < 138 < \dots < 187 < 213 < \dots < 287 < 312 < \dots < 876$$

Найдем все "плохие" пары чисел, когда число Светы больше или равно числу Кости.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 3 1 3 3 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Для каждого шара Кости найдет кол-во "плохих" пар, образованных вместе с этим шаром. *Цифры по убыванию*

876 - 0, 875 - 0, ..., 812 - 0, 786 - 0, ..., 781 - 0, 765 - 1 (связи число Света 765), 764 - 2 (765, 764), 763 - 3 (765, 764, 763), ..., 761 - 5, 758 - 5 (тот же набор шаров, что и у 761), ~~757~~ 756 - 6, ..., 751 - 10, 748 - 10, 746 - ~~11~~ ¹¹, 741 - ~~15~~ ¹⁵, 738 - ~~20~~ ²⁰, ..., 731 - ~~20~~ ²⁰, 728 - ~~20~~ ²⁰, 716 - ~~26~~ ²⁶, ..., 712 - ~~30~~ ³⁰, ~~687~~ ³⁰, ..., 681 - ~~30~~ ³⁰, 675 - ~~31~~ ³¹, ..., 671 - ~~35~~ ³⁵, 658 - ~~40~~ ⁴⁰, ..., 612 - ~~60~~ ⁶⁰, 587 - 50, ..., 576 - 51, ..., 512 - ~~90~~ ⁹⁰, ..., 213 - 180, 187 - ~~180~~ ¹⁸⁰, ..., 176 - 181, ..., 123 - 210

Итого всего: $1 + 2 + \dots + 5 + 5 + 6 + \dots + 10 + 10 + \dots + 15 + 15 + \dots + 30 + 30 + \dots + 30 + 30 + 31 + \dots + 210 =$

6 шт.

$$\frac{(1 + 210) \cdot 210}{2} + 5 + 10 + 15 + \dots + 205 + 30 \cdot 6 + 60 \cdot 6 + 90 \cdot 6 + \dots + 180 \cdot 6 = 105 \cdot 211 + 5 \cdot \frac{(1 + 41) \cdot 41}{2} + 180 \cdot \frac{(6 + 1) \cdot 6}{2} = 22155 + 4305 + 3780 = 30240$$

Всего случаев: $(8 \cdot 7 \cdot 6) \cdot (7 \cdot 6 \cdot 5) = 70560$

Хороших случаев: $70560 - 30240 = 40320$

Вероятность хор. случая: $\frac{40320}{70560} = \frac{1008}{1764} = \frac{4}{7}$

Ответ: $\frac{4}{7}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Санкт-Петербург

М	А	0	0	0	2	6	6	7	9	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Вариант № 1

Шифр

Фамилия Соколов

Имя Павел

Отчество Александрович

Дата рождения 30.11.2006

Класс 10

Предмет Математика

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89110996547

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	6
20	15	20	20	10	75

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Handwritten signature

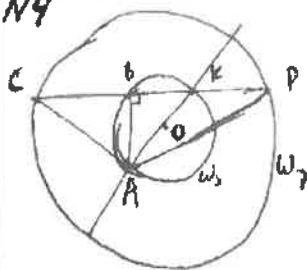
Вариант № 1

М А О О О 2 6 6 7 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

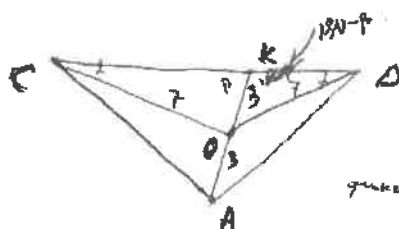
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в правом столбце

N4



$$\angle CDA = 90^\circ \Rightarrow AK \text{ - диаметр } W_3 \text{ и } W_7$$

$$\Rightarrow \angle ABK = 90^\circ \Rightarrow AK \text{ - диаметр } W_3 \text{ и } W_7$$



$$OC = OD = 7$$

$$OK = AD = 3$$

— потому что по условию окружности касаются в точке K

$$AC^2 + AD^2 + CD^2 = 7$$

$$AC^2 + CK^2 = 2(49 + 9)$$

$$DK^2 + AD^2 = 2(49 + 9)$$

(аналогично)

$$\begin{cases} AC^2 = 7^2 + 3^2 - 2 \cdot 7 \cdot 3 \cdot \cos \alpha \\ CK^2 = 7^2 + 3^2 - 2 \cdot 7 \cdot 3 \cdot \cos(180^\circ - \alpha) \end{cases} \leftarrow (\alpha = \angle COA)$$

$$\angle ODK = 2 \Rightarrow \angle OCK = 2$$

$$\angle CKD = \beta$$

$$\Rightarrow \angle OKD = 180^\circ - \beta$$

$$\text{по т. син } \frac{CK}{\sin(180^\circ - \beta)} = \frac{CO}{\sin \beta} = \frac{OK}{\sin 2}$$

$$\Rightarrow \frac{CK}{\sin(180^\circ - \beta)} = \frac{7}{\sin \beta} = \frac{3}{\sin 2}$$

$$\frac{KD}{\sin(\beta - 2)} = \frac{7}{\sin \beta} = \frac{3}{\sin 2}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

$$\sin(\beta - \alpha) = \sin \beta \cos \alpha - \sin \alpha \cos \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) \sin(\beta - \alpha) = (\sin \beta \cos \alpha)^2 - (\sin \alpha \cos \beta)^2 = \left(\frac{7}{3} \sin 2 \cos \alpha\right)^2 - (\sin 2 \cos \beta)^2$$

$$\begin{aligned} 2 CK \cdot KD &= 18 \left(\left(\frac{7}{3} \cos 2 \right)^2 - \cos^2 \beta \right) = 18 \left(\frac{49}{9} \cos^2 2 - (1 - \sin^2 \beta) \right) = \\ &= 18 \left(\frac{49}{9} \cos^2 2 - (1 - \frac{49}{9} \sin^2 2) \right) = 18 \left(\frac{49}{9} - 1 \right) = 49 \cdot 2 - 18 = 80 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow AC^2 + AD^2 + CD^2 + AC^2 + CK^2 + DK^2 + AD^2 + 2 CK \cdot KD = 4(49 + 9) + 80 = 312$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 6 6 7 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
и ранее справа

N1.

$$\begin{cases} x+y \neq 0 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1 \Leftrightarrow \frac{x+y}{xy} = -1 \Rightarrow x+y = -xy \quad \text{и} \quad xy=5 \Rightarrow x+y = -5 \\ x^3+y^3=4 \Leftrightarrow (x+y)(x^2+xy+y^2)=4 \Rightarrow (x+y)((x+y)^2-3xy)=4 \\ \Rightarrow -5(S^2-3S)=4 \quad S^3-3S^2+4=0 \end{cases}$$

у 3 степени так 3 корня $S=2$ - корень ($8-12+4=0$)
 $S=-1$ - корень ($-1+3+4=0$)

возьмем произвольную
попытки

$$3S^2-6S=0 \quad 2 \text{ ответа корень } (3-6=0) \\ \Rightarrow 2 - \text{кратный корень}$$

$\Rightarrow S^3-3S^2+4=(S-2)^2(S+1)$ вернее можно раскрыть скобки

$$\Rightarrow S=2 \vee S=-1$$

$$1) S=2 \Rightarrow xy=2 \quad x+y=-2 \quad y=-(x+2)$$

$$\Rightarrow xy = -x^2-2x=2 \Rightarrow x^2+2x+2=0 \Rightarrow (x+1)^2+1=0 \Rightarrow ?!!$$

$$2) S=-1 \quad xy=-1 \quad x+y=-1 \Rightarrow x=-1-y$$

$$\Rightarrow -y-y^2+1=0$$

$$y^2+y-1=0 \\ y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\Rightarrow \text{ответ: } \left(\frac{2}{1+\sqrt{5}}, \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \right), \left(\frac{2}{1-\sqrt{5}}, \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \right)$$

$$\left(\frac{2}{1+\sqrt{5}} = \frac{(1+\sqrt{5})2}{1-5} = \frac{-(1+\sqrt{5})}{2} \right)$$

$$\left(\frac{2}{1-\sqrt{5}} = \frac{2(\sqrt{5}-1)}{5-1} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \text{ответ: } \left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2}, \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \right), \left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}, \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \right)$$

(можно x+y)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 6 6 7 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3. $a, b, c \in [54, 100]$ $a+b+c$

$a > b > c$

~~а) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~
~~б) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~

$\Rightarrow a+b < a+c < b+c < c+a$
Докажем $\Rightarrow$ то

Докажем, что $a+b < a+c < b+c < c+a$

~~а) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~
~~б) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~
~~в) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~
~~г) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~
~~д) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~
~~е) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~
~~ж) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~
~~з) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~
~~и) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~
~~к) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~
~~л) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~
~~м) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~
~~н) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~
~~о) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~
~~п) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~
~~р) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~
~~с) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~
~~т) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~
~~у) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~
~~ф) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~
~~х) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~
~~ц) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~
~~ч) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~
~~ш) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~
~~щ) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~
~~ъ) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~
~~ы) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~
~~э) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~
~~ю) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~
~~я) $a+b < a+c < b+c < c+a$~~

Док-во:

- 1) $a+b < a+c$
- 2) $a+b < 301 < 50+50+50 < a+c$
- 3) $a+b < b+c$
- 4) $b(c-1) < a(c-1)$ $c > 1$
- 5) $a > b$, это верно
- 6) $b+c < c+a$
- 7) $a(a-1) < b(a-1)$ $a > 1$
- 8) $b > c$, это верно

Докажем, что:

$$abc > (b+c)a, (a+c)b > (a+b)c$$

$$1) abc > 50 \cdot 50 \cdot 50 > (100+100)100 > (b+c)a$$

↑

$$125000 > 20000$$

$$1) (b+c)a > abc$$

$$\Leftrightarrow a+b > a+c$$

$$\Leftrightarrow a > c$$

$$\Leftrightarrow a > b \text{ это верно}$$

Остальные аналогично

Теперь докажем: $(a+c)b > c+a$ и $b+a < (a+b)c$

$$1) ab+cb > c+a$$

$$\Leftrightarrow cb > c$$

$$\Leftrightarrow b > 1$$

$$\Leftrightarrow \text{верно}$$

$$2) b+a < (a+b)c$$

$$b < bc$$

$$c > 1$$

$$\Leftrightarrow \text{верно}$$

$\Rightarrow$ из этих условий

могут получиться

что $c+a$ и $(a+b)c$

$$2) (a+c) = c+a$$

$$\Rightarrow c(a+1) = ab$$

$$\Rightarrow c = \frac{ab}{a+b-1}$$

или при увеличении a и b что и нужно

возрастает максимум (и растет сильнее быстрее чем ab , при $a, b \geq 50$)

$$\Rightarrow \frac{ab}{a+b-1} \leq \frac{100 \cdot 99}{199} = 50$$

$$\Rightarrow c \leq 50$$

$\Rightarrow$ таким образом не может

быть разности

$\Rightarrow$ Ответ: 8.

Пример очевидно есть

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 6 6 7 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в раздаточном



№2. $\{1 \dots 7\}$ $\{1 \dots 8\}$

вероятность = хорошим исходом
все вар

всего возможно $C_7^3 = C_8^3$ - проиги кости

↑
трим свет

Хорошим: $\exists$ max ^{цифра} ~~числа~~ кости > max ^{цифра} ~~числа~~ света $\Rightarrow$ не число
Решение

Таких вариантов: $\exists$ max кости = 8

1) 2 оставшихся - C_7^2

а 5 свет может для любого - C_7^3

2) $C_7^2 \cdot C_7^3$

$\exists$ max 7 $\Rightarrow$ 2 оставшихся C_7^2

11 35 15 10 4 свет C_6^3

$$\text{и } 7, 8 \text{ в итоге } \Sigma = C_7^2 \cdot C_7^3 + C_6^2 \cdot C_6^3 + C_5^2 \cdot C_5^3 + C_4^2 \cdot C_4^3 + \\ (\text{max кости} > 3) = 10 + C_3^2 \cdot C_3^3 = X$$

$\exists$ max кости = max света = 7, (8 - не может быть)

а второе число кости > второго числа света

$\Rightarrow$ по количеству с предположением $\Rightarrow$ рассуждениями

$$\Sigma = C_5^1 \cdot C_5^2 + C_4^1 \cdot C_4^2 + C_3^1 \cdot C_3^2 + C_2^1 \cdot C_2^2 = 50 + 24 + 9 + 2 = 74 + 2 + 9 = 76 + 9 = 85$$

$\exists$ max кости = max света = 6

$$\Rightarrow \Sigma = C_4^1 \cdot C_4^2 + C_3^1 \cdot C_3^2 + C_2^1 \cdot C_2^2 = 24 + 9 + 2 = 35$$

~~и так~~

$\exists$ max кости = max света = 5

$$\Rightarrow \Sigma = C_3^1 \cdot C_3^2 + C_2^1 \cdot C_2^2 = 9 + 2 = 11$$

~~и так~~ $\exists$ max кости = max света = 4

$$\Rightarrow \Sigma = C_2^1 \cdot C_2^2 = 2$$

$$\Rightarrow \text{общая сумма} = 85 + 35 + 11 + 2 = 133$$

$\Rightarrow$ второе число тоже совпадает $\Rightarrow$ 3 число должно быть больше

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 6 6 7 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамку справа

если осталось нечетное количество карт, когда 2 совпадают
а 3 больше.

1 min свет. 1

⇒ min карт 2 V 3 V 4 ... V 5 (если 6 ⇒ 7 & 3 света, но 3 света нет)

2: 1 карта C_5^2 (из 3, 4, 5, 6, 7 надо выбрать 2)

3: C_4^2

4: C_3^2

$$5: C_2^2 \Rightarrow \Sigma = \frac{5 \cdot 4}{2} + \frac{4 \cdot 3}{2} + \frac{3 \cdot 2}{2} + 1 = 10 + 6 + 3 + 1 = 20$$

3 min свет. 2

⇒ min карт = 3 V 4 V 5, 6

3: C_4^2

4: C_3^2

5: C_2^2

$$\Sigma = 6 + 3 + 1 = 10$$

3 min свет. 3

⇒ min карт 4 V 5

4: C_3^2

5: C_2^2

$$\Sigma = 3 + 1 = 4$$

3 min свет. 4

⇒ min карт 5

⇒ $C_2^2 = 1$

⇒ Σ — это общее количество, когда знак равен, а 3 карты больше: $1 + 4 + 10 + 20 = 35$.

Мало времени, но я все ~~попытался~~ ^{сделал} там надо найти X и все.

$$\text{Ответ: } \frac{X + 35 + 133}{C_7^3 C_8^3}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Санкт-Петербург

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	2	8	6	4	4	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант № 1

Фамилия Гущенко

Имя Равел

Отчество Валерьевич

Дата рождения 26.11.2006

Класс 10

Предмет Математика

Работа выполнена на 7 листах

Дата выполнения работы 26.02.23

Номер телефона +73522046894

Подпись Гущ

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

1	2	3	4	5	Σ
20	10	20	5	5	60

Вариант № 1

М А О О О 2 7 6 4 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 1 ($x, y \neq 0$)

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1 \\ x^3 + y^3 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{x+y}{xy} = -1 \\ (x+y)(x^2 - xy + y^2) = 4 \end{cases}$$

Замечание Пусть, $x+y=a$, $xy=b$,

Тогда получаем систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{a}{b} = -1 \\ a \cdot (a^2 - 3b) = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -b \\ a^3 + 3a^2 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} a = -b \\ a^3 + 3a^2 - 4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ a = -2 \\ b = 2 \end{cases}$$

Найдем корни ур-я $a^3 + 3a^2 - 4 = 0$
 $(a-1)(a^2 + 4a + 4) = 0$; $(a-1)(a+2)^2 = 0$
 $a = 1$; $a = -2$

$$\begin{array}{r} a^3 + 3a^2 - 4 + a - 1 \\ - a^3 - a^2 \\ \hline 4a^2 - 4 \\ - 4a^2 - 4a \\ \hline 4a - 4 \\ - 4a + 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

Обратная замена

т.е. $\begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ a = -2 \\ b = 2 \end{cases}$ то при обратной замене получим

$$\begin{cases} x+y = 1 \\ xy = -1 \\ x+y = -2 \\ xy = 2 \end{cases}$$

у Теоремы обратной теоремы Виета представим x и y , как корни квадратного уравнения

$$1) x^2 - x - 1 = 0 \quad x = x_1; x_2 = y$$

$$x_1 = x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}; x_2 = y = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

$$2) x^2 + 2x + 2 = 0; D = 4 - 8 = -4$$

т.е. $D < 0$, следовательно корней нет
 $\Rightarrow$ и решений у системы тоже

т.е. решение системы (x, y) , это
 $(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \frac{1-\sqrt{5}}{2}); (\frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2})$

Ответ: $(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \frac{1-\sqrt{5}}{2}); (\frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2})$

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 8 6 4 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Задание 2. 1) Назовём числа, получившиеся у Кости и Светы

соответственно, число Кости: $\overline{abc}$ | где, $a > b > c \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
число Светы: $\overline{xyz}$ | $x > y > z \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

2) Разовьём все случаи когда число Кости больше числа Светы на 3 группы, т.е. по уменьшению цифр записываемых в разряде десятков

(1) $\overline{a} > \overline{x}$ | Тогда, число Кости больше, т.е. $\overline{a} > \overline{x}$, $\overline{b} > \overline{y}$, $\overline{c} > \overline{z}$ (т.е. всегда за десятичными цифрами)

(2) $\overline{a} = \overline{x}$, $\overline{b} > \overline{y}$ | т.е. $\overline{a} = \overline{x}$, то $\overline{b} > \overline{y}$, $\overline{c} > \overline{z}$ (т.е. всегда за десятичными цифрами)

(3) $\overline{a} > \overline{x}$; $\overline{b} = \overline{y}$ | Число Кости будет больше, т.е. $\overline{a} > \overline{x}$, $\overline{b} = \overline{y}$, $\overline{c} > \overline{z}$ (т.е. всегда за десятичными цифрами)

Найдём вероятности событий в треугольном числе у каждой группы и сложим (т.е. действия, независимые от гр. групп)

3) (1) $\overline{a} > \overline{x}$ | т.е. всего в числе 3 различные цифры, то минимальное $\overline{x} = 3$, тогда $\overline{a}$ может быть $\overline{a} \geq 3$. Пусть, P_1 - вероятность события, тогда $P_1 = \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$. Если $\overline{x} = 4$, то $P_2 = \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{6} = \frac{2}{15}$. Если $\overline{x} = 5$, то $P_3 = \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{10}$. Если $\overline{x} = 6$, то $P_4 = \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{15}$. Если $\overline{x} = 7$, то $P_5 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$.

Сложим все P_i и найдём вероятность события $\overline{a} > \overline{x}$:
 $P_{\overline{a} > \overline{x}} = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = \frac{1}{6} + \frac{2}{15} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{30} = \frac{10}{30} + \frac{4}{30} + \frac{2}{30} + \frac{2}{30} + \frac{1}{30} = \frac{19}{30}$

(2) $\overline{a} = \overline{x}$ | Вероятность того, что $\overline{a} = \overline{x}$, $\overline{b} > \overline{y}$ | Найдём вероятность $\overline{b} > \overline{y}$ | Пусть, $P_1 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} \cdot 5 = \frac{1}{6}$ (т.е. свободная цифра Светы, соответствующая $\overline{a}$, не может быть числом Кости, но у Кости есть число 8)

Если, $\overline{y} = 2$, то $P_1 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$
Если, $\overline{y} = 3$, то $P_2 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$
Если, $\overline{y} = 4$, то $P_3 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$
Если, $\overline{y} = 5$, то $P_4 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$
Если, $\overline{y} = 6$, то $P_5 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$
Если, $\overline{y} = 7$, то $P_6 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$

Если $\bar{y} = 6$, то $P_{\bar{y}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$. Сложим все $P_{\bar{y}}$
найдем вероятность $\bar{b} > \bar{y}$ $P_{\bar{b} > \bar{y}} = \frac{5}{30} + \frac{4}{30} + \frac{3}{30} + \frac{2}{30} + \frac{1}{30} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$

Вероятность (2) $\bar{a} = \bar{x}$ и $\bar{b} > \bar{y}$, равна $P_{\substack{\bar{a}=\bar{x} \\ \bar{b} > \bar{y}}} = P_{\bar{a}=\bar{x}} \cdot P_{\bar{b} > \bar{y}}$,

т.к. это взаимовыключающие события $P_{\substack{\bar{a}=\bar{x} \\ \bar{b} > \bar{y}}} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

3) Найдем вероятность $\bar{a} = \bar{x}$ | $P_{\bar{a}=\bar{x}} = \frac{1}{6}$ (узелетка)
 $\bar{b} = \bar{y}$ | $P_{\bar{b}=\bar{y}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} \cdot 5 = \frac{1}{6}$
 $\bar{c} > \bar{z}$ | $P_{\bar{c} > \bar{z}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} \cdot 5 = \frac{1}{6}$

$P_{\bar{c} > \bar{z}} = ?$

1) Заметим, что т.к.

Рассмотрим случаи

Если $\bar{z} = 1$, то $P_{\bar{c} > \bar{z}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$; Если $\bar{z} = 2$, то $P_{\bar{c} > \bar{z}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{6} = \frac{2}{30}$
Если $\bar{z} = 3$, то $P_{\bar{c} > \bar{z}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{10}$; Если $\bar{z} = 4$, то $P_{\bar{c} > \bar{z}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{15}$
Если $\bar{z} = 5$, то $P_{\bar{c} > \bar{z}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$. Сложим $P_{\bar{c} > \bar{z}} = \frac{1}{6} + \frac{2}{30} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{30} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$. Тогда вероятность

$P_{\substack{\bar{a}=\bar{x} \\ \bar{b}=\bar{y} \\ \bar{c} > \bar{z}}} = P_{\bar{a}=\bar{x}} \cdot P_{\bar{b}=\bar{y}} \cdot P_{\bar{c} > \bar{z}} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{72}$

Тогда, вероятность, что трехзначное число как больше
числа света $P = P_{\bar{a} > \bar{x}} + P_{\substack{\bar{a}=\bar{x} \\ \bar{b} > \bar{y}}} + P_{\substack{\bar{c} > \bar{z} \\ \bar{a}=\bar{x} \\ \bar{b}=\bar{y}}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{12} + \frac{1}{72} = \frac{36+6+1}{72} = \frac{43}{72}$

Ответ: $\frac{43}{72}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 6 4 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках справа

Задача 3 $a+b+c; abc; a+bc; b+ac; c+ab; c(a+b); b(c+a); a(b+c)$

$a, b, c \in \Sigma(51; 100)$ Докажем, что $a+b+c \neq abc$ при $a, b, c \in \Sigma(51; 100)$

$a \neq b \neq c$

$a, b, c \in \mathbb{Z}$

$F(a, b, c) = a+b+c$, монотонно возрастает, при $a, b, c \rightarrow 100$, г.к. по ур. $a \neq b \neq c$,

то $\max F_1(a, b, c) = a+b+c$, при $a, b, c \rightarrow 100$ $F_1(100; 99; 98) = 100+99+98 = 297$
 $F_2(a, b, c) = abc$, монотонно возрастает, при $a, b, c \rightarrow 100$ $F_2(100; 99; 98) = 100 \cdot 99 \cdot 98 = 9702$
 $a \neq b \neq c$, по ур. $\Rightarrow \min F_1(a, b, c) = a+b+c$, при $a=51; b=52; c=53$

$F(51; 52; 53) = 51 \cdot 52 \cdot 53 = 140516$, $F(a+b+c) < F(abc)$

при $a, b, c \in \Sigma(51; 100) \Rightarrow a+b+c \neq abc$

2) Также докажем, что $a+b+c \neq a+bc; a+b+c \neq b+ac; a+b+c \neq c+ab$
 $abc \neq a+bc; abc \neq b+ac; abc \neq c+ab$, на промежутке $\Sigma(51; 100)$

$F_3(a, b, c) = a+bc$, монотонно возраст. при $a, b, c \rightarrow 100$
 $\min F_3(a, b, c) = a+bc; \min F_3(51, 52, 51) = 51+52 \cdot 51 = 2705$ $\max F_3(a, b, c) = a+bc = 2705$

$\Rightarrow F(a, b, c) = a+bc > F(a, b, c) = a+bc$, на $\Sigma(51; 100) \Rightarrow a+b+c \neq a+bc$
 Также, $\min F_4(a, b, c) = a+bc > \max F_4(a, b, c) = a+bc$ и $\min F_5(a, b, c) = b+ac > \max F_5(a, b, c) = b+ac$

Также, $\min F_6(a, b, c) = a+bc > \max F_6(a, b, c) = a+bc$ и $\min F_7(a, b, c) = b+ac > \max F_7(a, b, c) = b+ac$
 $\max F_8(a, b, c) = a+bc; \max F_8(a, b, c) = 100+99 \cdot 98 = 9792$, что меньше $\max F_2(a, b, c) = 9702$

$abc \neq a+bc$, аналогично с $b+ac$ и $c+ab$, г.к.
 $\max F(b+ac) < \max F(a, b, c) = abc$ и $\min F(a, b, c) = abc$

и $\max F(a, b, c) = c+ab < \min F(a, b, c) = abc$
 3) $a+b+c \neq c(a+b); a+b+c \neq b(a+c); a+b+c \neq a(c+b)$
 $abc \neq c(a+b); abc \neq b(a+c); abc \neq a(c+b)$ при $a, b, c \in \Sigma(51; 100)$

г.к. $F(a, b, c) = c(a+b)$, монотонно возрастает, $\max F(a, b, c) = c(a+b)$
 $\max F(a, b, c) = b(a+c) < \min F(a, b, c) = abc; \max F(a, b, c) = a(c+b) < \min F(a, b, c) = abc$
 $\Rightarrow abc \neq c(a+b); abc \neq b(a+c); abc \neq a(c+b)$
 при $a, b, c \in \Sigma(51; 100)$

Олимпиада школьникoв «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 7

M	A	0	0	0	2	7	6	4	4	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в правке справа



7) Доказ. Пусть $c(a+b) \neq a(b+c)$ и $a(b+c) \neq b(c+a)$
 $(a+b) \neq b(c+a)$

$$\begin{aligned} c(a+b) &\neq a(b+c) \\ ac+bc &\neq ab+ac \quad | -ac \\ bc &\neq ab \\ b(c-a) &\neq 0, \text{ f.k.} \\ b &\neq 0 \wedge c \neq a \end{aligned}$$

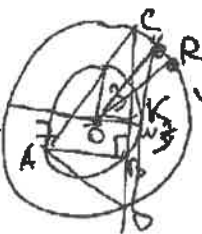
$$\begin{aligned} c(a+b) &\neq b(c+a) \\ ac+bc &\neq bc+ab \quad -bc \\ a(c-b) &\neq 0, \text{ for } a \neq 0 \\ &\quad c \neq b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a(b+c) &\neq b(c+a) \\ ab+ac &\neq bc+ab \quad | -ab \\ c(a-b) &\neq 0 \quad \text{f. A. } c \neq 0 \\ &\quad a \neq b \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Г.Р. ~~$a+b+c \neq a+bc \neq b+a \neq$~~ $a \neq b$
 Или одну из чисел $(a+b+c; a; c(a+b); b(a+c); a(b+c); b+ac;$
 $c+ab; a+bc)$ или равно групу групу,
 то обязательно ~~в одну~~
 разн. числе Ответ: 2
 Задача 7

Задача 4

$$AD^2 + AC^2 + CD^2 = ?$$

$$\text{Objets: } [0, 52 + 41\sqrt{10}] \in$$


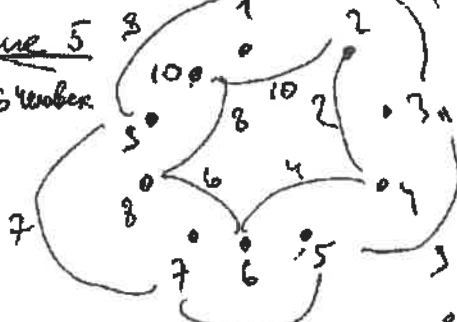
1) Заметим, что т.к. $R_{u_1} = 3$, а $R_{u_2} = 7$,
то хорда $AB = 2R_{u_3}$ — макс. Тогда
 $AD^2 + AC^2 + CD^2 \rightarrow \max$

$(AB+BD)^2 + (CB+AB)^2 + (BD+CB)^2 \rightarrow \max$
 $(6+BD)^2 + (CB+6)^2 + (BD+CB)^2 \rightarrow \max // \text{ let } BD = x$
 $\times (x^2 + 24x + 72) \rightarrow \max$ OR -Rw = 7
 $\times (x^2 + 4x + 12)$ OR -Rw = 2 $\Rightarrow$ r.f CB = X
 $\therefore BD = 7^2 - 3^2 = 40$

$$F(x_0) = 40 + 45x_0 + 12 = 0.265 \cdot 10^4 - 5 \cdot 10^4 + 52 + 11040$$

Задача 5

Компания ≥ 6 человек.



1) у чинаре мање 3 девојке катане
когда 123-стаје у катане, $\rightarrow$ Рассмотри
когда всего таких катане $C_7^2 + C_7^3 + C_7^4 + C_7^5$
 $= 35 + 35 + 21 + 7 + 1 = 99$

3. Всею Варнаком, когда такие звукушки
стоет разом 10, т.е. Всею
 $33 \cdot 10 = 330$

повторить в рамках группы $\Rightarrow 350 - 5 \cdot 10 = 300$

$$950 - (7.9) + 3 - 3 - (6.5)$$

950 equal
 ppm no 3 equal
 no 10 no
 8

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 6 4 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



1) Рассмотрим как-во комбинаций ~~разместив~~ девушек не размещая в кампанию поезде и дедушка,

то соответственно $C_{10}^{10} = 1$, при 10 девушках 1 кампани
 $C_{10}^{3-9?} = 10$, при 1 девушке не у кампани, $C_{10}^8 = 45$
 2 девушки,

$$C_{10}^7 = 120; C_{10}^6 = \frac{10!}{4! \cdot 6!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{6 \cdot 4} = 210$$

при 3х ; при 4х

$$C_{10}^5 = \frac{10!}{5! \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{6 \cdot 4 \cdot 5} = 252; C_{10}^1 = \frac{10!}{6! \cdot 4!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{6 \cdot 4} = 210$$

при 5

$$и C_{10}^3 = \frac{10!}{7! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 10}{6 \cdot 3} = 120$$

при 6

$\Rightarrow$ Всего случаев $C_{10}^{10} + C_{10}^9 + C_{10}^8 + C_{10}^7 + C_{10}^6 + C_{10}^5 + C_{10}^4 + C_{10}^3 + C_{10}^2 + C_{10}^1 + C_{10}^0$
 (неподходящие
 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 66. 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 103. 104. 105. 106. 107. 108. 109. 110. 111. 112. 113. 114. 115. 116. 117. 118. 119. 120. 121. 122. 123. 124. 125. 126. 127. 128. 129. 130. 131. 132. 133. 134. 135. 136. 137. 138. 139. 140. 141. 142. 143. 144. 145. 146. 147. 148. 149. 150. 151. 152. 153. 154. 155. 156. 157. 158. 159. 160. 161. 162. 163. 164. 165. 166. 167. 168. 169. 170. 171. 172. 173. 174. 175. 176. 177. 178. 179. 180. 181. 182. 183. 184. 185. 186. 187. 188. 189. 190. 191. 192. 193. 194. 195. 196. 197. 198. 199. 200. 201. 202. 203. 204. 205. 206. 207. 208. 209. 210. 211. 212. 213. 214. 215. 216. 217. 218. 219. 220. 221. 222. 223. 224. 225. 226. 227. 228. 229. 230. 231. 232. 233. 234. 235. 236. 237. 238. 239. 240. 241. 242. 243. 244. 245. 246. 247. 248. 249. 250. 251. 252. 253. 254. 255. 256. 257. 258. 259. 260. 261. 262. 263. 264. 265. 266. 267. 268. 269. 270. 271. 272. 273. 274. 275. 276. 277. 278. 279. 280. 281. 282. 283. 284. 285. 286. 287. 288. 289. 290. 291. 292. 293. 294. 295. 296. 297. 298. 299. 300. 301. 302. 303. 304. 305. 306. 307. 308. 309. 310. 311. 312. 313. 314. 315. 316. 317. 318. 319. 320. 321. 322. 323. 324. 325. 326. 327. 328. 329. 330. 331. 332. 333. 334. 335. 336. 337. 338. 339. 340. 341. 342. 343. 344. 345. 346. 347. 348. 349. 350. 351. 352. 353. 354. 355. 356. 357. 358. 359. 360. 361. 362. 363. 364. 365. 366. 367. 368. 369. 370. 371. 372. 373. 374. 375. 376. 377. 378. 379. 380. 381. 382. 383. 384. 385. 386. 387. 388. 389. 390. 391. 392. 393. 394. 395. 396. 397. 398. 399. 400. 401. 402. 403. 404. 405. 406. 407. 408. 409. 410. 411. 412. 413. 414. 415. 416. 417. 418. 419. 420. 421. 422. 423. 424. 425. 426. 427. 428. 429. 430. 431. 432. 433. 434. 435. 436. 437. 438. 439. 440. 441. 442. 443. 444. 445. 446. 447. 448. 449. 450. 451. 452. 453. 454. 455. 456. 457. 458. 459. 460. 461. 462. 463. 464. 465. 466. 467. 468. 469. 470. 471. 472. 473. 474. 475. 476. 477. 478. 479. 480. 481. 482. 483. 484. 485. 486. 487. 488. 489. 490. 491. 492. 493. 494. 495. 496. 497. 498. 499. 500. 501. 502. 503. 504. 505. 506. 507. 508. 509. 510. 511. 512. 513. 514. 515. 516. 517. 518. 519. 520. 521. 522. 523. 524. 525. 526. 527. 528. 529. 530. 531. 532. 533. 534. 535. 536. 537. 538. 539. 540. 541. 542. 543. 544. 545. 546. 547. 548. 549. 550. 551. 552. 553. 554. 555. 556. 557. 558. 559. 560. 561. 562. 563. 564. 565. 566. 567. 568. 569. 570. 571. 572. 573. 574. 575. 576. 577. 578. 579. 580. 581. 582. 583. 584. 585. 586. 587. 588. 589. 590. 591. 592. 593. 594. 595. 596. 597. 598. 599. 600. 601. 602. 603. 604. 605. 606. 607. 608. 609. 610. 611. 612. 613. 614. 615. 616. 617. 618. 619. 620. 621. 622. 623. 624. 625. 626. 627. 628. 629. 630. 631. 632. 633. 634. 635. 636. 637. 638. 639. 640. 641. 642. 643. 644. 645. 646. 647. 648. 649. 650. 651. 652. 653. 654. 655. 656. 657. 658. 659. 660. 661. 662. 663. 664. 665. 666. 667. 668. 669. 670. 671. 672. 673. 674. 675. 676. 677. 678. 679. 680. 681. 682. 683. 684. 685. 686. 687. 688. 689. 690. 691. 692. 693. 694. 695. 696. 697. 698. 699. 700. 701. 702. 703. 704. 705. 706. 707. 708. 709. 710. 711. 712. 713. 714. 715. 716. 717. 718. 719. 720. 721. 722. 723. 724. 725. 726. 727. 728. 729. 730. 731. 732. 733. 734. 735. 736. 737. 738. 739. 740. 741. 742. 743. 744. 745. 746. 747. 748. 749. 750. 751. 752. 753. 754. 755. 756. 757. 758. 759. 760. 761. 762. 763. 764. 765. 766. 767. 768. 769. 770. 771. 772. 773. 774. 775. 776. 777. 778. 779. 780. 781. 782. 783. 784. 785. 786. 787. 788. 789. 790. 791. 792. 793. 794. 795. 796. 797. 798. 799. 800. 801. 802. 803. 804. 805. 806. 807. 808. 809. 810. 811. 812. 813. 814. 815. 816. 817. 818. 819. 820. 821. 822. 823. 824. 825. 826. 827. 828. 829. 830. 831. 832. 833. 834. 835. 836. 837. 838. 839. 840. 841. 842. 843. 844. 845. 846. 847. 848. 849. 850. 851. 852. 853. 854. 855. 856. 857. 858. 859. 860. 861. 862. 863. 864. 865. 866. 867. 868. 869. 870. 871. 872. 873. 874. 875. 876. 877. 878. 879. 880. 881. 882. 883. 884. 885. 886. 887. 888. 889. 890. 891. 892. 893. 894. 895. 896. 897. 898. 899. 900. 901. 902. 903. 904. 905. 906. 907. 908. 909. 910. 911. 912. 913. 914. 915. 916. 917. 918. 919. 920. 921. 922. 923. 924. 925. 926. 927. 928. 929. 930. 931. 932. 933. 934. 935. 936. 937. 938. 939. 940. 941. 942. 943. 944. 945. 946. 947. 948. 949. 950. 951. 952. 953. 954. 955. 956. 957. 958. 959. 960. 961. 962. 963. 964. 965. 966. 967. 968. 969. 970. 971. 972. 973. 974. 975. 976. 977. 978. 979. 980. 981. 982. 983. 984. 985. 986. 987. 988. 989. 990. 991. 992. 993. 994. 995. 996. 997. 998. 999. 1000. 1001. 1002. 1003. 1004. 1005. 1006. 1007. 1008. 1009. 1010. 1011. 1012. 1013. 1014. 1015. 1016. 1017. 1018. 1019. 1020. 1021. 1022. 1023. 1024. 1025. 1026. 1027. 1028. 1029. 1030. 1031. 1032. 1033. 1034. 1035. 1036. 1037. 1038. 1039. 1040. 1041. 1042. 1043. 1044. 1045. 1046. 1047. 1048. 1049. 1050. 1051. 1052. 1053. 1054. 1055. 1056. 1057. 1058. 1059. 1060. 1061. 1062. 1063. 1064. 1065. 1066. 1067. 1068. 1069. 1070. 1071. 1072. 1073. 1074. 1075. 1076. 1077. 1078. 1079. 1080. 1081. 1082. 1083. 1084. 1085. 1086. 1087. 1088. 1089. 1090. 1091. 1092. 1093. 1094. 1095. 1096. 1097. 1098. 1099. 1100. 1101. 1102. 1103. 1104. 1105. 1106. 1107. 1108. 1109. 1110. 1111. 1112. 1113. 1114. 1115. 1116. 1117. 1118. 1119. 1120. 1121. 1122. 1123. 1124. 1125. 1126. 1127. 1128. 1129. 1130. 1131. 1132. 1133. 1134. 1135. 1136. 1137. 1138. 1139. 1140. 1141. 1142. 1143. 1144. 1145. 1146. 1147. 1148. 1149. 1150. 1151. 1152. 1153. 1154. 1155. 1156. 1157. 1158. 1159. 1160. 1161. 1162. 1163. 1164. 1165. 1166. 1167. 1168. 1169. 1170. 1171. 1172. 1173. 1174. 1175. 1176. 1177. 1178. 1179. 1180. 1181. 1182. 1183. 1184. 1185. 1186. 1187. 1188. 1189. 1190. 1191. 1192. 1193. 1194. 1195. 1196. 1197. 1198. 1199. 1200. 1201. 1202. 1203. 1204. 1205. 1206. 1207. 1208. 1209. 1210. 1211. 1212. 1213. 1214. 1215. 1216. 1217. 1218. 1219. 1220. 1221. 1222. 1223. 1224. 1225. 1226. 1227. 1228. 1229. 1230. 1231. 1232. 1233. 1234. 1235. 1236. 1237. 1238. 1239. 1240. 1241. 1242. 1243. 1244. 1245. 1246. 1247. 1248. 1249. 1250. 1251. 1252. 1253. 1254. 1255. 1256. 1257. 1258. 1259. 1260. 1261. 1262. 1263. 1264. 1265. 1266. 1267. 1268. 1269. 1270. 1271. 1272. 1273. 1274. 1275. 1276. 1277. 1278. 1279. 1280. 1281. 1282. 1283. 1284. 1285. 1286. 1287. 1288. 1289. 1290. 1291. 1292. 1293. 1294. 1295. 1296. 1297. 1298. 1299. 1300. 1301. 1302. 1303. 1304. 1305. 1306. 1307. 1308. 1309. 1310. 1311. 1312. 1313. 1314. 1315. 1316. 1317. 1318. 1319. 1320. 1321. 1322. 1323. 1324. 1325. 1326. 1327. 1328. 1329. 1330. 1331. 1332. 1333. 1334. 1335. 1336. 1337. 1338. 1339. 1340. 1341. 1342. 1343. 1344. 1345. 1346. 1347. 1348. 1349. 1350. 1351. 1352. 1353. 1354. 1355. 1356. 1357. 1358. 1359. 1360. 1361. 1362. 1363. 1364. 1365. 1366. 1367. 1368. 1369. 1370. 1371. 1372. 1373. 1374. 1375. 1376. 1377. 1378. 1379. 1380. 1381. 1382. 1383. 1384. 1385. 1386. 1387. 1388. 1389. 1390. 1391. 1392. 1393. 1394. 1395. 1396. 1397. 1398. 1399. 1400. 1401. 1402. 1403. 1404. 1405. 1406. 1407. 1408. 1409. 1410. 1411. 1412. 1413. 1414. 1415. 1416. 1417. 1418. 1419. 1420. 1421. 1422. 1423. 1424. 1425. 1426. 1427. 1428. 1429. 1430. 1431. 1432. 1433. 1434. 1435. 1436. 1437. 1438. 1439. 1440. 1441. 1442. 1443. 1444. 1445. 1446. 1447. 1448. 1449. 1450. 1451. 1452. 1453. 1454. 1455. 1456. 1457. 1458. 1459. 1460. 1461. 1462. 1463. 1464. 1465. 1466. 1467. 1468. 1469. 1470. 1471. 1472. 1473. 1474. 1475. 1476. 1477. 1478. 1479. 1480. 1481. 1482. 1483. 1484. 1485. 1486. 1487. 1488. 1489. 1490. 1491. 1492. 1493. 1494. 1495. 1496. 1497. 1498. 1499. 1500. 1501. 1502. 1503. 1504. 1505. 1506. 1507. 1508. 1509. 1510. 1511. 1512. 1513. 1514. 1515. 1516. 1517. 1518. 1519. 1520. 1521. 1522. 1523. 1524. 1525. 1526. 1527. 1528. 1529. 1530. 1531. 1532. 1533. 1534. 1535. 1536. 1537. 1538. 1539. 1540. 1541. 1542. 1543. 1544. 1545. 1546. 1547. 1548. 1549. 1550. 1551. 1552. 1553. 1554. 1555. 1556. 1557. 1558. 1559. 1560. 1561. 1562. 1563. 1564. 1565. 1566. 1567. 1568. 1569. 1570. 1571. 1572. 1573. 1574. 1575. 1576. 1577. 1578. 1579. 1580. 1581. 1582. 1583. 1584. 1585. 1586. 1587. 1588. 1589. 1590. 1591. 1592. 1593. 1594. 1595. 1596. 1597. 1598. 1599. 1600. 1601. 1602. 1603. 1604. 1605. 1606. 1607. 1608. 1609. 1610. 1611. 1612. 1613. 1614. 1615. 1616. 1617. 1618. 1619. 1620. 1621. 1622. 1623. 1624. 1625. 1626. 1627. 1628. 1629. 1630. 1631. 1632. 1633. 1634. 1635. 1636. 1637. 1638. 1639. 1640. 1641. 1642. 1643. 1644. 1645. 1646. 1647. 1648. 1649. 1650. 1651. 1652. 1653. 1654. 1655. 1656. 1657. 1658. 1659. 1660. 1661. 1662. 1663. 1664. 1665. 1666. 1667. 1668. 1669. 1670. 1671. 1672. 1673. 1674. 1675. 1676. 1677. 1678. 1679. 1680. 1681. 1682. 1683. 1684. 1685. 1686. 1687. 1688. 1689. 1690. 1691. 1692. 1693. 1694. 1695. 1696. 1697. 1698. 1699. 1700. 1701. 1702. 1703. 1704. 1705. 1706. 1707. 1708. 1709. 1710. 1711. 1712. 1713. 1714. 1715. 1716. 1717. 1718. 1719. 1720. 1721. 1722. 1723. 1724. 1725. 1726. 1727. 1728. 1729. 1730. 1731. 1732. 1733. 1734. 1735. 1736. 1737. 1738. 1739. 1740. 1741. 1742. 1743. 1744. 1745. 1746. 1747. 1748. 1749. 1750. 1751. 1752. 1753. 1754. 1755. 1756. 1757. 1758. 1759. 1760. 1761. 1762. 1763. 1764. 1765. 1766. 1767. 1768. 1769. 1770. 1771. 1772. 1773. 1774. 1775. 1776. 1777. 1778. 1779. 1780. 1781. 1782. 1783. 1784. 1785. 1786. 1787. 1788. 1789. 1790. 1791. 1792. 1793. 1794. 1795. 1796. 1797. 1798. 1799. 1800. 1801. 1802. 1803. 1804. 1805. 1806. 1807. 1808. 1809. 1810. 1811. 1812. 1813. 1814. 1815. 1816. 1817. 1818. 1819. 1820. 1821. 1822. 1823. 1824. 1825. 1826. 1827. 1828. 1829. 1830. 1831. 1832. 1833. 1834. 1835. 1836. 1837. 1838. 1839. 1840. 1841. 1842. 1843. 1844. 1845. 1846. 1847. 1848. 1849. 1850. 1851. 1852. 1853. 1854. 1855. 1856. 1857. 1858. 1859. 1860. 1861. 1862. 1863. 1864. 1865. 1866. 1867. 1868. 1869. 1870. 1871. 1872. 1873. 1874. 1875. 1876. 1877. 1878. 1879. 1880. 1881. 1882. 1883. 1884. 1885. 1886. 1887. 1888. 1889. 1890. 1891. 1892. 1893. 1894. 1895. 1896. 1897. 1898. 1899. 1900. 1901. 1902. 1903. 1904. 1905. 1906. 1907. 1908. 1909. 1910. 1911. 1912. 1913. 1914. 1915. 1916. 1917. 1918. 1919. 1920. 1921. 1922. 1923. 1924. 1925. 1926. 1927. 1928. 1929. 1930. 1931. 1932. 1933. 1934. 1935. 1936. 1937. 1938. 1939. 1940. 1941. 1942. 1943. 1944. 1945. 1946. 1947. 1948. 1949. 1950. 1951. 1952. 1953. 1954. 1955. 1956. 1957. 1958. 1959. 1960. 1961. 1962. 1963. 1964. 1965. 1966. 1967. 1968. 1969. 1970. 1971. 1972. 1973. 1974. 1975. 1976. 1977. 1978. 1979. 1980. 1981. 1982. 1983. 1984. 1985. 1986. 1987. 1988. 1989. 1990. 1991. 1992. 1993. 1994. 1995. 1996. 1997. 1998. 1999. 2000. 2001. 2002. 2003. 2004. 2005. 2006. 2007. 2008. 2009. 2010. 2011. 2012. 2013. 2014. 2015. 2016. 2017. 2018. 2019. 2020. 2021. 2022. 2023. 2024. 2025. 2026. 2027. 2028. 2029. 2030. 2031. 2032. 2033. 2034. 2035. 2036. 2037. 2038. 2039. 2040. 2041. 2042. 2043. 2044. 2045. 2046. 2047. 2048. 2049. 2050. 2051. 2052. 2053. 2054. 2055. 2056. 2057. 2058. 2059. 2060. 2061. 2062. 2063. 2064. 2065. 2066. 2067. 2068. 2069. 2070. 2071. 2072. 2073. 2074. 2075. 2076. 2077. 2078. 2079. 208

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Санкт-Петербург

М	А	0	0	0	2	7	7	2	1	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Семверстов

Имя Иван

Отчество Александрович

Дата рождения 03.09.2006

Класс 10

Предмет математика

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89117608620

Подпись

С

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 7 7 2 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

Давайте заметим, что если Артём выбирает 9, то его число точно больше, чем число Иры, т.к. число нал. с 9 > любого числа налн. с {1; ... 8}.

Тогда давайте назовём $P(A)$ - вероятностью того, что Артём выбрал 9 в

выборе. $P(A) = \frac{\text{кол-во способов выбрать 9}}{\text{общее кол-во способов}}$

общее число способов = $\frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{6}$ (моды из 9 первым, моды из 8 - вторым и моды из 7 - третьим).

Кол-во способов выбрать 9: $\frac{8 \cdot 7}{2}$ (9 и моды 2 числа) =

$$\Rightarrow P(A) = \frac{8 \cdot 7}{9 \cdot 8 \cdot 7} = \frac{1}{9} \quad \left(\frac{1}{3} \right)$$

$P(B)$ - вероятность того, что выбор числа Артёма, без 9, больше числа Иры.

$P(C)$ - вероятность того, что число Иры, больше, чем число Артёма (без 9)

$P(D)$ - вероятность того, что число Иры = числу Артёма

Заметим, что больше вариантов нет $\Rightarrow P(A) + P(B) + P(C) + P(D) = 1$.

Кроме того, заметим, что $P(B) = P(C)$, т.к. каждый случай симметричен,

т.е. для каждого числа Иры > числа Артёма, есть такое же число Артёма >

числа Иры, тогда

$$2P(C) = 1 - P(A) - P(D)$$

Давайте найдём $P(D)$: Пусть Ира выбрала некоторое число, тогда 9 Артёма способов выбрать равное: $\frac{6}{8 \cdot 7 \cdot 6}$, т.к. 6 вариантов - это 8 способов выбрать тройку цифр, из которых состоит число Иры, 8 · 7 · 6 - общее число выбрать тройку чисел из всех цифр кроме 9.

Тогда $P(D) = \frac{1}{56}$, тогда

$$P(C) = \frac{1 - \frac{1}{56} - \frac{1}{9}}{2} = \frac{439}{1008}$$

Тогда искомая вероятность = $P(C) + P(D) = \frac{439}{1008} + \frac{1}{56} = \frac{439 + 112}{1008} = \frac{551}{1008}$ (все варианты, при которых число Артёма > числа Иры)

Ответ: $\frac{551}{1008}$

№3

$$abc \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

Наименьшая общность, а именно $a \geq b \geq c$



$c = \frac{1}{ab}$, или (и, ука.)
подставим в неравенство:

$$\frac{1}{ab} + a + b > ab + \frac{a+b}{ab}$$

$$1 + a^2b + ab^2 - a^2b - a - b > 0$$

Пусть $a, b, c < 1 \Rightarrow abc < 1$ - противореч. усл.

Пусть $a, b, c > 1 \Rightarrow abc > 1$ - противореч. усл.

($abc = 1$)

Пусть a, b, c не наименьшая общность:

$$a \geq b \geq c \geq \frac{1}{c} \geq \frac{1}{b} \geq \frac{1}{a}$$

То есть $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b} \geq \frac{1}{c}$ (и, ука.)
и наоборот:

если $b = 1 \Rightarrow ac = 1$

$$a + c > \frac{a+c}{ac}$$

$a + c > a + c$ - неверно, тогда

$$a \geq b > 1 > c$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М	А	О	О	О	2	7	7	2	1	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках справа



$$1 + ab + a^2b - ab^2 - a - b > 0, \quad ab > 0, \text{ т.к. } a > 1 \text{ и } b > 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 + ab + a^2b - ab^2 - a - b > 0$$

$$(1-ab)(1+a+b) + a(ab-1) + b(ab-1) > 0$$

$$(ab-1)(a+b-1-ab) > 0$$

$$ab-1 > 0, \text{ т.к. } a > 1 \text{ и } b > 1 \Rightarrow$$

$$a+b-1-ab > 0$$

$$a-1+b(1-a) > 0$$

$$(a-1)(1-b) > 0$$

$$a > 1 \Rightarrow a-1 > 0 \mid \begin{matrix} 1-b < 0 \\ (a-1)(1-b) < 0 \end{matrix} \Rightarrow$$

$$1-b < 0$$

$\Rightarrow$ предположение неверно, значит

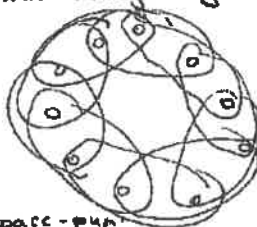
одно число > 1 , а два остальных < 1 .

т.т.д.

№5

Заметим, что компания состоит либо из 3 девушек, т.к. из 4 девушек выбрать 3 невозможно.

Тогда заметим, что если компания нам понравится, то, если из 3 девушек состоит парочка в паровозе, давайте тогда попытаемся кол-во способов выбрать этих 3 девушек: из них 10, т.к. каждая девушка см. рис.:



Тогда давайте по отдельности расс-рим:

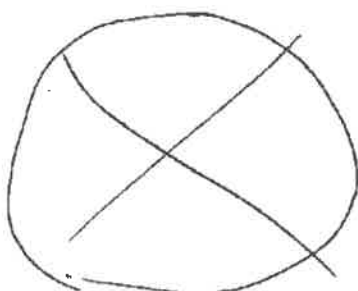
- 1) если компания состоит из 3 девушек, то паровозам нам компаний 10 (см. рис)
- 2) если компания состоит из 4 девушек, то кол-во способов выбрать 10-7, т.к. мы берем парочку из 10 паровозов и одну девушку из 7 оставшихся.
- 3) если компания состоит из 5 девушек, то аналог. (7) кол-во способов = 10-7-6
- 4) если компания состоит из 6 девушек, то аналог. (7) кол-во способов = 10-7-6-5

$$\text{Общее число компаний} = 10 + 10 \cdot 7 + 10 \cdot 6 \cdot 7 + 10 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 5 = 2600$$

Ответ: 2600 компаний.

10 с одной парочкой,
50 с четверкой.

№4



• 123 •

Всего точек нельзя ставить 10 и 4, остается 5 вариантов

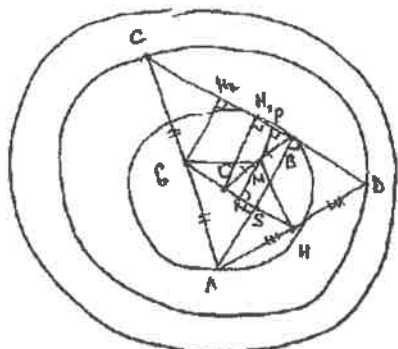
Вариант № 3

M	A	0	0	0	2	7	7	2	1	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа

54



1) Заметим, что если l — доказано, то $GM = NM$, то l — доказано искомым, т.к. тогда можно будет выбрать некоторую $(-)$ K , такую, что $KM = GM = NM$ и ох. (ω) — будет опис. для симп. GK , причем M — ее центр.

а) Докажем, что G, O и K — лежат на одной прямой: GK — ср. линия в $\triangle ACD$: G — ср. AC , K — ср. AD $\Rightarrow GK \parallel CD \Rightarrow GK \perp AB$, т.к. $CD \perp AB$, причем GK делит AB ($\cdot$) A пополам, т.к. ср. линия.

Но заметим, что центр м.к. проходит $OS \perp AB$, то $AB \cdot AS = 36$, т.к. O — ц. окр. $WC \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ OS совпадает с GK , т.к. $OS \perp AB$ и $GK \perp AB$, ну и OS лежит AB ($\cap$)
 на OS и GK лежит AB ($\cap$) на OS $\rightarrow$ ~~тогда~~ $O \in GK$.

д) проведем $MP \perp BK$ и $MP \perp CD$, они будут лежать на одной прямой, т.к. $CD \parallel BK$.

→ RPH AB = PRSB-гемоглобин (S = GHA AB)

$\vec{n}_{\text{proben}} \perp \text{OK}_1 \perp \text{ED} \quad \text{u.} \quad \text{GK}_2 \perp \text{CD}$

Заметим, что $PM \perp OK_1$ и $OM \perp MB$ (из $\triangle OK_1B$) $\Rightarrow$ MO — с.м.м.

$$\text{A OK}_1\text{B} \Rightarrow \text{K}_1\text{P} = \text{PB}.$$

Реш. $BD = x$; $PB = KP = y$. $CH_1 = KD$, т.к. OH_1 — перпендикуляр $\rightarrow$ в Δ с. $OH_1 =$
попр. $CO \rightarrow CH_1 = \frac{1}{2}y + x$

Задача 1, 200 HS = $\frac{1}{2}$ 00 (ср. минута) $\Rightarrow$ HS = $\frac{x}{1}$

Кроме того, $\text{C}_4\text{H}_8\text{N}_2\text{O}$ - предмети. (все углы пред.) и $\text{O}_4\text{C}_2\text{R}_2$ - предмети (аналог.)

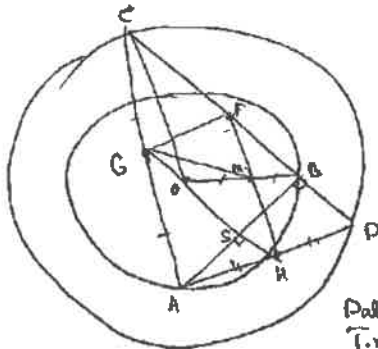
✗ ΔABC ; GM_2 - ср. линия ΔK . $GM_2 \perp AB$ ($GM_2 \perp DC$ и $AB \perp CD$) и $CG = AG \Rightarrow$

$$\Rightarrow C_{H_2} = C_{H_2} = C_{H_2} = H_2 B; K_2 B = C B = 2y + x + 2y = 4y + x \quad (2)$$
$$\Rightarrow K_1 B = \frac{1}{2} C B = 2y + \frac{x}{2} \quad \text{PR} = y \Rightarrow K_2 P = y + \frac{x}{2} \Rightarrow GR = K_2 P (\text{symmetrisch}) = y + \frac{x}{2}$$

$PR = PS + y(\text{пенсы } r)$ $GR = y + \frac{x}{2}$ $PK = y + \frac{x}{2} \Rightarrow GR = PK \geq$

2) MR - высота и медиана $\Rightarrow BM = MH$

2. 5. 8



Далее положим $MH \perp$ плоскости ABC и
проекции MC на BC ; $MH \perp BC \Rightarrow K \in BC$

✓ A DMK 4 a FMB:

1) $OM \neq MB$ (v. ych.)

2) $\angle MON = \angle MBF$ (п. 1, 2, 3 лем.) $\Rightarrow \Delta OMN = \Delta MBF$ (по стороне и 2 углам).

3) $2\text{CH}_4 + \text{F}_2 \rightarrow 2\text{HF} + \text{F}_2$ (деф.)

Palante Forga MK z MF
wpołęd m OC

Равенство выполняется, т.к. $GM = MH = FM$, т.е. $LF \perp GH$ и $CP \perp (AB)$, т.е.

$$CF = FB \text{ (GF - ср. значение) (т.к. } CG = GA \text{ и } GF \text{ и } AB)$$

Тогда FM - средняя в $\triangle OAB$ (т.к. M - серед. OB , F - серед. OA) $\Rightarrow MF = \frac{1}{2} OB = 4$ (ср. к. т. к. $OB = 8$)

Тогда $MF = MH = GM = 4$ радиус некоей окр. $= 4$.

Ques: 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Уфа, Космонавтов, 8

М	А	0	0	0	2	0	6	9	7	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия КРАШЕНИННИКОВА

Имя МАРИЯ

Отчество МАТВЕЕВНА

Дата рождения 05.06.2006

Класс 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7 919 154 1045

Подпись М.К.

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	6
20	18	10	1	18	67

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 О 6 9 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1 \\ x^3 + y^3 = 4 \end{cases} \quad (x, y \neq 0)$$

$$\begin{cases} x+y = -1 \\ xy(x^2 - xy + y^2) = 4 \end{cases} \quad | + 3xy$$

$$\begin{cases} x+y = -1 \\ xy(x^2 + 2xy + y^2) = 4 + 3xy \end{cases}$$

Замена: $xy = a; x+y = b$

$$\begin{cases} \frac{b}{a} = -1 \Rightarrow a = -b \\ b \cdot b^2 = 4 + 3a \Rightarrow a = \frac{b^3 - 4}{3} \end{cases}$$

$$-b = \frac{b^3 - 4}{3}$$

$$-3b = b^3 - 4$$

$$b^3 + 3b - 4 = 0$$

$$\begin{array}{r} b^3 + 3b - 4 \\ -b^3 - 6b \\ \hline -3b - 4 \end{array} \quad | \frac{b-1}{b^2+b+4}$$

$$\begin{array}{r} -3b - 4 \\ -3b - 6 \\ \hline 2b - 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2b - 2 \\ -2b - 4 \\ \hline -6 \end{array}$$

$$(b-1)(b^2+b+4) = 0 \Rightarrow$$

$$\text{Ответ: } \left(-\frac{2}{1+\sqrt{5}}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right); \left(-\frac{2}{1-\sqrt{5}}, \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right).$$

№2.

Рассмотрим числа Светы. Она может использовать 1 цифру в своем числе цифр от 7 до 3, но 2 может цифр от 6 до 2, (т.е. если использовать 2 цифр, то трехзначное не будет состоять из цифр)

на 3 - от 5 до 1

Всего она может тогда написать 35 чисел.

Расс-ам числа Кости. на 1 может цифр от 8 до 3, на 2 - от 7 до 2, на 3 - от 6 до 1 (т.е. по сути 1 цифр)

Всего 56 чисел.

Они могут сравнить свои числа $35 \cdot 56 = 1960$ раз.

Из них в 35 (именно 35 чисел у Светы и Кости могут совпасть) случаях числа равны. $1960 - 35 = 1925$ раз числа различны. Их представим на ил. листе →

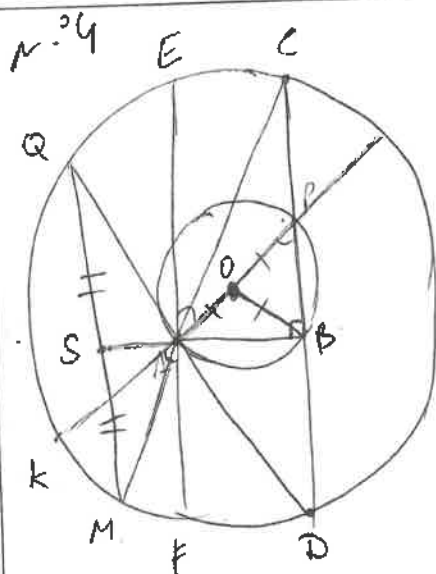
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 0 6 0 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Дано: $\omega_3, \omega_7, R_{\omega_3} = 3, R_{\omega_7} = 7, AB \perp CD$.

Найти: $AC^2 + CD^2 + AD^2 = ?$

Решение:

1) Проведём диаметр $AP \Rightarrow \triangle APB$ —
 $\angle APB = 90^\circ$ (по усл) — прямоугольный $\Rightarrow$

$\Rightarrow BO = AO = OP = 3$
 (медиа прав. $\triangle = \frac{1}{2}$ его гип.)

2) Проведём $EF \parallel CD \Rightarrow EF \perp AB$.
 $CD \perp AB$ (по усл)

$\angle APB = \angle EAP$ (как н/л) = $\angle KAF$ (как соотв.)

3) Проведём CA и AD до CM и DQ , проведём AB до AS .

$\triangle QAM \sim \triangle CAD \Rightarrow AS$ — медиана $\Rightarrow QS = SM$.

№ 3

Чтобы числа получились одинаковыми, сумма двух чисел должна быть равна их произведению, например, $a \cdot b = a + b$. Однако это невозможно, т.к. числа $\in [51; 100]$, тогда произведение больше суммы. Такие числа могут быть одинаковыми, если, например, $a + b = c$. Но чтобы получить даже самое большое число — 100, нужно иметь $50 + 50$ или $51 + 49$, а у нас их нет.

Значит, все числа будут разными, следовательно наименьшее возможное число разностей будет = 8.

Ответ 8.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 0 6 9 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

У Кости 24 кино-любителя больше всех кино-любителей, и К. Витрухи

от насчитывается на 8. ($24 \cdot 35 = 735$ раз К. Витрухи)

Рассмотрим случаи, когда у Кости кино-любителей больше, но от насчитывается не с 8. Например, Костя взял 765; тогда Света может взять 34 кино, чтобы проверить. Выбираем наименьшее кино, у Светы будет выбор из 34, 33... 1 кино. Это с 10 кино (34+1). 34 $\cdot$ 645 раз у Кости будет кино больше.

Всего случаев, когда у Кости кино-любителей больше: $645 + 735 = 1380$ раз из 1925.

$$\text{Вероятность этого события} = \frac{1380}{1925} = \frac{276}{385}$$

Ответ: $\frac{276}{385}$

к. 5

Рассмотрим ком-во компаний с 6-ю людьми.

$$10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 10! = 3628800$$

С 7-ю:

$$10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 0 = 10! = 3628800$$

С 8-ю:

$$10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 0 \cdot 9 = 10! = 3628800$$

С 9-ю:

$$10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 0 \cdot 9 \cdot 8 = 10! = 3628800$$

С 10-ю - 1 компания, т.к. всего 10 девушек.

Итого нам компаний:

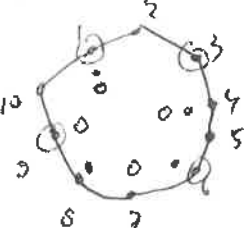
С 10-ю девушками компании подходит. + 1

С 9-ю дев. компания подходит, т.к. только 1 не задействована + 10

С 8-ю дев. подходит, т.к. 2 только не задействованы. + 45

С 7-ю дев. подходит, т.к. если мы поставим любую девушку, то всё равно пока бы 3 другие девушки зашли. + 120

С 6-ю:



Есть 3 варианта, когда компания нам не подходит:

I: 1365 (напрямую)

II: 1468

III: 1479

и еще мы "прокрутим"

и на 10

и на 10

10 раз

и на 10

и на 10

т.е. всего 30 случаев, когда не подходит, значит $210 - 30 = 180$ подходит.

Всего: $180 + 10 + 45 + 120 + 1 = 356$. Ответ: 356

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Якутск. СВФУ

М	А	0	0	0	2	8	8	5	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 2

Фамилия Цопандина

Имя Евгения

Отчество Владимировна

Дата рождения 15.06.2006

Класс 10

Предмет Математика

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023.

Номер телефона +79243684910

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	6
5	10	20	0	5	50

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 2 8 8 5 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Рассмотрим числа, которые Лена может составить из своих цифр $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Она не может составить 3-е число, наименьшее из цифр 1 и 2. Ведь цифры не повторяются, и должны быть в порядке убывания. Т.е. $x \geq y \geq z$, так, чтобы $x > y > z$.

Следовательно, наименьшее число у неё 321.
(как у Феди).

Число с первой цифрой 4, у неё может быть: 421
432
(удовлетворяющее $x > y > z$)
431.

с числами 5: 543
542
541
532
531
521

с числами 6: 654
653
652
651
643
642
641
632
631
621

с числами 7: 765 741
764 732
763 731
762 721
754
753
752
751
743
742

Если заметим, то у нас количество чисел увеличивается на 1, на 2, на 3 последовательно. Ведь мы считаем количество чисел с определённой первой цифрой. Т.е. мы имеем в виду, что у нас происходит комбинация двух последних цифр. Например, рассмотрим числа с цифрой 6 в начале. $\boxed{6}\boxed{}\boxed{}$

↑
здесь можем поставить цифры меньше 6, но больше 1.

здесь же уже меньше 5, больше 0.

надо учитывать, что $y > z$.

Можно заметить, что комбинации увеличиваются на $x-2$ штук.

Т.е. числа с первой цифрой 3: 1

$$4: 3 = 1 + (4-2)$$

$$5: 6 = 3 + (5-2)$$

$$6: 10 = 6 + (6-2)$$

$$7: 15 = 10 + (7-2)$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А 0 0 0 2 8 8 5 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



То есть всего чисел, которые может получить Лена, равно $1+3+6+10=20$. А Федя может $20+15=35$ чисел составить.

Следовательно, комбинаций пар ~~из~~ чисел Лены и Федя составляет: $20 \cdot 35 = 700$ вариантов.

Рассмотрим теперь количество ~~из~~ пар вариантов, когда число Федя больше числа Лены.

Допустим, рассмотрим число 321. Так как оно наименьшее, то чисел меньше его нет. Следовательно, любая пара ^{кроме 321-321} с 321 является выигрышной (выигрышная пара — пара, где число Федя больше числа Лены).

То есть, если Лена выбрала цифры 3, 2, 1. То любая тройка цифр Федя, кроме 3, 2, 1, является выигрышной. Получается из 35 чисел, которые могут получиться из цифр Федя, 34 являются выигрышными.

Рассмотрим следующее число (по возраст.). — 421. Оно 2 по величине чисел. $\Rightarrow$ ~~Федя~~ может любая пара, кроме 321 и 421, является выигрышной.

$$\Rightarrow 35 - 2 = 33 \text{ пар.}$$

И так далее, до 654 (самое наибольшее число у Лены). 654 — 20 по величине (меньше него есть 19 чисел).

$$\Rightarrow 35 - 20 = 15 \text{ пар.}$$

То есть выигрышной комбинаций всего $\underbrace{34 + 33 + 32 + \dots + 20 + \dots + 15}_{20 \text{ чисел}} = 490$ вариантов.

$\Rightarrow$ Так как у нас всего 700 вариантов пар Лены и Федя,

то вероятность того, что число Федя окажется больше

$$\text{числа Лены составляет: } \frac{490}{700} = \frac{7}{10} = 0,7$$

Ответ: 0,7 — вероятность того, что число Федя ^{окажется} больше числа Лены.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 2 8 8 5 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №3

Расположим числа a_x, a_y, a_z, a_w так, чтобы A было наименьшим.

$$\begin{matrix} a_x \\ a_w \bigcirc a_y \\ a_z \end{matrix}$$

Так как мы не знаем в каком порядке, то обозначим числа как a_x, a_y, a_z и a_w .

$$\Rightarrow A = (a_w - a_x)^2 + (a_x - a_y)^2 + (a_y - a_z)^2 + (a_z - a_w)^2$$

$$= a_w^2 - 2a_w a_x + a_x^2 + a_x^2 - 2a_x a_y + a_y^2 + a_y^2 - 2a_y a_z + a_z^2 + a_z^2 - 2a_z a_w + a_w^2$$

$$= 2a_w^2 + 2a_x^2 + 2a_y^2 + 2a_z^2 - 2a_x a_y - 2a_y a_z - 2a_z a_w - 2a_w a_x$$

$$= 2(a_w^2 + a_x^2 + a_y^2 + a_z^2) - 2(a_x a_y + a_y a_z + a_z a_w + a_w a_x) = A$$

Так как A уже наименьшее, то эта скобка должна быть максимальной. Ведь эта скобка увеличение этой скобки не мешает в a_y смысле от местоположение.

$\Rightarrow (a_x a_y + a_y a_z + a_z a_w + a_w a_x)$ должно быть максимальным.

Можно заметить, что тут произведение всех чисел друг с другом, кроме произведения чисел стоящих напротив друг друга.

У нас даны числа $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$.

$$= a_x a_y + a_x a_z + a_x a_w + a_y a_z + a_y a_w + a_z a_w - a_w a_y - a_x a_z$$

$a_w a_y$ и $a_x a_z$ должно быть наименьшим.

Так у нас $a_4 > a_3 > a_2 > a_1 \Rightarrow \overbrace{a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4}^{\rightarrow}$

Так как a_4 наибольшее число. То среди $a_4 a_3, a_4 a_2, a_4 a_1$ наименьшее число — это $a_1 a_4$.

Среди $a_3 a_4, a_3 a_2, a_3 a_1$ наименьшее a_1 , но a_1 уже в паре с a_4 , то наименьшее из $a_3 a_4, a_3 a_2$ —

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 2 8 8 5 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

— это $a_1 \cdot a_3$.

$$a_4 \cdot a_3 > a_4 \cdot a_2 > a_4 \cdot a_1 \quad \leftarrow \text{среди них наибольшее } a_1 \cdot a_4$$

$$a_3 \cdot a_4 > a_3 \cdot a_2 > a_3 \cdot a_1 \quad \leftarrow a_3 \cdot a_4$$

$$a_2 \cdot a_4 > a_2 \cdot a_3 > a_2 \cdot a_1 \quad \leftarrow a_2 \cdot a_4$$

$$a_1 \cdot a_4 > a_1 \cdot a_3 > a_1 \cdot a_2 \quad \leftarrow a_1 \cdot a_4$$

Так как А должно быть наибольшее. То мы делаем у a_4 и a_3 (т.е. мы делаем) выберем наименьшее произведение. А так как у a_4 то $a_1 \cdot a_4$. То у a_3 уже, ~~мы~~ считая $a_3 \cdot a_1$, выбираем наименьшее

— это $a_3 \cdot a_2$.

$\Rightarrow a_1$ и a_4 стоят противоположно.

a_3 и a_2 стоят противоположно.

$\Rightarrow$ a_1
 a_3 a_4 a_2

местами менять a_3 и a_2 нет смысла, так как у них сосед не меняется.

Аналогично с a_1 и a_4 .

$\Rightarrow$ Ответ:

a_1
 a_4 a_2
 a_3

Ответ записан неверно.
Решение верное.

Задача №1

$$\begin{cases} 2x + \frac{3x-y}{x^2+y^2} = 3 \\ 2y - \frac{x+3y}{x^2+y^2} = 0 \end{cases}$$

$(x, y \neq 0)$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 2 8 8 5 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Продолжается только то, что записано с этой стороны листа
и ранее справа

Рассмотрим могут ли x и y быть равными друг другу.

$$\begin{cases} x=y \\ 2x + \frac{3x-y}{x^2+y^2} = 3 \\ 2y - \frac{x+3y}{x^2+y^2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ 2x + \frac{3x-x}{x^2+x^2} = 3 \\ 2x - \frac{x+3x}{x^2+x^2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ \frac{2x(2x^2)+2x}{2x^2} = 3 \\ \frac{2x(2x^2)-x-3x}{2x^2} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ \frac{2x(2x^2+1)}{2} = 6x^2 \\ 2x(2x^2-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ 4x^3+2x-6x^2=0 \\ 4x^3-4x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ x(4x^2-6x+2)=0 \\ x(4x^2-4)=0 \\ 4x(x^2-1)=0 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ 4x^2-6x+2=0 \\ (x-1)(x+1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ x=1 \text{ и } x=\frac{1}{2} \\ \text{только из первого} \\ x=1 \text{ и } x=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ x=1 \end{cases} \Leftrightarrow x=1.$$

$x=y=1$ $(1;1)$ - ответ.

Ответ: $(1;1)$

Задача №5

Выберем одну тройку подряд идущих
девушек. Мы можем к ним еще выбрать
2, 3 или 4 девушки, чтобы получалась компания.
Мы 2, 3 или 4 выбираем из 7 оставшихся.
Вариантов выбрать 2 из 7 $\Rightarrow 7 \cdot 6 = 42$. Выберем 3 из 7 $\Rightarrow 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$
Выберем 4 из 7 $\Rightarrow 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840$. $\Rightarrow$ Всего $42 + 840 + 210 = 1092$ варианта.
А выберем тройку подряд идущих — 10 вариантов
 $\Rightarrow$ Ответ: $1092 \cdot 10 = 10920$ вариантов

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Москва, МЭИ

М	А	0	0	0	2	2	1	4	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия ХАХУЛИНА

Имя СВЕТЛАНА

Отчество АЛЕКСЕЕВНА

Дата рождения 03.03.2006 Класс 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89101208089 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

*Р/с
Работы*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 1 4 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	Σ
20	10	20	5	0	55

145

N1

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1 \\ x^3 + y^3 = 4 \end{cases} \quad \text{O.D.3. } x, y \neq 0$$

$$\begin{cases} \frac{y+x}{xy} = -1 \\ (x+y)(x^2-xy+y^2) = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} y+x = -xy \\ (x+y)((x^2+2xy+y^2)-2xy-xy) = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y+x = -xy \\ (x+y)((x+y)^2 - 3xy) = 4 \end{cases}$$

Пусть $x+y=a$, $xy=b$. Тогда получается система:

$$\begin{cases} a = -b \\ a(a^2 - 3b) = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} a = -b \\ -b^3 + 3b^2 - 4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} -1 & 3 & 0 & -4 & \\ \hline -1 & -1 & 4 & -4 & 0 \\ \hline 2 & -1 & 2 & 0 & \end{array} \quad \begin{aligned} (b+1)(-b^2+4b-4) &= 0 \\ (b+1)(-(b-2)^2) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} b=2 \\ b=-1 \\ a=-b \end{cases} \quad \begin{cases} xy=2 \\ x+y=-2 \\ xy=-1 \\ x+y=1 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-2-y \\ -2y-y^2-2=0 \\ x=1-y \\ y-y^2+1=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-2-y \\ y^2+2y+2=0 \\ x=1-y \\ y^2-y-1=0 \end{cases}$$

$$y^2 - y - 1 = 0$$

$$D = 1 + 4 = 5$$

$$y = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

ОТВЕТ: $(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \frac{1-\sqrt{5}}{2}), (\frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2})$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	0	0	0	2	2	1	4	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

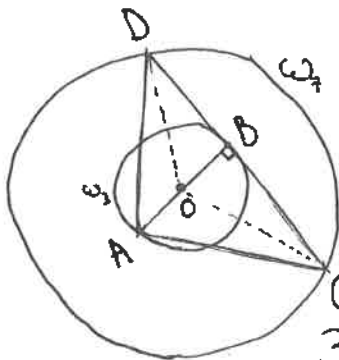
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа

N 4

1 сл. Если DC -касательная и следовательно AB -диаметр.

Частный
случай



Пробегем $DO = r_{\omega_7}$, $CO = DO = 7$

$\triangle DBO$ $\angle DBO = 90^\circ$ (по условию), $BO = 3$, $DO = 7$.

По м. Тугарова в $\triangle DBO$: $BD = \sqrt{49 - 9} = \sqrt{40}$

T.K. $\triangle DBO = \triangle OBC$, mo $DB = BC = \sqrt{40}$

Значит $DC = 2\sqrt{10} = 4\sqrt{10}$

По м. Пугарова в нр $\triangle DBA$: $DA^2 = 40 + 36 = 76$

1) $\triangle DBA \cong \triangle ABC$ по 2 сторонам, тогда $AC^2 = DA^2 = 76$

T.O, $AD^2 + AC^2 + DC^2 = 160 + 2 \cdot 76 = 160 + 152 = 312$

Ombem : 312

 $\sqrt{3}$

d) $a, b, c \in [51; 100]$.

$a < bc, b < ac, c < ab \Rightarrow$ Torga $a+b+c \neq a+bc, a+b+c \neq (a+b)c$
 $a+b < ab, a+c < ac, b+c < bc$ $a+b+c \neq b+ac, a+b+c \neq (b+c)a$
 $a+b+c \neq c+ab, a+b+c \neq (a+c)b$
 $a+b+c \neq abc$

Также $a + bc \neq (a+b)c$ (т.к. $a < ac$) ~~аналогично $b + ac \neq (c+a)b$~~
 $(c+a)b \neq a + bc$ (т.к. $ab > a$). Т.о. $(a+b)c \neq (a+c)b$

Аналогично, $(a+b)c \neq (b+c)a$, $(b+c)a \neq (c+a)b$

3) $ac + b \quad ? \quad a + bc \quad | \quad -(bc + b)$

$$ac - bc ? a - b$$

$c(a-b) \neq a-b$, т.к. $c \neq 1$. Значит, $ac+b \neq a+bc$

Аналогично, $a+c \neq c+ab$, $ab+c \neq a+bc$, тогда

$$ac + b \neq a + bc \neq ab + c$$

Вариант № 1

М	А	0	0	0	2	2	1	4	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3 (Продолжение)

4) $abc ? ab+c \quad | -ab$

$ab(c-1) > c$, значит $abc \neq ab+c$. Аналогично $abc \neq ac+b$,
 $abc \neq bc+a$

5) $abc ? (a+b)c \quad | -(a+b) \cdot c$

$$c(ab - (a+b)) \neq 0, \text{ т.к. } c > 0, ab > a+b \Rightarrow abc \neq (a+b)c$$

Аналогично, $a:bc \neq (a+c)b$, $abc \neq (b+c)a$

Получается, что все числа данного промежутка образуют 8 разных чисел.

Ответ: 8

1) №2

Число Кости, которое начинается с 8, всегда будет больше числа Светы. Таких чисел 21.

2) В случае, когда число Кости не начинается на 8, благоприятных исходов получается 21.

Т.о., желаемый исход будет в ~~21~~ случаях.

Вероятность удачного исхода : $\frac{21}{21+35} = \frac{21}{56}$

Надо считать и варианты Светы.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Москва, МЭИ

М	А	0	0	0	2	7	5	0	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант №

I

Фамилия МУХАМЕТШИН

Имя ТАГИР

Отчество ИЛЬШАТОВИЧ

Дата рождения 13.02.2007

Класс 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 10 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7(917) 472-04-50

Подпись



Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № I

М А О О О 2 7 5 0 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6
80	15	20	15	18	88

4/15

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 1

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1 \\ x^3 + y^3 = 4 \end{cases}$$

тогда,

$$(x+y)(x^2 - xy + y^2) = 4$$

$$(x+y)(x+y)^2 - 3xy(x+y) = 4$$

$$x+y = a$$

$$a(a^2 + 3a) = 4$$

$$a^3 + 3a^2 - 4 = 0$$

$$1 + 3 - 4 = 0 \Rightarrow a = 1 \text{ корень.}$$

По т. Безу:

$$\begin{array}{r} a^3 + 3a^2 - 4 : (a-1) \\ \underline{a^3 - a^2} \\ 4a^2 - 4 \\ \underline{4a^2 - 4a} \\ 4a - 4 \\ \underline{4a - 4} \\ 0 \end{array}$$

$$(a-1)(a+2)^2 = 0$$

$$a = 1 \text{ и } a = -2$$

т.е.

$$\begin{cases} x+y = 1 \\ xy = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y = -2 \\ xy = 2 \end{cases}$$

$$x = 1 - y$$

$$(1-y)y = -1$$

$$y - y^2 + 1 = 0$$

$$y^2 - y - 1 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$y_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$x_1 = \frac{2 - 1 - \sqrt{5}}{2} = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

$$y_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

$$x_2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$x = -2 - y$$

$$(-2-y)y = 2$$

$$-2y - y^2 - 2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 2 = 0$$

$$(y+1)^2 + 1 = 0$$

$$\geq 0 \quad \emptyset$$

Ответ:

$$x_1 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}, y_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$x_2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, y_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

(перестановка)

других решений нет,
этн удовлетворяет.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № I

М А О О О 2 7 5 0 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 2 (1-я часть) см. с. 1. стр.

8 7 6 5 4 3 2 1 коля выбирает три посл.

7 6 5 4 3 2 1 света выбирает три посл.

Чтобы было удобнее, упорядочим наборы. Ничего не изменился, но теперь им нечего упорядочивать самим.

Вероятность, что у Кости больше чем у Светы = 1 - вероятность, что у Кости $\leq$ чем у Светы. Подсчитаем такие сл.ч.:

Света могла выбрать $C_7^3 = \frac{7!}{4! \cdot 3!} = 35$ ман.

Для каждого числа верно, что число получим меньше него (все числа получились $\neq$ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 для Кости). Но там же, Костя

мог исп-ть восьмёрку. Если у К. 7 6 5 то у С - 3 4 числа

возм-ей без восьмёрки: $35 + 34 + \dots + 1 = \frac{35 \cdot 36}{2} = 35 \cdot 18 = 630$

разберёмся со случаем, когда Костя исп-л восьмёрку.

для числа $7 \underline{6} \cdot \rightarrow 5$ вар-в, т.к. $7 \cdot 8 < 76$

для $75 \cdot \rightarrow 4$

для $74 \cdot \rightarrow 3$

для $73 \cdot \rightarrow 2$

для $72 \cdot \rightarrow 1$

аналогично для $65 \cdot \rightarrow 4$

$64 \cdot \rightarrow 3$

$63 \cdot \rightarrow 2$

$62 \cdot \rightarrow 1$

для $54 \cdot \rightarrow 3$

$53 \cdot \rightarrow 2$

$52 \cdot \rightarrow 1$

для $43 \cdot \rightarrow 2$ вар. $\rightarrow 5$

$321 \rightarrow 1$ вар. $\rightarrow 1$

всего:

$5 \cdot 5 + 4 \cdot 4 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 1$
 $25 + 16 + 9 + 5$

всего: 55

$4 \cdot 4 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 =$
30

$3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 1 = 14$

$55 + 30 + 14 + 5 + 1 =$

105

- 765
- 764
- 763
- 762
- 761
- 754
- 753
- 752
- 751
- 743
- 742
- 741
- 732
- 731
- 721
- 654
- 653
- 652
- 651
- 643
- 642
- 641
- 632
- 631
- 621
- 543
- 542
- 541
- 532
- 531
- 521

табл. 1

432

431

421

321

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № I

МАООО2750023

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N. 2 (2^я часть, продолжение)т.е. для светлых чисел $\rightarrow$ суммарно:

$$630 + 55 + 30 + 14 + 5 + 1 \quad (\text{для каждого светлого}$$

случая сосчитали кол-во возможных 700.

$$\text{Костино} \leq \text{Светино} \quad (\text{рассмотрели 2 сл-я}) \quad * \\ = 685 + 50 = 735 \text{ сл-в.}$$

вероятность, что Костино $>$ Светино =

$$= 1 - \text{вер-ть, что Костино} \leq \text{Светино} =$$

$$= 1 - \frac{735}{C_8^3 \cdot C_7^3} = 1 - \frac{735}{35 \cdot 56} = 1 - \frac{21 \cdot 35}{35 \cdot 56} =$$

$$= 1 - \frac{21}{56} = 1 - \frac{3 \cdot 7}{8 \cdot 7} = \frac{35}{56} = \left(\frac{5}{8} \right)$$

Значит, вероятность, что Костино $>$ Светино:

$$= \frac{5}{8} = 0,625 \quad (62,5\%)$$

$$\text{Ответ: } \frac{5}{8} = 0,625.$$

$$34 + \dots + 1 = 35 \cdot 17 \quad (\text{без } 8)$$

$$35 \cdot C_2^2 = 35 \cdot 21 \quad (C_8^8)$$

$$\frac{35 \cdot 17 + 35 \cdot 21}{35 \cdot 56} = \frac{38}{56} = \frac{19}{28}$$

тут у вас
была ошибка.

* Для каждого числа Светы подсчитали кол-во чисел
сост. из $\{7, \dots, 13\}$ (это = кол-во чисел полученных из табл. 1
меньших её + одно само, т.е. +1).

и для каждого подсчитали кол-во меньших $\in$
восьмёрной.

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № I

М А О О О 2 7 5 0 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках сирева



Н.З (1^я часть) си.сл.стр.
 $a, b, c \in (51; 100)$
 $a \neq b \neq c$
 $a+b+c; a+bc; b+ac; c+ab; (a+b)c; (b+c)a; (c+a)b$
 $a, b, c \neq 1$
~~Заметим, что~~ Разобьем числа на 4 группы
 $(a+b+c; abc; a+bc \dots; (a+b)c \dots)$
 Заметим, что $a+b+c$ меньше всех остальных
 т.к. $a+b+c \leq 100+99+98+97$, а все остальные это
 т.к. суммы, т.к. $a, b, c < 100$
 ≥ 51.52 , т.к. есть умножение двух чисел.
 $abc \geq 51.52.53$, больше чем числа вида
 min пр.м.
 $(a+b)c \parallel (b+c)a \parallel (c+a)b$
 или. (т.к. $abc \leq 99$)
 т.к. $a+b \leq 199$
 $b+c \leq 199$
 $c+a \leq 199$
 $a, b, c \leq 100$
 т.е. $51.52.53 > 199.100$
 $50^3 > 19900$
 $125000 > 19900$
 Аналогично, $abc > a+bc$
 $b+ac$
 $c+ab$
 $a, b, c > 50 \Rightarrow \neq 1$
 $100.2 < 51.52.53$, т.к.
 $10000 < 50^3 = 125000$
 т.е. $a+b+c \neq abc \neq (a+bc; b+ac; c+ab; (a+b)c \dots; (b+c)a; (c+a)b)$
 Рассмотрим группу: в них не может быть
 равных чисел, т.к.
 $a+bc; b+ac; c+ab$
 $a+bc = b+ac$ $b+ac = c+ab$ $a+bc = c+ab$
 $a(1-c) = b(1-c)$ $b(1-a) = c(1-a)$ $a(1-b) = c(1-b)$
 $a=b \Rightarrow \emptyset$ $b=c \Rightarrow \emptyset$ $a=c \Rightarrow \emptyset$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № I

М А О О О 2 7 5 0 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3 (2^я часть) см. л. стр.

т.е. среди чисел $(a+bc; b+ac; c+ab)$ нет равных.
Рассмотрим числа $(a+b)c; (b+c)a; (c+a)b$.

Среди них тоже нет равных, т.к.
если

$$\begin{array}{l|l} (a+b)c = (b+c)a & (a+b)c = (c+a)b \\ ac + bc = ab + ac & ac + bc = ba + ab \\ bc = ab & c = b \Rightarrow \emptyset \\ c = a \Rightarrow \emptyset & \end{array} \quad \begin{array}{l} a+b \\ (b+c)a = (c+a)b \\ ab + ac = bc + ab \\ a = b \Rightarrow \emptyset \end{array}$$

(по одному из каждого из 3-х).
Значит, равные числа могут быть среди групп $(a+bc; b+ac; c+ab)$ и $((a+b)c; (b+c)a; (c+a)b)$.
(симметр. выражение)
Без ограничения общности, пусть из первой это число $a+bc$, оно равно $(a+b)c; (b+c)a; (c+a)b$ какому-то.

$$\begin{array}{l} a+bc = (a+b)c = ac+bc \\ a = ac \\ c = 1 \Rightarrow \emptyset. \end{array} \quad \begin{array}{l} a+bc = (b+c)a \\ a+bc = ab+ac \\ a+b+c = ab+ac. \end{array} \quad \begin{array}{l} a+bc = (c+a)b \\ a+bc = cb+ab \\ a = ab \\ b = 1 \Rightarrow \emptyset. \end{array}$$

$$bc = a(b+c-1).$$

Не умоляя общности скажем, что $b > c$.
тогда $b+c-1 \geq 2c$.

$$bc = a \geq 2c \Rightarrow a \leq \frac{b}{2} \rightarrow 2a \leq b$$

числа целые и $\in (51; 100)$, значит, $2a > 102$, а $b < 100 \Rightarrow 2a > b \Rightarrow \emptyset$. Аналогично доказывается для $b+ac$ и $c+ab$ (просто делается перестановка a, b, c).

$\Rightarrow$ среди групп $(a+bc \dots)$ и $((a+b)c \dots)$ тоже нет равных.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № I

М А 0 0 0 2 7 5 0 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№3 (3^я часть) и посмеем.

Таким образом, мы доказали, что

$$a+b+c \neq a+bc \neq b+ac \neq c+ab \neq (a+b)c \neq (b+c)a \neq (c+a)b \neq abc.$$

т.е., что все они различны, при $a, b, c \in (51; 100)$

$\Rightarrow$. среди них 8 (все различные) различных.

Примеры удовлетворяет по 9-му правилу - Любая тройка: $\geq$; $a, b, c \in (51; 100)$.

т.е. $a=51$; $b=52$; $c=53$.

по правилу доказанному - соответствующие числа различны.

Ответ: 8.

№5 (первая часть).

Составим сумму кол-во всех компаний из ≥ 6 человек:

$$C_{10}^6 + C_{10}^7 + C_{10}^8 + C_{10}^9 + C_{10}^{10} = S.$$

и вычтем кол-во компаний, в которых нет 3^х девушек, стоящих подряд.



S - (кол-во таких компаний)

Чтобы было удобнее рассуждать $\rightarrow$ введем граф, где девушки вершины, и если девушки стоят в караване рядом, то между ними ребро.

$\searrow$ см. сл. стр.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № I

М А 0 0 0 2 7 5 0 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№ 5 (2-я часть) с.м.с.с.т.

Тогда, заметим, что изначально у нас 10 вершин степени 2, т.е. сумма ст-ей вершин = $10 \cdot 2 = 20$.
Заметим, что в любой компании из

7 человек есть 3 подряд идущих в компании. Т.к. из графа можно убрать 3 человека, т.е. ≤ 6 рёбер (т.к. у одного человека 2 ребра, если уогн-и то 2 ребра).
т.е. вывести можно ≤ 12 из суммы степеней.

$20 - \leq 12 \geq 8 \Rightarrow$ сумма степеней - хотя бы 8, а похит 7. $\Rightarrow$ есть человек степени ≥ 2 (По Дирхле)

т.е. есть искомая тройка.

По аналогичным соображениям: для 8 и 9.

$20 - \leq 8 - \geq 12 > 8 \Rightarrow$ из 8ми есть 3 подряд.

$20 - \leq 9 - \geq 16 > 9 \Rightarrow$ из 9ти есть 3 подряд.

≥ 6 посл. из 10ти очевидно есть 3 подряд.
 $\Rightarrow$ компании без трёх подряд идущих м.б. только 6 человек.

Заметим, что из 10ти людей найдутся 2, стоящих рядом, которые входят в эту компанию, т.к.

имеем $10 : 2 = 5$, $5 < 6$.

В соседних от этих двух не может быть выбранных вершин, т.к. нет трёх подряд идущих. $\Rightarrow$ есть ещё два, идущих подряд, имеем:

$$(10 - 4) / 2 + 2 = 5 < 6 \Rightarrow \emptyset.$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

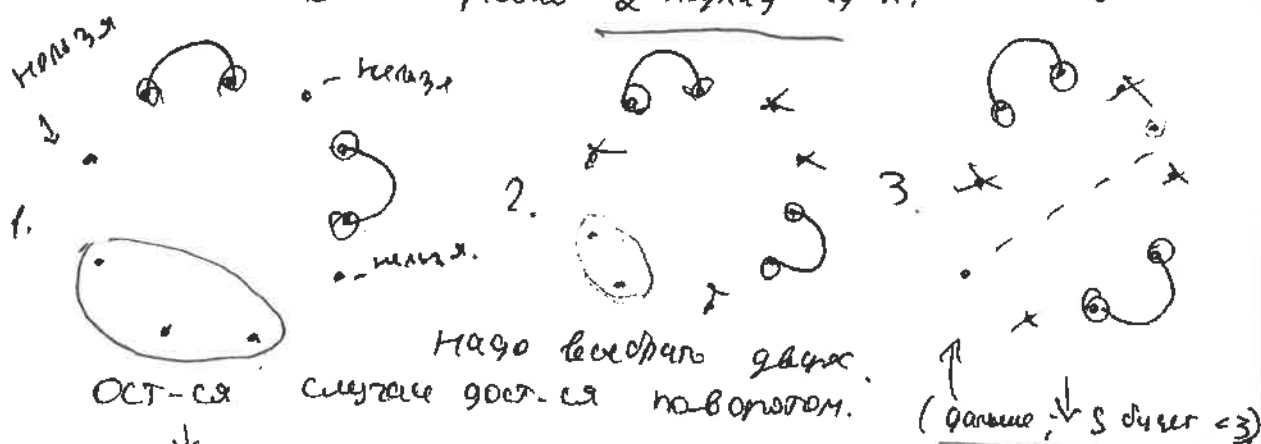
Вариант № I

М А О О О 2 7 5 0 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5 (3^я часть)

Значит, в искомого компании входит две пары поугад идущих людей. Рассмотрим возможные варианты наст.я (с точностью до сдвига по кругу) если ровно 2 пары идущих. 0 - вариант.



ост-ся 1 сп-д

0 сп-в.

1 сп-д



2 сп-да.

если же три пары поугад идущих.

(наибольшее расстояние 2, иначе $(2+3+2+1+2+1)$

все с расст. 1 не может быть, ¹⁰

иначе $2+1+2+1+2+1 = 9 \neq 10$)



Значит, есть расст. 2. $\Rightarrow \emptyset$.

остается один вар. (видно) $\Rightarrow$.

всего типов компаний без трёх поугад идущих (с точностью до поворота круга). Примерами по заданной стрелке держишь от 1 до 10. Тогда, по номеру один определяется. 60! Заметим, что мы рассмотрели все случаи с точностью до сдвига по кругу (повороты) $\Rightarrow$ для каждого сп-да $\rightarrow$ 10 вариантов $\Rightarrow$ таких компаний: $3 \cdot 10 = 30$. Тогда, компаний из условия: $C_{10}^6 + C_{10}^7 + C_{10}^8 + C_{10}^9 + C_{10}^{10} - 30 = 356$. (м.коммент. сд. стр.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № I

М А О О О 2 7 5 0 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 5 (комментарий)

мы определили, что «плохие» компании состоят из ровно 6 человек. Рассмотрим граф на 10 вершинах и посмотрим какие могут быть выбранные, рассмотрим все случаи (⊙ - выбрана, смотрим на пары пар) теперь перейдём обратно к девушкам и поймём, что чтобы перейти ко всем случаям девушек → надо умножить кол-во на 10, т.к. первая девушка. восстановит нумерацию, а для неё → 10 вер-ов)
 $\Rightarrow 3 \cdot 10 = 30$ плохих компаний. $\Rightarrow$ всего хоро-
 ших $\rightarrow$ все - плохие $= C_{10}^6 + C_{10}^7 + C_{10}^8 + C_{10}^9 + C_{10}^{10} - 30$.
 $(1 + 10 + 45 + 120 + 210 - 30 = 176 + 180 = 356)$.
 Ответ: 356 компаний (возм. арифм. ошибка)



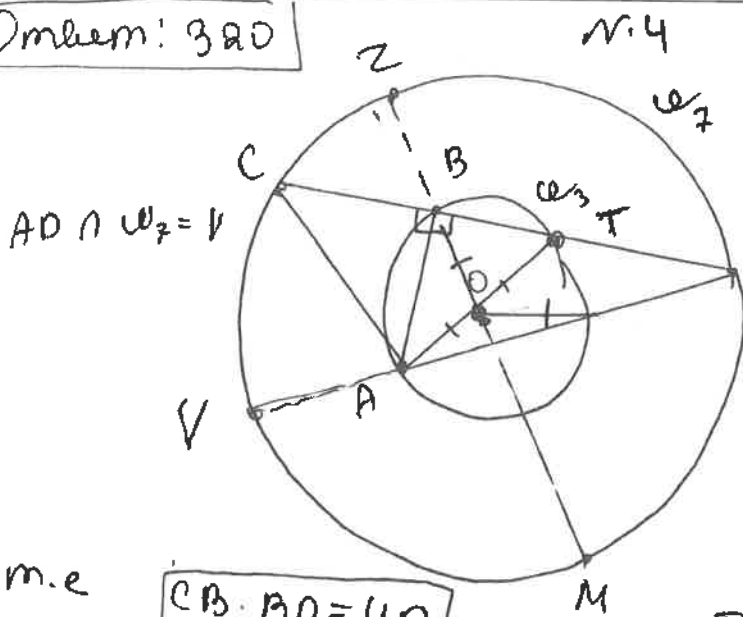
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № I

M	A	0	0	0	2	7	5	0	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Omlen: 320


$$CD^2 + AD^2 + AC^2 = ?$$

Заметим, что

Внутри $\omega_7 \Rightarrow$

Стенка гола В

Душистая, г.е:

$$CB \cdot BD = \text{const.}$$

Проведён 03 90 н-э с ш₇

Об $\cap W_7 = 2uM$.

Тотга, но теореме о стенах

тогда: $2B.BM = CB.BD$

$$\frac{2B = (r_2 - r_3)}{20 - 30} \cdot (r_3 + r_2) = 4 \cdot 10 = 40$$

$$CD^2 + AD^2 + AC^2 = AC^2 + AD^2 - 2AB \cdot 2 + 80 + AD^2 + AC^2 =$$

$$= 80 + 2(AD^2 + AC^2 - AB^2) = 80 + 2(AD^2 + BC^2)$$

По т. Пирожова:

$$AD^2 = AM^2 + MD^2$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$C \cap D = (C \cap B) \cup (B \cap D)$$

$$CD^2 = CB^2 + BD^2 + \underbrace{2 \cdot CB \cdot BD}_{80}$$

$$C_3^2 = A_3^2 - A_3^1$$

$$\text{Bn}^2, \text{An}^2, \text{Ab}^2$$

m.k $OM=OA=OT$ ($T=BD \cap \omega_3$) ~~т.к.~~ T -к, $AA_T=OO \Rightarrow$

A, O, T на одной прямой. Из $\triangle AOT$ и $\triangle AOT$

Косинусов. Заметим, что $BC = \frac{1}{3} CD$, а $AD = \frac{1}{3} DV$.

$\Rightarrow$ т.к по С-му павод - сторонам точки на W_3 отк. на $W_7 = 40$,
 то $BC^2 = \frac{1}{9} CD^2 \Rightarrow$ если $CB = x$, то $BD = 2x$ $CB \cdot BD = 2x^2$
 $x^2 = 20$. $BC^2 = x^2 \Rightarrow CB^2 + AD^2 = 120$ $= 40$.

$$\Rightarrow AD^2 + AC^2 + CB^2 = 80 + 2 \cdot 120 = 320$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

СВФУ

М	А	0	0	0	2	8	8	4	8	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия Щукин

Имя Вадим

Отчество Михайлович

Дата рождения 14.03.2006

Класс 10

Предмет Математика

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 79991742962

Подпись Щу

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	Σ
0	20	15	20	5	60

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 8 8 4 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$1. \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1 \quad x^3 + y^3 = 4 \quad x, y \neq 0$$

$$\frac{1}{x} + 1 = -\frac{1}{y} \quad \frac{1+x}{x} = -\frac{1}{y} \Rightarrow y = -\frac{x}{1+x} \text{ заметим что } x \neq -1 \text{ и соотв. } y \neq 1$$

$$x^3 - 4 = -y^3 \quad x^3 - 4 = \frac{x^3}{(1+x)^3} \quad \text{или}$$

$$(x^3 - 4)(x+1)^3 = x^3$$

$$(x^3 - 4) = a^3$$

$$a^3(x+1)^3 = x^3$$

$$\text{или } a(x+1) = x$$

Решение $(x^3 - 4)(x+1)^3 - x^3 = 0$ и являются решениями для системы

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1 \\ x^3 + y^3 = 4 \end{cases}$$

3. Заметим что a, b, c можно упорядочить по возрастанию.
 $a > b > c$ т.к. поменяв две из них местами ничего не изменится.
 т.к. $a, b, c \geq 57$ и $a \neq b \neq c$ $a \neq c$ тогда очевидно. $a+b < ab$, $a+c < ac$
 $b+c < bc$. Тогда $a+b+c < b+ac$ т.к. $a-b < (a-b)c$ и, следовательно
 $b+ac < a+c+ab$.

$$a+b+c < a+bc \text{ т.к. } bc > b+c$$

$$a+b+c < a+bc < b+ac < c+ab$$

Сравним $(a+b)c$ и $(a+c)b$ $a+bc < ab+bc \Rightarrow ac < ab$ очев. $ab > ac \Rightarrow$
 $\Rightarrow (a+b)c < (a+c)b$ следов. $(a+c)b < (b+c)a$

$$(a+b)c < (a+c)b < (b+c)a$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	0	0	0	2	8	8	4	8	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Сравним $c + ab$ и $(a+b)c$

~~Разница ставится на~~

$$c - (a+b)c + ab > 0$$

если $a+b \geq c$ то разность должна быть равна или больше нуля.

(1-a-b)c+ab но заметим что если хотим сделать лев. разность, то c должна быть минимально, а разность ab и a+b макс. очевидно что при макс. a и b $ab-a-b$ будет наибольшей

$$a=700 \quad b=99 \quad c=57$$

$$-198.57 + 10098.9960 < 0 \text{ m.k. } 198.57 = 10098$$

Тогда при наших обстоятельствах придерживается цювие.

~~Q7b~~ $c + ab < (a+b)c$

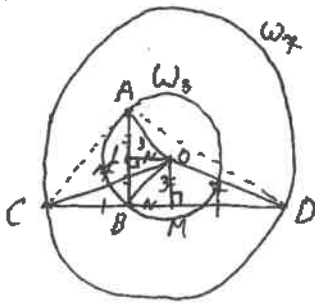
$$a+b+c < a+bc < b+ac < c+ab < (a+b)c < (a+c)b < (b+c)a < abc$$

$(b+c)a$ очевидно меньше abc т.к. $b+c < bc$

Заметим что неравенства такие что равных нет, а значит
ответ 8.

Ответ: 8.

4.



$$A\beta = 2\alpha$$

$$CM = MD$$

$OM \perp CD$ т.к. OM - мед. в р-с $\triangle OAC$. Т.к. $CO = OD$

or $AL \perp LB$ correctly maximize $\cos \angle OLAB$.

$$AL = LB = OL$$

По теор. Пугарова.

$$MD = \sqrt{7^2 - a^2} \quad CD = 2\sqrt{7^2 - a^2}$$

$$LO = \sqrt{3^2 - 1^2} \quad AC = \sqrt{AB^2 + CB^2} \quad AD = \sqrt{AB^2 + BD^2} \quad LO = MB \text{ m.k.}$$

$$AC = \sqrt{4a^2 + (\sqrt{7^2 - a^2} - \sqrt{3^2 - a^2})^2} \quad AD = \sqrt{4a^2 + (\sqrt{7^2 - a^2} + \sqrt{3^2 - a^2})^2}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 7

М А О О О 2 8 8 4 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$CD^2 + AD^2 + AC^2 = 4(4^2 - a^2) + 4a^2 + 4^2 - a^2 + 2\sqrt{4^2 - a^2}\sqrt{3^2 - a^2} + 3^2 - a^2 + 4a^2 +$$

$$+ 4^2 - a^2 - 2\sqrt{4^2 - a^2}\sqrt{3^2 - a^2} + 3^2 - a^2 = 14^2 - 4a^2 + 4a^2 + 4^2 - a^2 + 3^2 - a^2 + 4a^2 + 4^2 - a^2 +$$

$$3^2 - a^2 = 14^2 + 4^2 + 3^2 + 4^2 + 3^2 = 196 + 49 + 9 + 49 + 9 = 312$$

Ответ: 312.

5.  Сначала определим # 3 подряд стоящих девочек. Выберем одну и 2 стоящие последние по часовой стрелке. Заметим что таких групп из 3 подряд стоящих 10. Потом чтобы было 6 нужно выбрать еще 3 девочки из 7 оставшихся. $\frac{7!}{3!(7-3)!}$. Так как в усл. сказано

что в компании 6 или более девочек, то у оставшихся 4 есть два состояния 1) войти в группу и 2) не входить, тогда количество вариантов 2^4 . В итоге т.к. Каждый последующий выбор связан с предыдущим то общее кол.-во возможн. вариантов будут умножаться.

Ответ: $10 \cdot \frac{7!}{3!(7-3)!} \cdot 2^4 = 10 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2^4 = 70 \cdot 20 = 5600$

2. Заметим что если Костя выбрал 8 то сразу его число больше.

Найдем кол.-во вариантов 3 карт где одна из них 8.

$\frac{7 \cdot 6}{2} = 7 \cdot 3$ т.к. одну карту знаем остальные выбрать оставшиеся 2.

это место карты роль не играет, значит сначала выберем 6 карт из 7 не отбрасывая, от начала 7 то есть 6, а остальную делим на 2.

теперь поймем, что какие бы 3 карты Света не выбирала у Кости больше. Тогда случаев когда у Кости есть цифра 8 и его число больше

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 8 8 4 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа

в рамке справа



7.3 умноженное на количество способов у Светы составит число.

$$7 \cdot 3 \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3!} = 7 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3$$

Теперь рассмотрим два варианта когда Костя не выдирал 8. Что такое вероятность. Это количество нужных нам случаев деленное на общее. Тогда если у Светы ~~самое~~ самое маленькое число, то нужные нам случаи ~~тогда~~ когда число Кости больше числа Светы, ~~тогда~~ когда ~~число Кости больше числа Светы~~ ^{тогда очевидно что количество случаев это количество всех возможных чисел, кроме с той что у Светы, ведь тогда они будут равны.} Тогда очевидно что количество случаев это количество всех возможных чисел, кроме с той что у Светы, ведь тогда они будут равны. Теперь у Светы следующее по возр. число. Количество нужных нам случаев будет на 1 меньше чем предыдущее, ведь теперь есть число маленькое. И так далее пока не дойдем до макс. числа где ~~уже~~ ^{количество} нужных нам случаев нет.

Посчитаем эти случаи.

$(n-1) + (n-2) + (n-3) + \dots + 0$ где n - количество всех возможных чисел.

$$n = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3!} = 7 \cdot 5 = 35$$

$$\frac{(35-1) \cdot 35}{2} = 17 \cdot 35$$

Найдем общее кол.-во случаев. и $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3!} = 8 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 5$

$$\frac{17 \cdot 7 \cdot 5 + 7 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 3}{8 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 5} = \frac{17 + 21}{8 \cdot 7} = \frac{38}{8 \cdot 7} = \frac{19}{28}$$

Ответ: $\frac{19}{28}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Уфа. Космонавтов 8

М	А	0	0	0	2	8	5	8	1	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия Панин

Имя Михаил

Отчество Павлович

Дата рождения 23.04.2006 Класс 10

Предмет математика

Работа выполнена на 7 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79170493967 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	6
5	15	10	10	20	60

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 8 5 8 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

413

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1 \\ x^3 + y^3 = 4 \end{cases} \quad x, y \neq 0 \quad \text{N1} \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1 \quad | \cdot xy \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y + x = -xy \Rightarrow x + xy + y = 0 \Rightarrow x(1+y) + y = 0 \Rightarrow x = \frac{-y}{1+y}$$

$$\left(\frac{-y}{1+y}\right)^3 + y^3 = 4 \Rightarrow \frac{-y^3}{(1+y)^3} + y^3 = 4 \Rightarrow y^3(1+y)^3 - y^3 = 4(1+y)^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Т.к. } (1+y)^3 = (1+y)(1-y+y^2) = 1-y+y^2+y-y^2+y^3 = 1+y^3 \Rightarrow$$

$$y^3(1+y^3) - y^3 = 4(1+y^3) \Rightarrow y^3(1+y^3-1) = 4(1+y^3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y^6 = 4 + 4y^3 \Rightarrow y^6 - 4y^3 - 4 = 0 \quad D = 16 - (-4) \cdot 4 = 32 \Rightarrow$$

$$y_1^3 = \frac{4 + \sqrt{32}}{2} = 2 + \sqrt{8}$$

$$y_2^3 = \frac{4 - \sqrt{32}}{2} = 2 - \sqrt{8}$$

Решим как квадратное уравнение относительно y^3 .

$$\Rightarrow \text{Т.к. } x^3 + y^3 = 4 \Rightarrow \begin{aligned} y_1^3 = 2 + \sqrt{8} &: x^3 = 4 - y^3 = 2 - \sqrt{8} \\ y_2^3 = 2 - \sqrt{8} &: x^3 = 4 - y^3 = 2 + \sqrt{8} \end{aligned} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} x &= \sqrt[3]{2 - \sqrt{8}}, \quad y = \sqrt[3]{2 + \sqrt{8}}; \\ x &= \sqrt[3]{2 + \sqrt{8}}, \quad y = \sqrt[3]{2 - \sqrt{8}} \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } x = \sqrt[3]{2 - \sqrt{8}}, \quad y = \sqrt[3]{2 + \sqrt{8}} \text{ или } x = \sqrt[3]{2 + \sqrt{8}}, \quad y = \sqrt[3]{2 - \sqrt{8}}.$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 8 5 8 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5

Рассмотрим отдельно для компаний с разным количеством человек. (от 10 до 6 чел.)

10 человек: 1 компания из всех. +

9 чел.: чтоб выбрать такую компанию достаточно не выбрать 1 девушку и оставшиеся образуют эту компанию. $\Rightarrow 10$ к. +

8 чел.: надо не выбрать 2 человека: $\frac{10 \cdot 9}{2!} = 5 \cdot 9 = 45$ к. +

7 чел.: надо не выбрать 3 человека (мы всё ещё можем так сделать попарно каких бы девушек не было бы в компании в ней будет хотя бы 3 девушки, стоящие в хороводе подряд.)

(Т.к. иначе у нас в хороводе в компании могут быть только 2 подряд идущ. девушки, или одна $\Rightarrow$ хоровод оставляет 7 чел надо

распределить на мин. возможное кол-во групп из 1, 2 чел $\Rightarrow$

мин 4 группы. но круг (хоровод) 3 разрезанный делится на 3 группы

а у нас мин. 4 $\Rightarrow$ противоречие $\Rightarrow$ когда будет в группе хотя бы 3 дев. идущ. подряд) $\Rightarrow \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3!} = 10 \cdot 3 \cdot 4 = 120$ к. +

6 чел.: Разделим на подгруппы если: 6 подряд идущих. чел $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ достаточно выбрать 1 первого $\rightarrow 10$ к

если 5 пар п.и. (подряд идущих. чел) $\Rightarrow$ достаточно выбрать ^{первого} ~~любого~~ и 1ого из оставшихся $\Rightarrow 10 \cdot 3$ к = 30 к

если 4 п.и. $\Rightarrow$ первого и 2ух из 4оставш. (из 4. т.к. если из выбрать крайних не выбранных то будет уже 5 п.и.) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow 10 \cdot \frac{4 \cdot 3}{2!} = 10 \cdot 6 = 60 \text{ к}$$

3 п.и. Разделим на подгрупп. 3 п.и.

3 п.и. и ещё 3 п.и. $\Rightarrow 10 \cdot 3 / 2 \cdot 30 \text{ к} : 2 = 15 \text{ к}$

$\rightarrow$ 1ого для вторых 3 п.и. (так чтоб они не соприкас.)

Т.к. при каждой выборке 1 и 2ого мы это делаем не 1 раз, а 2 (мы можем на место первого поставить 2х, а на место 2-го; а потом наоборот и т.к. 3 п.и. тогда будут одинаковы $\Rightarrow : 2$)



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 2 8 5 8 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

3 п.и. и 3 отдельных (не связанных рядов) $\Rightarrow$ выбрали ~~пер~~ первого для 3 п.и. и у нас остаётся 1 способ выбора 3 остальных способ они были не п.и.



Т.к. иначе или будет 4 п.и. и более или эти уже будут отдельными

$\Rightarrow$ 0 к.

3 п.и. 2 п.и. и 1 отдельный Например. БОО $\left(\begin{smallmatrix} \odot & \odot & \odot \\ & \odot & \odot \end{smallmatrix} \right) \Rightarrow$

$$\Rightarrow 10 \cdot 2 \cdot 2 + 10 \cdot 2 = 10 \cdot 6 = 60 \text{ к}$$

Выбор первого для 3 п.и.

Выбор первого для 2 п.и. через 2 п.и. от 3 п.и. $\Rightarrow$ 1 отдельный выбирается единственно возможным способом

Выбор 1го для 2 п.и. через 1 п.и. от 3 п.и.

Сложим все варианты:

$$1 + 10 + 45 + 120 + 10 + 30 + 60 + \overset{15}{\cancel{60}} + 60 + 10 = 361 \text{ к.} +$$

Ответ: 361 комбинаций

Костя - К Света - С N 2

Если и К и С выбирают ^{цифры} ~~цифры~~ из одного набора $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, то вероятность что число К больше равно 0,5 т.к. набор одинаков. А в таком наборе можно составить $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3!} = 35$ трехзначных чисел (т.к. нам не важен их порядок мы делим на $3!$, т.к. после выбора цифр перед составлением числа мы их все равно сортируем в порядке убывания) $\Rightarrow$ При К наборе $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, а С наборе $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ К число будет всегда ~~всегда~~ больше, когда К выбрал 8.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 8 5 8 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$\Rightarrow$ в остальных случаях вероятность $= 0,5$, а когда К выбрал 8 вероятность $= 1$.

Общая вероятность вычисляется по формуле:

$$x_1 \cdot \frac{y_1}{n} + x_2 \cdot \frac{y_2}{n} + \dots = \text{общая вероятность, где}$$

$x_1, x_2, x_3, \dots$ - вероятность для конкретного (i-ого) случая
 $y_1, y_2, y_3, \dots$ - количество способов для данного (i-ого) случая
 n - общее количество способов.

" $(y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_n = n)$ " - для проверки (удв. т.к. $21 + 35 = 56$)

$\Rightarrow$ количество способов когда К выбрал 8 равно $\frac{1 \cdot 7 \cdot 6}{2!} = 21$ способ.

Всего способов $= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} = 56$ сп.

т.к. кол-во способов, где К выбрал 8 $= \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3!} = 35$

~~удв. т.к.~~

могут дать равные!

$$\Rightarrow 1 \cdot \frac{21}{56} + 0,5 \cdot \frac{35}{56} = \frac{21}{56} + \frac{35}{112} = \frac{77}{112} - \text{вероятность}$$

когда трёхзначное число Кости больше трёхзначного числа Светы. $\frac{77}{112} = \frac{11}{16}$

Ответ: вероятность равна $\frac{11}{16}$

н.ч.

треугольника

Принадлежность суммы квадратов трех сторон ~~треугольника~~ линейно зависит от высоты этого Δ -ка. Значит чтобы найти значения которые она может принимать достаточно рассмотреть предельные значения высоты Δ -ка. В ΔACD АВ является высотой т.к. она опускается из вершины А и $\perp$ противоположной стороне CD. Т.к. АВ когда $\omega_3 \Rightarrow$ её максимальной длина = диаметру $\Rightarrow AB_{\max} = 6$, а минимальной предел длины равен 0, когда точки А и В совпадают.

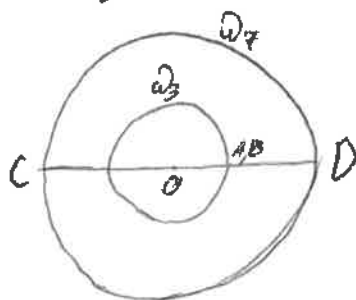
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 8 5 8 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

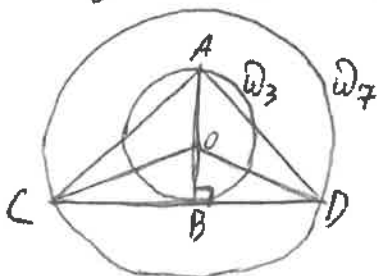
2) Когда А и В совпадают $\Rightarrow$ CD-проходит через центр (O) $\Rightarrow$



$$\begin{aligned} \Rightarrow CD &= \text{диаметр } \omega_7 \Rightarrow CD = 14 \\ AC &= R_{\omega_7} + R_{\omega_3} = 10 \\ BD &= R_{\omega_7} - R_{\omega_3} = 4 \end{aligned} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CD^2 + AC^2 + BD^2 = 196 + 100 + 16 = 312$$

$\Rightarrow$ Когда АВ-диаметр $\omega_3 \Rightarrow AB = 6$ $OD = CO = R_{\omega_7} = 7$



$OB = AO = R_{\omega_3} = 3 \Rightarrow$ По т. Пифагора:

$$\text{для } \triangle OBD: BP = \sqrt{OD^2 - OB^2} = \sqrt{49 - 9} = \sqrt{40}$$

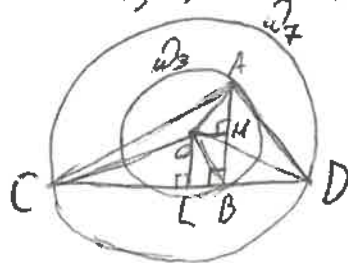
$$\text{Аналогично для } \triangle COB \Rightarrow CB = \sqrt{40}$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 + CB^2} = \sqrt{36 + 40} = \sqrt{86}, \text{ Аналогично}$$

$$\text{для } \triangle ABD \Rightarrow AD = \sqrt{86} \Rightarrow CD = CB + BD = 2\sqrt{40} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CD^2 + AC^2 + AD^2 = 4 \cdot 40 + 86 + 86 = 160 + 172 = 312 \Rightarrow \text{Предполож.}$$

Зависимость не линейная, параболическая $\Rightarrow$ предположим, что когда $AB = R_{\omega_3} \Rightarrow AB = 3$



Опустим высоту OH на AB $\Rightarrow$

т.к. $OA = OB = R_{\omega_3} = 3 \Rightarrow \triangle BOA$ - р/б-равнобедренный $\Rightarrow AH = HB = \frac{1}{2}AB = 1,5$

$$\text{по т. Пифагора } OH = \sqrt{AO^2 - AH^2} = \sqrt{9 - 2,25} = \sqrt{6,75}$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 + CB^2}, AD = \sqrt{AB^2 + BD^2}, CD = CB + BD$$

Опустим высоту OL на CD $\Rightarrow OL = HB = AH = 1,5$, $OD = CO = R_{\omega_7} = 7$

$$\Rightarrow CD = 2\sqrt{OD^2 - OL^2} = 2\sqrt{49 - 2,25} = 2\sqrt{46,75}$$

$$\Rightarrow BD = \frac{1}{2}CD - OH$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 8 5 8 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\begin{aligned}
 CB &= \frac{1}{2} CD + OH \Rightarrow AC^2 = CB^2 + AB^2; AD^2 = BD^2 + AB^2 \Rightarrow \\
 \Rightarrow CD^2 + AC^2 + BD^2 &= 4 \cdot 46,75 + CB^2 + AB^2 + BD^2 + AB^2 = \\
 &= 187 + 2AB^2 + CB^2 + BD^2 = 187 + 18 + \left(\frac{1}{2}CD + OH\right)^2 + \\
 &+ \left(\frac{1}{2}CD - OH\right)^2 = 205 + \left(\frac{1}{4}CD^2 + OH^2\right) \cdot 2 = 205 + 187 : 2 + 6,75 \cdot 2 = \\
 &= 298,5 + 13,5 = 312
 \end{aligned}$$

Т.к. в трех точках сумма квадратов = 312 $\Rightarrow$ ~~Эта сумма была как-то зависела от высоты но~~
 никакой зависимости ~~ответ = 312~~
 от высоты нет $\Rightarrow$ эта сумма - константа $\Rightarrow$

Ответ: 312.

№ 3

~~Сравним числа a+b+c, a+b, b+c, c+a~~
~~и найдем минимальное из них~~

Сравним числа $a+b+c$, $a+b$, $b+c$, $c+a$
 Будем предполагать $a \leq b \leq c$
 Сравним числа $a+b+c$ и $a+b$
 $a+b+c \geq a+b \Leftrightarrow c \geq 0$ Т.к. $b, c \in [51; 100] \Rightarrow$
 $b = 51 + b'$
 $c = 51 + c'$
 $\Rightarrow 2 \cdot 51 + b' + c' \geq 51 + b' \Rightarrow 102 + b' + c' \geq 51 + b' \Rightarrow 51 + c' \geq 0$
 $b', c' \in [0; 49]$
 $b' \neq c'$
 $103 \leq 102 + b' + c' \leq 199 \Rightarrow$ Т.к. $199 < 51^2$, а $b'c' \geq 0$
 $51b' \geq 0, 51c' \geq 0 \Rightarrow 102 + b' + c' < 51^2 + 51b' + 51c' + b'c' \Rightarrow$
 $\Rightarrow a+b+c < a+bc \Rightarrow$ Для $b+c$ и $c+a$ сравниваем
 $c+a+b+c$ Аналогично $\Rightarrow a+b+c$ - наименьшее
 из этих чисел.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 8 5 8 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~Сравним числа abc , $(a+b)c$, $(b+c)a$, $(c+a)b \Rightarrow$
Сравним ~~исходные~~ abc и $(a+b)c$, для ~~$(b+c)a$, $(c+a)b$~~
~~аналогично сравнивается cbs с abc .~~~~

$$abc \vee (a+b)c \quad |:c \Rightarrow ab \vee (a+b) \Rightarrow \text{Т.к. } (*)$$

(*) - ~~наименьшее~~ Аналогичное сравнение $\Rightarrow ab > a+b \Rightarrow abc > (a+b)c$
(из двух букв только левая буква пишется)

$\Rightarrow$ Наименьшее число находится среди чисел: $a+b+c$,
 ~~$(a+b)c$, $(b+c)a$, $(c+a)b$~~

Сравним $a+b+c$ и $(a+b)c$

$$a+b+c \vee (a+b)c \Rightarrow a+b+c \vee ac+bc \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a+b \vee ac+bc-c \Rightarrow a+b \vee c(a+b-1) \Rightarrow \text{Т.к.}$$

$$a, b, c \in [51; 100] \Rightarrow a+b \neq a, b, c - \text{различны} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 103 \leq a+b \leq 199 \quad \Rightarrow 102 \leq a+b-1 \leq 198 \Rightarrow$$

$$51 \cdot 102 \leq c(a+b-1) \leq 100 \cdot 198 \quad \text{Т.к. } 199 < 51 \cdot 102 \Rightarrow$$

$$a+b \leq 199 < 51 \cdot 102 \leq c(a+b-1) \Rightarrow a+b < c(a+b-1) \Rightarrow$$

$\Rightarrow a+b+c < (a+b)c \Rightarrow$ Для $(b+c)a$ и $(c+a)b$ анало-
гично сравнивается с $a+b+c \Rightarrow$ среди этих
чисел наименьшее: $a+b+c. \Rightarrow$

~~Ответ:~~ наименьшее Ответ: $a+b+c$

Вопрос: сколько различных а.о.?

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

2. Хра. улица Коммунастов 8

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	2	8	5	8	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант № 1

Фамилия ЛАНТУХ

Имя Валерья

Отчество ЕВГЕНЬЕВНА

Дата рождения 14.06.2006. Класс 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 8 листах Дата выполнения работы 26.02.23.

Номер телефона 89639000215 Подпись Лант

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	Σ
20	5	10	5	10	50

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант №

1

М	А	0	0	0	2	8	5	8	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

$$a, b, c \in [51; 100]$$

$$a+b+c; a+bc; b+ac; c+ab; (a+b)c; (b+c)a; (c+a)b; abc.$$

$$150 < a+b+c < 300 \Rightarrow a+b+c \text{ и } abc$$

$$125000 < abc < 1000000 \text{ различны}$$

$$50^2 + 50 < a+bc < 100^2 + 100 = 2550 < a+bc < 10100.$$

Аналогично с $b+ac$ и $c+ab$.

$$50^2 + 50 < ac+bc < 100^2 + 100^2 \Rightarrow 5000 < ac+bc < 20000.$$

$\Rightarrow$ из неравенств видно, что Σ и произведения различны со всеми.

Рассмотрим $ac+bc; ba+ca; bc+ba$.

Если они совпадают, то $ba+ca = bc+ba \Rightarrow$

$$\Rightarrow ca = bc \Rightarrow a = b. \text{ Аналогично с остальными.}$$

$$\Rightarrow ac+bc; ba+ca; bc+ba - \text{различны.}$$

Пусть какое-нибудь из этой группы совпадает с $a+bc; b+ac; c+ab \Rightarrow$

$$\Rightarrow ba+ca > b+ac \Rightarrow ba+ca = bc+a > c+ab$$

$\Rightarrow$ с $bc+a$ не совпадают $b+ac$ и $c+ab \Rightarrow$ только 2 одинаковых числа

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 8 5 8 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверка только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

ДЗ (Продолжение)

$\Rightarrow$ рассмотрим, если ни один из группы $a+bc; b+ac; c+ab$; не равен $ab+bc; ac+bc; ca+ab$.

$\Rightarrow$ максимальное число одинаковых это 3, если $a+bc = b+ac = c+ab$.

$\Rightarrow$ максимальное число одинаковых = 3 $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ максимальное число различных = 8 - 3 = 5.

Ответ: 5.

Д1.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1 \Rightarrow x+y = -xy.$$

$$x^3 + y^3 = 4 \Rightarrow (x+y)(x^2 - xy + y^2) = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x+y)(x^2 + 2xy + y^2 - 3xy) = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x+y)((x+y)^2 - 3xy) = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Пусть } x+y = -xy = t.$$

$$\Rightarrow t(t^2 + 3t) = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t^3 + 3t^2 = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t^3 + 3t^2 - 4 = 0 \Rightarrow \text{по теореме Безу}$$

корни могут быть $\pm 1; \pm 2; \pm 4$. Подходит

$$1 \rightarrow t^3 + 3t^2 - 4 \text{ можем поделить на } t-1$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 8 5 8 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

II Продолжение.

$$\begin{array}{r} t^3 + 3t^2 + 0t - 4 \mid t - 1 \\ \underline{t^3 - t^2} \end{array}$$

~~$$\begin{array}{r} 4t^2 + 0t \\ \underline{2t^2 + 2t} \\ 2t - 4 \end{array}$$~~

$$\begin{array}{r} 4t^2 + 0t \\ \underline{4t^2 - 4t} \\ 4t - 4 \\ \underline{4t - 4} \\ 0 \end{array}$$

~~$$t^2 + 4t + 4$$~~

$$\Rightarrow t^2 + 4t + 4 = 0.$$

$$(t + 2)^2 = 0$$

$$\Rightarrow t = -2.$$

$$\Rightarrow t = -2 \text{ или } t = 1. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{xy} \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1 \Rightarrow x \text{ или } y \text{ отриц}$$

$$\Rightarrow xy \Rightarrow \text{отриц число} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -xy. \text{ попарно} \Rightarrow t \text{ может быть равно только } 1.$$

$$\Rightarrow x + y = 1 \quad -xy = 1.$$

$$x^3 + y^3 = 1.$$

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ -xy = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 - y \\ -(1 - y)y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 - y \\ -y + y^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 - y \\ y^2 - y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 - y \\ D = 1 + 4 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 - y \\ y = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 2 8 5 8 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1 продолжение.

~~$$\Rightarrow x = 1 - \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \Rightarrow y = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$~~

~~$$\Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \Rightarrow y = 1 - \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$~~

$$y_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \quad y_2 = 1 - \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$x_1 = 1 - y_1 = 1 - \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \frac{2 - 1 - \sqrt{5}}{2} = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

$$x_2 = 1 - y_2 = 1 - \frac{1 - \sqrt{5}}{2} = \frac{2 - 1 + \sqrt{5}}{2} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Ответ: $\left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2}, \frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right) \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}, \frac{1 - \sqrt{5}}{2}\right)$.

№2.

Пусть abc - число коети; def - число света.

$abc \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ $d, e, f \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$abc > def$ должно быть $\Rightarrow$

$\Rightarrow \exists n: a > d \Rightarrow$ все хорошо

$\exists n: a = d \Rightarrow b > e \Rightarrow$ все хорошо

$\exists n: a = d; b = e; c > f \Rightarrow$ все выполняется.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 8 5 8 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

√2 Продолжение.

I сл: $a > d$.

$a = 8 \Rightarrow d$ от 1 до 7 $\Rightarrow$ при $a = 8 \Rightarrow d = 7$ вариант

$a = 7 \Rightarrow d$ от 1 до 6.

$a = 7 \Rightarrow d = 6$ вар.

...

$a = 2 \Rightarrow d = 1$ вар

$a = 2 \Rightarrow d = 1$.

$\Rightarrow a = 1$ вариант.

$\Rightarrow a = 7$ вар

при d .

II сл:

$a = d = 7 \Rightarrow b > e$.

$b = 6 \Rightarrow e \rightarrow 5$ вар $b = 5 \Rightarrow e \rightarrow 4$ вар

... $b = 2 \Rightarrow e \rightarrow 1$ вар.

$a = d = 6 \Rightarrow$

$b = 5 \Rightarrow e \rightarrow 4$ вар $b = 4 \Rightarrow e \rightarrow 3$ вар.

... $b = 2 \Rightarrow e \rightarrow 1$ вар. +

$b = 7 \rightarrow$

$e \rightarrow 6$ вар

~~$a = d = 5$
 $b = 2 \Rightarrow e \rightarrow 1$ вар.~~

~~$a = d = 3$
 $b = 2 \Rightarrow e \rightarrow 1$ вар.~~

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

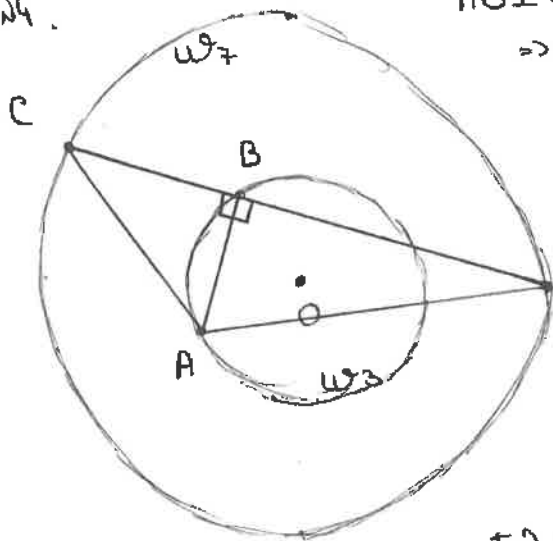
Вариант № 1

М А О О О 2 8 5 8 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте то, что написано с этой стороны, листа в рамке справа

№4.



$$AB \perp CD \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AC^2 + CD^2 + AD^2 =$$

$$CD = CB + BD$$

$$\Rightarrow CD^2 = (CB + BD)^2$$

по Т. Пифагора

$$AC^2 = AB^2 + CB^2; AD^2 = AB^2 + BD^2.$$

$$\Rightarrow AC^2 + CD^2 + AD^2 =$$

$$= AB^2 + CB^2 + AB^2 + BD^2 +$$

$$+ CD^2 = 2AB^2 + CB^2 + BD^2 +$$

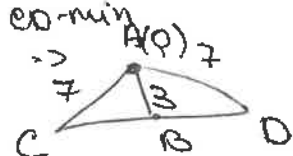
$$+ (CB + BD)^2 = 2AB^2 + 2CB^2 + 2BD^2 +$$

$$+ 2CB \cdot BD.$$

CD - хорда окружности ω_7 и пересекающая окружность

$$\Rightarrow 4\sqrt{10} < CD < 2D(\omega_7)$$

$$\Rightarrow 4\sqrt{10} < CD < 14.$$



$$\Rightarrow CB^2 = 49 - 9 = 40$$

$$\Rightarrow CB = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}.$$

$$\Rightarrow CD = 4\sqrt{10}.$$

№5.

Возьмем определенную тройку людей

$\Rightarrow$ компания ≥ 8 . $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ если 8 $\rightarrow$ выборы

Если 7 $\rightarrow 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 210 \cdot 4 = 840$
 Если 8 $\rightarrow 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 420 \cdot 3 = 1260$
 Если 9 $\rightarrow 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 420 \cdot 2 = 840$
 Если 10 $\rightarrow 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 2880$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 8 5 8 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа

15 примерение:

~~если по 6 $\Rightarrow$ 7 6 5 4 3 2 1~~

если композиция по 6 $\Rightarrow$ $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{1} = 30 \cdot 7 = 210$

если по 7 $\Rightarrow$ $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1} = 210 \cdot 4 = 840$

если по 8 $\Rightarrow$ $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{1} = 840 \cdot 3 = 252$

если по 9 $\Rightarrow$ $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{1} = 2520 \cdot 2 = 5040$

если по 10 $\Rightarrow$

Сколько всего композиций:

: по 6 $\Rightarrow$ ~~10 9 8 7 6 5~~

$$C_k^n = C_6^{10} = \frac{10!}{6! \cdot 4!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{4 \cdot 3 \cdot 2} = 7 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 = 210$$

по 7 $\Rightarrow$

$$C_k^n = C_7^{10} = \frac{10!}{7! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 10}{3 \cdot 2} = 15 \cdot 8 = 120.$$

по 8 $\Rightarrow$

$$C_k^n = C_8^{10} = \frac{10!}{8! \cdot 2!} = \frac{9 \cdot 10}{2} = 9 \cdot 5 = 45.$$

по 9

$$C_k^n = C_9^{10} = \frac{10!}{9! \cdot 1!} = 10.$$

по 10

1. вар. $\Rightarrow$ всего композиций =

$$= 210 + 120 + 45 + 10 + 1 = 386.$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 8 5 8 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

15 продолжение:

если по 10 $\Rightarrow$ явно будет компания по 3.

если по 9 $\Rightarrow$ тоже

если по 8 $\Rightarrow$ тоже

если по 7 $\Rightarrow$ остается 3 точки Сюда

надо поставить эти 3 точки, как разделители,

но самый оптимальный вариант это

брать по 2 точки . . | . . | . . | . $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ нельзя $\Rightarrow$ тоже найдется по 3.

остается компания по 6.

$\Rightarrow$ компании $120 + 45 + 10 + 1 = 165 + 11 = 176$

без учета компаний по 6.

если n определенной графы $\Rightarrow$ по 8 $\Rightarrow$

$\rightarrow C_1^1 \cdot C_2^2 \cdot C_3^3 = \frac{7!}{3! \cdot 4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{2 \cdot 2} = 35$ но

есть повторы 5 $\rightarrow$ 20.

со всеми аналогично $\Rightarrow$

Не посчитано до конца, сколько
надо вычесть из 210.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Ульяновск

М	А	0	0	0	2	7	8	2	8	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия САВИНОВ

Имя СВЯТОСЛАВ

Отчество РУСЛАНОВИЧ

Дата рождения 16.06.2006

Класс 13

Предмет Математика

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы 16.01.2023

Номер телефона 89176101964

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	2	7	8	2	8	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	Σ
20	15	20	5	1	61

for

№1

$$\begin{cases} \textcircled{1} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1 \\ \textcircled{2} x^3 + y^3 = 4 \end{cases}$$

Исходим: $\begin{cases} xy = -1 \\ x+y = 1 \end{cases}$

$$x = 1 - y$$

$$\frac{1}{1-y} + \frac{1}{y} = -1$$

$$\frac{y + 1 - y}{y - y^2} = -1$$

$$y^2 - y = 1$$

$$y^2 - y - 1 = 0$$

$$D = 1 + 4 = 5$$

$$y_1 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \quad x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$y_2 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \quad x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

Исходим: $\begin{cases} xy = 2 \\ x+y = 2 \\ x = 2 - y \end{cases}$

$$\frac{1}{2-y} + \frac{1}{y} = -1$$

$$\frac{-y}{-2y - y^2} = -1$$

$$-1 = 2y + y^2$$

$$y^2 + 2y + 1$$

$D < 0$ корней нет, $\emptyset$

Ответ: $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right), \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)$

$$\textcircled{1}: \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1$$

$$\frac{x+y}{xy} = -1$$

$$x+y = -xy$$

$$x^2 + y^2 + 2xy = x^2 + y^2$$

$$x^2 + y^2 = x^2 + y^2 - 2xy$$

$$\textcircled{2}: x^3 + y^3 = 4$$

$$(x+y)(x^2 - xy + y^2) = 4$$

$$(-xy)(x^2 + y^2 - 3xy) - 4 = 0$$

$$-x^3y^3 + 3x^2y^2 - 4 = 0$$

Пусть $xy = t$, тогда ур-е примет вид:

без:

$$-t^3 + t^3 - 4 = 0$$

$$t^3 - 3t^2 + 4 = 0$$

По т. Безу:

$$- \frac{t^3 - 3t^2 + 4}{t^2 - 4t + 4} = \frac{t+1}{t^2 - 4t + 4}$$

$$\frac{-4t^2 + 4}{t^2 - 4t + 4} = \frac{-4t^2 + 4}{t^2 - 4t + 4}$$

$$(t+1)(t-2)^2 = 0$$

$$\begin{cases} t = -1 & \begin{cases} xy = 2 & \text{Исходим} \\ xy = 2 & \text{Исходим} \end{cases} \\ t = 2 & \begin{cases} xy = 2 & \text{Исходим} \\ xy = 2 & \text{Исходим} \end{cases} \end{cases}$$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

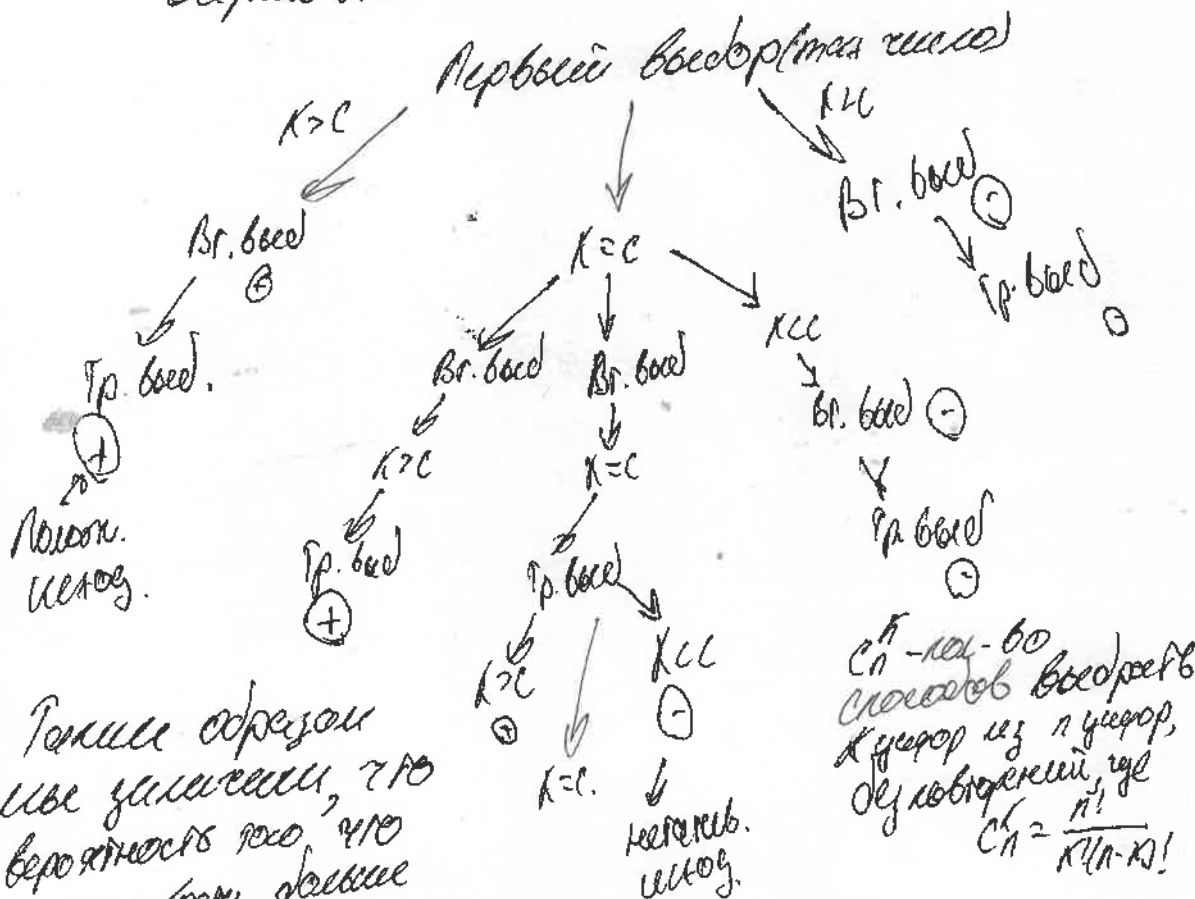
М А 0 0 0 2 7 8 2 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Рассмотрим все возможные варианты событий:



Таким образом мы установили, что вероятность того, что число конкурсов больше числа светов равновероятно тому, что число конкурсов меньше числа светов.

Всего в конкурсе составлено 8 вариантов составления жюри, всего 35.56. = 1960

А половина из этих случаев $\frac{1}{2}$, всего 30%.

Одним из случаев K=C не учтено, а так как случаев 35, и мы отнимем от полученного 1.1 то получим число $\rightarrow \frac{980-35}{1960}$

Ответ: $\frac{980-35}{1960}$

Если не учитывать 8!

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 8 2 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Рассмотрим все возможные возмозможения
равенств, между составленными из a, b, c
числами. $a+b+c$ точно меньше всех
остальных, а abc точно больше всех остальных,
т.к. $a, b, c \in [51, 100]$ и $a \neq b \neq c$.

$$a+b+c < a+bc, b+ac, c+ab, (a+b)c, (b+c)a, (a+c)b < abc.$$

Теперь рассмотрим вот три случая, допустим
приравнять их: $a+bc = b+ac$ $b(c-1) + a(1-c) = 0$
 $(b-a)(c-1) = 0$

Так будет происходить:
любыми перемешивая $(a+bc, b+ac, c+ab)$ $c=1 \text{ } \emptyset$ т.к. $a, b, c \in [51, 100]$
 $b-a=0 \text{ } a=b \text{ } \emptyset$ т.к. $a \neq b \neq c$.

Рассмотрим оставшиеся случаи и равенства
между друг другом: $(a+b)c = (b+c)a$
 $ac+bc = ab+ac$
 $bc-ab=0$
 $b(c-a)=0$
 $b=0 \text{ } \emptyset$
 $c=a \text{ } \emptyset$

Так будет происходить
между любыми перемешивая
из пробы эти числа.

Остаток случаев пока не рассматриваем, так как $a+bc = c+ab$ или $a+bc = b+ac$

Рассмотрим крайний случай, при min b, c и max a :
 $b=51, c=51. \quad b=99, c=100$
 $a=26 < 51. \quad a=50 < 51.$

Так же будет происходить во всех подслучаях.

$(26 \leq a \leq 50) < 51$
поэтому такие равенства быть не могут.

Ответ: все случаи различны.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 2 7 1 2 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

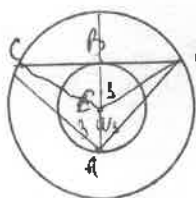
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



14.

~~Рассмотрим~~
Треугольники, которые могут принадлежать
сумме квадратов сторон $\triangle ACD$, рассмотрим
большее число случаев, когда они являются
или минимальными.

Рассмотрим случай, когда они минимальны, т.е.
проходят при $AB = \text{диаметру}$ u_3 .



$$AB = 6, EC = ED = x \text{ и } A$$

$$CB = BD = \sqrt{49 - 9} = \sqrt{40}$$

$$CD = 2\sqrt{40}$$

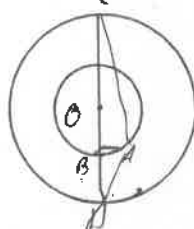
$$CA = CD = \sqrt{6^2 + 40} = \sqrt{76}$$

сумма кв. сторон $\triangle ACD =$

$$= 4 \cdot 40 + 76 \cdot 2 = 312$$

Рассмотрим случай, когда

сумма квадратов минимально близка к диаметру u_3 .



$$CO \approx OD \approx 7$$

$$OA$$

$$CO \approx CB \approx 10$$

$$BD \approx 4$$

$$CA \approx \sqrt{100}$$

$$AD \approx \sqrt{16}$$

$$\text{А сумма } \triangle ACD \approx 289 + 100 + 16$$

$$\approx 405$$

Рассмотрим $\triangle ACD \in [312; 399]$

Сумма в большинстве случаев от диаметра u_3 .

Ответ: $[312; 399]$

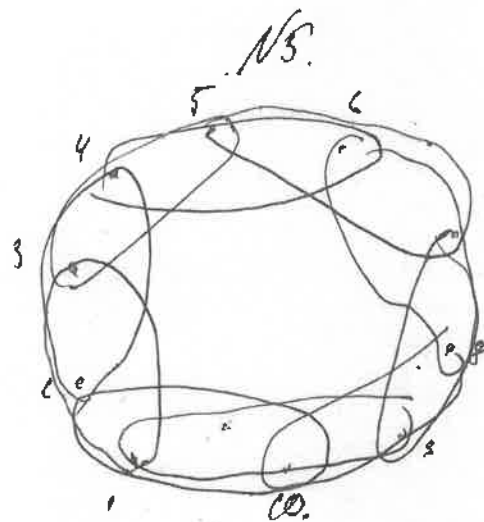
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 2 7 8 2 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ: Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



→ группы для
попытки из 10
слов.

Всего вариантов составленной композиции:
 $C_{10}^6 + C_{10}^7 + C_{10}^8 + C_{10}^9 + C_{10}^{10}$. Для каждой композиции
попытки три должны быть рядом, всего
 $C_{10}^6 \cdot C_6^3 + C_{10}^7 \cdot C_7^3 + C_{10}^8 \cdot C_8^3 + C_{10}^9 \cdot C_9^3 + 1 \cdot C_{10}^3$

для попытки без 10
добавим все без 10
получим: 123 567 89 1011
234 567 89 1011
345 678 9101

Ответ: $C_{10}^6 \cdot C_6^3 + C_{10}^7 \cdot C_7^3 + C_{10}^8 \cdot C_8^3 + C_{10}^9 \cdot C_9^3 + 10$, где
сн количество способов выбрать 10 букв
из 10, без повторов, $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

МАОУ СОШ № 6 с УИОП

М	А	0	0	0	2	2	9	6	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия Давиденко

Имя Катя

Отчество Олегзовна

Дата рождения 19.11.2006 Класс 10

Предмет Математика

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7 906 212 30 87 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	Σ
20	15	20	5	0	60

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа и решите справа

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1, (x, y \neq 0) \\ x^3 + y^3 = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y = -xy \\ (x+y)(x^2 - xy + y^2) = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y = -xy \\ (x+y)(x^2 - xy + y^2) = 4 \end{cases}$$

$$\text{Пусть } xy = t \Rightarrow$$

$$-t(t^2 - 3t) = 4$$

$$t^3 - 3t^2 + 4 = 0$$

Заметим, что $t = -1$ подходит $\Rightarrow$

$$(t+1)(t^2 - 4t + 4) = 0$$

$$(t+1)(t-2)^2 = 0$$

$$t = -1$$

$$t = 2$$

$$\text{I случай } t = -1 \Rightarrow \begin{cases} xy = -1 \\ x+y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y - y^2 = -1 \\ x = 1 - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 - y - 1 = 0 \\ x = 1 - y \end{cases}$$

$$D = 1 + 4 = 5 \Rightarrow y = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \Rightarrow x = \frac{1 \mp \sqrt{5}}{2}$$

$$\text{II случай } \begin{cases} xy = 2 \\ x+y = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2y - y^2 = 2 \\ x = -y - 2 \end{cases} \Rightarrow y^2 + 2y + 2 = 0$$

$$D = 4 - 4 \cdot 2 = -4 < 0$$

 $x, y \in \mathbb{R} \Rightarrow$ этот случай не подходит

Разобьем числа на группы: в первую группу $a+b+c$, во вторую $a+bc$, $c+ab$, $b+ac$, в третью $(a+b)c$, $(b+c)a$, $(c+a)b$, в четвертую abc .

Поскольку как необходимо найти наименьшее возможное число различных чисел, то будем искать максимальное количество одинаковых чисел.

Рассмотрим 3-ю группу: Пусть в ней равны как минимум

2 числа, тогда $\begin{cases} (a+b)c = (b+c)a \\ (a+b)c = (c+a)b \end{cases} \begin{cases} ac+bc = ac+ba \\ ac+bc = bc+ab \end{cases} \begin{cases} c=a \\ c=b \end{cases}$, что против-

оречит условию задачи. Так как числа записаны в общем виде и ~~всегда~~ обладают схожим видом, то рассмотрение этих 2-ух случаев достаточно для того, чтобы утверждать, что среди 3-ей группы нет равных.

Симметрично может ли быть во второй группе одинаковые числа: $\begin{cases} a+bc = c+ab \\ a+bc = b+ac \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c(b-1) = a(b-1) \\ b(c-1) = a(c-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=c \\ b=a \end{cases} \emptyset$

$b-1 > 0, c-1 > 0$, так как $a, b, c \in [51, 100]$ противоречит условию $\Rightarrow$ во второй группе нет равных чисел

Симметрично может ли число из 3-ей группы быть равно какому-то числу из второй: $\begin{cases} ac+bc = a+bc \\ ac+bc = c+ab \\ ac+bc = b+ac \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ac = a, \text{ когда } a \geq 51 \\ b(c-1) = a(b-c) \\ bc = b \end{cases} \begin{cases} \emptyset \\ b(c-1) = a(b-c) \Rightarrow \begin{cases} a:b:c \\ c(a-1):b \\ b(c-1):a \end{cases} \\ \emptyset \end{cases}$

$\Rightarrow$ среди второй и третьей группы может быть максимум 2 равных

Симметрично может ли число из первой группы быть равно какому либо числу из других групп:

$\begin{cases} a+b+c = abc \\ a+bc = a+b+c \\ c(a+b) = a+b+c \end{cases} \begin{cases} \max(a+b+c) = 100+99+98 = 297 \\ \min(abc) = 51 \cdot 52 \cdot 53 > 50^3 > 2500 \Rightarrow a+b+c \neq abc \\ \min(a+bc) = 53+51 \cdot 52 > 2500 \Rightarrow a+b+c \neq a+bc \\ \min(c(a+b)) > 2500 \Rightarrow a+b+c \neq c(a+b) \end{cases}$

$\Rightarrow a+b+c$ не может быть равно ни одному числу

Симметрично может ли число из четвертой группы быть равно числу из второй или третьей: $\begin{cases} abc = a+bc \\ abc = c(a+b) \end{cases} \begin{cases} bc(a-1) = a \\ ab = a+b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \min(bc(a-1)) > 50^3, a \leq 100 \\ \min(ab) > 50^2, \max(a+b) \leq 199 \end{cases} \Rightarrow$

Вариант № 1

МАООО...2296023

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в разное время

Среди всех чисел есть максимум 2 одинаковых, причем
 $\begin{cases} a:b:c \\ ac-c:b \\ bc-b:a \end{cases}$ Заметим, что $a \nmid b$, $a \nmid c$, так как наименьший
 общий делитель - 2, а наименьшее число - 51, но
 $51 \cdot 2 = 102$ выходит за пределы интервала

Предположим, что таких пар
 более 2-ух $\Rightarrow$
 $\begin{cases} ac \equiv c \pmod{b} \\ ab \equiv c \pmod{a} \\ bc \equiv b \pmod{a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \equiv 1 \pmod{b} \\ ab \equiv c \pmod{a} \\ bc \equiv 1 \pmod{a} \end{cases}$
 $\begin{cases} ac+bc=c+ab \\ ab+ac=a+bc \end{cases} \Rightarrow 2ac+bc+ab=a+c+ab+bc \Rightarrow 2ac=c+a$, что
 невозможно $\Rightarrow$

максимум 2 одинаковых числа, а все остальные $\neq$ попарно
 различны $\Rightarrow ac+bc-c=ab \Rightarrow c(a+b-1)=ab$

Если c имеет общий делитель с a , то $\text{НОД}(c-1, a) = 1$, но
 $a \nmid c$, $b \nmid c \Rightarrow$ если такая тройка существует, то $\text{НОД}(a, c) > 1$,
 $\text{НОД}(b, c) > 1 \Rightarrow$ так как $\text{НОД}(c-1, a) = 1$, то $b \nmid a$, что невозмож-
 но $\Rightarrow$ для любых a, b, c из интервала $[51, 100]$
 все числа будут различны $\Rightarrow$ наименьшее возможное число различия
 среди них равно 8

Ответ: 8

Света может выбрать $\sqrt{2}$
 $\frac{7!}{3! \cdot 4!} = 35$ различных троек, а
 Костя - $\frac{8!}{3! \cdot 5!} = 56$ различных троек. Вероятности того, что
 Света выберет тройку, у которой 3-максимальное число - $\frac{1}{35} \Rightarrow$
 Вероятности выпадения кости в этот момент $\frac{55}{56} \Rightarrow$ Вероятности
 того, что в тройке были 4-максимальное число $\frac{3}{35}$ и это тройки

Вариант № 1

МАООО2296023

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

потенциал?

ВНИМАНИЕ! Проверять только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

$(4, 2, 2), (4, 3, 1), (4, 4, 1)$. Р₆ к для первой тройки $\frac{28}{56}$, для второй $\frac{29}{56}$, для третьей $\frac{30}{56}$. Заметим, что если в тройке Света n -

максимальное число, то количество таких троек $\frac{n!}{3!(n-3)!} - \frac{(n-1)!}{3!(n-4)!}$. мы отнимаем $\frac{(n-1)!}{3!(n-4)!}$, так как это число троек, в которых нет $n \Rightarrow$ вероятности выиграть такую тройку Света = $\frac{n!}{3!(n-3)!} - \frac{(n-1)!}{3!(n-4)!}$.

Р₆ к для первой тройки (наибольшая) = $\frac{(n+1)!}{3!(n-2)!} - \frac{n!}{3!(n-3)!}$ 35

Р₆ к для второй тройки (наибольшая первая) = $\frac{(n+1)!}{3!(n-2)!} - \frac{n!}{3!(n-3)!} + 1$ 56
как теперь Света может взять наибольшую цифру - n и т.д.

Р₆ к если n - макс. число у Света = $\frac{1}{35 \cdot 56} \left(\frac{(n+1)!}{3!(n-2)!} - \frac{n!}{3!(n-3)!} + \frac{(n+1)!}{3!(n-2)!} - \frac{n!}{3!(n-3)!} \right)$

$+ 1 + 2 + \dots + \frac{n!}{3!(n-3)!} - \frac{(n-1)!}{3!(n-4)!}$
 $1 + 1 + \dots + \frac{n!}{3!(n-3)!} - \frac{(n-1)!}{3!(n-4)!} = \frac{n!}{3!(n-3)!} - \frac{(n-1)!}{3!(n-4)!}$

$\Rightarrow P_{6k} = \frac{1}{35 \cdot 56} \left(\frac{n!}{3!(n-3)!} - \frac{(n-1)!}{3!(n-4)!} \right) \cdot \left(\frac{(n+1)!}{3!(n-2)!} - \frac{n!}{3!(n-3)!} + \frac{1}{2} \left(\frac{n!}{3!(n-3)!} - \frac{(n-1)!}{3!(n-4)!} - 1 \right) \right)$

$n \geq 4$, так как первая цифра уже рассмотрена

$$P_{\text{в. в. к}} = \frac{55}{56 \cdot 35} + \frac{3}{7 \cdot 56} + \frac{15}{7 \cdot 56} + \frac{39}{7 \cdot 56} + \frac{177}{7 \cdot 2 \cdot 56} = \frac{1}{7 \cdot 2 \cdot 56} (120 + 177 + 9) = \frac{79}{7 \cdot 28}$$

Ответ: $\frac{79}{7 \cdot 28}$ - вероятность выиграть кости

№4

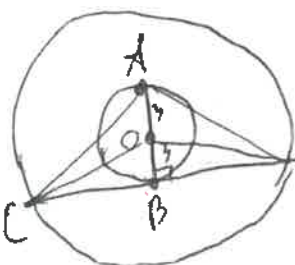
Симметричный 2 крайних случая:

I случай - хорда является диаметром окружности $\omega_3 \Rightarrow$
 $AO = OB = 3, OC = 7 = OD \Rightarrow CB = \sqrt{40}$ по Т. Пифагора,
 $CB = BD \Rightarrow \triangle ACD - p/s \Rightarrow AC = AD \Rightarrow$
 $AC = \sqrt{36 + 40} = 11 \Rightarrow S - \text{сумма квадратов}$
 $\text{сторон равна } 36 + 76 + 2 = 114$
 $242 + 160 = 402$ 3/2

II случай - хорда является касательной $\Rightarrow CD^2 = 14^2 = 196$,
 $CA^2 = 10^2 = 100, AD^2 = 4^2 = 16 \Rightarrow S = 312 \Rightarrow 312 \leq S \leq 402$

Так как ~~это~~ эти случаи являются крайними, по этому
 достаточно вряд ли.

Ответ: $312 \leq S \leq 402$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Ульяновск

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	2	4	8	2	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант № 1

Фамилия Верялов

Имя Кирилл

Отчество Владиславович

Дата рождения 22.10.2006

Класс 10

Предмет Математика

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79374510104

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

1	2	3	4	5	Σ
5	20	20	0	15	60

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 4 8 2 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



N5.

По условию задачи, в каждой компании девочек не менее 6 человек. Тогда нужно рассмотреть компании, в которых 6, 7, 8, 9, 10 девочек. Для компаний в которых 4 или 5 девочек всегда найдётся три девочки стоящие в ряд, т.е. ~~они~~ в любых трёх подряд идущих местах, чтобы составить компанию так, чтобы в них трёх подряд друзей не было можно брать только одну. $10 \cdot 3 = 30$ (ошибка), $3 \cdot 2 = 6$. Пример: - можно в кругу не - не кто нет. В

таком случае можно просто посчитать количество вариантов выбрать 4, 8, 9, 10 девочек. (C_k^1)

10 девочек: 1-вариант

9 девочек: ~~10! / 1! = 10~~ $\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{9!} = 10$ -вариантов

8 девочек: $\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{8!} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45$ - вариантов

7 девочек: $\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{7!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2} = 120$ -вариантов.

Теперь для 6. В них не в каждой найдётся три в ряд стоящие, так посчитаем количества всех, и вычтем те, где их нет.

В которых их нет все только вида , есть всего две стоящие точки, которые не вошли в круг и стоят подряд, и такая пара единственна.

Тогда найдём количество способов выбрать 2 точки, это и будет ответ.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 4 8 2 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Выйти 2 точки: $\frac{10 \cdot 9}{2} = 45$

Выйти 6 точек: $\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{6!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2} = 210$

Олимпиада с подделкой
поим. из 6 человек.

$210 - 45 = 165$. Сложим все полученные числа:

$1 + 10 + 45 + 120 + 165 = 131 + 210 = 341$

Ответ: 341

из

Качим с того, что $a+b+c$, не может быть равно какому-либо из этих чисел, т.к. произведение любых 5-х чисел больше того же, т.к. числа все равно больше, тогда получается, что произведение 5-х чисел и произведение 4-х чисел больше $a+b+c$.

$a \cdot b \cdot c$, будет больше, чем произведение 4-х чисел, опять же потому, что числа все равно больше, это очевидно. Теперь рассмотрим эти 3 числа: $a+b+c$; $ab+c$; $a+bc$. Хотя это не сумма на число, которое добавляется, а только на произведение из чисел: bc , ac , ab , если взять еще a , то 5 чисел есть общий множитель. Будет $a > b > c$ (или наоборот, если числа другие, то наоборот), найдем их попарные разности: $a-b > c$, $a-c > b$, $b-c > a$.

$$ab - ac = a(b-c)$$

$$ab - bc = b(a-c)$$

$(a-b)$, $(b-c)$, $(a-c)$ — все они ≥ 2 , т.к. все числа различны, тогда разность между ними будет больше $2 \cdot (a+b+c)$, если любое из них умножить на 2, то оно будет больше 100, а сумма предел в 100 по условию. Да и более того, во втором случае тоже добавляется число, а значит разность увеличится еще. Будет все эти значения различны.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	0	0	0	2	4	8	2	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны диска
в рамке справа



Рассмотрим оставшиеся три числа: $(a+b)c$, $(b+c)a$, $(a+c)b$.
Во первых они больше нуля, так как расс. и уравнения для них
 $\{a+b; b+c; c+a\}$, т.е. там произведение двух положительных чисел,
здесь произведение маленького и большого/среднего чисел. Т.е.
все число достаточно большое, очевидно, что в любом случае
число будет сильно больше. Тогда остается только сравнить
их друг с другом, но они тоже различны, разложив их (разложим
сразу): $a^2 + bc$; $ab + ac$; $b^2 + ab$. У каждого из них есть одна

линейное, а с вторыми слагаемыми (которые не равны), но так же обобщено.

сказать какое больше: $ab + ac > ab + bc > bc + ac$.

Также гл. более строгих показаний, что эти исл. более
предельных мн. можно возмозвено и разломлен:

<u>I</u>	<u>II</u>
$a + bc$	$ac + bc$
$b + ac$	$ab + ac$
$c + ab$	$bc + ab$

Здесь прекрасно видно что такое бы наш член
не был, из II удара больше I, т.е. чем
полнее, и тогда получается такая черточка:

$$abc > a(b+c) > b(a+c) > c(a+b) > ab > ac > bc > a+b+c, \text{ то есть все числа различны,}$$

тогда наименьшее возможное равно 8.

N2.

Ответ: 8, так все числа различны. Таблица все верна:

$$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} = 35, \quad \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} = 56, \quad 56 \cdot 35 = 1960$$

Январь, если с полем была 1, то
он покрывал все без исключения

$\frac{4.6}{2} \cdot \frac{9.65}{1} = 21.35 = 435$. Итого, так
не считая, всего "S".

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 4 8 2 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Так цифры "8" нет, но кобыры числа у них одинаковые, то есть можно выиграть, если одинаковые лоты 50%
Все варианты: $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} = 35 \cdot 35 = 1225$, выигрывает 35, выигрывает 1225, когда у них мяч, то есть 35. $1225 - 35 = 1190$.

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 35 \\ \hline 175 \\ 105 \\ \hline 1225 \end{array}$$

$$\frac{1190}{2} = 595. \quad 735 + 595 = 1330 - 90$$

количество случаев, когда Лена побеждает. Лена выигрывает каждый раз.

$$\frac{1330}{1960} = \frac{133}{196}$$

Ответ: $\frac{133}{196}$



или

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1 \\ 2^3 \cdot 3^3 = 9 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{x+y}{xy} = -1 \quad | \cdot xy \\ (x+y)(x^2 - xy + y^2) = 4 \quad | + \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{xy} = \frac{-1}{x+y} \\ x^2 + y^2 = \frac{4}{x+y} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{2} + x^2 - xy + y^2 = \frac{3}{2+y} \\ xy \left(x^2 + y^2 - \frac{4}{xy} \right) = \frac{3}{xy} \end{cases}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Уфа, Камонов 8

М	А	0	0	0	2	7	4	1	4	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия Шамсутдинов

Имя Радмир

Отчество Салаватович

Дата рождения 03.07.2006

Класс 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 7937 482 18 04

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Апелляционной комиссии
Университетской олимпиады школьников
«Бельчонок»

по

математике

(предмет)

от

Мамунджиева Тагашира Сааватовича
(ФИО участника)

Адрес площадки проведения

г. Уфа

Класс

10

Шифр

МА0002741423

Апелляционное заявление на результаты проверки олимпиадной работы

- Прошу пересмотреть результаты проверки моей олимпиадной работы.

Задача № 1/10 (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № 2/0 (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № 4/5 (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)

Основанием для пересмотра баллов считаю:

Задача № 1: полностью верное решение, должно быть 20/20 баллов
Задача № 2: решение по существу, но с ошибками, за которое должно
Задача № _____: ставиться 10-15 или 5 баллов, а поставлено 0
Задача № 4: по критериям мое решение соответствует больше, чем 5 баллам
Задача № _____: _____
Задача № _____: _____

О себе сообщаю:

79374821804

(номер контактного телефона)

Результат рассмотрения апелляции прошу сообщить

Rina-st@mail.ru

(адрес электронной почты)

Дата и время подачи апелляции (время – красноярское): 08.04.2023 17:16

Подпись участника Олимпиады: [подпись]

ЗАПОЛНЯЕТСЯ АПЕЛЛЯЦИОННОЙ КОМИССИЕЙ

Дата и время рассмотрения апелляции (время – красноярское): 11.04.23 9:10

Комментарии апелляционной комиссии: N1 - не доказано, что уравнение $x^2 + y^2(x - z) = -4$ не имеет других корней, кроме $xy = 1$ и $xz = 2$. N2 - ставлю 0 баллов, так как в работе нет обоснования. N5 - рассмотрю 2 частных (предельных) случая.

Результат рассмотрения апелляции:

Повысить баллы за N1 с 10 баллов до 19 баллов. Оставить без изменений баллы за N2 (0 баллов). Повысить баллы за N4 с 5 до 10 баллов.

Члены Апелляционной комиссии:

Мышкова Е.К. / [подпись]
Шефкер И.Р. / [подпись]
Шефкер Ю.В. / [подпись]

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М Н О О О 2 7 4 1 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Построим таблицу, в которой минусами будем отмечать значения, которые можно не обсуждать.

	$a+b+c$	$a+bc$	$b+ac$	$c+ab$	$(a+b)c$	$(b+c)a$	$(c+a)b$	abc
$a+b+c$	X	—	—	—	—	—	—	—
$a+bc$		X	—	—	—	?	—	—
$b+ac$			X	—	—	—	?	—
$c+ab$				X	?	—	—	—
$(a+b)c$					X	—	—	—
$(b+c)a$						X	—	—
$(c+a)b$							X	—
abc								X

• $a+b+c = a+bc$

$b+c = bc$

$b = \frac{c}{c-1}$

← это значение близко к единице, и значит:

$a+b+c \neq a+bc$ (то же касается и $b+ac, c+ab$)

• $a+b+c = (a+b)c$

$c = \frac{ab}{a+b-1}$

← это тоже близко к единице, и значит:

$a+b+c \neq (a+b)c$ (то же и для $(b+c)a, (c+a)b$)

• $a+b+c = abc$

$a = \frac{b+c}{bc-1}$

← т.к. все значения отчитываются от 5, то $bc-1 > b+a$, и значит $a < 0$ чего быть не может.

• $a+bc = b+ac$

$b(c-1) = a(c-1)$
 $b = a$

← чего быть не может

(то же и для $c+ab$; и для пары $b+ac = c+ab$)

• $a+bc = (a+bc)$

$a = ac$
 $c = 1$

← чего быть не может

✓ (то же и для $b+ac = (a+b)c$; $a+bc = (c+a)b$; $c+ab = (b+c)a$)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 4 1 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

- $(a+b)c = (b+c)a$
 $bc = ba$
 $c = a$ ← чего быть не может
 (то же и для $(a+b)c = (c+a)b$;
 $(b+c)a = (c+a)b$)
- $a+bc = abc$
 $a = \frac{bc}{bc-1}$ ← близко к единице, чего быть не может.
 (то же и для $b+ac$; $c+ab$)

- $(a+b)c = abc$
 $a+b = ab$ ← чего быть не может
 (то же и для $(b+c)a$; $(a+c)b$)

Уравнения $a+bc = (b+c)a$ могут выполняться,
 $b+ac = (c+a)b$
 $c+ab = (a+b)c$

посмотрим, могут ли выполняться одновременно хотя бы два из них.

$$\begin{cases} a+bc = ab+ac \\ b+ac = cb+ab \end{cases} \quad | -$$

$$a+bc-b-ac = ac-cb$$

$$a-b = 2ac-2cb$$

$$a-b = 2c(a-b)$$

$$2c = 1 \rightarrow c = 0,5$$

← чего быть не может, а значит, могут совпасть лишь два значения.

Остается проверить, имеет ли решение уравнение $a+bc = ab+ac$

$$a = \frac{bc}{b+c-1}$$

← увидев это уравнение и перебрав, и становится понятно, что максимальное значение a будет достигаться при $c = b+1$.

Тогда $a_{\max} = \frac{99 \cdot 100}{198} = 50$, что меньше 50, а значит, в интервал не входит. Т.е. уравнение не имеет ни одного из 8 чисел с одинаковым значением. А значит различны все 8.
 Ответ: 8.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М Н О О О 2 7 4 1 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

15

- Рассматриваем компании из 6 девушек. Кол-во способов выбрать трех девушек подряд - 10. Кол-во способов выбрать места для еще трех 7-6-5. Тогда всего таких компаний из 6 человек $10 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 2100$. *Можно выбирать только без учета порядка*
 - Рассматриваем компании из 7 человек. Кол-во способов выбрать трех девушек подряд тем же 10. Кол-во способов выбрать места для еще трех-четырех $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4$. Тогда всего таких компаний из 7 человек $10 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 8400$
- Далее по аналогии:
- Для компаний из восьми человек способов $10 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 25200$
 - Для компаний из девяти человек способов $10 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 50400$
 - Для компаний из десяти человек способов $10 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 50400$
- И значит всего вариантов выбрать компанию, таких, которых просят в условии: $2100 + 8400 + 25200 + 50400 + 50400 = 136500$
- Ответ: 136500

В любой компании из ≥ 7 человек без. сч. есть нужная тройка.

Комп. из 7 человек, например,

$$C_{10}^7 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{6} = 120$$





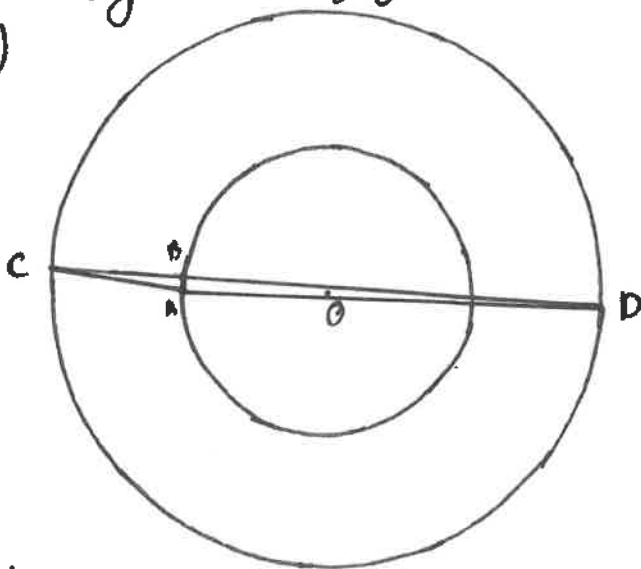
14

Рассмотрим две крайние ситуации:

1) когда $AB \rightarrow 0$ 2) когда $AB = 6$ (т.е. AB - диаметр).

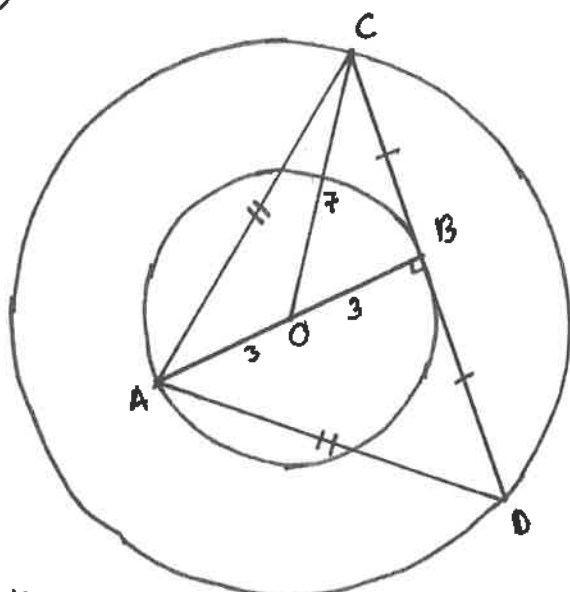
Понятно, что все оставшиеся случаи лежат между этими двумя.

1)

При $AB \rightarrow 0$: $CD \rightarrow 14$,
а значит, $CA \rightarrow 4$, $AD \rightarrow 10$ Тогда значение суммы
квадратов сторон
будет стремиться к
 $14^2 + 10^2 + 4^2 = 312$

Частный случай

2)



$$CB = \sqrt{OC^2 - OB^2} = \sqrt{49 - 9} = \sqrt{40}$$

$$AC = \sqrt{AB^2 + CB^2} = \sqrt{36 + 40} = \sqrt{76}$$

Тогда значение суммы
квадратов сторон равно:

$$(2\sqrt{40})^2 + \sqrt{76}^2 \cdot 2 = 312$$

Видим, что в крайних ситуациях значение искомой
суммы достигает 312. А т.к. остальные случаи лежат
между этими двумя, то сумма всегда будет равна 312. Ответ: 312

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 4 1 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано этой стороной листа в рамке справа



$$1) \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1 \quad | \cdot xy$$

$$x+y = -xy$$

$$2) \text{ Представим } x^3+y^3 \text{ как } (x+y)^3 - 3x^2y - 3xy^2$$

$$\text{Тогда: } (x+y)^3 - 3x^2y - 3xy^2 = 4$$

$$-x^3y^3 - 3x^2y - 3xy^2 = 4$$

$$xy(x^2y^2 + 3x + 3y) = -4$$

$$xy(x^2y^2 - 3xy) = -4$$

$$x^2y^2(xy - 3) = -4$$

Видим, что $xy = -1$ или $xy = 2$.

$$3) \text{ При } x = -\frac{1}{y}:$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = 4$$

$$x^6 - 4x^3 - 1 = 0$$

$$D = 16 + 4 = 20$$

$$x_1^3 = \frac{4+\sqrt{20}}{2} \rightarrow x_1 = \sqrt[3]{\frac{4+\sqrt{20}}{2}}; y_1 = -\sqrt[3]{\frac{2}{4+\sqrt{20}}}$$

$$x_2^3 = \frac{4-\sqrt{20}}{2} \rightarrow x_2 = \sqrt[3]{\frac{4-\sqrt{20}}{2}}; y_2 = -\sqrt[3]{\frac{2}{4-\sqrt{20}}}$$

$$4) \text{ При } y = \frac{2}{x}:$$

$$x^3 + \frac{8}{x^3} = 4$$

$$x^6 - 4x^3 + 8 = 0$$

$D = 16 - 32 < 0 \Rightarrow$ корней нет.

$$\text{Ответ: } x_1 = \sqrt[3]{\frac{4+\sqrt{20}}{2}}; y_1 = -\sqrt[3]{\frac{2}{4+\sqrt{20}}}$$

$$x_2 = \sqrt[3]{\frac{4-\sqrt{20}}{2}}; y_2 = -\sqrt[3]{\frac{2}{4-\sqrt{20}}}$$

Множители не обязательно целые

- верные ответы.

Но не доказано, что нет других

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Дистанционный
формат

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	2	7	0	6	8	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр

Вариант № 4

Фамилия Статкевич

Имя Кира

Отчество Игоревна

Дата рождения 19.06.2006 Класс 10

Предмет математика (МАТЕМАТИКА)

Работа выполнена на 6 листах Дата выполнения работы: 25.02.23

Номер телефона 8-803-578-61-68 Подпись КС

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Апелляционной комиссии
Университетской олимпиады школьников
«Бельчонок»
по

математике

(предмет)

от Статкевич Кира
Игоревна (ФИО участника)

Адрес площадки проведения

дистанционный формат

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

22400027068913, 10кл

Апелляционное заявление на результаты проверки олимпиадной работы

Прошу пересмотреть результаты проверки моей олимпиадной работы.

Задача № 1/20 (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № 2/11 (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № 3/20 (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № 4/18 (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № 5/5 (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)

Основанием для пересмотра баллов считаю:

Задача № 1: _____
Задача № 2: _____
Задача № 5: _____
Задача № _____: _____
Задача № _____: _____
Задача № _____: _____

О себе сообщаю:

8-908-932-14-18 (номер контактного телефона)

Результат рассмотрения апелляции прошу сообщить

kira.statkevitch@yandex-ru (адрес электронной почты)

Дата и время подачи апелляции (время – красноярское): 13.20

Подпись участника Олимпиады: _____

ЗАПОЛНЯЕТСЯ АПЕЛЛЯЦИОННОЙ КОМИССИЕЙ

Дата и время рассмотрения апелляции (время – красноярское) 11.04.23 10:10

Комментарии апелляционной комиссии: N1-так, N2-предоставлена ит, N3-так, N4-1 ошибка, N5-очень небольшое нарушение. Баллы выставлены согласно критериям.

Результат рассмотрения апелляции:

оставить баллы без изменения: N1-20б, N2-1б, N3-20б, N4-18б, N5-5б.

Члены Апелляционной комиссии:

Лышнина Е.К. _____
Мамыкина Ю.В. _____
Шефер И.А. _____

1	2	3	4	5	6
20	19	20	18	5	64

175

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МАОО2706823

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа



Задача 1

Дано:

B - 6 монет

M - 5 монет

n - ?

B : 0 0,5⁶
 1 6 · 0,5⁶
 2 15 · 0,5⁶
 3 20 · 0,5⁶
 4 15 · 0,5⁶
 5 6 · 0,5⁶
 6 0,5⁶

M : 0 0,5⁵
 1 5 · 0,5⁵
 2 10 · 0,5⁵
 3 10 · 0,5⁵
 4 5 · 0,5⁵
 5 0,5⁵

$B_p > M_p$

⑥ 0 1 2 3 4 5
 $(\frac{1}{2})^6 \cdot \sum_{i=0}^5 1 = (\frac{1}{2})^6$

⑤ 0 1 2 3 4
 $6 \cdot 31 \cdot (\frac{1}{2})^{11}$

④ 0 1 2 3 4
 $15 \cdot 26 \cdot (\frac{1}{2})^{11}$

③ 0 1 2 3 4
 $20 \cdot 16 \cdot (\frac{1}{2})^{11}$

② 0 1
 $15 \cdot 6 \cdot (\frac{1}{2})^{11}$

① 0
 $6 \cdot (\frac{1}{2})^{11}$

Следовательно: $\sum_{k=0}^n (\frac{1}{2})^k + (\frac{1}{2})^{11} (186 + 380 + 320 + 80 + 6) =$
 $= (\frac{1}{2})^6 + (\frac{1}{2})^{11} \cdot 882 = \frac{1}{2}$

Ответ: $\frac{1}{2}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 7 0 6 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа



Задача 2:

$$\begin{cases} x+y+z=3 \\ x^2+y^2+z^2=27 \end{cases}$$

$$z=3-(x+y) \Rightarrow z^2=9-6(x+y)+(x+y)^2 \Rightarrow$$

$$z^2=27-\underbrace{(x^2+y^2)}_{(x+y)^2-2xy}$$

$$\Rightarrow 2z^2 - 3z - 18 = 2xy$$

$$\underbrace{x^2+y^2+z^2}_{=27} + 2xy + 2yz + 2zx = 9$$

$$xy + yz + zx = -9$$

Следовательно, числа, удовлетворяющие данной системе: 3, 3, -3, а значит, наибольшее значение $z=3$, наименьшее $z=-3$

Ответ: наибольшее: 3
наименьшее: -3

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МА 0002706823

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что написано с этой стороны листа в разное время

Задача 3:

$$abc - (a-2)(b-2)(c-2) = (a-2)(b-2)(c-2)$$

↑
внешних кубиков

↑
внутренних кубиков

Подберем решение:

$$a \times b \times c$$

(a-четное)

$$2 \leq a \leq b \leq c$$

$$a=8, b=8, c=8$$

$$\text{Внеш: } 512 - 216 = 286 > \text{внутр}$$

$$a=8, b=8, c=10$$

$$\text{Внеш: } 640 - 288 = 352 > \text{внутр}$$

$$a=8, b=8, c=12$$

$$\text{Внеш: } 768 - 360 = 408 > \text{внутр}$$

$$a=8, b=8, c=13 \text{ подходит}$$

$$1152 - 576 = 576 \checkmark$$

$$\cancel{a=8, b=8, c=14 \text{ не подходит}}$$

$$a=8, b=8, c=14 \text{ не подходит}$$

$$1008 - 504 = 504 \checkmark$$

$$a=8, b=10, c=12 \text{ подходит}$$

$$960 - 480 = 480 \checkmark$$

Итого, это все варианты с $a=8$

Для $a < 16$ не имеет смысла решать

Для $a=16$ нет решений

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 7 0 6 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



$a > 18$ не будем рассматривать, так как при расбе
величины a, b с действител. значениями a, b ,
при $a = b = 8$ получим наибольшее значение, при
котором есть решение на $a < 18$.

Все остальное не подходит.

Ответ: $(8; 8; 18); (8, 9, 14); (8, 10, 12)$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МА0002706823

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа



Задача 4:

Обозначим белых: Р, С, Б, Т, П, Ч, Х

Обратные условия: $P < C, B < T, T < P$

Р-м возможные способы:

- | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|
| 1) | П | Т | Б | . | . | . | . |
| 2) | П | Т | . | Б | . | . | . |
| 3) | П | Т | . | . | Б | . | . |
| 4) | П | Т | . | . | . | Б | . |
| 5) | П | Т | . | . | . | . | Б |
| 6) | П | . | Т | Б | . | . | . |
| 7) | П | . | Т | . | Б | . | . |
| 8) | П | . | Т | . | . | Б | . |
| 9) | П | . | Т | . | . | . | Б |
| 10) | П | . | . | Т | Б | . | . |
| 11) | П | . | . | Т | . | Б | . |
| 12) | П | . | . | . | Т | Б | . |
| 13) | П | . | . | . | . | Т | Б |
| 14) | П | . | . | . | Т | . | Б |
| 15) | П | . | . | . | . | Т | Б |
| 16) | . | П | Т | Б | . | . | . |
| 17) | . | П | Т | . | Б | . | . |
| 18) | . | П | Т | . | . | Б | . |
| 19) | . | П | Т | . | . | . | Б |
| 20) | . | П | Т | Б | . | . | . |
| 21) | . | П | . | Т | Б | . | . |
| 22) | . | П | . | Т | . | Б | . |
| 23) | . | П | . | . | Т | Б | . |
| 24) | . | П | . | . | Т | . | Б |
| 25) | . | П | . | . | . | Т | Б |
| 26) | . | . | П | Т | Б | . | . |
| 27) | . | . | П | Т | . | Б | . |
| 28) | . | . | П | . | Т | Б | . |
| 29) | . | . | П | . | . | Т | Б |
| 30) | . | . | . | П | Т | Б | . |
| 31) | . | . | . | П | . | Т | Б |
| 32) | . | . | . | П | Т | . | Б |
| 33) | . | . | . | П | . | Т | Б |
| 34) | . | . | . | . | П | Т | Б |
| 35) | . | . | . | . | . | П | Т |

$$35 \cdot 6 = 210$$

(В каждой из этих 210 вариантов можно поставить С и Р, т.е. надо умножить на 2)

$$210 \cdot 2 = 420$$

Ответ: 420

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

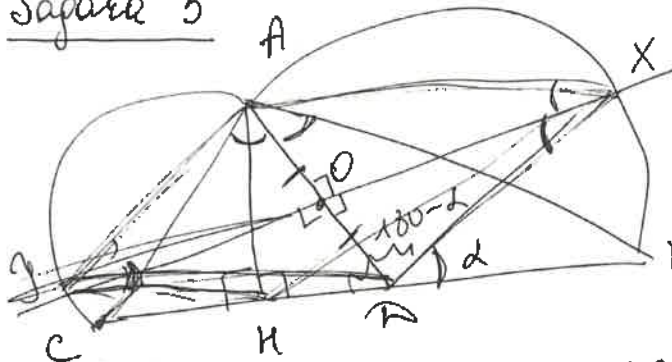
М А О О О 2 7 0 6 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Задача 5



- ① $\angle XAD = 0$
- ② Проведем XD и XA ,
тогда $\triangle AKD \sim \triangle XAD$
($\angle O$ - медиана и высота)

- ③ Аналогично найдем для $\triangle AYD$: тогда
 $\angle AXO = \angle OXD = \angle AYD = \angle OYA = \alpha$
- ④ Проведем KH .
- ⑤ $\angle X$ - средняя линия $\triangle ABC \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle X \parallel CB$, тогда $\angle XDB = \angle$ (как накрест лежащие)
- ⑥ Аналогично найдем для $\angle YKC = \alpha$
- ⑦ Тогда $\angle XDY = \angle YHX = 180^\circ - \alpha \Rightarrow YKDX$ - вписанный четырехугольник $\Rightarrow$ точки K, Y, H, D лежат на одной окружности.

с.т.с.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Санкт-Петербург

М	А	0	0	0	2	7	6	5	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия Мерведев

Имя Арсений

Отчество Сергеевич

Дата рождения 05.12.2005 Класс 10

Предмет Математика

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 8 999 217 43 72 Подпись МАС

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Апелляционной комиссии
Университетской олимпиады школьников
«Бельчонок»

по

математике

(предмет)

от

Неверов Алексей Сергеевич
(ФИО участника)

Адрес площадки проведения

Самара - Тольятти

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

УИА 000 2765023, ЮИА

Апелляционное заявление на результаты проверки олимпиадной работы

Прошу пересмотреть результаты проверки моей олимпиадной работы.

Задача № 4/5 (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)

Основанием для пересмотра баллов считаю:

Задача № 4: Я считаю что не должно быть баллов, а должно быть 5 баллов
Задача № _____
Задача № _____
Задача № _____
Задача № _____
Задача № _____

О себе сообщаю:

8999 217 43 72 (номер контактного телефона)

Результат рассмотрения апелляции прошу сообщить

ars.rys.ru@gmail.com (адрес электронной почты)

Дата и время подачи апелляции (время – красноярское): 12:58 6 апреля 2023

Подпись участника Олимпиады: МАС

ЗАПОЛНЯЕТСЯ АПЕЛЛЯЦИОННОЙ КОМИССИЕЙ

Дата и время рассмотрения апелляции (время – красноярское) 11.04.23 10:00

Комментарии апелляционной комиссии:

Счет (32,396) не является верным, и погрешный интервал
выдан не помогает в решении

Результат рассмотрения апелляции:

Оставил без изменений баллы за №4 (5 баллов)

Члены Апелляционной комиссии:

Михайлов Е.К. / МАС

Михайлов И.В. / МАС

Шефур И.А. / МАС

Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Бельчонок»

от

Медведева Алевия Сергеевна
(ФИО участника)

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по математике, выполненной «03» 04 2022 г. на площадке Санкт-Петербург
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

89992174372 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

ors.rgs.ru@gmail.com (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 04.04.2023 03:13

Подпись участника Олимпиады: МАРС

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

ШИФР РАБОТЫ МА0002765023 10 КЛАСС

Дата и время отправки работы (время – красноярское) 05.04.23 17:00

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	У	О	О	2	7	6	5	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	Σ
20	20	0	5	0	45

N1

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1 \\ x^3 + y^3 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x+y}{xy} = -1 \\ x^3 + y^3 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -xy = x+y \\ (x+y)(x^2 - xy + y^2) = 4 \end{cases}$$

$$(x+y)^2 = (xy)^2 \begin{cases} -xy \geq 0 \\ x+y \geq 0 \\ -xy < 0 \\ x+y < 0 \end{cases}$$

$$-xy((xy)^2 - 3xy) = 4$$

$$\begin{aligned} a &= xy \\ -a(a^2 - 3a) &= 4 \\ -a^3 + 3a^2 - 4 &= 0 \\ a^3 - 3a^2 + 4 &= 0 \end{aligned}$$

предположим $a = 2$ - является корнем

$$\begin{array}{r|l} a^3 - 3a^2 + 4 & a-2 \\ -a^3 - 2a^2 & \\ \hline -a^2 & \\ -a^2 + 2a & \\ \hline -2a + 4 & \\ -2a + 4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$(a-2)(a^2 - a - 2) = 0$$

$$\begin{aligned} a^2 - a - 2 &= 0 & a-2 &= 0 \\ a_1 &= 1+2=3 & a &= 2 \\ a_2 &= \frac{1-3}{2} = -1 \end{aligned}$$

$$xy = 2 \text{ и } xy = -1$$

I) $xy = 2 \quad x = \frac{2}{y}$

$$-2 = x+y$$

$$-2 = \frac{2}{y} + y$$

$$y^2 + 2y + 2 = 0$$

$$D = 4 - 8$$

$$D < 0$$

II) $1 = x+y \quad x = -\frac{1}{y}$

$$y - \frac{1}{y} - 1 = 0$$

$$y^2 - y - 1 = 0$$

$$D = 1 + 4 = 5$$

$$y_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$y_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

$$x_1 = -\frac{2}{1+\sqrt{5}} = \frac{1-\sqrt{5}}{2} = y_2$$

$$x_2 = -\frac{2}{1-\sqrt{5}}$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 6 5 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N1

Поскольку система симметричная, то есть
и решения $y = \frac{-2}{1+\sqrt{5}}$ $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ и $y = \frac{-2}{1-\sqrt{5}}$ $x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$

Ответ: $(\frac{-2}{1+\sqrt{5}}; \frac{1+\sqrt{5}}{2})$; $(\frac{-2}{1-\sqrt{5}}; \frac{1-\sqrt{5}}{2})$; $(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; \frac{-2}{1+\sqrt{5}})$; $(\frac{1-\sqrt{5}}{2}; \frac{-2}{1-\sqrt{5}})$.

N3

при умножении и сложении или вычитании сложными или простыми, тем больше их сумма / произведение.

Значит a, b, c выберем из $[51, 52, 53]$

$a+b+c$ и abc - нет разницы что мы выберем за a, b, c ,
так как при перемещении мест слагаемых сумма не меняется
и при смене мест множителей произведение не меняется.

$$a+b+c = 51+52+53 = 150+9+3 = 156$$

Вопрос совсем другой.

Очевидно, что $a+b+c$ будет минимальным, так как

Наименьшее $\sqrt{\text{минимальное произведение этих чисел } (a,b,c)}$
 $(50 \cdot 51)$ даёт нам возможность показать, что число
сильно больше $a+b+c$

Ответ: 156.

N2

Внимательно все возможные комбинации.

1	321
+	
3	432 431 421
+	
7	543 532 521
	542 531
	541

Заметим, что в каждой строке возрастания
самого большого числа (a) на 1 количество комбинаций
увеличивается на 1 + количество сочетаний с $a-1$, после которого
идёт $a-2$ (321 одно сочетание из 431 421)
Количество сочетаний из 7 цифр равно $1+3+6+10+15 = 35$, так
как количество сочетаний с $a-1$, после которого идёт $a-2$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 6 5 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 2

увеличивается на 1 с каждым шагом
кал-во комбинаций с 3 кал-во комбинаций с 7

$$1 + (1+1+1) + (3+2+1) + (5+3+1) + (10+4+1) = 35 \quad (\text{считаем с 7 цифрами})$$

кал-во комбинаций с 8 кал-во комбинаций с 8

$$35 + (15+5+1) = 56 \quad (\text{считаем с 8 цифрами})$$

Заметим, что если Костя берет самое маленькое, то у него число больше, а если не берет, то он либо увеличивает его число, или =.

Ошибочно, что когда они выбирают из одного набора цифр

Число Кости с вероятностью $\frac{1}{2}$ больше или равно числу Светы. С вероятностью $\frac{1}{35}$ они выберут одно и то же число

$$\frac{21}{56} + \frac{35}{56} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{35} \right) = \frac{21}{56} + \frac{35}{56} \cdot \frac{33}{70} = \frac{21 \cdot 2 + 33}{56 \cdot 2} =$$

$$= \frac{42 + 33}{56 \cdot 2} = \frac{75}{112}$$

Ответ. $\frac{75}{112}$

Если Костя возьмет самое маленькое, то он проиграет.

Если следующее за ним, то с вероятностью $\frac{1}{35}$ он выберет, и т.д.

$$\frac{21}{56} + \frac{35}{56} \cdot \frac{1}{35} \left(\frac{1}{35} + \frac{2}{35} + \dots + \frac{34}{35} \right) = \frac{21}{56} + \frac{35}{56} \cdot \frac{1}{35} \cdot \frac{17 \cdot 34}{35} = \frac{21 + 17}{56} = \frac{38}{56}$$

Сумма арифметической прогрессии равна $\frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

В нашем случае от 0 до 34 $\frac{0 + 34}{2} \cdot 35 = 17 \cdot 35$

$$\frac{38}{56} = \frac{15 + 9}{38} = \frac{19}{28}$$

Ответ. с вероятностью $\frac{19}{28}$.



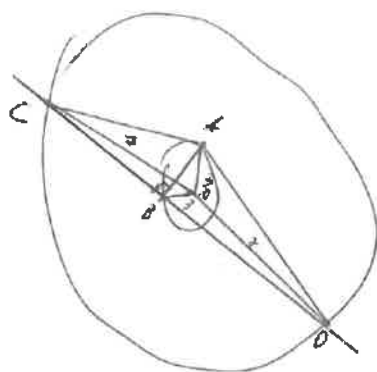
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 6 5 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4



$\triangle ADO$ - сущ. $uz \neq \Delta$

$$\begin{cases} AD < 3+7 \\ 3 < AD+7 \\ 7 < AD+3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} AD < 10 \\ AD > -7 \\ AD > 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} AD < 10 \\ AD > 4 \end{cases}$$

$\triangle CDO$ - сущ. $uz \neq \Delta$

$$\begin{cases} CD < 7+7 \\ CD > 0 \\ 7 < CD+7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} CD < 14 \\ CD > 0 \end{cases}$$

$\triangle ACO$ - сущ. uz неравенства Δ

$$\begin{cases} AC < 3+7 \\ 7 < AC+3 \\ 3 < AC+7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} AC < 10 \\ AC > 4 \end{cases}$$

10; 10; 14 (стороны Δ) - сущ. $\triangle ACO$

4; 0; 1; 4 (стороны Δ) - сущ. $\triangle ACO$

А значит достаточно рассмотреть случаи

$$\begin{cases} AB^2 < 100 \\ AD^2 > 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} CD^2 < 196 \\ CD^2 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} AC^2 < 100 \\ AC^2 > 16 \end{cases}$$

Поскольку AO, CO, AC (и 4; 10; 14) ~~то~~ положительные
просто возведем в квадрат

$$0+16+16 < AD^2 + CD^2 + AC^2 < 100+196+100$$

$$32 < AD^2 + CD^2 + AC^2 < 396$$

Ответ: сумма сторон треугольника принимает
значения от 32 до 396 не включительно.

только 1 значение!

Полученные оценки не помогают
продвинуться в решении.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Краснодар "Матрица"

М	А	0	0	0	2	1	2	1	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия БЕЛКИН

Имя СВЯТОСЛАВ

Отчество ВИКТОРОВИЧ

Дата рождения 17.12.2006

Класс 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 6 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89181836427

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Бельчонок»

от Белкина Светослава Викторовича
(ФИО участника)

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по математике, выполненной «26» 02 2023 г. на площадке Красноярск, ул. Кларка
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

+79034101204 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

naelbelkina@gmail.com (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 04.04.2023 16:00

Подпись участника Олимпиады: Белкин

ШИФР РАБОТЫ МА0002121023

КЛАСС 10

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

Дата и время отправки работы (время – красноярское): 05.04.23 17:00

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	15	15	5	18	54						

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 1 2 1 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №2

~~Всего возможных исходов $C_7^3 \cdot C_6^3 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} = 35 \cdot 56 = 1962$~~

Вариантов, где в числе Кости нет 8: ~~$C_7^3 \cdot C_6^3$~~ и он подходит ровно в половине из них, т.к. каждой паре трехзначных чисел (x, y) , где $y > x$ (x - число Светы, y - число Кости) соответствует пара (y, x) , для которой подходит в Света. ~~Ничейных вариантов $C_7^3 \cdot C_6^3 = 35 \cdot 56 = 1962$~~
~~исходов, где число Кости больше числа Светы $\frac{C_7^3 \cdot C_6^3 - C_7^3}{2} = \frac{35(35-1)}{2} = 35 \cdot 17 = 595$~~

Вариантов, где в числе Кости есть 8: ~~$C_7^2 \cdot C_7^3$~~ . Т.к. цифры стоят по убыванию и 8 - наибольшая цифра набора, то во всех таких вариантах она будет последней в числе Кости. Пусть число Светы это abx , а число Кости это $cd8$. Если $ab \neq cd$, то числа разбиваются на пары, т.к. если $ab > cd$, то $abx > cd8$ и $cdx < ab8$, а если $cd > ab$, то $cdx > ab8$ и $abx < cd8$. Если $ab = cd$, то число Кости

больше числа Светы, т.к. $8 > 7 > 6 > \dots > 2 > 1$. ~~Таких пар 2: $C_7^2 \cdot 6$, т.к. x может быть любой из 6 оставшихся цифр. Значит в этом случае~~
~~исходов, где число Кости больше числа Светы $\frac{C_7^2 \cdot C_7^3 + 2 \cdot C_7^2 \cdot 6}{2} = 21$~~

$$= \frac{21 \cdot (35+6)}{2} = 21 \cdot \frac{C_7^2 \cdot C_7^3 + 2 \cdot C_7^2 \cdot 6}{2} = 21$$

$$\frac{7 \cdot 6 + 7 \cdot 6 \cdot 5 + 7 \cdot 6 \cdot 6}{2} = \frac{42(1+5+6)}{2} = 42 \cdot 6 = 252$$

~~Всего возможных исходов $8 \cdot 7 \cdot 6 + 7 \cdot 6 \cdot 5 = 42 \cdot 13$~~

(продолжение на л. 2)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 1 2 1 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №2 (продолжение)

*: Ничейных вариантов $7 \cdot 6 \cdot 5 \Rightarrow$ в этом случае исходов, где число Кости больше числа Светы $\frac{(7 \cdot 6 \cdot 5)^2 - 7 \cdot 6 \cdot 5}{2} = \frac{210 \cdot 209}{2} = 105 \cdot 209 = 21945$.

ЖЖ: Таких пар $7 \cdot 6 \cdot 5$, т.к. x может быть любой из 5 оставшихся цифр. Значит в этом случае исходов, где число Кости больше числа Светы $\frac{(7 \cdot 6)^2 \cdot 5 + 7 \cdot 6 \cdot 5}{2} = \frac{210 \cdot 43}{2} = 105 \cdot 43$.

Всего возможных исходов $(8 \cdot 7 \cdot 6) \cdot (7 \cdot 6 \cdot 5) = 336 \cdot 210 = 672 \cdot 105$.

*: Ничейных вариантов $C_7^3 \Rightarrow$ в этом случае исходов, где число Кости больше числа Светы $\frac{C_7^3 \cdot C_7^3 - C_7^3}{2} = \frac{35 \cdot (35-1)}{2} = 35 \cdot 17 = 595$.

ЖЖ: Таких пар C_7^3 , т.к. для любого числа Светы будет пара по первым 2 цифрам от Кости. Значит в этом случае исходов, где число Кости больше числа Светы $\frac{C_7^3 \cdot C_7^2 + C_7^3}{2} = \frac{35(21+1)}{2} = 35 \cdot 11 = 385$.

Всего возможных исходов $C_8^3 \cdot C_7^3 = 56 \cdot 35$. Тогда вероятность, что число Кости больше числа Светы это $\frac{35 \cdot 17 + 35 \cdot 11}{35 \cdot 56} = \frac{28}{56} = \frac{1}{2}$.

Ответ: 0,5.

+ Вер-ть 8 у Кости.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 1 2 1 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Задача ~1

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ и $x^3 + y^3$ имеют разные знаки $\Rightarrow x$ и y имеют разные знаки, пусть без ограничения общности $x > 0 > y$. Тогда $\frac{1}{y} \leq -1 \Rightarrow y \leq -1$, причем $\frac{1}{x} > 0 \Rightarrow y \leq -1$. Тогда $y^3 \in (0; -1) \Rightarrow x^3 \in (4; 5) \Leftrightarrow x \in (\sqrt[3]{4}; \sqrt[3]{5})$. И.е. верна цепочка неравенств: $\sqrt[3]{5} > x > \sqrt[3]{4} > 0 > y > -1$. Также верно $x \in (1; 2) \Rightarrow \frac{1}{x} \in (\frac{1}{2}; 1) \Rightarrow \frac{1}{y} \in (-2; -1.5) \Rightarrow y \in (-\frac{2}{3}; -\frac{1}{2})$.

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1 \Leftrightarrow \frac{x+y}{xy} = -1 \Leftrightarrow x+y = -xy$.

$(x^3 + y^3) = 4 \Leftrightarrow (x+y)(x^2 - xy + y^2) = 4 \Leftrightarrow (x+y)(x^2 + x+y + y^2) = 4 \Leftrightarrow (x+y)^2 + (x+y)(x^2 + y^2) = 4 \Leftrightarrow (xy)^2 + x^3 + x^2y + xy^2 + y^3 = 4 \Leftrightarrow xy(xy + x + y) + (xy)^2 + x^2y + xy^2 = 0 \Leftrightarrow xy(xy + x + y) = 0$

Задача №3

~~Пусть без ограничения общности $a \leq b \leq c$. Тогда $ab \leq ac \leq bc$.~~

⇒ Т.к. $a, b, c \in [51; 100]$: $ab > ac$, $ac > bc$, $bc > ab \Rightarrow a+b+c$ строго меньше любого из остальных чисел, а abc строго больше любого из остальных.

Предположим $a+b+c = b+a+c \Leftrightarrow a-b = (a-b)c$, $c > 1 \Rightarrow$ противоречие. Аналогично $a+b+c \neq c+a+b$, $b+a+c \neq c+a+b$.

Предположим $ac+bc = ab+ac \Leftrightarrow bc = ab \Leftrightarrow c = a$ — противоречие. Аналогично $ac+bc \neq ab+bc$, $ab+ac \neq ab+bc$.

$ac+bc \neq a+b+c \Leftrightarrow ac \neq a$ — верно

$ac+bc \neq ac+b \Leftrightarrow bc \neq b$ — верно

$ac+bc = c+ab \Leftrightarrow c(a+b) = c+ab$. Если уменьшить c на 1, то левая часть уменьшится на $a+b$, а правая на 1, т.е. ~~часть меньше c , чем~~ меньше. Если увеличить a на 1, то левая часть увеличится на c , а правая на 1, аналогично если b увеличить на 1, то левая часть уменьшится на c , а правая увеличится на 1. Значит при минимальном c и максимальных a, b разности $c(a+b) - (c+ab)$ будет максимальной. Мин. $c = 51$, макс. $a = 100$, $b = 99$ (а и b взаимозаменяемы).

Тогда $c(a+b) - (c+ab) = 51 \cdot 199 - 51 - 100 \cdot 99 = 51 \cdot 198 - 100 \cdot 99 = 102 \cdot 99 - 100 \cdot 99 = 2 \cdot 99 > 0 \Rightarrow$ равенство недостижимо. Аналогично недостижимы равенства других выражений вида $(a+b)c$ и вида $b+a+c \Rightarrow$ все составленные числа различны.

Ответ: 8.



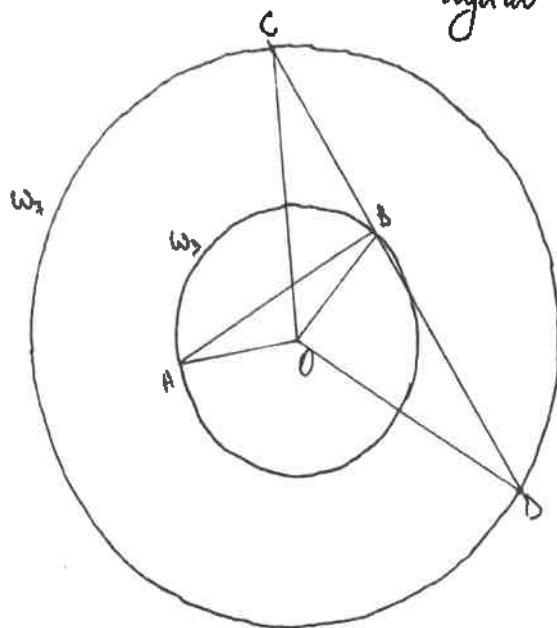
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 2 1 2 1 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №4



Дано:

ω_1, ω_2 — концы.

$R_{\omega_1} = 3, R_{\omega_2} = 7$

$CD \perp AB$

$AC^2 + CD^2 + DA^2 = ?$

Решение:

$AC^2 + CD^2 + DA^2 = 2AB^2 + BC^2 + BD^2 + CD^2$ по т. Пифагора. По т. Косинусов:

$$2AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos \angle AOB \Leftrightarrow AB^2 = 18 - 18 \cos \angle AOB$$

$$BC^2 = OC^2 + OB^2 - 2 \cdot OC \cdot OB \cdot \cos \angle BOC \Leftrightarrow BC^2 = 58 - 42 \cos \angle BOC$$

$$BD^2 = OD^2 + OB^2 - 2 \cdot OD \cdot OB \cdot \cos \angle BOD \Leftrightarrow BD^2 = 58 - 42 \cos \angle BOD$$

$$CD^2 = OC^2 + OD^2 - 2 \cdot OC \cdot OD \cdot \cos \angle COD \Leftrightarrow CD^2 = 98 - 98 \cos \angle COD$$

В таком случае максимум достигается, когда AB — диаметр, тогда $2AB^2 + BC^2 + BD^2 + CD^2 = 2 \cdot 6^2 + 2 \cdot (7^2 - 3^2) + 4 \cdot (7^2 - 3^2) = 72 + 640 = 712$.

А минимум достигается, когда CD — диаметр, тогда $2AB^2 + BC^2 + BD^2 + CD^2 = 2 \cdot 7^2 + 14^2 = 98 + 196 = 294$.

Ответ: (294; 712)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 1 2 1 0 2 3

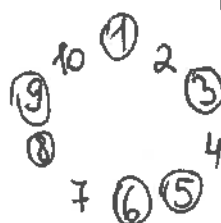
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №5

Заметим, что если девушек ≥ 7 , то найдутся 3 подряд стоящие, т.к. иначе они разбиваются не выбранными хотя бы на 4 группы $\Rightarrow$ девушек $\geq 7+4=11$ — противоречие. Но аналогичной причине 6 девушек такие, что никакие 3 не стоят подряд не могут быть разбиты на ≥ 5 групп $\Rightarrow$ они разбиты либо на 3 группы по 2, либо 2 по 2 и 2 по 1. Для каждого случая с точностью до поворота возможен только 1 вариант:



и



(выбранные обведены)

Значит не подходит только 20 вариантов, т.е. уг. усл. $C_{10}^6 + C_{10}^7 + C_{10}^8 + C_{10}^9 + C_{10}^{10} - 20 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} + \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} + \frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1} + 10 + 1 - 20 =$
 $= 210 + 120 + 45 + 10 + 1 - 20 = 366.$

Ответ: 366.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Красноярск

М	А	О	О	О	2	8	2	7	3	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 2

Фамилия ЩАРКОВСКАЯ

Имя АНТОНИНА

Отчество ГЕННАДЬЕВНА

Дата рождения 08.08.2005 Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 7 листах Дата выполнения работы 25.02.2023

Номер телефона 89082235704 Подпись Маш

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Вариант № 2

М	А	О	О	О	2	8	2	7	3	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	0	20	80

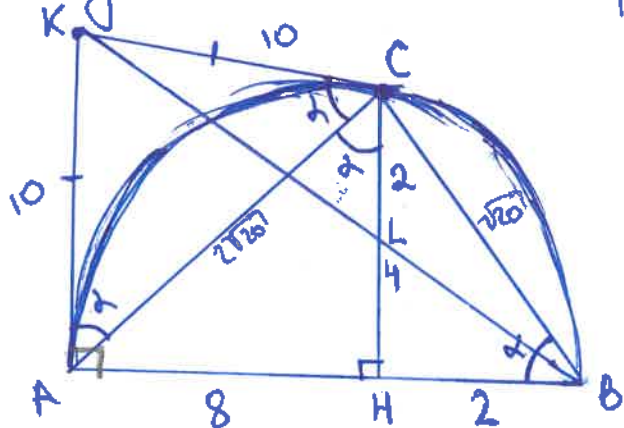
Задача 1.

 $8+6=14$ - общее кол-во грибов и орехов $\frac{14!}{8!6!}$ - число перестановок грибов и орехов $1^1 2^2 1^1 \dots 1^1 1^1 \Rightarrow 15$ - число переносов, в каждуюпереноску можно поставить ягоду, т.е. поставить куда то ягоду это тоже самое, что выбрать набор из 10 цифр от 1 до 15, т.е. $C_{15}^{10} = \frac{15!}{5!10!} \Rightarrow$ расставить ягоду, орехи и грибы в ряд, что 8 мячей 2 ягоды не идут в ряд можно $\frac{14! \cdot 15!}{8!6!5!10!}$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Задача 2.



$$\text{т.к. } AB=10, \frac{AB}{AH} = \frac{1}{4} \Rightarrow$$

$$BH=2; AH=8$$

т.к. $\triangle ACB$ - равнобедр., то

$$CH = \sqrt{AH \cdot HB} = \sqrt{2 \cdot 8} = \sqrt{16} = 4;$$

 $\angle CBA = \angle KAC = \angle KCA$ как $\angle$ между касательной и хордой

$$\angle ACH = 90^\circ - \angle CAH = \angle CBA;$$

по теор. Дюр.

$$AC = \sqrt{CH^2 + AH^2} = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{80} = 2\sqrt{20}; CB = \sqrt{20}$$

по теореме синусов в $\triangle AKC$:

$$\frac{\sin \angle AKC}{AC} = \frac{\sin \angle KAC}{KC}; \sin \angle CBA = \frac{2\sqrt{20}}{10} = \frac{\sqrt{20}}{5}$$

Пусть $\angle CBA = \alpha$, тогда $\cos \angle CBA = \frac{\sqrt{20}}{10}$

$$\sin \angle AKC = \sin(\pi - 3\alpha) = \sin \pi \cos 3\alpha - \sin 3\alpha \cos \pi =$$

$$= -\sin 3\alpha \cos \pi = \sin 3\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{2 \cdot \sqrt{20}}{10} \cdot \frac{\sqrt{20}}{5} = \frac{40}{50} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{2\sqrt{20}}{\frac{4}{5}} = \frac{KC}{\frac{\sqrt{20}}{5}} \Leftrightarrow \frac{4}{5} KC = \frac{2\sqrt{20} \cdot \sqrt{20}}{5} \Leftrightarrow$$

$$KC = 10; \Rightarrow KA = 10; \triangle KAB \sim \triangle LHB \text{ т.к. } \angle KAB = 90^\circ$$

как $\angle$ между касат. и радиусом; $\angle KCB = 90^\circ$; $\angle LBH$ - общий $\Rightarrow \frac{LH}{KA} = \frac{BH}{AB} \Rightarrow \frac{LH}{10} = \frac{2}{10} \Rightarrow LH = 2 \Rightarrow$

$$CL = CH - LH = 2; \Rightarrow S_{KCL} = KC \cdot CL \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin(2\alpha) =$$

$$\approx 10 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

Задача 3.

Пусть $a+b=x$; $b+c=y$; $c+a=z$, тогда

$$c = \frac{z+y-x}{2}; \quad b = \frac{x+y-z}{2}; \quad a+b+c = x+y;$$

$$a+b+2c = y+z;$$

$$a = \frac{x+z-y}{2}; \quad 2a+b+c = x+z;$$

Тогда исходное неравенство переписывается след
обр:

$$\frac{(z+y-x)^2}{4(y+z)} + \frac{(x+y-z)^2}{4(x+y)} + \frac{(z+x-y)^2}{4(z+x)} \geq$$

$$\geq \frac{(x+y-z)(x+z-y)}{4(y+z)} + \frac{(y+z-x)(z+x-y)}{4(x+y)} + \frac{(y+z-x)(y+x-z)}{4(z+x)}$$

$$\frac{(z+y-x)^2 - ((x+y)-z)((x+z)-y)}{4(y+z)} = \frac{z^2+y^2+x^2-2xz-2xy+2zy -$$

$$-x^2-xz+xy-yx-yz+y^2+zx+z^2-zy}{4(y+z)} = \frac{2z^2+2y^2-2xz-2xy}{4(y+z)} =$$

$$= \frac{z^2+y^2-xz-xy}{2(y+z)} = \frac{(y+z)^2 - 2yz - x(y+z)}{2(y+z)} = \frac{(y+z-x)}{2} - \frac{yz}{y+z}$$



Вариант № 2

М	А	О	О	О	2	8	2	7	3	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

⇒ Исходное неравенство переписывается как:

$$\frac{y+z-x}{2} + \frac{y+x-z}{2} + \frac{z+x-y}{2} - \frac{yz}{y+z} - \frac{yx}{y+x} - \frac{xz}{x+z} \geq 0$$

$$\frac{x+y+z}{2} \geq \frac{yz}{y+z} + \frac{yx}{y+x} + \frac{xz}{x+z}.$$

$$\frac{x+y}{y} - \frac{xy}{y+x} \geq 0$$

$$\frac{(x+y)^2 - 4xy}{4(y+x)} \geq 0$$

$$\frac{(x-y)^2}{4(y+x)} \geq 0$$

$$\frac{x+y}{y} - \frac{yx}{y+x} + \frac{x+z}{y} - \frac{xz}{x+z} + \frac{z+y}{y} - \frac{zy}{z+y} \geq 0$$

$$\frac{(x-y)^2}{4(y+x)} + \frac{(z-y)^2}{4(z+y)} + \frac{(x-z)^2}{4(x+z)} \geq 0.$$

⇓

т.к. данное неравенство верно,

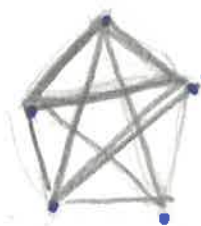
то исходное неравенство тоже верно.





Задача 4:

Рассмотрим 5 команд, которые сыграли турнир друг с другом, тогда допустим среди 10 матчей живых было хотя бы 6, тогда, если команда это вершина графа, а матч это ребро, то на 5 вершинах есть 6 ребер. $\Rightarrow$ ~~было 6 ребер~~
~~образованной допустим ребрами.~~



~~т.к. $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ количество Δ на 5 вершинах, то оставшиеся 4 ребра,~~

~~не смогут покрыть каждый из 5 Δ $\Rightarrow$ на 5 вершинах максимум 5 ребер. $\Rightarrow$ количество живых не превышает $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ - всех матчей, т.к. 5 команд играют м-у собой 10 матчей из которых 5 живых - максимум. $\Rightarrow$~~

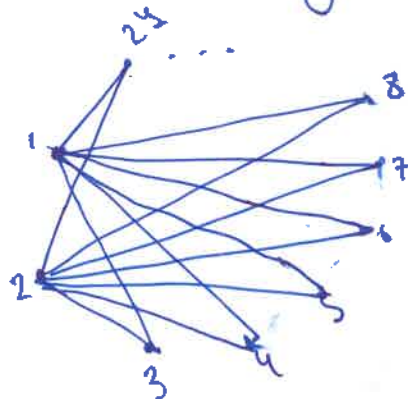
$\frac{24 \cdot 23}{2}$ - общее кол-во матчей, а $\frac{24 \cdot 23}{4}$ - кол-во живых. $\Rightarrow$ ~~было~~ $\frac{24 \cdot 23}{4}$ максимум живых.
 Пример.



Задача 4.

Пусть мячи с кивью это ребра графа, а вершины это команды. Если какие-то 3 команды сыграли м-у собой кивью, то у них одинаковое кол-во баллов на графе с 24 вершинами при кол-ве ребер $\geq (24-3) \cdot 2 = 44$ ребрах обязательно найдется Δ .

А если нашлся Δ , то кол-во баллов у 3х команд одинаково $\Rightarrow$ максимум 44 ребра пример:



м-у 1ым и 2 не кивью;
м-у 1ым и всеми остальными
м-у 2ым и всеми остальными
м-у 3-9

Ответ: 44

Задача 5.

$$3^{2d} - 3^d + 2 = 2^k 7^l; \text{ если } l \geq 0, \text{ то}$$

$$3^{2d} - 3^d + 2 = 2^k; \text{ если } d = 0, \text{ то } k = 1; \text{ если } d > 0, \text{ то}$$

$$2^k - 2 : 3 \Rightarrow 2^k \equiv 2 \pmod{3}, \text{ т.е. } k - \text{нечёт}; \text{ при } k > 1:$$

$$3^{2d} - 3^d \equiv 2 \pmod{4} \Rightarrow 3^d(3^d - 1) \equiv 2 \pmod{4} \text{ т.е. } 3^d \equiv -1 \pmod{4} \text{ т.е. } d - \text{нечёт.}$$

$$3^{2d} - 3^d = 2^k - 2 \Leftrightarrow 3^d(3^d - 1) = 2(2^{k-1} - 1) = 2(2^{\frac{k-1}{2}} - 1)(2^{\frac{k-1}{2}} + 1)$$

т.е. ~~$2^L - 3^L = 2^k$~~ ~~такое возможно только~~

Допустим $L > 0$, тогда $3^{2L} - 3^L \equiv 5 \pmod{7} \Rightarrow$

$3^L(3^L - 1) \equiv 5 \pmod{7}$ такое возможно, если $3^L \equiv 4 \pmod{7}$

при $L \pmod{6}$; $3^L \equiv 4 \pmod{7}$; если $L = 6^k + 4$, т.е.

0	1
1	3
2	2
3	6
4	4
5	5
6	1

L - четное, но если $k \geq 1$, то.

$$3^{2L} - 3^L \equiv 2 \pmod{7} \Rightarrow 3^L(3^L - 1) \equiv 2 \pmod{7}$$

т.е. $3^L \equiv -1 \pmod{7}$ т.е. L - нечет. $\Rightarrow$

если $L > 0$ и $k > 0$, то решений нет.

Если $L = 0$, то $3^{2L} - 3^L + 2 = 2^k$

Если $k = 0$, то $3^{2L} - 3^L + 2 = 1$

$$2^k \equiv 1, 2, 4 \pmod{7}$$

$$7^L \equiv 1 \pmod{3}, \text{ но}$$

$$\Rightarrow 3^{2L} - 3^L \equiv -1 \pmod{7}$$

$$3^{2L} - 3^L + 2 \equiv 2 \pmod{7} \Rightarrow \text{если } k=0 \text{ -}$$

$$3^L(3^L - 1) \equiv 6 \pmod{7}$$

решений нет.

т.е. $3^L \equiv 3 \pmod{7}$

если $L = 1$, то $k = 3$;

Ответ: $L = 0$; $k = 5$; $L = 0$

$L = 1$; $k = 3$; $L = 0$

Олимпиада школьников «БЕЛЫЧОНОК»

участником

МАООО2824023

Адрес учреждения образования

Шифр

Вариант № 4

Фамилия Ангелкова

Имя Тенгис

Отчество Владимирович

Дата рождения 12.10.2005

Класс 11

Предмет Математика

Работа выполняется на 5 листах

Дата выполнения работы 26.02.23

Номер телефона 89963543392

Подпись

Выпишите свои фамилию, имя и отчество, запишите предисловие печатными буквами: дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, из которых выполняется работа и дату выполнения работы от руки. Не забудьте поставить подпись.

Апелляционной комиссии
Университетской олимпиады школьников
«Бельчонок»

по

МАТЕМАТИКЕ

(предмет)

от

Ангриков Техис Владимирович
(ФИО участника)

Адрес площадки проведения

дистант

Класс

11

Школа

МАОО 2824023

Апелляционное заявление на результаты проверки олимпиадной работы

Прошу пересмотреть результаты проверки моей олимпиадной работы.

Задача № 5 6 (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)

Основанием для пересмотра баллов считаю:

Задача № 5: уважаемая комиссия, прошу рассмотреть задачу
Задача № _____ на 8-12 баллов, поскольку ответ получен верный
Задача № _____ ответ обоснованный подбор $y=16$ и показатель
Задача № _____ что при $y=16$ $x=6$ и других x нет задачи нет
Задача № _____ показателем отсутствия других y , поэтому рассмотреть
Задача № _____ стоит на 8-12 баллов

О себе сообщаю:

8996354 3372

(номер контактного телефона)

Результат рассмотрения апелляции прошу сообщить

tegris1210@mail.ru

(адрес электронной почты)

Дата и время подачи апелляции (время – красноярское): 00:00 12.04

Подпись участника Олимпиады: Ангриков

ЗАПОЛНЯЕТСЯ АПЕЛЛЯЦИОННОЙ КОМИССИЕЙ

Дата и время рассмотрения апелляции (время – красноярское) 13.04.23 11:40

Комментарии апелляционной комиссии:

№5: рассмотрены все возможные случаи при отсутствии решения – 6 баллов.

Результат рассмотрения апелляции:

Оставить выставленные баллы за задачу №5 без изменений

Члены Апелляционной комиссии:

Шышино Е.И. / Ан /
Шамкин Ю.В. / ЮВ /
Шедер И.А. / ИА /

Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Бельчонок»

от
Андреева Тенгиса Владимировича
(ФИО участника)

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по МАТЕМАТИКЕ, выполненной «26» 02 2023 г. на площадке дистанционно
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

89963543372 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

tengis1210@mail.ru (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 09.04.23 17.00

Подпись участника Олимпиады: [подпись]

ШИФР РАБОТЫ MA0002824023

КЛАСС 11

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

Дата и время отправки работы (время – красноярское) 10.04.23 14:30

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 8 2 4 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 3

$$a, b, c > 0 \quad a+b+c=1 \quad (*)$$

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	0	6	66

$$A = \frac{a}{3a^2+b^2+2ab} + \frac{b}{3b^2+c^2+2bc} + \frac{c}{3c^2+a^2+2ac} \leq \frac{3}{2}$$

Рассмотрим $\frac{a}{3a^2+b^2+2ab}$ и $a+c = 1-a-b$

$$\frac{a}{3a^2+b^2+2ab} = \frac{a}{3a^2+b^2+2a(1-a-b)} = \frac{a}{3a^2+b^2+2a-2a^2-2ab} =$$

$$= \frac{a}{b^2+2a-2ab+a^2} \quad \text{Докажем, что она} \leq \frac{1}{2}$$

$$- \frac{a}{b^2+2a-2ab+a^2} + \frac{1}{2} \geq 0$$

$$\frac{b^2+2a-2ab+a^2}{2(b^2+2a-2ab+a^2)} \geq 0$$

$$(a-b)^2$$

$$2((a-b)^2+2a) \geq 0 \quad \text{и это т.к. } (a-b)^2 \geq 0$$

$$(a-b)^2+2a \geq 0 \quad \text{т.к. } a > 0$$

Аналогично докажем каждый из трех слагаемых $\Rightarrow \max(A) = \frac{3}{2}$ 2. т.г.



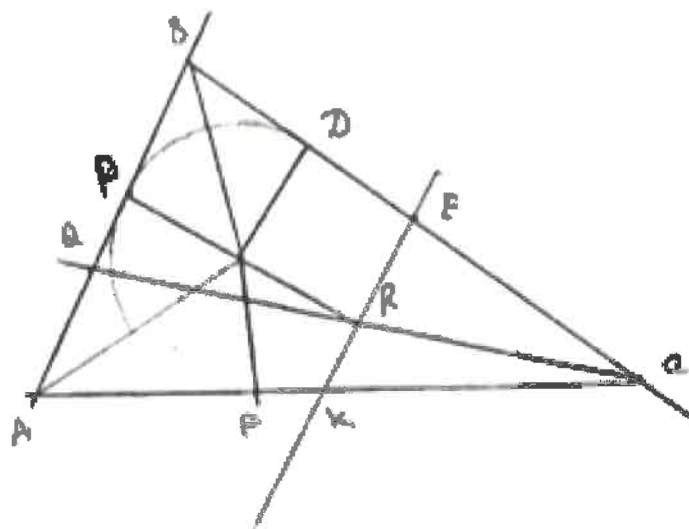
Олимпиада школьников «БЕЛЫЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 8 0 2 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 2



1) показать $EF \parallel AD \cap (O)R$, EF — кас. к $(O)R$
 т.к. $EF \parallel AD$ $\angle BAC = \angle EFC = \angle ABC = \angle KEC$

$\Delta ABC \sim \Delta KEC$

$$\frac{AB}{KE} = \frac{AC}{EC} = \frac{BC}{KC}$$

т.к. EF — кас. $\Rightarrow ED = ER, KR = KF$

$$\begin{aligned} CD &= EC + ED = EC + ER \\ CF &= CK + FK = EK + KR \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} CF = CD \\ \end{array}$$

т.к. $CF = CD$ (сторон. кас.)

$$\Rightarrow EC + ER = CK + KR \Rightarrow P_{CMB} = 2(EC + ER)$$

т.к. $\Delta ABC \sim \Delta CMN$ и соотношение сторон сопр.

$$P_{CMN} = \frac{(C + A + Q)}{2} \cdot 2 = P_{ABC} = 2 \cdot (A + A + Q)$$

$$S_{CMN} = \frac{P_{CMN}}{2} \cdot 2 = (A + A + Q) \cdot 2 = 2$$

Отв.: 2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 8 0 2 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

Пусть А - Андрей

Б - Борис

В - Иван

Г - Ирина

Д - Денис

К - Ксения

З А Б - один человек

Всего пар: 20

2 · 5! т.к. еще Б А

З А и Г - паром. и А и Б паром

2 · 2 · 4! = 4 · 4!

Тогда всего

$2 \cdot 5! - 4 \cdot 4! = 2 \cdot 4! (5 - 2) = 2 \cdot 4 \cdot 3 = 24$

ответ: 144

ПРИМЕЧАНИЕ: Проставляется оценка за то, что написано с этой стороны листа в расчет времени



Н5

Решить $x^4 + y^2 = x y^2 + y \in \mathbb{N}$
 obvious $x = y = 1$ - корень $(1; 1)$
 $x \neq y \neq 1$.

$$y^2 - x y^2 - y + x^4 = 0$$

$$y^2(1-x) - y + x^4 = 0.$$

$$D = b^2 - 4ac = 1 - 4x^4(1-x) = 4x^5 - 4x^4 + 1$$

$$y_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{4x^5 - 4x^4 + 1}}{2(1-x)}$$

т.к. $x(1-x) < 0$ то $x \in \mathbb{N}$ и $x \neq 1$

$$\Rightarrow y \in \mathbb{N}: y = \frac{1 - \sqrt{4x^5 - 4x^4 + 1}}{2(1-x)}$$

Проверим:

$$x=2 \quad y = \frac{1 - \sqrt{105}}{2} \notin \mathbb{N}$$

$$x=3 \quad y = \frac{1 - \sqrt{119}}{2} \notin \mathbb{N}$$

$$x=4 \quad y = \frac{1 - \sqrt{1307}}{2} \notin \mathbb{N}$$

$$x=5 \quad y = \frac{1 - \sqrt{10001}}{2} \notin \mathbb{N}$$

$$x=6 \quad y=6 \Rightarrow y \notin \mathbb{N}.$$

$$\text{и } (x, y) = (6, 6)$$

тогда найдем ост. кор. из x :

$$y^4 - 256x + 24000$$

$$(x-6)(x^3 + 6x^2 + 56x + 40) = 0$$

$$3 f(x) = x^3 + 6x^2 + 56x + 40, f'(x) = 3x^2 + 12x + 56$$

Д.С. $\Rightarrow$ ед. точка $\Pi \in O_x$.

$\Rightarrow$ ед. корень $y f(x)$ и $f(x)$

т.к. $x \in \mathbb{N}$, то $f(x) \neq 0$ и $f(x)$ не имеет ОУ, значит корнями являются

$$(0, 1) \text{ и } (6, 6)$$

рассмотрели частный
случай при отсут-
ствии решения — 6 баллов

проверка

нет сомнений тут,
что упрощено решено.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

МА 0002403523

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 4

Фамилия Буряков

Имя Глеб

Отчество Олегович

Дата рождения 28.05.2005

Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на _____ листах

Дата выполнения работы 26.02.23

Номер телефона +375-333-85-2117

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Бельчонок»

от

Буравова Глеба Олеговича
(ФИО участника)

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по МАТЕМАТИКЕ, выполненной «26» 02 2023 г. на площадке дистанционный формат
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

+375 393 85 21 17 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

loftmovi@gmail.com (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 08.04.2023 16:47

Подпись участника Олимпиады: _____

ШИФР РАБОТЫ МА00024 03523

КЛАСС 11

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

Дата и время отправки работы (время – красноярское) 10.04.23 14³⁰

7	2	3	4	5	Σ
20	20	20	0	2	62

⑭ A, B, C, D, E, F, G, H

 $A+B$

22

2.5	3
-----	---

WJ



|| Pagina A6 - BA emendata con la seguente qua perquisizione, rejon
qui pacem
~~esse~~ para pacagote (A) B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z, AA, AB, AC, AD, AE, AF, AG, AH, AI, AJ, AK, AL, AM, AN, AO, AP, AQ, AR, AS, AT, AU, AV, AW, AX, AY, AZ, BA, BB, BC, BD, BE, BF, BG, BH, BI, BJ, BK, BL, BM, BN, BO, BP, BQ, BR, BS, BT, BU, BV, BW, BX, BY, BZ, CA, CB, CC, CD, CE, CF, CG, CH, CI, CJ, CK, CL, CM, CN, CO, CP, CQ, CR, CS, CT, CU, CV, CW, CX, CY, CZ, DA, DB, DC, DD, DE, DF, DG, DH, DI, DJ, DK, DL, DM, DN, DO, DP, DQ, DR, DS, DT, DU, DV, DW, DX, DY, DZ, EA, EB, EC, ED, EE, EF, EG, EH, EI, EJ, EK, EL, EM, EN, EO, EP, EQ, ER, ES, ET, EU, EV, EW, EX, EY, EZ, FA, FB, FC, FD, FE, FF, FG, FH, FI, FJ, FK, FL, FM, FN, FO, FP, FQ, FR, FS, FT, FU, FV, FW, FX, FY, FZ, GA, GB, GC, GD, GE, GF, GG, GH, GI, GJ, GK, GL, GM, GN, GO, GP, GQ, GR, GS, GT, GU, GV, GW, GX, GY, GZ, HA, HB, HC, HD, HE, HF, HG, HH, HI, HJ, HK, HL, HM, HN, HO, HP, HQ, HR, HS, HT, HU, HV, HW, HX, HY, HZ, IA, IB, IC, ID, IE, IF, IG, IH, II, IJ, IK, IL, IM, IN, IO, IP, IQ, IR, IS, IT, IU, IV, IW, IX, IY, IZ, JA, JB, JC, JD, JE, JF, JG, JH, JI, JJ, JK, JL, JM, JN, JO, JP, JQ, JR, JS, JT, JU, JV, JW, JX, JY, JZ, KA, KB, KC, KD, KE, KF, KG, KH, KI, KJ, KK, KL, KM, KN, KO, KP, KQ, KR, KS, KT, KU, KV, KW, KX, KY, KZ, LA, LB, LC, LD, LE, LF, LG, LH, LI, LJ, LK, LL, LM, LN, LO, LP, LQ, LR, LS, LT, LU, LV, LW, LX, LY, LZ, MA, MB, MC, MD, ME, MF, MG, MH, MI, MJ, MK, ML, MM, MN, MO, MP, MQ, MR, MS, MT, MU, MV, MW, MX, MY, MZ, NA, NB, NC, ND, NE, NF, NG, NH, NI, NJ, NK, NL, NM, NN, NO, NP, NQ, NR, NS, NT, NU, NV, NW, NX, NY, NZ, OA, OB, OC, OD, OE, OF, OG, OH, OI, OJ, OK, OL, OM, ON, OO, OP, OQ, OR, OS, OT, OU, OV, OW, OX, OY, OZ, PA, PB, PC, PD, PE, PF, PG, PH, PI, PJ, PK, PL, PM, PN, PO, PP, PQ, PR, PS, PT, PU, PV, PW, PX, PY, PZ, QA, QB, QC, QD, QE, QF, QG, QH, QI, QJ, QK, QL, QM, QN, QO, QP, QQ, QR, QS, QT, QU, QV, QW, QX, QY, QZ, RA, RB, RC, RD, RE, RF, RG, RH, RI, RJ, RK, RL, RM, RN, RO, RP, RQ, RR, RS, RT, RU, RV, RW, RX, RY, RZ, SA, SB, SC, SD, SE, SF, SG, SH, SI, SJ, SK, SL, SM, SN, SO, SP, SQ, SR, SS, ST, SU, SV, SW, SX, SY, SZ, TA, TB, TC, TD, TE, TF, TG, TH, TI, TJ, TK, TL, TM, TN, TO, TP, TQ, TR, TS, TT, TU, TV, TW, TX, TY, TZ, UA, UB, UC, UD, UE, UF, UG, UH, UI, UJ, UK, UL, UM, UN, UO, UP, UQ, UR, US, UT, UU, UV, UW, UX, UY, UZ, VA, VB, VC, VD, VE, VF, VG, VH, VI, VJ, VK, VL, VM, VN, VO, VP, VQ, VR, VS, VT, VU, VV, VW, VX, VY, VZ, WA, WB, WC, WD, WE, WF, WG, WH, WI, WJ, WK, WL, WM, WN, WO, WP, WQ, WR, WS, WT, WU, WV, WW, WX, WY, WZ, XA, XB, XC, XD, XE, XF, XG, XH, XI, XJ, XK, XL, XM, XN, XO, XP, XQ, XR, XS, XT, XU, XV, XW, XX, XY, XZ, YA, YB, YC, YD, YE, YF, YG, YH, YI, YJ, YK, YL, YM, YN, YO, YP, YQ, YR, YS, YT, YU, YV, YW, YX, YY, YZ, ZA, ZB, ZC, ZD, ZE, ZF, ZG, ZH, ZI, ZJ, ZK, ZL, ZM, ZN, ZO, ZP, ZQ, ZR, ZS, ZT, ZU, ZV, ZW, ZX, ZY, ZZ.

континенту, а еще раз в 5 раз до этого
сторону т.е. 1/10, 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/32, 1/64, 1/128, 1/256, 1/512, 1/1024, 1/2048, 1/4096, 1/8192, 1/16384, 1/32768, 1/65536, 1/131072, 1/262144, 1/524288, 1/1048576, 1/2097152, 1/4194304, 1/8388608, 1/16777216, 1/33554432, 1/67108864, 1/134217728, 1/268435456, 1/536870912, 1/1073741824, 1/2147483648, 1/4294967296, 1/8589934592, 1/17179869184, 1/34359738368, 1/68719476736, 1/137438953472, 1/274877906944, 1/549755813888, 1/1099511627776, 1/2199023255552, 1/4398046511104, 1/8796093022208, 1/17592186044416, 1/35184372088832, 1/70368744177664, 1/140737488355328, 1/281474976710656, 1/562949953421312, 1/1125899906842624, 1/2251799813685248, 1/4503599627370496, 1/9007199254740992, 1/18014398509481984, 1/36028797018963968, 1/72057594037927936, 1/144115188075855872, 1/288230376151711744, 1/576460752303423488, 1/1152921504606846976, 1/2305843009213693952, 1/4611686018427387904, 1/9223372036854775808, 1/18446744073709551616, 1/36893488147419103232, 1/73786976294838206464, 1/147573952589676412928, 1/295147905179352825856, 1/590295810358705651712, 1/1180591620717411303424, 1/2361183241434822606848, 1/4722366482869645213696, 1/9444732965739290427392, 1/18889465931478580854784, 1/37778931862957161709568, 1/75557863725914323419136, 1/151115727451828646838272, 1/302231454903657293676544, 1/604462909807314587353088, 1/1208925819614629174706176, 1/2417851639229258349412352, 1/4835703278458516698824704, 1/9671406556917033397649408, 1/19342813113834066795298816, 1/38685626227668133590597632, 1/77371252455336267181195264, 1/154742504910672534362390528, 1/309485009821345068724781056, 1/618970019642690137449562112, 1/1237940039285380274899124224, 1/2475880078570760549798248448, 1/4951760157141521099596496896, 1/9903520314283042199192993792, 1/19807040628566084398385987584, 1/39614081257132168796771975168, 1/79228162514264337593543950336, 1/158456325028528675187087900672, 1/316912650057057350374175801344, 1/633825300114114700748351602688, 1/1267650600228229401496703205376, 1/2535301200456458802993406410752, 1/5070602400912917605986812821504, 1/10141204801825835211973625643008, 1/20282409603651670423947251286016, 1/40564819207303340847894502572032, 1/81129638414606681695789005144064, 1/162259276829213363391578010288128, 1/324518553658426726783156020576256, 1/649037107316853453566312041152512, 1/1298074214633706907132624082305024, 1/2596148429267413814265248164610048, 1/5192296858534827628530496329220096, 1/10384593717069655257060992658440192, 1/20769187434139310514121985316880384, 1/41538374868278621028243970633760768, 1/83076749736557242056487941267521536, 1/166153499473114484112975882535043072, 1/332306998946228968225951765070086144, 1/664613997892457936451903530140172288, 1/1329227995784915872903807060280344576, 1/2658455991569831745807614120560689152, 1/5316911983139663491615228241121378304, 1/10633823966279326983230456482242756608, 1/21267647932558653966460912964485513216, 1/42535295865117307932921825928971026432, 1/85070591730234615865843651857942052864, 1/170141183460469231731687303715884105728, 1/340282366920938463463374607431768211456, 1/680564733841876926926749214863536422912, 1/1361129467683753853853498429727072845824, 1/2722258935367507707706996859454145691648, 1/5444517870735015415413993718908291383296, 1/10889035741470030830827987437816582766592, 1/21778071482940061661655974875633165533184, 1/43556142965880123323311949751266331066368, 1/87112285931760246646623899502532662132736, 1/174224571863520493293247799005065324265472, 1/348449143727040986586495598010130648530944, 1/696898287454081973172991196020261297061888, 1/1393796574908163946345982392040522594123776, 1/2787593149816327892691964784081045188247552, 1/5575186299632655785383929568162090376495104, 1/11150372599265311570767859136324180752990208, 1/22300745198530623141535718272648361505980416, 1/44601490397061246283071436545296723011960832, 1/89202980794122492566142873090593446023921664, 1/178405961588244985132285746181186892047843328, 1/356811923176489970264571492362373784095686656, 1/713623846352979940529142984724747568191373312, 1/142724769270595988105828596

2) Темп роста хв-го периода 3,1% выше
базиса.

1-one in grade:
(AB) (BF) 7, MC
T.C. 4!

2000: (A5) (T3) (M) (C) T.C. 41

1978-1979

$y_{\text{gen}}: \textcircled{\bar{B}A}, \textcircled{TB}, S, M \quad \text{i.e. 4!}$

Т.е. всего удовлетворяющих задане условиям
параметры $2 \cdot 5! - 4 \cdot 4! = (2 \cdot 4!) \cdot (5 - 2) = 6 \cdot 4! =$
 $= 144$

Onbem: 144

Олимпиада школьников «БЕЛЫЧОНОК»

Вариант № 4

МАООО2403523

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

(13)

$$\frac{a}{3a^2+b^2+2ac} + \frac{b}{3b^2+c^2+2ab} + \frac{c}{3c^2+a^2+2bc} \leq \frac{3}{2} \quad a, b, c > 0$$

(один из вас решил)

Докажем, что: $\frac{a}{3a^2+b^2+2ac} \leq \frac{1}{2}$

$$2a \leq 3a^2 + b^2 + 2ac \quad \} \times 1 \quad (1 = a + b + c)$$

$$(a+b+c) \cdot 2a \leq 3a^2 + b^2 + 2ac$$

$$2a^2 + 2ab + 2ac \leq 3a^2 + b^2 + 2ac$$

$$2ab \leq a^2 + b^2$$

$$0 \leq (a-b)^2 \text{ — верно т.е.}$$

$$\frac{a}{3a^2+b^2+2ac} \leq \frac{1}{2} \text{ — верно, аналогично докажем}$$

аналогично докажем: $\frac{b}{3b^2+c^2+2ab} \leq \frac{1}{2}$ и $\frac{c}{3c^2+a^2+2bc} \leq \frac{1}{2}$

Т.е. О.и.и. ~~фактически~~

симметричные

$$\text{т.е. } \frac{a}{3a^2+b^2+2ac} + \frac{b}{3b^2+c^2+2ab} + \frac{c}{3c^2+a^2+2bc} \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

Доказано.

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что написано с этой стороны листа в рамках задачи



Вариант №

MA 0002403523

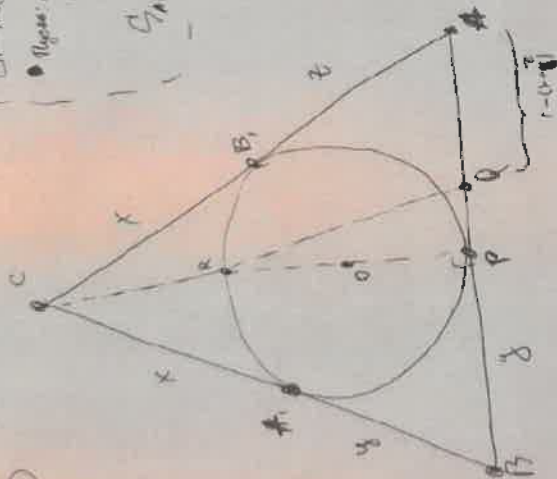
Индия (HE 3AFC/1815TB)

712

$$CA + AQ = 1$$
 $\bullet \quad \Pi_{\text{class}}: A, B, \neg B, P \vdash Q \quad (\text{she wanted to cancel class})$
$$AP = A \cdot \vec{v}_i = \vec{v}_i$$
 $x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$

Q

Q. 10



$$PQ = |BP + AP| = |BP + AQ| =$$

$$= (12 + x) - 1) - 2 = 11 - 2 = 9$$

$$= z - 1 + x + z = 2z + x - 1$$

$$1 - CA + AD = x + z + AD$$

$$AQ = 1 - (x+z)$$

3) ~~Handwritten scribbles~~

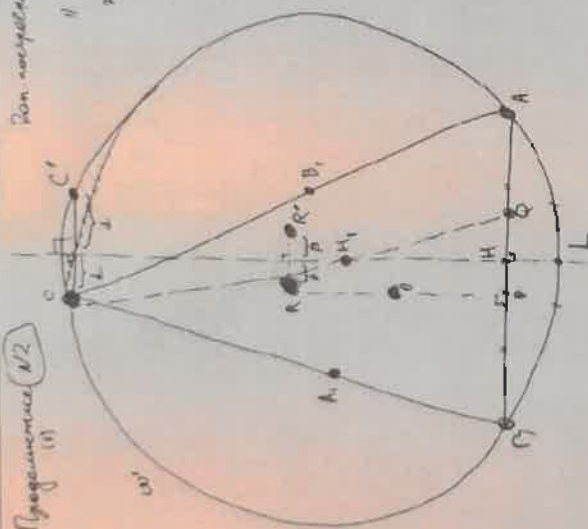
3) ~~Вывести из уравнения~~
 Температура смеси около 60°C, следовательно, что

$$Q = AQ$$

и армянск. население.

Продолжите (12)

Воп. начислени:
1) Т.Р. сфера AB
2) LH сферический сегмент



сфера симметрична относительно LH , тогда:

1) сфера w' перейдет в сферу w' т.е. LH -сферический сегмент

2) H_1 перейдет в H_1 , т.е. $H_1 \in LH$

3) C перейдет в C' и R перейдет в R'

т.е. CH_1 перейдет в $C'H_1$, которая будет сферическим T, R' т.е.

$T, R \in CH_1$, тогда $T, R' \in C'H_1$ (ввиду симметрии)

и т.е. AB перейдет сама в себя, то точка пересечения

CH_1 и AB перейдет в точку пересечения $C'H_1$, т.е.

T, Q перейдет в T, P , т.е. $PH = HQ$

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамках строки



Продолжение №2

т.е. докажем, что $PH = HQ$, где H — середина AB , тогда —
 верно $BP = AQ$ (т.е. $BH = HA$,
 $BP = PH = HA = AQ$, где $PH = HQ$)

из пункта (1) $HQ = 1 - (x + z)$

$$AQ = BP = 1 - (x + z)$$

$$\text{т.е. } y = 1 - x - z$$

$$y + x + z = 1 = p, \quad p - \text{наименьший}$$

$$\text{т.е. } S_{ABL} = p \cdot r = 1 \cdot r = r$$

Где $n: r$ 

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МАООО2403523

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в правой стороне

(NS) Пусть x - параметр $x, y \in \mathbb{N}$

$$x^4 + y^2 = xy^2 + y$$

$$y^2(x-1) + y - x^4 = 0 \in \text{уравнение с параметром } x$$

1) Пусть $(x \neq 1)$, тогда $y^2(x-1) + y - x^4 = 0$ - квадрат. уравнение,
т.е. считаем дискриминант:

$$y^2 \cdot (x-1) + y - x^4 = 0$$

$$D = (x-1)^2 + 4x^4 = x^2 - 2x + 1 + 4x^4 = 4x^4 + x^2 - 2x + 1$$

исходя из т. Безу и наших условий D - не полный
квадрат

2) $x=1$, тогда $1 + y^2 = y^2 + y$

$$1 = y$$

$$\text{т.е. } (1, 1)$$

Ответ: (1; 1)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

МО, Солнечногорский р-н, пос. Акулово

М	А	0	0	0	2	2	3	1	9	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 4

Фамилия Сви

Имя Милена

Отчество Демьяновна

Дата рождения 23.08.2005 Класс 11

Предмет Математика

Работа выполнена на 7 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79858236290 Подпись Мель

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Бельчонок»

от Сон Милены Викторовны
(ФИО участника)

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по математике, выполненной «26» февраля 2023 г. на площадке г. Челябинск
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

+7 985 823 62 90 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

son-milena@mail.ru (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 16:59

Подпись участника Олимпиады: Мю

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

ШИФР РАБОТЫ ЧА 000 2231923, 1 кп

Дата и время отправки работы (время – красноярское) 10.04.23 14:30

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

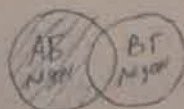
М А О О О 2 2 3 1 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N1

ЗЕВ

1	2	3	4	5	6
20	20	20	20	12	92



Обозначим Ангела, Бориса, Витю, Тимур, Дарина и Женью за буквы А, Б, В, Г, Д, Ж соответственно.

Нас интересует обозначенная область кругов Эйлера.

АБ рядом и ВГ не рядом = АБ рядом - (АБ рядом и ВГ рядом)

Посчитаем, в скольких способах АБ рядом: $2 \cdot 5!$

□ □ □ □ □ Обозначим за 1 человека (АБ), (БА)

Тогда 5 людей расставить на 5 мест: $5!$ способов, умножаем на 2, так как АБ и БА - разные порядки

Посчитаем в скольких способах АБ рядом и ВГ рядом: $2 \cdot 2 \cdot 4!$

(АБ) и (ВГ) считаем за 1 человека □ □ □ □ Расста

вить 4 людей на 4 места: $4!$ АБ и БА, ВГ и ГВ - разные порядки $\Rightarrow$ нужно умножить на $2 \cdot 2$ Получаем $2 \cdot 2 \cdot 4!$

Тогда способов АБ рядом и ВГ не рядом = $2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot (5 - 2) = 4 \cdot 3 \cdot 2^2 = 144$

Ответ 144

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 2 3 1 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

~~№3~~ №3

$$\frac{a}{3a^2+b^2+2ac} \leq \frac{a}{2a^2+2ab+2ca} = (\text{так как } 2ab \leq a^2+b^2)$$

$$= \frac{a}{2a(a+b+c)} = \frac{1}{2} \quad (\text{так как по условию } a+b+c=1, \text{ а это значит, что } a+b+c=1)$$

Тогда $\frac{a}{3a^2+b^2+2ca} + \frac{b}{3b^2+c^2+2ab} + \frac{c}{3c^2+a^2+2bc} \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$= \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{a}{3a^2+b^2+2ca} + \frac{b}{3b^2+c^2+2ab} + \frac{c}{3c^2+a^2+2bc} \leq \frac{3}{2}$$

Такое соотношение достигается при $a=b=c=\frac{1}{3}$ и
и т.д.

№ 2

Дано:

 $\triangle ABC$ ω -Окр(I ; r) ω вписана в $\triangle ABC$ ω касается AB в т. P PR - диаметр $CR \cap AB = Q$ $CA + AQ = 1$ Найти: $S_{\triangle ABC}$

Решение:

1) l - касательная к окр. ω в точке R . I - центр ω

$$\left. \begin{array}{l} PI \perp AB \\ IR \perp l \end{array} \right\} \Rightarrow AB \parallel l$$

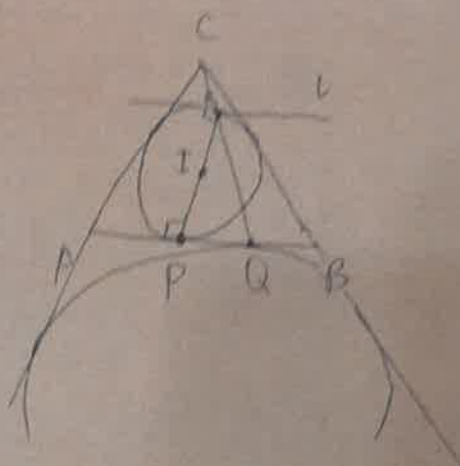
2) Как известно Q - точка касания вневписанной окружности ω_c (гомотетия с центром в т. C , переводящая l в AB переводит R в Q , а ω в ω_c)

Тогда пусть $AB = c$, $BC = a$, $AC = b$. Тогда $p = \frac{a+b+c}{2}$

Тогда $AC = b$, $AQ = p - b$

$$\text{По условию } 1 = AC + AQ = b + p - b = p \Rightarrow p = 1.$$

Как известно $S = pr \Rightarrow S_{\triangle ABC} = pr = 1 \cdot r = r$

Ответ r 

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 2 3 1 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4

Ответ: 12 команд

Пример: „Бельчан^{та}“ - 5 побед, 0 ничьих, 6 поражений

„Метеор“ - 1 победа, 10 ничьих, 0 поражений

Остальные команды: 3 победы, 5 ничьих, 3 поражения

Тогда по первой системе у команд по 15, ¹³ ~~14~~, 14 очков соответственно.

По второй системе: 10, ¹² ~~11~~, 11 очков, то есть то, что нам подходит.

Вспомогательный пример: „Метеор“ выиграл у „Бельчан“ и сыграл с остальными вничью.

Остальных разделим на две группы: „победители“, „проигравшие“. Внутри группы все матчи закончатся вничью.

Все „победители“ выиграли у „Бельчан“, все „проигравшие“ - проиграли. Остаток расставить результаты матчей между группами так, что у всех „проигравших“ по 3 победы, а у „победителей“ по 2 победы.

Тогда поставим победы „победителей“ так:

А остальные матчи выиграли „проигравшие“. Тогда у всех действительно только по 10 очков.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 2 3 1 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 4 (продолжение)

Оценка: Пусть у «Бельчат» x побед, а у «Менсера» z . А ничьих соответственно a и b .

Тогда $3x+a \geq 3z+b+2$, $2x+a \leq 2z+b-2$, так как между ними должны также влезть остальные команды.

Тогда $x \geq z+4 \Rightarrow b \geq 8+a+2 \geq 10 \Rightarrow$ ^{Ничьих хотя бы 10} ~~Ничьих хотя бы 10~~

С другой стороны по второй системе «Менсер» выиграл $\Rightarrow$ он выиграл ^{хотя бы 1} матч, иначе пусть n команд. Он набрал $\leq n-1$ очко. Но всего было разбе-
рако $\frac{n(n-1)}{2} \cdot 2 = n(n-1)$ очков $\Rightarrow$ есть команда с $\geq (n-1)$ очков, кроме «Менсера» - противоречие
 $\Rightarrow \geq 1$ победы, ≥ 10 ничьих $\Rightarrow$ хотя бы 11 матчей

ВНИМАНИЕ!

Проставляется только то, что написано с той стороны листа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № _____

M A 0 0 0 2 2 3 1 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ!

Проставляется только то, что записано с этой стороны листа
в правом углу

N5

$$x^4 + y^4 = xy^2 + y$$

Докажем, что y - четвертая степень:Пусть это не так и $y \vdash p^d$, $y \not\vdash p^{d+1}$, где $d \not\equiv 4$ Тогда $x^4 = xy^2 + y - y^2 \vdash p \Rightarrow x \vdash p^{\beta}$, $x \not\vdash p^{\beta+1}$,
где β - натуральное число

$$x^4 \vdash p^{4\beta}, x^4 \not\vdash p^{4\beta+1}$$

$$xy^2 \vdash p^{\beta+2d}, \not\vdash p^{\beta+2d+1}$$

$$y \vdash p^d, \not\vdash p^{d+1}$$

$$y^2 \vdash p^{2d}, \not\vdash p^{2d+1}$$

$$2d+1 > d+1$$

$$\beta+2d+1 > d+1$$

Если $\beta+1 \neq d+1$, то получим, что средиисходных чисел 3 числа делятся на p^k (для
какого-то натурального k), а четвертое
не делится. Это противоречие.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № _____

M A 0 0 0 2 2 3 1 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проводятся только те, что начислено с этой стороны листа в разрезе стрел

$$\text{Тогда } 4p+1 = d+1$$

$d = 4p$, но мы предположили, что $d \not\equiv 4$ -
ответ противоречие

Значит y - это четвертый сечение.

$y = a^4$, где a - ~~какое-то~~ натуральное число

$$x^4 + y^2 = xy^2 + y$$

Заменяем y на a^4

$$x^4 + a^8 = xa^8 + a^4$$

$$\text{Пусть } a : p^d \Rightarrow x^4 : p^{4d} \Rightarrow x : p^d \quad \forall p \in \mathbb{P}$$

Значит $x : a$

$$x = av$$

$$\text{Тогда } (av)^4 + a^8 = a^9v + a^4$$

$$v^4 + a^4 = a^5v + 1, \text{ где } (a, v) = 1$$

Тут единственные решения $a = v = 1$

$$\text{и } a = 2, v = 3$$

Отсюда ответ: $x = 1, y = 1;$
 $x = 6, y = 16$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

прокторинг

М	А	0	0	0	2	4	5	5	1	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 4

Фамилия РЫЖИЧКИН

Имя КИРИЛЛ

Отчество СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 19.09.2005

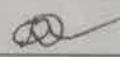
Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 8 листах

Дата выполнения работы 26.02.23

Номер телефона +79208723930

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Бельчонок»

от

Романченко Кирилл Сергеевич
(ФИО участника)

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по математике, выполненной «26» февраля 2023 г. на площадке фактория
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

+7920 8723930 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

oicavvasio@gmail.com (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 15:10

Подпись участника Олимпиады: Ка

ШИФР РАБОТЫ МА0002455123

КЛАСС 11

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

Дата и время отправки работы (время – красноярское) 28.04.23 17⁰⁰

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 4 5 5 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

① Обозначим людей как А, Б, В, Г, Д, Ж соответственно. Рассмотрим все случаи:

1	2	3	4	5	Σ
16	2	20	0	6	50

1) А Б В Х Х Х - 4 способа

1 · 1 · 1 · 2 · 2 · 1 ← остался один из {Г, Д, Ж}

Д или Ж Г и один из оставшихся из {Д, Ж}

2)

А Б Х В Х Г - 2 способа

1 · 1 · 2 · 1 · 1 · 1 ← не Г не Г точно Г

(Д или Ж) (остался один из {Д, Ж})

3)

А Б Г Х В Х - 2 способа

1 · 1 · 1 · 2 · 1 · 1 ← не Г не Г (аналогично случаю (2))

точно Г

4)

А Б Х Х Х В - 4 способа

1 · 1 · 1 · 2 · 2 · 1 ← ост. всего 1 Г и один из {Д, Ж}

ост. всего 1 Г и один из {Д, Ж}

12 способов где А Б Х Х Х Х

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 4 5 5 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверять только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

5) $\underline{B} \quad \underline{A} \quad \underline{B} \quad \underline{X} \quad \underline{X} \quad \underline{X}$ - 6 способов

1 · 1 · 1 · 3 · 2 · 1 ← ост. 1

↑
{Г, А, Ж} осталось двое

6) $\underline{X} \quad \underline{A} \quad \underline{B} \quad \underline{B} \quad \underline{X} \quad \underline{X}$ - 4 способа

1 · 1 · 1 · 1 · 2 · 2
↑
ост. 1

↑
{А, Ж} Г и один из {А, Ж}

7) $\underline{Г} \quad \underline{A} \quad \underline{B} \quad \underline{X} \quad \underline{B} \quad \underline{X}$ - 2 способа

1 · 1 · 1 · 2 · 1 · 1
↑

↑
точно Г не Г не Г
{А, Ж} один из {А, Ж}

8) $\underline{X} \quad \underline{A} \quad \underline{B} \quad \underline{X} \quad \underline{X} \quad \underline{B}$ - 4 способа

1 · 1 · 1 · 2 · 2 · 1

↑
ост. 1

↑ ↑ {А, Ж}

Г и один из {А, Ж}

10 способов где $\underline{X} \quad \underline{A} \quad \underline{B} \quad \underline{X} \quad \underline{X} \quad \underline{X}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 4 5 5 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа и ранее справа

9) $\underline{B} \underline{X} \underline{A} \underline{B} \underline{X} \underline{X}$ - 4 способа
1. 2. 1. 1. 2. 1. ← ост. 1

↑ ↑
{Д, Ж} Г и один из {Д, Ж}

10) $\underline{X} \underline{B} \underline{A} \underline{B} \underline{X} \underline{X}$ - 4 способа
2. 1. 1. 1. 2. 1. ← ост. 1

↑ ↑
{Д, Ж} Г и один из {Д, Ж}

11) $\underline{X} \underline{X} \underline{A} \underline{B} \underline{B} \underline{X}$ - 4 способа
1. 2. 1. 1. 1. 2.

↑ ↑ ↑
ост. 1 Г и один из {Д, Ж} {Д, Ж}

12) $\underline{X} \underline{X} \underline{A} \underline{B} \underline{X} \underline{B}$ - 4 способа
1. 2. 1. 1. 2. 1.

↑ ↑ ↑
ост. 1 Г и один из {Д, Ж} {Д, Ж}

16 способов для $\underline{X} \underline{X} \underline{A} \underline{B} \underline{X} \underline{X}$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

NA 0 0 0 2 4 5 5 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в разное время.

13) $\underline{B} \ \underline{X} \ \underline{X} \ \underline{A} \ \underline{B} \ \underline{X}$ - 4 способа

1. 2. 2. 1. 1. 1. $\uparrow$ ост. 1

$\uparrow$ {A, X} $\uparrow$ Г и один из {A, X}

14) $\underline{X} \ \underline{B} \ \underline{X} \ \underline{A} \ \underline{B} \ \underline{Г}$ - 2 способа

2. 1. 1. 1. 1. 1. $\uparrow$ $\uparrow$ $\uparrow$
точно не Г точно не Г точно Г

{A, X} (ост. 1)

15) $\underline{X} \ \underline{X} \ \underline{B} \ \underline{A} \ \underline{B} \ \underline{X}$ - 4 способа

2. 2. 1. 1. 1. 1. $\uparrow$ ост. 1

$\uparrow$ {A, X} $\uparrow$ Г и один из {A, X}

16) $\underline{X} \ \underline{X} \ \underline{X} \ \underline{A} \ \underline{B} \ \underline{B}$ - 6 способов

1. 2. 3. 1. 1. 1.

$\uparrow$ $\uparrow$ $\uparrow$ {Г, A, X} ост. 1 ост. 2

16 способов где $\underline{X} \ \underline{X} \ \underline{X} \ \underline{A} \ \underline{B} \ \underline{X}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МА 000 2455 123

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проворачивается только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа



17) $\underline{B} \ \underline{X} \ \underline{X} \ \underline{X} \ \underline{A} \ \underline{B} - 4 \text{ способа}$
 $1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$
 $\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$
 $\{A, X\} \quad \Gamma \text{ и один из } \{A, X\}$

18) $\underline{X} \ \underline{B} \ \underline{X} \ \underline{\Gamma} \ \underline{A} \ \underline{B} - 2 \text{ способа}$
 $2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$
 $\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$
 $\text{точно не } \Gamma \quad \text{точно не } \Gamma \quad \text{точно } \Gamma$
 $(\{A, X\}) \quad (\text{ост. } 1)$

19) $\underline{\Gamma} \ \underline{X} \ \underline{B} \ \underline{X} \ \underline{A} \ \underline{B} - 2 \text{ способа}$
 $1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$
 $\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$
 $\text{точно не } \Gamma \quad \text{точно не } \Gamma \quad \text{точно не } \Gamma$
 $(\{A, X\}) \quad (\text{ост. } 1)$

20) $\underline{X} \ \underline{X} \ \underline{X} \ \underline{B} \ \underline{A} \ \underline{B} - 4 \text{ способа}$
 $1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$
 $\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$
 $\text{ост. } 1 \quad \Gamma \text{ и один из } \{A, X\}$

12 способов для $\underline{X} \ \underline{X} \ \underline{X} \ \underline{X} \ \underline{A} \ \underline{B}$

Итого: $12 + 16 + 16 + 16 + 12 = 24 + 48 = 72 \text{ способа}$

Ответ: 72.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МА 0002455123

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ: Проставлять только то, что написано с этой стороны листа, в расклад справа

③ $a, b, c > 0, a+b+c=1$

(1): $\frac{a}{3a^2+b^2+2ac} + \frac{b}{3b^2+c^2+2ab} + \frac{c}{3c^2+a^2+2bc} \leq \frac{3}{2}$

Док - во:

$(a-b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 \geq 0 \Leftrightarrow 3a^2 + b^2 - 2a^2 - 2ab \geq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3a^2 + b^2 + 2a(-a-b) \geq 0 \Leftrightarrow 3a^2 + b^2 + 2a(c-1) \geq 0$

(т.к. $a+b+c=1 \Leftrightarrow -a-b=c-1$) $\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3a^2 + b^2 + 2ac - 2a \geq 0 \Leftrightarrow 2a \leq 3a^2 + b^2 + 2ac \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{a}{3a^2+b^2+2ac} \leq \frac{1}{2} \text{ (т.к. } a, b, c > 0)$

Аналогично из $(b-c)^2 \geq 0$ получаем, что

$\frac{b}{3b^2+c^2+2ab} \leq \frac{1}{2} \text{ и из } (c-a)^2 \geq 0 \text{ получаем, что}$

$\frac{c}{3c^2+a^2+2bc} \leq \frac{1}{2}.$

Тогда $\frac{a}{3a^2+b^2+2ac} + \frac{b}{3b^2+c^2+2ab} + \frac{c}{3c^2+a^2+2bc} \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$

Доказано.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 4 5 5 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в разное время

⑤ $x^4 + y^2 = xy^2 + y^4$ ($x, y \in \mathbb{N}$)

$$(x-1)y^2 + y - x^4 = 0$$

$$D = 1 + 4(x-1) = 4x - 3$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{4x-3}}{2(x-1)}, \text{ т.к. } y \in \mathbb{N}, \text{ вариант с } "-" \text{ не подходит}$$

$$y = \frac{-1 + \sqrt{4x-3}}{2(x-1)}$$

Чтобы хотя бы $y \in \mathbb{R}$ надо $4x-3 = k^2, k \in \mathbb{Z}$

$$x=1: k^2=1 \rightarrow k=1$$

$$x=2: k^2=5$$

$$x=3: k^2=9 \rightarrow k=3$$

$$x=4: k^2=13$$

$$x=5: k^2=17$$

$$x=6: k^2=21$$

$$x=7: k^2=25 \rightarrow k=5$$

$$x=8: k^2=29$$

$$x=9: k^2=33$$

$$x=10: k^2=37$$

$$x=11: k^2=41$$

$$x=12: k^2=45$$

$$x=13: k^2=49 \rightarrow k=7$$

$$x=14: k^2=53$$

$$x=15: k^2=57$$

$$x=16: k^2=61$$

$$x=17: k^2=65$$

$$x=18: k^2=69$$

$$x=19: k^2=73$$

$$x=20: k^2=77$$

$$x=21: k^2=81 \rightarrow k=9$$

$$x=22: k^2=85$$

$$x=23: k^2=89$$

$$x=24: k^2=93 \rightarrow k=11$$

$$x=25: k^2=97$$

$$x=26: k^2=101$$

$$x=27: k^2=105 \rightarrow k=13$$

$$x=28: k^2=109$$

$$x=29: k^2=113$$

$$x=30: k^2=117$$

$$x=31: k^2=121$$

$$x=32: k^2=125$$

$$x=33: k^2=129$$

$$x=34: k^2=133$$

$$x=35: k^2=137$$

$$x=36: k^2=141$$

$$x=37: k^2=145$$

$$x=38: k^2=149$$

$$x=39: k^2=153$$

$$x=40: k^2=157$$

$$x=41: k^2=161$$

$$x=42: k^2=165$$

$$x=43: k^2=169 \rightarrow k=13$$

$$x=44: k^2=173$$

$$x=45: k^2=177$$

$$x=46: k^2=181$$

$$x=47: k^2=185$$

$$x=48: k^2=189$$

$$x=49: k^2=193$$

$$x=50: k^2=197$$

$$x=51: k^2=201$$

$$x=52: k^2=205$$

$$x=53: k^2=209$$

$$x=54: k^2=213$$

$$x=55: k^2=217$$

$$x=56: k^2=221$$

$$x=57: k^2=225 \rightarrow k=15$$

$$x=58: k^2=229$$

$$x=59: k^2=233$$

$$x=60: k^2=237$$

$$x=61: k^2=241$$

$$x=62: k^2=245$$

$$x=63: k^2=249$$

$$x=64: k^2=253$$

$$x=65: k^2=257$$

$$x=66: k^2=261$$

$$x=67: k^2=265$$

$$x=68: k^2=269$$

$$x=69: k^2=273$$

$$x=70: k^2=277$$

$$x=71: k^2=281$$

$$x=72: k^2=285$$

$$x=73: k^2=289 \rightarrow k=17$$

$$x=74: k^2=293$$

$$x=75: k^2=297$$

$$x=76: k^2=301$$

$$x=77: k^2=305$$

$$x=78: k^2=309$$

$$x=79: k^2=313$$

$$x=80: k^2=317$$

$$x=81: k^2=321$$

$$x=82: k^2=325$$

$$x=83: k^2=329$$

$$x=84: k^2=333$$

$$x=85: k^2=337$$

$$x=86: k^2=341$$

$$x=87: k^2=345$$

$$x=88: k^2=349$$

$$x=89: k^2=353$$

$$x=90: k^2=357$$

$$x=91: k^2=361 \rightarrow k=19$$

$$x=92: k^2=365$$

$$x=93: k^2=369$$

$$x=94: k^2=373$$

$$x=95: k^2=377$$

$$x=96: k^2=381$$

$$x=97: k^2=385$$

$$x=98: k^2=389$$

$$x=99: k^2=393$$

$$x=100: k^2=397$$

$$x=101: k^2=401$$

$$x=102: k^2=405$$

$$x=103: k^2=409$$

$$x=104: k^2=413$$

$$x=105: k^2=417$$

$$x=106: k^2=421$$

$$x=107: k^2=425$$

$$x=108: k^2=429$$

$$x=109: k^2=433$$

$$x=110: k^2=437$$

$$x=111: k^2=441 \rightarrow k=21$$

$$x=112: k^2=445$$

$$x=113: k^2=449$$

$$x=114: k^2=453$$

$$x=115: k^2=457$$

$$x=116: k^2=461$$

$$x=117: k^2=465$$

$$x=118: k^2=469$$

$$x=119: k^2=473$$

$$x=120: k^2=477$$

$$x=121: k^2=481 \rightarrow k=23$$

$$x=122: k^2=485$$

$$x=123: k^2=489$$

$$x=124: k^2=493$$

$$x=125: k^2=497$$

$$x=126: k^2=501$$

$$x=127: k^2=505$$

$$x=128: k^2=509$$

$$x=129: k^2=513$$

$$x=130: k^2=517$$

$$x=131: k^2=521$$

$$x=132: k^2=525$$

$$x=133: k^2=529 \rightarrow k=25$$

$$x=134: k^2=533$$

$$x=135: k^2=537$$

$$x=136: k^2=541$$

$$x=137: k^2=545$$

$$x=138: k^2=549$$

$$x=139: k^2=553$$

$$x=140: k^2=557$$

$$x=141: k^2=561$$

$$x=142: k^2=565$$

$$x=143: k^2=569$$

$$x=144: k^2=573$$

$$x=145: k^2=577$$

$$x=146: k^2=581$$

$$x=147: k^2=585$$

$$x=148: k^2=589$$

$$x=149: k^2=593$$

$$x=150: k^2=597$$

$$x=151: k^2=601$$

$$x=152: k^2=605$$

$$x=153: k^2=609$$

$$x=154: k^2=613$$

$$x=155: k^2=617$$

$$x=156: k^2=621$$

$$x=157: k^2=625 \rightarrow k=27$$

$$x=158: k^2=629$$

$$x=159: k^2=633$$

$$x=160: k^2=637$$

$$x=161: k^2=641$$

$$x=162: k^2=645$$

$$x=163: k^2=649$$

$$x=164: k^2=653$$

$$x=165: k^2=657$$

$$x=166: k^2=661$$

$$x=167: k^2=665$$

$$x=168: k^2=669$$

$$x=169: k^2=673$$

$$x=170: k^2=677$$

$$x=171: k^2=681$$

$$x=172: k^2=685$$

$$x=173: k^2=689$$

$$x=174: k^2=693$$

$$x=175: k^2=697$$

$$x=176: k^2=701$$

$$x=177: k^2=705$$

$$x=178: k^2=709$$

$$x=179: k^2=713$$

$$x=180: k^2=717$$

$$x=181: k^2=721$$

$$x=182: k^2=725$$

$$x=183: k^2=729 \rightarrow k=29$$

$$x=184: k^2=733$$

$$x=185: k^2=737$$

$$x=186: k^2=741$$

$$x=187: k^2=745$$

$$x=188: k^2=749$$

$$x=189: k^2=753$$

$$x=190: k^2=757$$

$$x=191: k^2=761$$

$$x=192: k^2=765$$

$$x=193: k^2=769$$

$$x=194: k^2=773$$

$$x=195: k^2=777$$

$$x=196: k^2=781$$

$$x=197: k^2=785$$

$$x=198: k^2=789$$

$$x=199: k^2=793$$

$$x=200: k^2=797$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

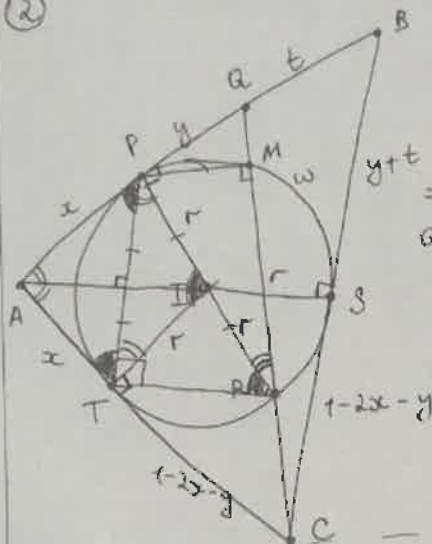
Вариант № 4

М	А	0	0	0	2	4	5	5	1	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано в этой стороне листа
в пункте ответа.

②



$$S(ABC) = p(ABC) \cdot r$$

Точки касания с ω : P, T, S .

$$AP = AT = x, PQ = y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow TC = 1 - 2x - y \Rightarrow SC = 1 - 2x - y$$

$$a_B = t \Rightarrow B_S = y + t.$$

$$\underline{AQ + AC = QB + BC = 1}$$

$$P(ABC) = \frac{1}{2} (AQ + AC + QB + BC) = 1$$

$$S(ABC) = 1 \cdot r = r.$$

Ответ: r .

$$\begin{aligned} PA^2 &= QM \cdot QR \rightarrow y^2 = QM \cdot (QM + 2r) \\ PM^2 &= QM \cdot MR \rightarrow PM^2 = QM \cdot MR \\ TC^2 &= CR \cdot CM \rightarrow (1-2x-y)^2 = CR \cdot (CR + 2r) \\ MR^2 + MP^2 &= 4r^2 \rightarrow MR^2 + PM^2 = 4r^2 \end{aligned}$$

~~APR 2 1962 - 67C - 11~~

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

ПРОКТОРИНГ _____

М	А	0	0	0	2	6	7	9	0	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения _____

Шифр _____

Вариант № 4

Фамилия АЛЕКСАНДРОВ

Имя АЛЕКСАНДР

Отчество АЛЕКСАНДРОВИЧ

Дата рождения 20.03.2005 Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 7 листах Дата выполнения работы 26.02.23

Номер телефона +7 922 799 7132 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Бельчонок»

от
Александр Александр Александров
(ФИО участника)

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по математике, выполненной «26» 02 2023 г. на площадке прокторинга
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

+7922 799 71 32 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

an-alexandrovos@mail.ru (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 23:20

Подпись участника Олимпиады: 

ШИФР РАБОТЫ МА 0002679023

КЛАСС 11

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

Дата и время отправки работы (время – красноярское) 08 04 23 17⁰⁰

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 6 7 9 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках таблицы



№1

Дано:

АБВГДЖ - ребята, в них в ряды подряд, не нит и известно, что АБ - ~~вместе~~ вместе, ВГ - раздельно, ~~знают~~. Решить.

1	2	3	4	5	Σ
20	0	20	12	6	58

300

- 1) Значит объединим вместе АБ и найдем кол-во рассадки, перестановками, учитывая, что ребята АБ могут тоже меняться местами $\Rightarrow (5! \cdot 2!)$
- 2) 4 кол-во вариантов посадки ребят, когда АБ и ВГ сидят попарно и потом вычтем из $5! \cdot 2!$ 4 получим искомого кол-во рассадки, где АБ вместе ВГ в разных местах.

$$4! \cdot 2! \cdot 2!$$

$$3) 5! \cdot 2! - 4! \cdot 2! \cdot 2! = 4! \cdot 2! (5 - 2) = 24 \cdot 2 \cdot 3 = 48 \cdot 3 = 144$$

Ответ: 144

№3

$a, b, c > 0$ и $a + b + c = 1$ Д-ть:

$$\frac{a^{(1)}}{3a^2 + b^2 + 2ac} + \frac{b^{(2)}}{3b^2 + c^2 + 2ab} + \frac{c^{(3)}}{3c^2 + a^2 + 2bc} \leq \frac{3}{2}$$

$$\times \frac{a}{3a^2 + b^2 + 2ac}, \text{ где } \times \text{ знаменатель } 3a^2 + b^2 + 2ac \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2a^2 + a^2 + b^2 + 2ac + 2ab - 2ba = (a-b)^2 + 2a^2 + 2ab + 2ac = (a-b)^2 + 2a(a+b+c) = (a-b)^2 + 2a \quad \left(\begin{array}{l} \text{Алгебраическое} \\ (2) \text{ и } (3) \end{array} \right)$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 6 7 9 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ: Проставляется только там, что написано с этой стороны листа в разное время



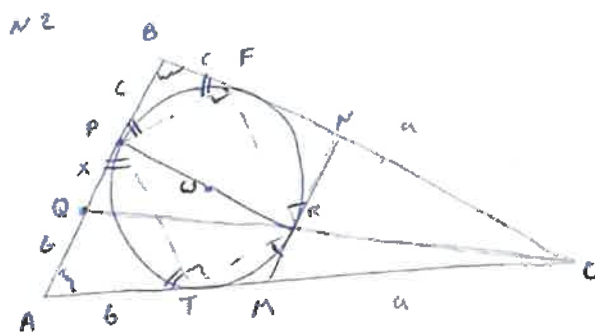
$$\frac{a^{(1')}}{(a-b)^2 + 2a} + \frac{b^{(2')}}{(b-c)^2 + 2b} + \frac{c^{(3')}}{(c-a)^2 + 2c} \leq \frac{3}{2} \quad | \cdot 2$$

$$\frac{2a}{(a-b)^2 + 2a} + \frac{2b}{(b-c)^2 + 2b} + \frac{2c}{(c-a)^2 + 2c} \leq 3$$

Получилось три дроби меньше 3, но заменив, что в числителе $\left(\frac{2a}{(a-b)^2 + 2a}\right)$ дроби 2a, а в знаменателе $2a + (a-b)^2$, из этого можно сделать вывод, что это $\frac{0}{0}$ дроби меньше или равны 1.

(Аналогичные рассуждения и для $(2')$ и $(3')$).

Получается, что три дроби меньше или равны единице, а значит их ~~сумма~~ сумма будет меньше или равна 3, что удовлетворяет условию задачи ЗТ.Д.



Дано:

$$AQ + AC = 1$$

окр. ω с радиусом r .

Найти:

$S_{\triangle ABC} = ?$

Решение:

] $QP = x$ $S_{\triangle ABC} = pr$, нужно найти $r = ?$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МАООО2679023

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках сирепа



WS

$$x^2 + y^2 = xy^2 + y^2 \quad (*)$$

$$x^2 + y + y^2(1-x) = 0$$

Э ур-ие относительно y

$$D = 1 - 4x^2(1-x)$$

$$\sqrt{D} = 1 - 4x^2(1-x)$$

$$y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4x^2(1-x)}}{2(1-x)}$$

$$① \neq y_1 = \frac{-1 + \sqrt{1 - 4x^2(1-x)}}{2(1-x)}$$

$$2y_1(1-x) = -1 + \sqrt{1 - 4x^2(1-x)}$$

V/
0

значит левая
часть дроби
была "+" или
равнялась "0"

≠ ~~не~~ ~~правильно~~
гали;

$$\left. \begin{array}{l} x=1 \\ 1 + \sqrt{1-4(0)} \\ -1 + \sqrt{1-0} \\ -1 + \sqrt{1} = 0 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} x=1 \\ -1 + \sqrt{1-4 \cdot 1 \cdot 0} \\ -1 + \sqrt{1+0} \\ -1 + \sqrt{1} = 0 \end{array} \right\}$$

$$1) 1-x < 0 \Rightarrow x > 1, \text{ но } y < 0, \text{ что не ур. усл. } y \in N \quad \emptyset$$

$$2) 1-x > 0 \Rightarrow x < 1 \Rightarrow \text{что не ур. усл. } x \in N \quad \emptyset$$

$$3) 1-x = 0 \Rightarrow y = 1 \quad \text{W}$$

$$4) y = 0 \Rightarrow \text{не ур. усл. } y \in N$$

$$② \neq y_1 = \frac{-1 - \sqrt{1 - 4x^2(1-x)}}{2(1-x)} \Rightarrow 2y_1(1-x) = -1 - \sqrt{1 - 4x^2(1-x)}$$

значит $2y_1(1-x)$ также меньше нуля.

$$1) 1-x < 0 \Rightarrow x > 1 \Rightarrow y > 0 \quad \text{все ур. условно}$$

$$2) y < 0 \Rightarrow \text{не ур. усл. } \emptyset$$

всегда ≤ 0 , т.к.

перед корнем
стоит "-",

и т.к. корни
Э только когда "+"

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 6 7 9 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа и только справа



продолжение №5

Для (*) и попробуем подстановкой найти еще корни

$$x^4 + y^2 = x y^2 + y$$

$$x = 2$$

$$16 + y^2 = 2y^2 + y$$

$$y^2 + y - 16 = 0$$

$$D = \sqrt{1 + 4 \cdot 16} = \sqrt{65}$$

не подходит т.к.

$$y \notin \mathbb{N}$$

$$x = 3$$

$$81 + y^2 = 3y^2 + y$$

$$81 = 2y^2 + y$$

$$2y^2 + y - 81 = 0$$

$$D = \sqrt{1 + 8 \cdot 81} = \sqrt{649}$$

не подходит т.к.

$$y \notin \mathbb{N}$$

$$x = 4$$

$$256 + y^2 = 4y^2 + y$$

$$3y^2 + y - 256 = 0$$

$$D = \sqrt{1 + 12 \cdot 256} = \sqrt{3073}$$

не подходит т.к. $y \notin \mathbb{N}$

$$x = 5$$

$$625 + y^2 = 5y^2 + y$$

$$4y^2 + y - 625 = 0$$

$$D = \sqrt{1 + 16 \cdot 625} = \sqrt{10001}$$

не подходит, т.к. $y \notin \mathbb{N}$

$$x = 6$$

$$1296 + y^2 = 6y^2 + y$$

$$5y^2 + y - 1296 = 0$$

$$D = \sqrt{1 + 4 \cdot 5 \cdot 1296} = \sqrt{25921} = 161$$

$$y_{1,2} = \frac{-1 \pm 161}{10} = -\frac{162}{10} \quad \text{и} \quad \frac{160}{10} = 16$$

(иски)

$$x = 6 \quad y = 16$$

Т.к. значений y может быть максимум

2 $\Rightarrow$ два ответа (1;1) и (6;16)

Ответ: (1;1) и (6;16)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 6 7 9 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Переводится только то, что записано с этой стороны листа
и разное направление



№ 4

1 случай) 3Б - победителю 1 балл - ничья,
где Белгата - Win, а Метеор - Lose

2 случай) 2Б - победителю 1 балл - ничья,
где Белгата - Lose, а Метеор - Win

3) r - разница побед между Б и М, тогда мы
понимаем, что при переводе из одной системы
подсчета баллов в другую (1 случай и
2 случай), получим, что $r \geq 3$, иначе ни Б
Белгата, ни Метеор не смогут победить

4) t - разница в играх между ~~Б~~
Белгата и другие команды или Метеор и
другие команды.

Тогда выстраивается еще одно условие, что
побед у Белгаты должно быть не 2 больше
чем у других команд, а у Метеора не 2
меньше чем у других команд. При переходе из
одного случая (системы подсчета баллов)
~~в другую, так~~ в другой системе t у ~~Белгаты~~
Белгаты и Метеора будет ~~по-прежнему~~ способствовать
выполнению условия 1) Б-М; М-Л и 2) Б-Л; М-М

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 6 7 9 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в правой строке



Продолжение №4

Тогда t_1 для Белогом должен быть ~~min~~ min, а t_2 для Метеора должен быть ~~max~~ max.

Значит должно выполняться ~~тогда~~ ~~пер-во~~ , что $2v < t$ во втором случае, а в первом случае $3v < t$
 $\] v = 3 \Rightarrow 6 < t$ и $12 < t$, возьмем разность между границами и получим 12. 12 - это кол-во ~~команд~~ ^{команд, с учетом} Б.С.М.

$\] v = 4 \Rightarrow 8 < t$ и $24 < t$, возьмем разность между границами и получим 16. 16 - это кол-во команд, с учетом Б.С.М.

Видим, что при $v \uparrow \Rightarrow$ кол-во команд растет, значит при $v = 3$ будет мин. кол-во команд = 12

Ответ: мин. кол-во команд = 12

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 6 7 9 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
и только справа



продолжить задачу?

Для нахождения $p = a + b + c = AC + c$,
что c будет равно AQ , откуда полу-
чим, что $p = 1 \Rightarrow S_{abc} = r \cdot p = r \cdot 1 = r$

Ответ: $S = r$

D-60:

$\angle MN \parallel AB \Rightarrow \angle FRN = \angle TRM \Rightarrow$

т.к. $\angle PTR = \angle PFR = 90^\circ \Rightarrow \angle PTA = \angle PFB =$

$= 90 - \angle FRN$ - т.к. $\triangle PBF$ и $\triangle ATP$ -

- $p/d \Rightarrow \angle PAT = \angle PBF \Rightarrow$ т. Q

падает в т. P $\Rightarrow CP$ - высота, а зна-
чит $AQ = PB = c$. ИД

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М А 0 0 0 2 5 5 3 4 2 3

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 4

Фамилия Висковатая

Имя ФЕДОР

Отчество АНДРЕЕВИЧ

Дата рождения 07.11.2005

Класс 11

Предмет Математика

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7 920 158 66 60

Подпись

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Апелляционной комиссии
Университетской олимпиады школьников
«Бельчонок»

по

математике

(предмет)

от

Виноградов Юрий Андреевич
(ФИО участника)

Адрес площадки проведения

Выставочный зал

Класс

11

Шифр

МА0002553423

Апелляционное заявление на результаты проверки олимпиадной работы

Прошу пересмотреть результаты проверки моей олимпиадной работы.

Задача № 4/8 (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № 5/4 (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № (Номер задачи/выставленный за нее балл)

Основанием для пересмотра баллов считаю:

Задача № 4 : см. приложение

Задача № 5 : см. приложение

Задача №

Задача №

Задача №

Задача №

О себе сообщаю:

87 920 158 66 60

(номер контактного телефона)

Результат рассмотрения апелляции прошу сообщить

fedeger.via@gmail.com (адрес электронной почты)

Дата и время подачи апелляции (время – красноярское): 03.04.2023 12:45

Подпись участника Олимпиады:

ЗАПОЛНЯЕТСЯ АПЕЛЛЯЦИОННОЙ КОМИССИЕЙ

Дата и время рассмотрения апелляции (время – красноярское): 13.04.23 12:50

Комментарии апелляционной комиссии:

№4: Верно рассмотрен один из случаев (пример в задаче как образец) - 8 баллов
№5: рассмотрены оба случая при отсчете - 4 балла.

Результат рассмотрения апелляции:
1) Оставить без изменений выставленные баллы в задаче №4.
2) Оставить без изменений выставленные баллы в задаче №5.

Члены Апелляционной комиссии:

Мышенин Е.И.
Шамкин Ю.В.
Шадер И.А.

Приложение к апелляции

Основанием для пересмотра баллов считаю:
Задача № 4: В критериях оценивания "рассмотрение одного из существенных случаев" оценивается от 8 до 12 баллов. Задача в моей работе оценена по нижней границе, хотя более сложно в этой задаче придумать пример. Примеры без оценки просто невозможно составить. Оценка пусть отбивая, но содержит довольно большую описательную часть, не хватило времени записать. Прошу комиссию учесть нюансы задачи и в рамках критериев оценить в 12 баллов.

Основанием для пересмотра баллов считаю:
Задача № 5: 5-ая задача оценена в 4 балла из 20. Пункт в критериях "рассмотрены частные случаи без решения". мной приведено полное решение задачи в ходе которого получен верный ответ. Так как в проверенной работе отсутствуют комментарии жюри, сложно сделать вывод на каком моменте моё решение стало непоказным. Отмечу, что решение полное, в работе разобрались все случаи переменной. Решение не соответствует авторскому, однако, менее решения, согласно критерию, не обязан быть кратким и рациональным. Исходя из этого, любое верное решение должно быть оценено по критерию от 16 до 20 баллов.

Дата и время подачи апелляции (время - красноярское):
09.04.2023 12:45

Подпись участника Олимпиады: 

Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Белоченок»

от Виногради Федор Андреевич
(ФИО участника)

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по математике, выполненной «26» февраля 2023 г. на площадке дистанционный формат
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

+7 920 158 66 60 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

federer.vis@gmail.com (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 07.04.2023 18:35

Подпись участника Олимпиады: 

ШИФР РАБОТЫ МА 0002553423

КЛАСС 11

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

Дата и время отправки работы (время – красноярское) 08.04.23 17⁰⁰

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МАООО2553423

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проставьте только то, что известно с этой стороны листа в разе сверху

Задача 1

Андрей - А; Борис - Б; Вася - В; Гимна - Г; Денис - Д
Меня - М; АБ - рядом; ВГ - не рядом

1) Посчитаем, когда АБ - рядом

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	20	20	72

АБ можно поставить рядом 5 способами
если А и Б можно поменять местами, т.е.
чтобы поставить (АБ) с учетом порядка можно
10 способами. Остальные 4 числа ставим как
угодно - 4! способов. Итого: $40 \cdot 4!$

2) Посчитаем, когда есть (АБ) и (ВГ)

$$\begin{aligned} (АБ) & \text{ --- } 2 \cdot 3 \cdot 2 = 6 \cdot 2 = 12 \\ - (АБ) & \text{ --- } 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 \\ - - (АБ) & \text{ --- } 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 \\ - - - (АБ) & \text{ --- } 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 \\ - - - - (АБ) & \text{ --- } 2 \cdot 3 \cdot 2 = 12 \end{aligned}$$

Итого, поставив (АБ) и (ВГ) рядом, нужно $12 + 12 + 24 = 48$.

Рассставим остальные 2 числа - 2 способа

Итого, способов, где (АБ) рядом, а (В) и (Г) не рядом,
будет: $40 \cdot 4! - 48 \cdot 2 = 240 - 96 = 144$

Ответ: 144.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

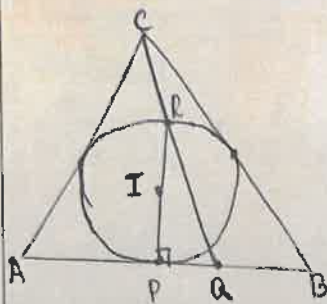
Вариант № 4

МА 000 255 3423

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 2

ВНИМАНИЕ! Проверьте, чтобы вы, что написано с этой стороны листа в рамке справа



Дано:
Пусть I - центр вписанной окружности
 C, R, Q - одна прямая
 ω - окружность; r - радиус
 $CA + AQ = 1$

Решение

1) Заметим, что T, Q - точка касания вписанной окружности со стороны AB . Заметим это. Дело, что так как точки P и R диаметрально противоположны, то касательная к ω в T перпендикулярна PR и касательная к ω в T перпендикулярна CQ . Тогда по теореме о касательных к центру I в C , переводящей ω в ω' вписанную, то R перейдет в точку касания вписанной с AB , где при гомотетии касательная CP перейдет в перпендикуляр касательную. Значит, CQ пересекать AB в точке касания вписанной, значит, Q - точка касания вписанной. Но тогда $CA + AQ = \frac{P}{2}$ (где P - периметр). Значит, $P = 1$ (P - полупериметр). $CA + AQ = 1$ (по условию) $\rightarrow CA + AQ = P$. Тогда $S = p \cdot r \rightarrow S = r$. Ответ: r .

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 5 5 3 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 3

$a, b, c > 0$; $a+b+c=1$

Доказать:

$$\frac{a}{3a^2+b^2+2ca} + \frac{b}{3b^2+c^2+2ab} + \frac{c}{3c^2+a^2+2bc} \leq \frac{3}{2}$$

Решение

1) $a^2, b^2 \geq 2ab$ (неравенство о средних)

$$2) 3a^2+b^2+2ca \geq 2a^2+2ab+2ca \rightarrow \frac{1}{3a^2+b^2+2ca} \leq \frac{1}{2a^2+2ab+2ca}$$

$$3) \frac{a}{3a^2+b^2+2ca} \leq \frac{a}{2a^2+2ab+2ca} \quad \left| \rightarrow \frac{a}{3a^2+b^2+2ca} \leq \frac{1}{2} \right.$$

$$\frac{a}{2a^2+2ab+2ca} = \frac{1}{2a+2b+2c} = \frac{1}{2}$$

аналогично
4) Аналогично знаем, применяя $\left(\frac{a}{3a^2+b^2+2ca} \leq \frac{1}{2}\right)$ для каждой из дробей получим:

$$\frac{a}{3a^2+b^2+2ca} + \frac{b}{3b^2+c^2+2ab} + \frac{c}{3c^2+a^2+2bc} \leq 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

Осталось: что и требовалось доказать.

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что написано в этой строке листа
в решебнике



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 5 5 3 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 4

Пример:

По старой традиции первая команда 5 и
проиграла 6, т.е. 15 очков.

Ветеранские команды, кроме последней, выиграли
3, проигранные 3, имеют 5 очков.

Последняя команда выиграла 1 и проиграла 10
очков.

Итого, таблица очков

15 а по новой будет 10

14	11
14	11
...	...
14	11
13	12

Разница очков у наибольшей → 12

Ответ: 12 команд.

пример - 85
оценок - 125

«Верно рассмотрели один
из существующих случаев»

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что написано в задании и в формуле задачи



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 5 5 3 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 5

$$x^4 + y^2 = xy^2 + y$$

$$x^4 = y(xy - 1 + y)$$

y и $xy - 1 + y$ — взаимнопростые, значит, y — высшая степень четной степени канонического числа, т.е.

$$y = t^4$$

$$x^4 + t^8 = x \cdot t^8 + t^4$$

$$x \cdot t^8 + t^8 - t^8 : t^4 \Rightarrow x^4 : t^4, \text{ а значит } x : t,$$

$$\text{Пусть } x = t \cdot k$$

$$t^4 \cdot k^4 + t^8 = t^8 k + t^4$$

$$k^4 + t^4 = t^5 k + 1$$

$$k^4 - 1 = t^4 (tk - 1)$$

$$(k-1)(k+1)(k^2+1) - t^4(tk-1) = (k^2-1)(k^2+1) \quad (1)$$

Левая (k^2-1) и (k^2+1) могут иметь НОД, равный 2.

1) $t=1$, тогда $k=1$, получим решение $(1;1)$

2) $t=2$, тогда $k=3$, получим решение $(6;16)$

Если же $t > 2$, то $k^2 > t^2 \sqrt{tk-1} + 1$, иначе (1) неверно

$$\text{Тогда } k^4 > t^4 (tk-1)$$

$$k^4 + t^4 > t^5 k + 1 = t^5 k + 1 - \text{противоречие}$$

$$\text{Ответ: } (1;1); (6;16)$$

угадали два решения и все.
Самый интересный случай сверимого
не расам три ($t > 2$)

Случай $t > 2$ раздирался очень
не просто.

Лист 5 из 5

 $t > 2$

Рассуждение основано только на неравенствах
Если бы оно было верным, то оно бы получалось
бы и для действительных значений переменных
 t и k , между тем придало $k^4 + t^4 = t^5 k + 1$
имеет неравенство в эту сторону
 $t > 0, k > 0$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Дистанционно (т. Експерт-
bif)

Адрес площадки проведения

МА0002218523

Шифр

Вариант № 4

Фамилия Пилинов

Имя Мамбей

Отчество Алексеевич

Дата рождения 22.01.2005

Класс _____

Предмет Математика

Работа выполнена на 7 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7 982 335 53 52

Подпись [подпись]

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Апелляционной комиссии
Университетской олимпиады школьников
«Бельчонок»
по

математике

(предмет)

от

Тименев Мамбей Алексеевич
(ФИО участника)

Адрес площадки проведения

Дистанционный формат с прокторингом

Класс

11

Шифр

MA0002218523

Апелляционное заявление на результаты проверки олимпиадной работы

Прошу пересмотреть результаты проверки моей олимпиадной работы.

Задача № 4 / 0 (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)

Основанием для пересмотра баллов считаю:

Задача № 4: В решении приведены оценки на количество суммарных очков.
Задача № 4: количество команд; на количество побед «Бельчонок» при условии
Задача № 4: неопределенность оценок «Менеджер» (разумнее, при наличии побед у «Менеджера» оценка
Задача № 4: была бы больше), а на разницу очков в разных системах. Приведенные
Задача № 4: оценки помогают в решении задачи и приводят к количеству на -
Задача № 4: было бы ответ, что по критерию должно оцениваться от 2 до 3 баллов.

О себе сообщаю:

+79923315352

(номер контактного телефона)

Результат рассмотрения апелляции прошу сообщить

kukulesafroditor@gmail.com (адрес электронной почты)

Дата и время подачи апелляции (время – красноярское): 03.04.2023 16:00

Подпись участника Олимпиады: ТТТ

ЗАПОЛНЯЕТСЯ АПЕЛЛЯЦИОННОЙ КОМИССИЕЙ

Дата и время рассмотрения апелляции (время – красноярское): 13.04.23 09:00

Комментарии апелляционной комиссии:

№4: решение нечетко, но провозглашено козгательное.

Результат рассмотрения апелляции:

Изменить выставленные баллы за задачу №4 с 0 до 2 баллов.

Члены Апелляционной комиссии:

Мышкин Е.К. / ТТТ
Мамин Ю.В. / ТТТ
Шеффер И.А. / ТТТ

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 2 1 8 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	Σ
20	2	20	0	6	48

50

30

А и Б вместе, а В и Г нет. → можно считать, что у нас 2 элемента: Андрей и Борис - одно целое, а Константин раз-ном действием на кол-во перестановок Андрей и Борис, по сути на 2.

Хорошо, когда есть 5 позиций и 5 элементов

Посчитаем сначала общее кол-во вариантов,

а после вычтем из них количество вариантов, где Вася и Гена сидят вместе.

Всего вариантов без учета желания Васи и Гены:

$$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 = 240$$

кол-во перестановок Андрей и Борис

Кол-во вариантов, когда Вася и Гена сидят вместе.

здесь аналогично представим их как один элемент, у нас при этом перестановки

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 = 96$$

↑ кол-во перестановок Андрей и Борис ↑ кол-во перестановок Васи и Гены

$$= 16 \cdot 6 = 96 \Rightarrow \text{Итого} = 240 - 96 = 144$$

Ответ: 144

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что написано с этой стороны листа в разке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 2 1 8 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

VS

ВНИМАНИЕ! Проставляется только то, что написано с этой стороны листа в рамках строки

$$x^4 + y^4 = x^2 y^2 + y^4$$

$$y^4(1-x^2) = y^4 + x^4 = 0$$

т.к. $y, x \in \mathbb{N}$, то $(1-x^2) \leq 0$

1) Пусть $x=1 \Rightarrow y=1^2-1 \Rightarrow (1,1)$ - решение

2) Пусть $x \geq 2 \Rightarrow$ решим как св. ур-е от y :

$$D = 1 - 4x^4(1-x^2) \geq 0 \Rightarrow 1 - 4x^4 + 4x^8 \geq 0 \quad (\text{таким } y \text{ существует})$$

$$\text{или } 4x^8 - 4x^4 + 1 \geq 0$$

$$x^8 - x^4 \geq -\frac{1}{4} \quad \text{при возведении в степень всегда } \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \frac{1 \pm \sqrt{4x^8 - 4x^4 + 1}}{2}$$

Следствие, но при $x \geq 2 \quad \sqrt{4x^8 - 4x^4 + 1} \geq 1 \Rightarrow$ корень целое

$$y = \frac{1 + \sqrt{4x^8 - 4x^4 + 1}}{2} = N \Rightarrow 1 + \sqrt{4x^8 - 4x^4 + 1} = 2N - 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x^8 - 4x^4 + 1 = 4N^2 - 4N + 1 \Rightarrow x^8 - x^4 = N^2 - N \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^4(x-1) = N(N-1) \quad \text{Получили в виде } N \text{ формулу и получили;}$$

$$x^4(x-1) = y(y-1)$$

составим выражение

$$x^8 - x^4 = y^4 - y^2 \quad \text{или } x^8 - x^4 + x^4 + y^2 = y^4 - y^2 + x^4 + y^2 \Rightarrow x^8 = x^4 y^2 \Rightarrow$$

$$x^4 y^2 = x^4 y^2 \quad \text{или } \left(\frac{x^4}{y^2}\right) = 1 \Rightarrow \frac{x^4}{y^2} = 1 \Rightarrow x^4 = y^2 \Rightarrow \text{получили } y \text{ в виде}$$

$$\text{корень: } x^4 + x^4 = x^8 + x^2 \quad | \cdot \frac{1}{x^2} \Rightarrow 2x^2 = x^6 + 1 \Rightarrow x^6 - 2x^2 + 1 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^6 - 2x^2 + 1 \\ -x^6 + 2x^2 \\ \hline -x^2 + 1 \\ -x^2 + 1 \\ \hline 0 \end{array} \quad \Rightarrow (x-1)(x^2-x-1) = 0$$

$$\begin{cases} x^2 - x - 1 = 0 \\ x - 1 = 0 \end{cases}$$

$$x^2 - x - 1 = 0 \quad D = 4 + 4 = 8 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{1 \pm 2\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ в этом случае $x \notin \mathbb{N}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 2 1 8 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что написано этой стороной листа в ранее сданных

Получим, что при $x \in \mathbb{N}$ решением является $x=1$ и соответствующий ему $y=1 \Rightarrow$ Ответ: $(1, 1)$

~~Вся часть решения при нахождении радиуса является лишней~~

Рассмотрим, как выразаются данные

стороны: из условия

$$AC, AQ = 1$$

П.ч. $AM = AP$ — радиусы одной к.,
по $AM = AP$

Аналогично $CM = CH$ и $BP = BH$

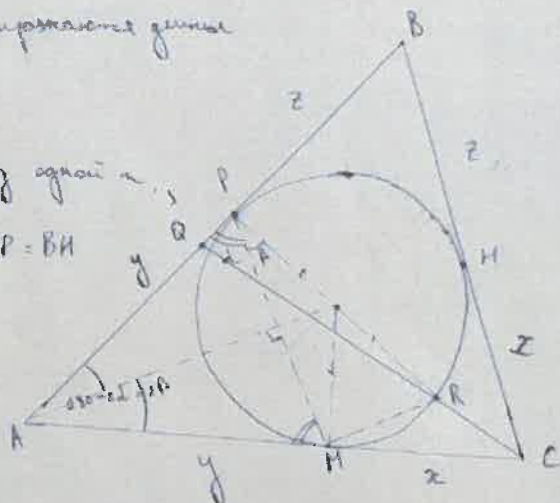
$$AP = 1 - MC - AQ$$

$$AP = AQ + QP$$

$$AQ + QP = 1 - MC - AQ$$

$$AB \cdot AC = AP \cdot PB$$

$$AQ = \frac{1 - MC + QP}{2}$$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МА 0002218523

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проставьте только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

$a, b, c > 0, a+b+c=2$

$\frac{a}{3a^2b^2+2ca} + \frac{b}{3b^2c^2+2ab} + \frac{c}{3c^2a^2+2bc} \geq \frac{3}{2}$

$c = 2 - a - b$

$a = 2 - b - c$

$b = 2 - a - c$

$\frac{a}{3a^2b^2+2ca} = \frac{a}{3a^2b^2+2(2-a-b)a} = \frac{a}{3a^2b^2+2a-2a^2-2ab} = \frac{a}{a^2-2ab+b^2+2a} =$

$= \frac{a}{(a-b)^2+2a} \quad (1)$

$\frac{b}{3b^2c^2+2ab} = \frac{b}{3b^2c^2+2(2-a-b)b} = \frac{b}{3b^2c^2+2b-2ab-b^2-b^2c^2} = \frac{b}{4b^2-2b+2ab-a^2-2a+1} = \frac{b}{(2b-a)^2+1-2(b-a)} = \frac{b}{(b-a)^2+1-c}$

$\frac{c}{3c^2a^2+2bc} = \frac{3}{2} = \frac{2c-3c^2-3a^2-abc}{6c^2+2a^2+4bc}$

$\frac{b}{3b^2c^2+2ab} = \frac{b}{(b-c)^2+2b} \quad (2)$

$\frac{c}{3c^2a^2+2bc} = \frac{c}{(c-a)^2+2c} \quad (3)$

$\frac{c}{(c-a)^2+2c} + \frac{a}{(a-b)^2+2a} + \frac{b}{(b-c)^2+2b} \geq \frac{3}{2}$

$c(a-b)^2+2a)(b-c)^2+2b)$

Заметим, что $\frac{3}{2} = \frac{3}{2}a + \frac{3}{2}b + \frac{3}{2}c$

$\frac{a}{(a-b)^2+2a} - \frac{3}{2}a = a(\frac{1}{(a-b)^2+2a} - \frac{3}{2}) = \frac{2-3(a-b)^2-6a}{2(a-b)^2+4a} = \frac{2-3(b-a)^2+2a}{2(a-b)^2+4a}$

$(1-c-b)^2+2-2c-2b$

$(1-c-2b)^2-2c-2b \geq \frac{2}{3}$

$(1-c-2b)^2 \geq 2(\frac{1}{3}+c+b)$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант №

4

M	A	0	0	0	2	2	1	8	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВИММАЙНЕН: Известно только то, что таинство с этой стороны имеет в своем центре

Вспомогательные 1, 2 и 3 : Докажем, что $1, 2 \text{ и } 3 \leq \frac{1}{2}$:

$$\frac{a}{(a-b)^2+2a} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow 2a \leq (a-b)^2+2a \Rightarrow (a-b)^2 \geq 0 \quad \checkmark \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2}{(a-b)^2} + 2 \text{ действительно } \leq \frac{1}{2}, \text{ но 2 и 3 — разные октавы}$$

но 2 (по сути является a, b, c на $z-b-c, z-a-c$ и $z-a-b$) = 3

$$\Rightarrow \frac{a}{2} + \frac{a}{3a+b+2c} + \frac{b}{3b+c+2a} + \frac{c}{3c+a+2b} \leq \frac{3}{2} \quad \text{z.m.g.}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

НА 0002218523

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Прочитайте только то, что написано с этой стороны листа в рамках круга

Пусть было x команд: команда "Бельчонок" выиграла x матчей, а команда "Менгер" в любом случае меньше всех матчей.

Пусть было y команд: команда "Бельчонок"

Получено очков разницы при трехочковой системе: $\frac{3}{2}x(x-1) \leq \text{Почки} \leq x(x-1)$

$$\leq \frac{3}{2}x(x-1)$$

При двухочковой системе разницы $x(x-1)$ очков, где x количество участников.

Заметим, что разница между "Бельчонком" и "Менгером" в трехочковой системе ≥ 2 , так как "Бельчонок" набрал больше всех очков, а "Менгер" меньше всех.

Каждое очко "Бельчонка" в трехочковой системе

$$3П + Н = N, \text{ а в двухочковой } 2П + Н$$

Каждое очко "Менгера" в трехочковой системе:

$$3П + Н = N, \text{ а в двухочковой } 2П + Н$$

Заметим, что мы больше у "Бельчонка" потому что разность очков больше, чем разность между командами.

в трехочковой и двухочковой, а у "Менгера" при всех вариантах не превышает очков.

$$\text{Пусть } 6x = \text{Почки}_{Б1} - \text{Почки}_{Б2} = \text{Почки}_{Б2} - x(x-1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6x + x(x-1) = \text{Почки}_{Б2}$$

$6x$ - количество очков в турнире, так как Почки меньше количества очков.

Значит очки $\Rightarrow$ разность между "Бельчонком" и "Менгером"

это все довольно просто!

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МАООО2218523

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Прочитайте только то, что записано с этой страницы листа в правую сторону

≥ 2 , то при условии, что «Менедж» игра все партии выиграла и не потеряла очков при поражении, «Бельчонок» выиграл как минимум 2 матча $\Rightarrow$ команда ≥ 5

Пусть $x \geq 5$, но тогда у «Менедж» должно быть 7 очков, что невозможно при условии, что они не потеряли очков $\Rightarrow$ команда ≥ 5

Получается, что при условии непобеды «Менедж» очков из игры $\geq 7 \Rightarrow$ если они не потеряли их, то команда как минимум 9, а т.к. «Бельчонок» не играл с «Менедж» выиграла

решение начато, но
продвижение незначительное

оценки полугеометрическая
примера нет.

+25.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

ДИСТАНЦИОННО

М	А	0	0	0	2	6	2	1	3	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 4

Фамилия БЕРДИЕВ

Имя ФАДА

Отчество ИЛЬХАМ ОГЛЫ

Дата рождения 08.10.2005

Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на _____ листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89247345758

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Апелляционной комиссии
Университетской олимпиады школьников
«Бельчонок»

по математике

(предмет)

от Вердиева Ради Ибрагима ош
(ФИО участника)

Адрес площадки проведения

Алтайского

Класс

11

Шифр

MA0002621323

Апелляционное заявление на результаты проверки олимпиадной работы

Прошу пересмотреть результаты проверки моей олимпиадной работы.

Задача № 1/6 (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)

Основанием для пересмотра баллов считаю:

Задача № 1: Решение удовлетворяет пункту „Решение в целом верное... но может быть
Задача № _____: _____
Задача № _____: _____
Задача № _____: _____
Задача № _____: _____
Задача № _____: _____
Задача № _____: _____

О себе сообщаю:

99247345758 (номер контактного телефона)

Результат рассмотрения апелляции прошу сообщить

verdiev@inbox.ru (адрес электронной почты)

Дата и время подачи апелляции (время – красноярское): 10.04.2023 13:37

Подпись участника Олимпиады: RV

ЗАПОЛНЯЕТСЯ АПЕЛЛЯЦИОННОЙ КОМИССИЕЙ

Дата и время рассмотрения апелляции (время – красноярское): 13.04.23 9:10

Комментарии апелляционной комиссии:

N1: решение в целом верное, однако оно содержит ряд ошибок, или не
рассмотрены отдельные случаи, но может быть правильным после некоторых
исправлений или дополнений.

Результат рассмотрения апелляции:

Изменить выставленные баллы за задачу N1 с 6 до 16 баллов

Члены Апелляционной комиссии:

Мышкова Е.К.
Шалимов Ю.В.
Шефер И.А.

Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Бельчонок»

от
Венгучева Зада Ильхамовича
(ФИО участника)

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по математике, выполненной «26 февраля» 2023 г. на площадке дистанционно
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

89247345758 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

verdievf@inbox.ru (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 08.04.2023 13:20

Подпись участника Олимпиады: 

ШИФР РАБОТЫ MA0002621323

КЛАСС 11

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

Дата и время отправки работы (время – красноярское) 08.04.23 17⁰⁰

10 Апрель 2023 г. 13:59



От: verdievf

Кому: olympiada@sfu-kras.ru

📎 апелляция для бельчонок.pdf (135 КБ) [Загрузить](#) | [Удалить](#)

Здравствуйте, это моя апелляция по олимпиаде бельчонок по математике 11 класс. ПРОШУ, ПОЖАЛУЙСТА, ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ на сообщение, которое я прикрепил к документу с апелляцией, так как мне не хватило места в документе для первой версии моё апелляции, поэтому мне пришлось сократить текст, но в электронной почте вы мне ответили, что полную апелляцию можно прикрепить здесь как сообщение.

Полный текст апелляции:

Прошу пересмотреть оценку за 1 задачу, поскольку решение удовлетворяет пункту "Решение в целом верное... но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений". Действительно, в решении при подсчёте числа В я учитывал количество перестановок различных перегородок(Дениса и Жени), количество способов рассадить ребят в парах, а затем считал количество способов расставить 2 шара между 2 перегородками. И получается, что я посчитал количество способов для неразличимых шаров(пар ребят), то есть при таком подсчёте пары ребят строго чередуются слева направо. В нашем случае же можно также эти шары переставлять местами, так как Андрей и Боря необязательно сидят строго левее Васи и Гриши, то есть шары можно было расставить еще 2! способами. Таким образом будет учтены все возможные расстановки ребят при фиксированной перестановке шаров(пар ребят Андрея и Бори и Васи и Гриши) и перегородок(Дениса и Женю). Тогда $B = 2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot C_4^2 = 96$, $A - B = 240 - 96 = 144$. Прошу обратить внимание на то, что при подсчёте числа В оказалась лишь одна неточность и при разборе этого одного случая решение было бы закончено полностью. Заранее благодарю за рассмотрение апелляции!

Моё ФИО- Вердиев Фада Ильхам Оглы

Моё шифр-0002621323

--

Фада Вердиев

Отправлено из Почты Mail.ru

[Ответить](#) - [Ответить всем](#) - [Переслать](#) - [Другие действия](#)

N1

Турнир А — количество способов посадить Андрея и ^{Борю} ~~Васю~~ рядом, а ~~остальные~~ как угодно. Турнир В — количество способов посадить рядом Андрея и ~~Бору~~, и еще чьи-то ~~Вася~~ и ~~Брига~~ сидят рядом.

1) $A = 2 \cdot 5 \cdot 4!$, т.к. Андрей и Боря могут посадиться рядом на первое и второе место, второе и третье ... пятое и шестое, или могут сесть либо АБ, либо БА, и для каждого такое число, или $4!$ способа посадить остальных.

2) Чтобы посчитать В нужно посчитать все способы ^{расположить} ~~расположить~~ 2 пар соседних мест. Для этого заметим, что нужно посчитать количество способов поместить 2 шара между двумя перегородками, т.е. ~~каждое~~ соседние места — это шар, оставшиеся два места — перегородки. Тогда $B = 2! \cdot 2! \cdot (2! \cdot C_4^2)$, т.к. для каждого способа выбора двух пар соседних мест для Андрея и Бори, и Васи и Бриги ~~то~~ возможны $2!$ способа расположения Дениса и Меллы, а также в каждой паре есть $2!$ способа посадить упр. — группа ребят.

Тогда ответ на задачу $A - B = 10 \cdot 4! - 8 \cdot C_4^2 = 240 - 48 =$

192. ~~ответа~~

Ответ: 192

Заб

1	2	3	4	5	Σ
6	20	20	0	6	52
16					62

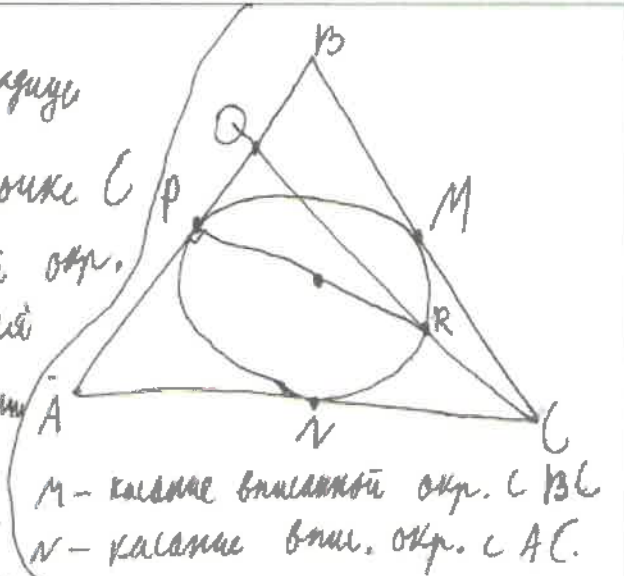




N2.

Решение: Пусть p - периметр, r - радиусПри гомотетии с центром в точке C переводящей касательную к вписанной окр.в точку R в прямую линию AB (начаягомотетии с m , т.к. касательная $CR \parallel AB$), вписанная окружность

перейдет в вневписанную окр., каса-

ющую стороны AB , т.к. образ вписанной окр. касается при-мых AC и BC , поэтому посылу что преобразов. окр. касаетсясторона AB , поэтому что касательная к R параллельна AB ипереходит в AB , ~~поэтому~~ при этой гомотетии R перейдетв Q , значит Q - точка касания с вневписанной окр. Тогдаизвестно, что $AQ = PB$. Ещё мы знаем $AN = AP$, $CM = CN$,поэтому $PM = BP$. Тогда периметр $\triangle ABC$ - это $AP + CM + BM$ $= AN + CN + PB = AC + PB = AC + AQ = 7 = p$ Тогда $S_{ABC} = p \cdot r = 7 \cdot r$ Ответ: r 

Вариант № 4

М А О О О 2 6 2 1 3 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3.

~~Сделайте чертёж, на котором покажите, что для любых положительных чисел a, b, c справедливо неравенство $\frac{a}{3a^2+b^2+2ca} + \frac{b}{3b^2+c^2+2ab} + \frac{c}{3c^2+a^2+2bc} \leq \frac{3}{2}$.~~

$$\frac{a}{3a^2+b^2+2ca} \leq \frac{a}{2a^2+2ab+2ca}, \text{ т.к. } a^2+b^2 \geq 2ab. \text{ Значит}$$

$$\frac{a}{3a^2+b^2+2ca} \leq \frac{1}{2}, \text{ т.к. } \frac{a}{2a^2+2ab+2ca} = \frac{1}{2a+2b+2c}$$

$$\text{Аналогично, } \frac{b}{3b^2+c^2+2ab} \leq \frac{b}{2b^2+2bc+2ab} = \frac{1}{2b+2c+2a} = \frac{1}{2};$$

$$\frac{c}{3c^2+a^2+2bc} \leq \frac{c}{2c^2+2ca+2bc} = \frac{1}{2c+2a+2b} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Значит } \frac{a}{3a^2+b^2+2ca} + \frac{b}{3b^2+c^2+2ab} + \frac{c}{3c^2+a^2+2bc} \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$$

ч. т. д.

N5

$$x^4 + y^2 = y(xy + 1).$$

Пусть p входит в факторизацию y в степени α . Полагая, что $x^4 : p^\alpha$, то $x : p$. Пусть p входит в x в степени β , тогда справа y как p^α , а слева получаем, что степень делителя x на $\min(2\alpha, 4\beta)$, но и y делится на $\min(2\alpha, 4\beta)$, то есть $\alpha = 4\beta$. Так как это верно для всех простых, входящих в y , то $y = \frac{x^4}{t^4}$, где t — не простое в степени, которое не входит в x и не входит в y .

$$\text{Тогда } \left(x^4 + \frac{x^4}{t^4}\right) = \left(\frac{x^4}{t^4} \cdot \frac{x^5}{t^4} + 1\right)$$

$$t^4 + \frac{x^4}{t^4} = \frac{x^5}{t^4} + 1 \Rightarrow t^4 - 1 = \frac{x}{t^4} \cdot (x-1) \Rightarrow t^4 \cdot (t^4 - 1) = x^4 \cdot (x-1).$$

Во-первых, можно заметить, что $x=y=1$ является решением, в противном случае $t \neq 1$.

$$y = \frac{t^4 - 1}{x - 1} = \frac{x}{t^4}, \text{ и можно заметить, что } x=6, t=3 \text{ дают целое решение на } y. \text{ Тогда } y=16$$

$x = kt$, тогда $\frac{t^4 - 1}{x - 1} = \frac{t^4 - 1}{kt - 1}$, тогда $(t+1) \cdot (t-1) \cdot (t^2+1)$ делится на $(kt-1)$, тогда легко показать, что $(t+1)$ и $(t-1)$ не имеют общ. делителя с $(kt-1)$, значит (t^2+1) кратно $(kt-1)$.

$$\text{Тогда } (kt-1) = t^2+1, \text{ но } r \cdot (kt-1) = t^2+1, (t^2+1) = (t \cdot k - r), t \cdot (t - kr) = r+1 \Rightarrow r \geq t-1, r$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	2	6	1	3	7	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант №

4

Фамилия Минаев МИНАЕВ

Имя Арсений АРСЕНИЙ

Отчество Алексеевич АЛЕКСЕЕВИЧ

Дата рождения 26.06.2006 Класс 11

Предмет Математика

Работа выполнена на 6 листах

Дата выполнения работы 26.02.23

Номер телефона 89618283769

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Апелляционной комиссии
Университетской олимпиады школьников
«Бельчонок»

по математике

(предмет)

от Минаева Арсения Александровича
(ФИО участника)

Адрес площадки проведения
дистант

Класс
11

Шифр
МА0002613723

Апелляционное заявление на результаты проверки олимпиадной работы

Прошу пересмотреть результаты проверки моей олимпиадной работы.

Задача № 7/118 (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)

Основанием для пересмотра баллов считаю:

Задача № 1: В начале решения при рассмотрении случая расщепления A_1B было
Задача № _____: утверждено, что рассматривал один человек ~~записав~~ на рбм
Задача № _____: конкретный ~~матрица~~ = 2 варианта. После при рассматривании
Задача № _____: двух последних человек (после A_1B рассматривали A_1E) допущена
Задача № _____: опечатка (вариантов расщепления A_1E - 2, хотя должно 4), из-за чего
Задача № _____: итоговое количество вариантов расщепления увеличено ровно в 2 раза.

О себе сообщаю:

+7 961 828 3769

(номер контактного телефона)

Результат рассмотрения апелляции прошу сообщить

minaev.arseniy@yandex.ru (адрес электронной почты)

Дата и время подачи апелляции (время-красноярское): 9.04.23. 22:25

Подпись участника Олимпиады: А.О.

ЗАПОЛНЯЕТСЯ АПЕЛЛЯЦИОННОЙ КОМИССИЕЙ

Дата и время рассмотрения апелляции (время-красноярское) 13.04.23 9:30

Комментарии апелляционной комиссии:

N1: Верное решение, имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.

Результат рассмотрения апелляции:

Изменить выставленные баллы за задачу N1 с 16 до 18 баллов.

Члены Апелляционной комиссии:

Минин Е.К.	<u>Минин</u>
Шашин Ю.В.	<u>Шашин</u>
Шедер Ч.А.	<u>Шедер</u>

Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Бельчонок»

от Михаил Александрович
(ФИО участника)

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по математике, выполненной «26» апреля 2023 г. на площадке дистант
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

+7961 828 3769 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

mingev.arseniy@yandex.ru (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 19:00 7.04.23.

Подпись участника Олимпиады: [подпись]

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

ШИФР РАБОТЫ МА0002613723, 11кл

Дата и время отправки работы (время – красноярское) 08.04.23 17:00

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

ИДЕНТИФИКАЦИОННЫЙ КОД: 4 0 0 0 2 6 1 3 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2 \geq 0 \Rightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab$$

рассмотрим первое слагаемое суммы:

$$\frac{a}{3a^2 + b^2 + 2ac}$$

т.к. мы хотим доказать $a^2 + b^2 \geq 2ab$, то докажем, что $\frac{a}{3a^2 + b^2 + 2ac} \leq \frac{1}{2a + 2b + 2c} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow$ нужно доказать, что $\frac{a}{3a^2 + b^2 + 2ac} \leq \frac{1}{2}$

$$\frac{a}{3a^2 + b^2 + 2ac} \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{a}{3a^2 + b^2 + 2ac} \leq \frac{1}{2a + 2b + 2c} = \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow$ окончательно проведя ряд преобразований с дробями получим, что изначальное неравенство $\leq \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow$ искомое неравенство $\leq \frac{3}{2}$, т.е. д.т.п.

Зад

1	2	3	4	5	Σ
16	20	20	20	4	80

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М A V O O 2 6 1 3 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Рассмотрим варианты расстановки АБ кат 6 человек

①

A	B				
---	---	--	--	--	--

 + зеркальный случай

				A	B
--	--	--	--	---	---

②

	A	B			
--	---	---	--	--	--

 + зеркальный случай

			A	B	
--	--	--	---	---	--

③

		A	B		
--	--	---	---	--	--

также мы можем поменять местами

A и B ⇒ второго случая по 2

исходными способами

Теперь рассмотрим, куда можно поставить В и Г

①

A	B	2	Г	2	4
	B	2	2	Г	4
	2	B	2	Г	4

но т.к. можно поменять местами В и Г, то 24, т.к. есть зеркальный случай, то 48, т.к. можно поменять А и В, то 96.

②

B			Г	2	4
B			2	Г	4
B			2	2	Г
2			B	2	Г

аналогично с 1 случаем умножаем на 2 = 128.

③

B	2			Г	2
B	2			2	Г
2	B			Г	2
2	B			2	Г

аналогично с 1 и 2-м, но тут нет зеркального случая ⇒ 16 · 2 = 32.

Итого случаев $128 + 96 + 64 = 288$

Верное решение, много небольших недочетов, в целом не влияющих на решение - 18 баллов.

Олимпиада школьников «БЕЛЫЧОНОК»

Вариант № 4

МА0002613723

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Заполнять только то, что написано с этой стороны листа в правой строке

№5
Михаил
Арсенкий

$$x^4 + y^2 = xy^2 + y^4$$

$$x^2(x-1) + y - x^4 = 0$$

$$y^2(x-1) - y + x^4 = 0. \text{ Если } x \neq 1:$$

$$D = 1 - 4x^4(x-1) = 1 + 4x^4(1-x) = 4x^5 - 4x^4$$

$$y_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{4x^5 - 4x^4}}{2 - 2x} = \frac{1 \pm \sqrt{4x^4(1-x)}}{2(1-x)} = \frac{-\frac{1}{2} \pm \sqrt{1-x}}{1-x}$$

при $x=1$:

$$y=1$$

при $x=0$: $y^2 - y = 0$

$$y=1 \text{ или } 0$$

Заметим, что

при $x=6$, $y=16$. Проверим,

$$\text{т.к. } y = \frac{-\frac{1}{2} \pm x^2 \sqrt{1-x}}{1-x}$$

$$\text{и } y \in \mathbb{N}, \text{ то } y = \frac{x^2 \sqrt{1-x} - \frac{1}{2}}{1-x}$$

$$\text{т.к. в числит. } x^2 \sqrt{1-x} - \frac{1}{2}, \text{ где}$$

(сиречь с ликусами не
подразум., т.к.
 $1-x \neq 0$)

$x \in \mathbb{N}$, то $x^2 \sqrt{1-x}$ не может оказаться к.ч.

$0,5(x^2 \sqrt{1-x} - \frac{1}{2} = k + 0,5, k \in \mathbb{Z})$ нельзя представить в

виде $k + 0,5, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow x^2 \sqrt{1-x} - \frac{1}{2}$ — нецелое число,

а т.к. знаменатель целый, то вся дробь, равная

y , тоже нецелая $\Rightarrow$ кроме найденных двух корней

корней нет. Ответ: $\{1; 1\} \cup \{6; 16\}$

12. Минус дрески

Рассмотрим вневписанную окружность, касающуюся стороны AB (W)

Заметим, что, если провести через R

прямую, перпендикулярную

AB , то мы

отсекать Δ -ки,

подобные ΔABC ,

для которых W является вневписанной окружностью.

И.е. при шмотении с центром C и коэфф. $\frac{CQ}{CR}$ W перейдет в W , R в Q , $\Rightarrow Q$ точка касания W и AB .

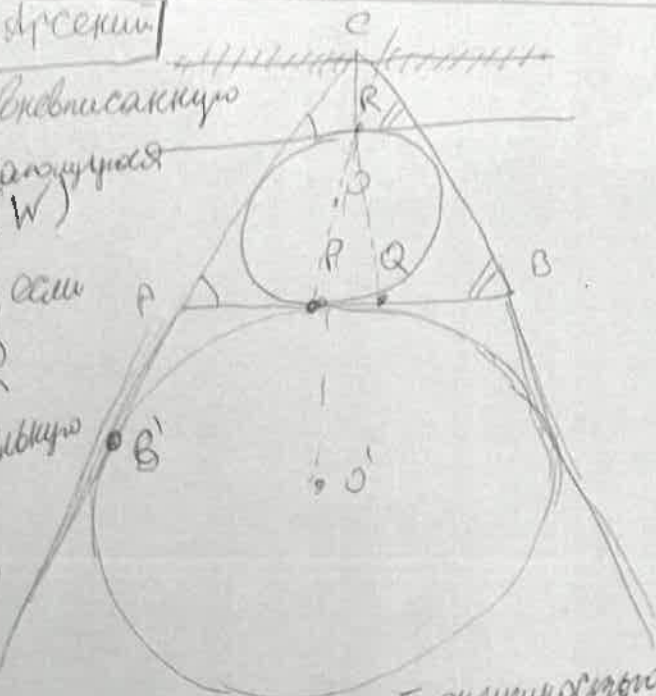
Пусть W касается продолжения AC в точке B' . И.к.

W - вневписанная окружность, то $AQ = AB'$. Кроме

того, длина отрезка касательной к W из C равна

$r(\Delta ABC)$ (радиусу), т.е. $CB' = \frac{1}{2}(AB + BC + AC)$. С другой

стороны, $CB' = AC + AB' = AC + AQ = 1 \Rightarrow S_{ABC} = P \cdot r = CB' \cdot r = \frac{1}{2}(AB + BC + AC) \cdot r$



Олимпиада школьников «БЕЛЫЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 6 1 3 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Прочитайте только то, что написано с этой стороны листа в обратном направлении

1. Если М (истор) не имеет ни одной победы $\Rightarrow$ имеет только килей и парашюта
 $\Rightarrow$ не может быть первой (при условии, что 1-я команда не имеет равной с 2-й командой (с Оффензивой) и 3-й командой (с Оффензивой) и 4-й командой (с Оффензивой))

2. П. В. по условию команду с разным кол-вом баллов хотя бы 3, но разница баллов у М и Б хотя бы 2. После пересчёта - тоже 2

Итого, чтобы поменяться местами после пересчёта, нужно, чтобы у Б отнялось 5 баллов $\Rightarrow$ побед $\approx$ Б $\approx$ 5. П. В. за каждую игру хотя бы 1 команда получает хотя бы 1 очко, но всего очков хотя бы 3

3. За одну игру общее кол-во очков увеличивается на 3. равно на 2 (после пересчёта) $\Rightarrow$ общее кол-во очков = $x(x-1)$, где x - кол-во команд.

Олимпиада школьников «БЕЛЫЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 6 1 3 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа
в конце стрелка

3. Сколит ~~м.к.~~ после пересчёта
у Б стало меньше всего баллов,
то поражение у Б должно быть больше, и поражение
чем побед $\Rightarrow$ как минимум 6. $\Rightarrow$ всего побед
как минимум 11 $\Rightarrow$ ~~как минимум 12~~ ~~как минимум 10~~

Михаев
Арсений

	Б	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	М	Σ_1	Σ_2
Б		В	В	В	В	В	П	П	П	П	П	П	15	10
2				К	К	К	В	В	В	П	П	К	14	11
3					К	К	П	П	В	В	В	К	14	11
4						К	В	В	П	В	П	К	14	11
5							П	П	В	В	В	К	14	11
6								К	К	К	К	К	14	11
7									К	К	К	К	14	11
8										К	К	К	14	11
9											К	К	14	11
10												К	14	11
11													13	12
М														

П - проигрыш В - выигрыш Н - ничья

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

СВФУ

М	А	0	0	0	2	6	3	8	1	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия Сергеев

Имя Константин

Отчество Николаевич

Дата рождения 10.05.2005 Класс 11

Предмет математика

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы 16.02.2023

Номер телефона 89248611223 Подпись Сергеев

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

балл

+

N 2 : + 4 балла

Апелляционной комиссии
Университетской олимпиады школьников
«Бельчонок»
по математике
(предмет)
от Сергеевой Кюнкей Николаевны
(ФИО участника)

Адрес площадки проведения
г. Якутск, ул. Кулаковского, д. 42
Класс 11
Шифр
МА000 2638 123

Апелляционное заявление на результаты проверки олимпиадной работы

Прошу пересмотреть результаты проверки моей олимпиадной работы.

Задача № 2; 165 (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)

Основанием для пересмотра баллов считаю:

Задача № 2 : Некорректное выставление баллов за правильно решенное задание. $\frac{312}{13} = 24$
Задача № _____
Задача № _____
Задача № _____
Задача № _____
Задача № _____

О себе сообщаю:

89 24 861 1223 (номер контактного телефона)

Результат рассмотрения апелляции прошу сообщить

kyuser1005@gmail.com (адрес электронной почты)

Дата и время подачи апелляции (время – красноярское): 16.50, 10.04.2023

Подпись участника Олимпиады: Сергеева

ЗАПОЛНЯЕТСЯ АПЕЛЛЯЦИОННОЙ КОМИССИЕЙ

Дата и время рассмотрения апелляции (время – красноярское) 13.04.23 10:00

Комментарии апелляционной комиссии:

N 2: полное верное решение – 20 баллов.

Результат рассмотрения апелляции:

Изменить выставленные баллы за задание N 2 с 16 до 20 баллов

Члены Апелляционной комиссии:

Мышкин Е.К. / Мышкин /
Малыко Ю.В. / Малыко /
Щефер И.А. / Щефер /

Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Бельчонок»

от

Сергусевой Ксюней Николаевны

(ФИО участника)

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по математике, выполненной «26» февраля 2023 г. на площадке г. Якутск, ул. Кулаковского, д. 42
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

89248611223

(номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

kyu.ser1005@gmail.com

(адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 07.04.2023 время: 18ч 10 мин.

Подпись участника Олимпиады: [подпись]

ШИФР РАБОТЫ МА0002538123

КЛАСС 11

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

Дата и время отправки работы (время – красноярское) 08.04.23 17⁰⁰

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	0	0	0	2	6	3	8	1	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$3) \frac{z^2}{x+y+2z} + \frac{x^2}{2x+z+y} + \frac{y^2}{x+2y+z} \stackrel{(1)}{\geq} \frac{xy}{x+y+2z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z} \stackrel{(2)}{\geq}$$

Крепким ~~буквам~~ о сгруппированных:

$$\begin{aligned} \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} &\geq \frac{1}{3} \sqrt[3]{\frac{1}{abc}} \\ a, b, c > 0 \quad & \frac{x^2}{3(\frac{2x}{3} + \frac{2}{3} + \frac{y}{3})} + \frac{y^2}{3(\frac{x}{3} + \frac{y}{3} + \frac{2z}{3})} + \frac{z^2}{3(\frac{x}{3} + \frac{2y}{3} + \frac{2}{3})} \\ &\geq \sqrt[3]{\frac{x^2}{2x+2+y} \cdot \frac{y^2}{x+2y+2} \cdot \frac{z^2}{x+y+2z}} = \sqrt[3]{\frac{x^2 y^2 z^2}{\frac{(x+y+2z)}{3} \cdot \frac{(x+2y+2)}{3} \cdot \frac{(2x+y+2)}{3}}} \\ &\quad + \frac{xy}{3(\frac{x+y+2z}{3})} + \frac{yz}{3(\frac{2x+y+2}{3})} + \frac{zx}{3(\frac{x}{3} + \frac{2y}{3} + \frac{2}{3})} \geq \sqrt[3]{\frac{x^2 y^2 z^2}{(\frac{x}{3} + \frac{2y}{3} + \frac{2}{3})(\frac{2x}{3} + \frac{y}{3} + \frac{2}{3})}} \end{aligned}$$

$$\left(\frac{x}{3} + \frac{y}{3} + \frac{2z}{3} \right)$$

T.K. $\sqrt[3]{x^2 y^2 z^2}$
 $\sqrt[3]{\left(\frac{x}{3} + \frac{2y}{3} + \frac{z}{3}\right)\left(\frac{x}{3} + \frac{y}{3} + \frac{2z}{3}\right)\left(\frac{x}{3} + \frac{y}{3} + \frac{2z}{3}\right)}$

$$\sqrt[3]{\frac{x^2 y^2 z^2}{\left(\frac{x}{3} + \frac{y}{3} + \frac{z}{3}\right)\left(\frac{2x}{3} + \frac{y}{3} + \frac{z}{3}\right)\left(\frac{x}{3} + \frac{y}{3} + \frac{2z}{3}\right)}} \quad (2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} (1) \neq (2) \\ \uparrow \end{matrix} \quad x^2, y^2, y^2 \rightarrow x, y, y, 2x$$

$\Rightarrow$ равенство достигается только если x, y, z равны между со-
 бой $\Rightarrow x, y, z$ равные числа, то квадраты чисел больше чем
 xy, yz, zx , т.к. по неравенству Коши $\frac{(x+y)^2}{4} \geq xy$ $x^2 + y^2 + 2xy \geq 4xy$
 $x^2 + y^2 \geq 2xy$ для $x, y > 0$ $x^2 + y^2 \geq 2xy > xy$ и.т.д.

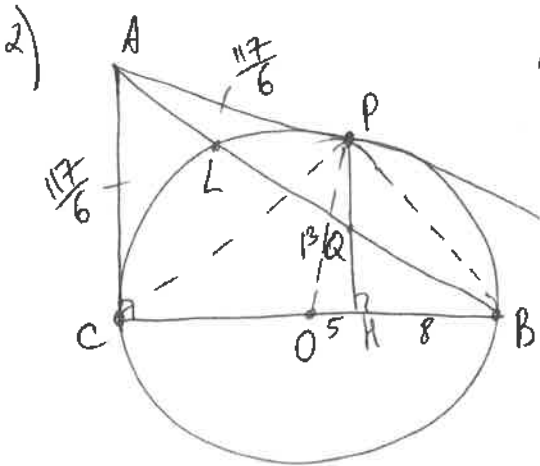
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	0	0	0	2	6	3	8	1	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ: Проверяться только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



$AP = AC$ (касательное изогной точки $\rightarrow$ по касательной точке)

$$BC=26 \quad \frac{BH}{CH} = \frac{4}{9} \quad \text{Ans: } S_{\Delta APB} = \frac{312}{13}$$

$$\frac{BK}{28-BK} = \frac{4}{9} \quad BK = 8$$

$$CK = 18$$

$$OK = BO - BK = 13 - 8 = 5$$

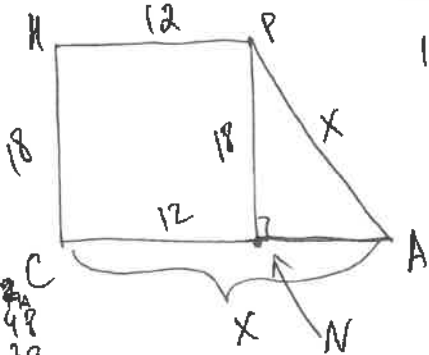
$$PK = \sqrt{169 - 25} = 12$$

$\angle CPB = 90^\circ$ (м.к. опир. на диаметр.)

$$PB = \sqrt{144 + 64} = \sqrt{208}$$

$$S_{\text{ARP}} = \frac{1872 - 936}{3 \cdot 13} = \frac{936}{39} = \frac{312}{13}$$

$$13+5=18 = \text{CP}$$



$$AN' = x - 12$$

$$x^2 - (x-12)^2 = 18 \cdot 18$$

$$x^2 - x^2 + 24x - 144 - 18 \cdot 18 = 0$$

$$29x = 18.18 + 144$$

$$x = \frac{18 \cdot 18 + 144}{24} = \frac{468}{24} = \frac{117}{6}$$

$$\frac{1144}{1872} AB = \sqrt{\frac{117 \cdot 117}{36} + 26 \cdot 26} = \sqrt{38025}$$

$$\triangle BHK \sim \triangle BCA \Rightarrow \frac{BK}{AC} = \frac{BH}{BC} = \frac{8}{26}$$

$$Q_k = \frac{8 \cdot A_c}{a_6} = \frac{117}{3 \cdot 6} \cdot 82 = \frac{117 \cdot 2}{3 \cdot 12}$$

$$QB = \sqrt{\frac{117 \cdot 2 \cdot 117 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 13} + 69} = \sqrt{\frac{54756 + 69 \cdot 1521}{3 \cdot 13}}$$

BA = 10 PQ = 12 - QH

$$\frac{PQ}{2} = 10 \quad PQ = 12 - QN \quad S_{\Delta QBN} = \frac{1}{2} \cdot QN \cdot KB =$$

$$S_{\Delta PMN} = \frac{1}{2} \cdot PN \cdot KB = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 8 = 48 \quad = \frac{1}{2} \cdot \frac{117 \cdot 2}{3 \cdot 3} \cdot 8 = \frac{8 \cdot 117}{3 \cdot 3}$$

$$S_{\Delta Q_{BK}} = \frac{1}{\gamma} \cdot Q_H \cdot K_B =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{117 \cdot 2}{3 \cdot 13} \cdot 8 = \frac{8 \cdot 117}{3 \cdot 13}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 18 \\ \times 18 \\ \hline 144 \\ + 180 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 329 \\ + 144 \\ \hline 468 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 468 \overline{) 1717} \\ \underline{- 4} \\ 117 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ 117 \\ \times 8 \\ \hline 936 \\ 1172 \\ - 936 \\ \hline 936 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 156 \\ 52 \\ \hline 676 \\ 14 \\ 117 \\ \times 117 \\ \hline 819 \\ + 117 \\ \hline 117 \\ 13689 \\ 1233 \\ 13689 \\ \times \quad 4 \\ \hline 54956 \end{array}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № /

М	А	0	0	0	2	6	3	8	1	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$5) 3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k \cdot 7^l \quad a, k, l \geq 0 \text{ Число}$$

$$3^a(3^a + 1) + 2 = 2^k \cdot 7^l$$

$$3^a(3^a + 1) = 2^k \cdot 7^l - 2$$

$$3^a(3^a + 1) = 2(2^{k-1} \cdot 7^l - 1)$$

$$3^a \not\equiv 2 \pmod{2}$$

$$3^a + 1 \equiv 2 \pmod{2} \Rightarrow 3^a + 1 \pmod{2} \equiv 0$$

$$1^a + 1 \equiv 0 \pmod{2}$$

a — любое $a \neq 0$

$$2^{k-1} \cdot 7^l - 1 \pmod{3^a} \equiv 0$$

$\pmod{3}$

0

1

2

$$2^{k-1} \cdot 7^l \equiv 1 \pmod{3^a}$$

$$a=1 \quad (-1)^{k-1} \cdot (1)^l \equiv 1 \pmod{3} \quad k=1, 3, 5, 7, \dots$$

l — чётное k — нечётное a — нечётное

k — чётное l — нечётное, a — нечётное $\leftarrow$ нельзя, кроме $k=0$

~~иначе~~

$$a=2 \quad 2^{k-1} \cdot 7^l \equiv 1 \pmod{9} \quad k=6 \quad l=1$$

Если $a > 1$, то по признаку делимости на 7 не подходят $3^{2a} + 3^a + 2$
 a — чётное $\Rightarrow$ подходят $a=0$ и $a=1$

$$\text{Итак: } a=1, k=1, l=1 \\ a=0, k=2, l=0$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	0	0	0	2	6	3	8	1	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



4) 20 копеек 2-1-0

1 - разное увек
2 баллот
3 - разное увек
4 баллот и т.д.
5

- 6
- 7
- 8
- 9
- 10
- 11
- 12
- 13
- ...
- 20

$$\frac{20.19}{2} \cdot 2 = 380 \text{ окв максимум.}$$

$$1 - \text{копейка} \quad \frac{380}{20} = 19 \text{ банков.}$$

$$(19+20+21) \cdot 8 + 19+20 = 99 \text{ м. в. в.}$$

Ans: 99

1) $2 \mid - 2 \mid - 2 \mid - 2 \mid - 2 \mid - 2 \mid - 2 \mid - 2 \mid - 2 \mid - \dots$

Шарон и переродокъ германе переродокъ.

$$C_7^7 + C_{23}^6 = 23 \cdot 11 \cdot 9 (3 \cdot 2 + 2)$$

~~$$C_7^{23} = \frac{23!}{7! \cdot 16!} = \frac{17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 20 \cdot 21 \cdot 22 \cdot 23}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} =$$~~

$$C_{23}^6 = \frac{23!}{6!17!} = \frac{23 \cdot 22 \cdot 21 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 18}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = 10992$$

$$C_{14}^{10} = \frac{14!}{10!4!} = 1001$$

$${}^C_7 = \frac{13!}{7!6!} = 1716$$

(не реставровк)

$$\begin{array}{r} 1716 \cdot \\ \times 1001 \\ \hline 1716 \\ + 171600 \\ \hline 1717716 \end{array}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЪЧОНОК»

Дистанционно

МА0002694923

Шифр

Адрес площадки проведения

Вариант № 4

Фамилия Соколов

Имя Владимир

Отчество Енисович

Дата рождения 30.10.2005

Класс 11 К

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 8 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79613478255

Подпись

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами, дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Апелляционной комиссии
Университетской олимпиады школьников
«Бельчонок»
по Математике

(предмет)

от Соколова Владимира Денисовича
(ФИО участника)

Адрес площадки проведения
дистанционно(практоринг)

Класс 11

Шифр МА0002694923

Апелляционное заявление на результаты проверки олимпиадной работы

Прошу пересмотреть результаты проверки моей олимпиадной работы.

Задача № 4/0 (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № (Номер задачи/выставленный за нее балл)

Основанием для пересмотра баллов считаю:

Задача № 4 : Я считаю что за задачу номер 4(выполнена на листе 8)могу получить 1-6
Задача № : дополнительных баллов,так как у меня рассмотрен частный случай,который
Задача № : оказался правильным,объснено почему этот случай подходит по условиям,
Задача № : так же у меня есть частичные продвижения в доказательстве(есть
Задача № : рассуждения про разницу в 2 очка и приведен в соответствии с этим
Задача № : наименьший вариант,который подходит)

О себе сообщаю: 89613478255 (номер контактного телефона)

Результат рассмотрения апелляции прошу сообщить

eroha.machina.21@mail.ru (адрес электронной почты)

Дата и время подачи апелляции (время – красноярское): 04:26

Подпись участника Олимпиады: 

ЗАПОЛНЯЕТСЯ АПЕЛЛЯЦИОННОЙ КОМИССИЕЙ

Дата и время рассмотрения апелляции (время – красноярское) 13.04.23 11:50

Комментарии апелляционной комиссии:

№4: доказаны дополнительные утверждения, помогающие в решении задачи – 6 баллов.

Результат рассмотрения апелляции:

Изменить выставленные баллы за задачу №4 с 0 до 6 баллов.

Члены Апелляционной комиссии:

Мышкин Е.И.	
Шальчи Ю.В.	
Шефер И.В.	

Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Бельчонок»

от Соколова Владимира Денисовича

(ФИО участника)

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по Математике, выполненной «26» февраля 2023 г. на площадке дистанционно(практоринг)
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

89613478255

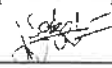
(номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

eroha.machina.21@mail.ru

(адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 9.04.2023 03:10

Подпись участника Олимпиады: 

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

ШИФР РАБОТЫ МА000 2694923 11ш

Дата и время отправки работы (время – красноярское) 10 04 23 14³⁰

Олимпиада школьников «БЕЛЧОНОК»

Вариант № 4

МА 0002694923

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	Σ
20	6	20	2	0	48

№3 Задание

Перепишем неравенство как

$$0 \leq \frac{3}{2} - \left(\frac{a}{3a^2+b^2+2ac} + \frac{b}{3b^2+c^2+2ab} + \frac{c}{3c^2+a^2+2bc} \right)$$

$$0 \leq \left(\frac{1}{2} - \frac{a}{3a^2+b^2+2ac} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{b}{3b^2+c^2+2ab} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{c}{3c^2+a^2+2bc} \right)$$

Тогда если докажем его то докажем и искомое неравенство.

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{a}{3a^2+b^2+2ac} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{b}{3b^2+c^2+2ab} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{c}{3c^2+a^2+2bc} \right) =$$

$$= \frac{3a^2+b^2+2ac-2a}{2(3a^2+b^2+2ac)} + \frac{3b^2+c^2+2ab-2b}{2(3b^2+c^2+2ab)} + \frac{3c^2+a^2+2bc-2c}{2(3c^2+a^2+2bc)}$$

Воспользуемся условием что $a+b+c=1$
 $2(a+b+c)=2$

$$\frac{3a^2+b^2+2ac-2(a+b+c) \cdot a}{2(3a^2+b^2+2ac)} + \frac{3b^2+c^2+2ab-2(a+b+c) \cdot b}{2(3b^2+c^2+2ab)} +$$

$$+ \frac{3c^2+a^2+2bc-2(a+b+c) \cdot c}{2(3c^2+a^2+2bc)} = \frac{3a^2-2a^2+b^2+2ac-2ac-2ab}{2(3a^2+b^2+2ac)} +$$

$$+ \frac{3b^2-2b^2+c^2+2ab-2ab-2bc}{2(3b^2+c^2+2ab)} + \frac{3c^2-2c^2+a^2+2bc-2bc-2ac}{2(3c^2+a^2+2bc)} =$$

$$= \frac{a^2-2ab+b^2}{2(3a^2+b^2+2ac)} + \frac{b^2-2bc+c^2}{2(3b^2+c^2+2ba)} + \frac{c^2-2ac+a^2}{2(3c^2+a^2+2bc)} =$$

$$= \frac{(a-b)^2}{2(3a^2+b^2+2ac)} + \frac{(b-c)^2}{2(3b^2+c^2+2ba)} + \frac{(c-a)^2}{2(3c^2+a^2+2bc)}$$

Продолжение на следующей
странице

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МАООО2694923

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа

Продолжение задания 3

$$\frac{(a-b)^2}{2(3a^2+b^2+2ac)} \geq 0 \quad \text{т.к. } (a-b)^2 \geq 0 \text{ (квадрат)} \text{ и } 3a^2+b^2+2ac > 0 \text{ т.к. } a, b, c > 0$$

аналогично

$$\frac{(b-c)^2}{2(3b^2+c^2+2ba)} \geq 0 \quad \text{т.к. } (b-c)^2 \geq 0 \text{ (квадрат)} \text{ и } 3b^2+c^2+2ba > 0 \text{ т.к. } a, b, c > 0$$

аналогично

$$\frac{(c-a)^2}{2(3c^2+a^2+2bc)} \geq 0 \quad \text{т.к. } (c-a)^2 \geq 0 \text{ (квадрат)} \text{ и } 3c^2+a^2+2bc > 0 \text{ т.к. } a, b, c > 0$$

$$\text{значит } 0 \leq \frac{(a-b)^2}{2(3a^2+b^2+2ac)} + \frac{(b-c)^2}{2(3b^2+c^2+2ab)} + \frac{(c-a)^2}{2(3c^2+a^2+2bc)}$$

$$\text{значит } \frac{a}{3a^2+b^2+2ac} + \frac{b}{3b^2+c^2+2ab} + \frac{c}{3c^2+a^2+2bc} \leq \frac{3}{2}$$

Доказано

Задание №7

Андрей - А; Бере - Б; Вася - В; Гриша - Г; Денис - Д; Жень - Ж

У нас есть билет, т.к. А и Б сидят рядом, можно рассматривать их как единое целое и тогда позиций для раскладки "АБ", В, Г, Д, Ж будет уже 5, однако заметим, что на 2 места А и Б можно расставить двумя способами (А, Б) и (Б, А) $\Rightarrow$ количество возможных раскладок на 5 позиций надо будет умножить на 2

Продолжение номера 1 на следующем листе 2 из

листе

из

листе

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 6 9 4 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с той стороны листа, в рамке справа

Продолжение номера 1

Подсчет расщедок на 5 позиций

1) Если «АВ» на 1-й позиции

Каждо рассматривать 4-х на 4 остав. места (рассматриваем без ячейки «АВ»)

1.1 Если «В» сидит на 1 $\Rightarrow$ «Г» останется на 2 места (т.к на 2-е нейдет) «Д» после «Г» останется на 2 места, а «Х» займет оставшиеся 2 места $2 \cdot 2 \cdot 1 = 4$ варианта

1.2 Если «В» сидит на 2 $\Rightarrow$ «Г» останется на 1 место (т.к на 1 и 3 нейдет) «Д» после «Г» останется на 2 места, а «Х» займет оставшиеся 2 места: $1 \cdot 2 \cdot 1 = 2$ варианта

1.3 Если «В» сидит на 3: симметрично с 1.2 = 2 варианта

1.4 Если «В» сидит на 4: симметрично с 1.1 = 4 варианта

Итого: Если «АВ» на 1-ой позиции есть $4+2+2+4=12$ вариантов

2. Если «АВ» на 2-ой позиции

Каждо рассматривать 4-х на 4 остав. места (рассматриваем с ячейкой «АВ»)

2.1 Если «В» сидит на 1 место $\Rightarrow$ «Г» есть на 2 места (3, 4, 5) «Д» после «Г» останется на 2 места,

Продолжение номера 1 на следующем

Лист 3 из

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

НАООО2694923

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проводятся только те, что записано с этой стороны листа

Продолжение номера 1

а „М“ займет оставшиеся места $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ вариантов

2.2 Если „В“ сядет на 3 место $\Rightarrow$ „Г“ есть на выбор 2 места (1, 5), „Д“ после „Г“ останется на выбор 2 места, а „М“ займет оставшиеся места $2 \cdot 2 \cdot 1 = 4$ варианта

2.3 Если „В“ сядет на 4 место $\Rightarrow$ „Г“ есть на выбор 1 место (1), „Д“ после „Г“ останется на выбор 2, а „М“ займет оставшиеся места $2 \cdot 1 \cdot 1 = 2$ вариан.

2.4 Если „В“ сядет на 5 место $\Rightarrow$ „Г“ есть на выбор 2 места (1, 3), „Д“ после „Г“ останется на выбор 2 места, „М“ займет оставшиеся места $2 \cdot 2 \cdot 1 = 4$ варианта

Итого: Если „АБ“ на 2 позиции есть $6 + 4 + 2 + 4 = 16$ вариантов

3. Если „АБ“ на 3-й позиции $\overbrace{1\ 2\ 3\ 4\ 5}^{AB}$

Каждо разместит 4-х на 4 оставшиеся (рассматриваем с буквой „АБ“)

3.1 Если „В“ сядет на 1-ое $\Rightarrow$ „Г“ на выбор 2 $\Rightarrow D=2 \Rightarrow \Rightarrow X=1$ Итого $2 \cdot 2 \cdot 1 = 4$ варианта

3.2 Если „В“ сядет на 2-ое $\Rightarrow$ „Г“ на выбор 2 $\Rightarrow D=2 \Rightarrow \Rightarrow X=1$ Итого $2 \cdot 2 \cdot 1 = 4$ варианта

3.3 Если „В“ сядет на 4-ое: симметрично с 3.2 т.е. 4 вар.

3.4 Если „В“ сядет на 5-ое: симметрично с 3.1 т.е. 4 вар.

Продолжение номера 1 на следующей
мине

Лист 4 из _____

МАООО2694923

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ: Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Продолжение номера 1

Итого: если „АБ“ на 3 позиции: есть $4+4+4+4 = 16$ вариантови. Если „АБ“ на 4-ой позиции симметрично с 2 $\Rightarrow 16$ вар.5. Если „АБ“ на 5-ой позиции симметрично с 1 $\Rightarrow$ $\Rightarrow 16$ 12 вариантовИтого вариантов когда „АБ“ разные числа: $12+16+16+16+12=72$, а значит они могут расстаться $72 \cdot 2 = 144$ -ми способами

Ответ: 144

Команды

Пусть всего n команд. Тогда всего ^{макс} $\frac{3n(n-1)}{2}$ _{мин. $n(n-1)$}

Очков так как суммарно за одну игру максимум

 $3+0 = 3$ очка и минимум $1+1 = 2$ очка, каждыйвыигрывает $n-1$ игрут.к. ~~выигрывает~~ ^{большая} выигрывает и первое место, то они набрав больше $\frac{(n-1)}{2}$ очков, иначе сумма будетменьше $\frac{n(n-1)}{2}$, а „менее“ меньше $\frac{3}{2}(n-1)$, т.к. иначе сумма будет больше $\frac{3n(n-1)}{2}$

Пусть „большая“ выигрывает „а“ игру и „б“ выигрывает,

а „менее“ выигрывает „х“ игру и „у“ выигрывает, тогда

$$\begin{cases} 3a+b \geq \frac{3}{2}(n-1) \\ 3x+y \leq \frac{3}{2}(n-1) \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Когда за победу дают 2 очка то} \\ \text{макс. } 2n \frac{(n-1)}{2} = n(n-1), \text{ и т.к. теперь} \end{array}$$

Продолжение номера 1 на следующей

Лист 5 из

2/2

Олимпиада школьников «БЕЛЫЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 6 9 4 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Предложение номера

номер на первом, а «длина» номере то

$$\begin{cases} 2a+b \leq n-1 \\ 2x+y \geq n-1 \end{cases}$$

Решен успешно

интервал номерных
вызовов нет.

ВНИМАНИЕ! Прорезается только то, что записано с этой стороны листа



16 вариантов

= 216 вар.

=>

+ 16 + 26 +

144 - var

$$\frac{(n-1)}{2} - 1$$

4

5,

Олимпиада школьников «БЕЛЪЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 6 9 4 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 2

$$(A + AQ = 1$$

$$S_{ABC} = ?$$

ОМ - высота уг γ и ω

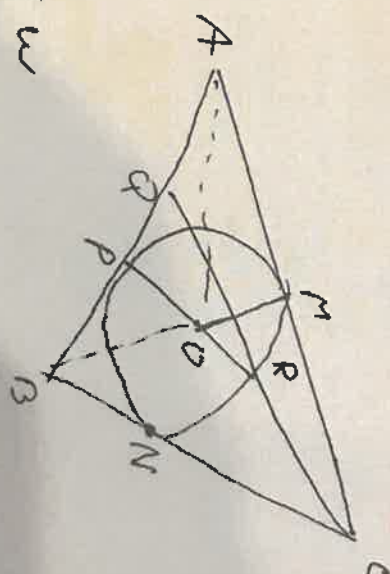
$$S_{OM} = S_{OAB} \text{ (т.к. } MO = OP = r)$$

$$AP = QB \Rightarrow AQ = PB \text{ и } AM = QN, AN = AP \Rightarrow$$

$$P_{ABC} = \frac{P_{ABC}}{2} = \frac{AP + AM + CM + CN + PB + BN}{2}$$

$$CA + AQ = 1$$

$$S_{ABC} = P_{ABC} V = V$$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа



МА 000 2694923

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4

Б А В Г Д Е Ж З И У М - правильный ответ

Ж 12 ✓

В при 4-х победах Белыхата получают 12 очков
за победу (если победа стоит 3 очка)

Метер при этом сырает 10 раз в неделю

Если же за победу дается 2 очка то

у Белыхата будет 8 очков, а у Метера
также 10

Это самый минимальный вариант, когда

Ж между Белыхатом и Метером будет
разница в два очка в первом случае и

также же разница в два очка, только уже
в пользу Метера во втором случае

Разница в два очка нужна, чтобы бы одинаковый
Метер и одинаковый приравненный

доказаны благотворительные
успехи, помогающие в
решении задачи (65)



Апелляционной комиссии
Университетской олимпиады школьников
«Бельчонок»

по

математике

(предмет)

от

Ситанова Илья Сергеевича

(ФИО участника)

Адрес площадки проведения

г.р. с системой прокторинга

Класс

11

Шифр

МА 000.233.02.23

Апелляционное заявление на результаты проверки олимпиадной работы

Прошу пересмотреть результаты проверки моей олимпиадной работы.

Задача № 1/6 (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № 2/0 (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № 3/20 (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № 4/12 (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № 5/4 (Номер задачи/выставленный за нее балл)
Задача № _____ (Номер задачи/выставленный за нее балл)

Основанием для пересмотра баллов считаю:

Задача № 1: В решении содержится лишь одна ошибка, из-за которой
Задача № 1: ответ в 2 раз меньше верного. По моему мнению
Задача № 4: я нашел верный ответ и подробно описал построение рисунка.
Задача № 4: при построении рисунка я расписал множество фактов, из которых
Задача № 4: вытекает ответ, которую я написал верно. Прошу выдать баллы за эту задачу
Задача № 5: Нашел одно р-е, применил к нему пропорции, которые верны в 1-м, но ошибся. Прошу

О себе сообщаю:

8999612 09 10

(номер контактного телефона)

Результат рассмотрения апелляции прошу сообщить

003228 kmn @ gmail.com (адрес электронной почты)

Дата и время подачи апелляции (время — красноярское): 2 апреля 2023 - 17:10

Подпись участника Олимпиады: [подпись]

ЗАПОЛНЯЕТСЯ АПЕЛЛЯЦИОННОЙ КОМИССИЕЙ

Дата и время рассмотрения апелляции (время — красноярское) 13.04.23 12:10

Комментарии апелляционной комиссии:

№1: решение в целом верное, однако оно содержит ошибку (не рассмотрели все случаи) -
16 баллов; №2: решение отсутствует - 0 баллов; №3: полное (верное) решение -
20 баллов; №4: полное (верное) решение - 20 баллов; №5: решение неадекватное, приводящее к
ошибкам при изложении. Выставленные баллы в заданиях №2 и №3.
Изменить выставленные баллы за задания №1 с 6 до 12 баллов
№4 с 12 до 20 баллов
№5 с 4 до 28 баллов.

Члены Апелляционной комиссии:

Ильин Е.К. / [подпись]
Шалько Ю.В. / [подпись]
Шеффер И.А. / [подпись]

Организационному комитету
университетской Олимпиады школьников
«Бельчонок»

от Ситникова Ивана Сергеевича
(ФИО участника)

Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой
по Математике, выполненной «26» февраля 2023 г. на площадке г. п. с. с/пос. Токтомига
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

8999 612 09 10 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

003.228.kiml@gmail.com (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 7 апреля 2023 - 18:50

Подпись участника Олимпиады: 

ШИФР РАБОТЫ МА0002330223

КЛАСС 11

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

Дата и время отправки работы (время – красноярское) 08.04.23 17:00

✓1. Рассмотрим 5 возможных пар мест, занятых Андреем и Борисом.

$\begin{matrix} \text{Б} & \text{А} \\ \text{А} & \text{Б} \end{matrix}$

1 2 3 4 5 6 (1,2)

1	2	3	4	5	Σ
8	0	20	12	4	42
(12)			(20)	(2)	(54)

306

Возможные пары мест, которые могут быть заняты Висем и Григорием:

(3,5), (3,6), (4,6).

Получаем 1 способ на АиБ и 3 способа на ВиГ.

Учитывая тот факт, что АиБ или ВиГ могут находиться местами, получим на каждое пол. 6 способов на 2.

АиБ - 2 сп. ВиГ - 8 сп.

Общ. кол-во сп-в, если АиБ(1,2) - $2 \cdot 3 \cdot 12$ сп.

1) $\begin{matrix} \text{Б} & \text{А} \\ \text{А} & \text{Б} \end{matrix}$...

так же, как и в первом случае рассмотрим возможные занятые пары мест.
(2,3) - АиБ

(1,4), (1,5), (1,6), (4,6) - ВиГ

$2 \cdot 8 = 16$ способов

③ (3,4) - АиБ

(1,5), (1,6); (2,5), (2,6) - ВиГ

$2 \cdot 8 = 16$ сп

④ (4,5) - симметричен случаю 2, значит кол-во сп-в - 16

⑤ (5,6) - симметричен случаю 1, значит кол-во сп-в - 12

Общее кол-во сп-в - $16 \cdot 3 + 12 \cdot 2 = 6(8+4) = 6 \cdot 12 = 72$

Ответ: 72 способами

$$3 \quad \frac{a}{3a^2+b^2+2ab} + \frac{b}{3b^2+c^2+2ab} + \frac{c}{3c^2+a^2+2bc} \leq \frac{3}{2}$$

Пусть $f(x, y, z) = \frac{x}{3x^2+y^2+2xz}$, покажем, что при $x+y+z=1$, $f(x, y, z) \leq \frac{1}{2}$.

$$\begin{cases} \frac{x}{3x^2+y^2+2xz} \leq \frac{1}{2} \\ x+y+z=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2+y^2+2xz-2x \geq 0 \\ z=1-x-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(3x+2z-2)+y^2 \geq 0 \\ z=1-x-y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(3x+2-2x-2y)+y^2 \geq 0 \\ z=1-x-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x-2y)+y^2 \geq 0 \\ z=1-x-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-2xy+y^2 \geq 0 \\ z=1-x-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-y)^2 \geq 0 \\ z=1-x-y \end{cases} \text{ верн.}$$

Значит, что $f(x, y, z)$ всегда $\leq \frac{1}{2}$, применим к выводу, что $\frac{a}{3a^2+b^2+2ac} \leq \frac{1}{2}$, $\frac{b}{3b^2+c^2+2ab} \leq \frac{1}{2}$, $\frac{c}{3c^2+a^2+2bc} \leq \frac{1}{2}$,

$$\frac{a}{3a^2+b^2+2ca} + \frac{b}{3b^2+c^2+2ab} + \frac{c}{3c^2+a^2+2bc} \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{a}{3a^2+b^2+2ca} + \frac{b}{3b^2+c^2+2ab} + \frac{c}{3c^2+a^2+2bc} \leq \frac{3}{2}$$

верн.

14. Сначала решим, что для того, чтобы у нас было преимущество, команда "Белый" должна выиграть минимум 4 раунда, т.к. если в 2-м случае случилось "Метеор" становится первой командой, где (и-ком-во команда) должны иметь больше очков, чем у "Белого" и меньше, чем у "Метеора". Тогда для 1-го случая пусть команда "Белый" должна выиграть минимум 4 раунда. Пусть команда "Белый" при 1-м случае имеет минимальное, тогда "Метеор" имеет 10 очков; это возможно, когда у "Метеора" - 10 поб и 1 пор, у "Белого" - 4 поб и 7 пор, значит "Метеор" не проиграет "Белому", а проиграет им. Этот случай удобен для построения, потому что пусть "Метеор" проиграет "Белому", а "Белый" допустим всего в потере. Тогда команда В и 15 очков соответственно при 1-м перестроении и 1 поб, 10 и 15 поб в пор. соотв. Разности побед и поражений равны, значит у оставшихся 10 команд поровну побед и поражений. Пусть команда В-во побед и поражений - 3, тогда $3 \cdot 3 + 5 = 14$ - при 1 случае. Во 2-м случае $6 \cdot 5 = 11$, у "Белого" - 10, у "Метеора" - 12. Значит минимальное количество команд - 12. Меньше не будет, т.к. если "Белый" выиграет 4 раунда, то "Метеор" не станет первой командой во 2-м случае, и тогда "Белый" станут последними.

Ответ: 12 команд.

№5. $x^4 + y^2 = xy^2 + y$ $x, y \in \mathbb{N}$.

Если $x=1$, то $y=1$. Получаем первое решение $(1; 1)$.
Решим кв-е ур-е относительно y .

$$y^2(x-1) + y - x^4 = 0$$

$$D = 1 + 4x^4(x-1).$$

$$y_1 = \frac{-1 - \sqrt{1 + 4x^4(x-1)}}{2(x-1)} - \text{не подходит, т.к. он отриц.}$$

$$y_2 = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4x^4(x-1)}}{2(x-1)} - \text{проверим, является ли этот корень}$$

кадровым или.

Для этого $1 + 4x^4(x-1)$ должен быть кв-м числом.
Пусть это число представлено в виде $(2z+1)^2$.

Тогда: $x + 4x^4(x-1) = 4z^2 + 4z + 1$.

$$4x^4(x-1) = 4z(z+1)$$

$$x^4(x-1) = z(z+1) \text{ пока что раскроем скобки}$$

$$x^4 - x^3 + 1 = z^2 + z \quad y = \frac{-1 + (2z+1)}{2(x-1)}$$

$$y \cdot 2(x+1) = 2z$$

$$y(x+1) = z$$

$$\begin{cases} y(x+1) = z \\ x^4(x-1) = z(z+1) \end{cases} \begin{cases} y = \frac{z}{x+1} \\ x^4 = (z+1)y \end{cases} \begin{cases} y = \frac{z}{x+1} \\ y = \frac{x^4}{z+1} \end{cases}$$

нет جواب, это решение
больше нет. Более того - есть!

У соображений выбора де
таль x и $x+1$, z и $z+1$
приходим к выводу, z
решения, искомое z , и
ник не имеет в данном,
нет.

Ответ $x=1, y=1$.

25

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	2	8	9	4	4	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант №

4

Фамилия Соболь СОБОЛЬ

Имя Владимир ВЛАДИМИР

Отчество Вячеславович ВЯЧЕСЛАВОВИЧ

Дата рождения 06.09.2005.

Класс 11

Предмет ~~математика~~ МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 10 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 8 928 159 5958

Подпись СОБОЛЬ

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 8 9 4 Н 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6
20	0	20	0	12	52

3

306

ВНИМАНИЕ! Продолжите задание 10, что написано с этой стороны листа в правой строке

$$\frac{a}{3a^2+b^2+2ca} + \frac{b}{3b^2+c^2+2ab} + \frac{c}{3c^2+a^2+2bc} \leq \frac{3}{2}$$

$$3a^2+b^2+2ca + 3b^2+c^2+2ab + 3c^2+a^2+2bc \leq 2$$

$$4a^2+4b^2+4c^2+2ab+2bc+2ca \leq 2$$

$$2a^2+2b^2+2c^2+ab+bc+ca \leq 1$$

$$2a^2+2b^2+2c^2+ab+bc+ca \leq 1$$

$$\frac{a}{3a^2+b^2+2ca} + \frac{b}{3b^2+c^2+2ab} + \frac{c}{3c^2+a^2+2bc} =$$

$$\frac{a}{2a^2+a^2+b^2+2ca} + \frac{b}{2b^2+b^2+c^2+2ab} + \frac{c}{2c^2+c^2+a^2+2bc} \leq$$

$$\frac{a}{2a^2+2ab+2ca} + \frac{b}{2b^2+2bc+2cb} + \frac{c}{2c^2+2ac+2bc} \leq$$

переход сделан (переход выполнен на стр. 2 (пункт 1) с помощью неравенства о средних продолж на листе 2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МАРРО2894423

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

продолжение №3

$$\leq \frac{1}{2a+2b+2c} + \frac{1}{2a+2b+c} + \frac{1}{2a+2b+2c} \leq \frac{3}{2}$$

т.ч. г.

Переход к помощи неравенства о средних:

$$2a^2 + a^2 + b^2 + 2ac > 2a^2 + 2ab + 2ac \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2a^2 + 2b + 2c} > \frac{1}{2a^2 + a^2 + b^2 + 2ac}$$

№4.

ABCE - AFGE.

A - Андрей, B - Борис, C - Вася, E - Гима, G - Дима, F - Елена

AB = E, B, G, F, C.

считаем комбинации, когда AB или BA

E	4	3	2	1
4	E	3	2	1
4	3	E	2	1
4	3	2	E	1
4	3	2	1	E

$$= 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 240$$

$$= 5 \cdot 4! = 120$$

$$= 5 \cdot 4! = 120$$

нужно умножить на 2 т.к.
есть вариант BA $\Rightarrow 240$.

продолжение на листе 3. $\rightarrow$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 8 9 4 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Продолжение №1
 $AB = 6$, $AC = K$, $D; \pi$

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{K} \cdot 2 \cdot 1 \Rightarrow \frac{2}{3} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4 = 96$$

$C \cdot 2$ т.к не учитываем, ~~дифференциал~~

$6 \dots K$, а $K \dots 6$ унар.

$$240 - 96 = 144 \text{ (способа)}$$

Ответ: 144.

№1

расставим AB всеми способами

$$\left. \begin{array}{l} AB \dots \dots \dots (1) \ 12 \\ \underline{AB} \dots \dots \dots (2) \ 16 \\ \dots \underline{AB} \dots \dots \dots (3) \ 16 \\ \dots \dots \underline{AB} \dots \dots \dots (4) \ 16 \\ \dots \dots \dots \underline{AB} \dots \dots \dots (5) \ 12 \end{array} \right\}$$

р-м способа 1 и 2, у них будет одинак. число р-ок

рассмотрим

р-н (1), подставим B всеми способами

$$\left. \begin{array}{l} AB \ B \dots \dots \dots (6) \ 4 \\ \underline{AB} \ B \dots \dots \dots (7) \ 2 \\ \underline{AB} \ B \dots \dots \dots (8) \ 2 \\ \underline{AB} \ B \dots \dots \dots (9) \ 4 \end{array} \right\} 12$$

Лист 3 из 10

Лист 15 из 10

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 8 9 4 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

51. продолжите

р-и (0)

у Т есть 2 способ. сесть

А Б В - Г -

А Б В - - Г

можно расставить 2 способ
итого (0) дает 4 комб, 8) аналогично 4.

р-и (7)

А Б - В - Г, у 1 способ, а Д Е дают
еще 2 способа, итого (7) дает 2, итого (1) и (2)
дает 2 способа расстановки

р-и (8)

- А Б - - -

посади м В 4 способами.

В А Б - - -	(10)	4	} 16
- А Б В - -	(11)	4	
- А Б В - В	(12)	2	
- А Б - - В	(13)	4	

В (10) будет 3! способов

В (11)

Г А Б В - - 2 спос. $\rightarrow$ всего 4.

- А Б В - Г 2 способа

В (13) аналогично 4, в 12 Г можно 1 способом, ЕД 2.

Лист 4 из 10

Лист 15 из 10

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 8 9 4 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

на продолжение

ВНИМАНИЕ! Проследите, чтобы на листе не было записей с этой стороны листа

В слес. (4) столько же комб, как в (5)
 р-м комб. (5) и сразу посад. в всели слес.

$\begin{array}{l} \text{В-АБ} \dots (14) \quad 4 \\ - \text{ВAB} \dots (15) \quad 4 \\ - \text{АБВ} \dots (16) \quad 4 \\ - \text{АВ-В} (17) \quad 4 \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{В (14) и (17) Г можно} \\ \text{посадить 2 слес., ДЕ также} \\ \text{итого 4 слес} \end{array} \right\} 16$

В (45) и (16) Г можно посадить 2 способами, а ДЕ еще двумя, итого 4

итого ~~всех~~ без учета ^{расстан.} АВ а могу посадить 2.12 + 16.3 способами = 24 + 48 = 72 слес., ^{с учетом}

АВ ^{расстан.} 2.72 = 144 слес.

Ответ: 144.

55.

$x^4 + y^4 = x^2 y^2 + y^4$, где x и y - натуральные

$$y^2(x-1) + y - x^4 = 0$$

$$D = 1 + 4(x-1)x^4$$

т.к. x и y - натуральные $\Rightarrow D = M^2$

$$4x^2(x-1) + 1 = M^2 \Rightarrow M^2 \pmod{4} = 1$$

x	x^2	$x^2 \pmod{4}$	подок.
1	1	1	подок.
2	4	0	нет
3	9	1	подок.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 8 9 4 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

55 (продолжение.)

, тогда можно говорить о том, что $T = 2b - 1$

$$4x^4(x-1)+1=(2b-1)^2$$

$$4x^4(x-1)+1=4b^2-4b+1$$

$$x^4(x-1)=b(b-1)$$

поскольку x и b - натур.

$$x=b$$

$$b^4(b-1)=b(b-1)$$

$b \neq 0$, $x=0$, x не натур.

$$b^3(b-1)-(b-1)=0$$

$$(b-1)(b^3-1)=0$$

$b=1$
 $x=1$, подставим в пример

$1+y^2=y^2+y$, тогда $y=1$, получили
пару $(1; 1)$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа
и ранее с обратной



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 8 9 4 И 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

5 (подсказка)

ВНИМАНИЕ! Прочитайте задание на этой странице и этой стороне листа в правой колонке

$$b = x^4$$

$$x^4(x-1) = x^4(x^4-1)$$

$$x \neq 0$$

$$x-1 = x^4-1$$

$$x^4-x=0$$

$$x(x^3-1)=0 \Rightarrow x=0, x=1 \text{ — уже был}$$

не найден $\Rightarrow$ не подх.

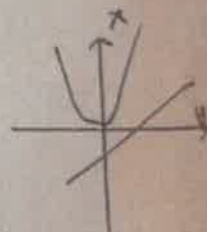
$$b-1 = x^4$$

$$b = x^4 + 1$$

$$x^4(x-1) = x^4(x^4+1), x \neq 0$$

$$x^4-x+2=0$$

$$x^4 = x-2; \text{ построим } y=x^4 \text{ и } y=x-2 \text{ и найдем пересек. нет общих}$$



$$\Rightarrow x \in \emptyset$$

$$x^4(x-1) = b(b-1)$$

b — делитель x

$$a) b = ax$$

$$x^4(x-1) = ax(ax-1) \Leftrightarrow x^3(x-1) = a(ax-1) \quad | b) b = ax^3$$

$$b) b = 0 \text{ или } x^2; x^2(x-1) = a(ax^2-1)$$

Лист 7 из 10

Лист 8 из 10

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МА 000289МА23

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5 (продолж.)

перебором получили еще одну пару

$$x=6; y=8$$

$$y=16.$$

Ответ: $(1;1), (6;16)$

ВНИМАНИЕ! Прочитайте задание, что написано в этой строке и ниже.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Дистанционно

М	А	Р	О	О	2	7	7	0	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 4

Фамилия ХЛОПЦЕВ

Имя АРТЁМ

Отчество ЕВГЕНЬЕВИЧ

Дата рождения 03.06.2005 Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 6 листах Дата выполнения работы 26.02.23

Номер телефона +7 917 391 84 95 Подпись А.Хл

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 7 7 0 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ: Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№1

300

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	0	0	60

Обозначим имена мальчиков как А, Б, В, Г, Д и т. (по первой букве имени). Тогда А и Б должны быть рядом, будучи вместе АБ за отдельную букву (как подсчитают как БА, так и АБ, поэтому увеличим количество случаев в 2 раза при подсчете).

Посчитаем количество способов, когда А и Б рядом, а В и Г могут как быть рядом, так и располагаться отдельно: набор (АБ), В, Г, Д, и т.

Количество способов $5! \cdot 2 = 240$ (перестановка 5 букв и умножим на 2, т.к. АБ и БА для нас разные случаи)

Далее посчитаем кол-во способов, когда А и Б идут рядом и В и Г идут рядом. (ВГ и ГВ - разные случаи, поэтому умножим на 2)

Количество способов: $4! \cdot 2 \cdot 2 = 24 \cdot 4 = 96$ (набор

(АБ), (ВГ), Д, и т.)

Чтобы получить искомое кол-во способов нужно вычесть из кол-ва способов перестановки ребят с возможными рассадками В и Г вместе и отдельно количество способов рассадки их вместе:
 $240 - 96 = 144$

Ответ: 144

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОПОК»

Вариант № 4

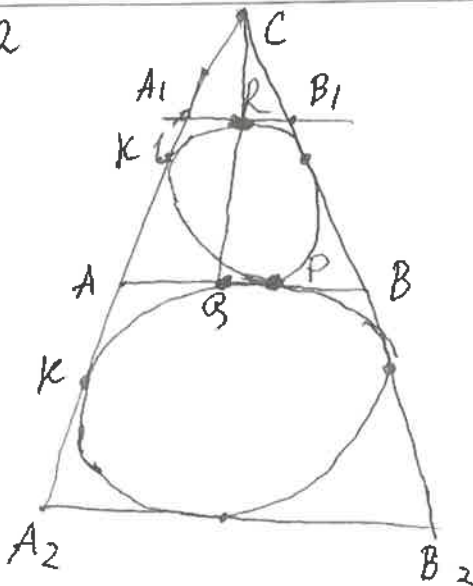
М А О О О 2 7 7 0 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проставляется только то, что написано с этой стороны листа и в рамке справа



~2



Дано: $\triangle ABC$; r ; $CA + AQ = 1$
 $CR \cap AB = Q$

Найти: S_{ABC} - ?

Решение.

1) Построим через м. R
 прямую $A_1B_1 \parallel AB$ (угл A_1 и B_1 -
 т. пересек этой прямой со
 сторонами AC и BC соотв.).

2) Тогда AA_1, B_1B - радиусы

внешней окружности.

3) Построим внешнюю окружность A_2ABB_2 радиусом

AA_1, B_1B ($A_2B_2 \parallel AB$)

4) Так как они оба подобны, то они оба
 описаны и тогда внеш. впис. окружности
 имеют A_1B_1 и AB в одинак. отстоянии.

$$\frac{A_1R}{RB_1} = \frac{AQ}{QB} \Rightarrow Q - \text{т. касания, тогда внеш.}$$

окр. в A_2ABB_2 является внешней для $\triangle ABC$.

5) Пусть первая окр. ω касается стороны
 AC в т. K1, а внеш. окр. касается ~~продолжения~~
~~в~~ продолжения BK.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МА 0002770523

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$6) pB = \frac{AB + BC - AC}{2} = p - AC$$

$$AK = AQ \text{ (как отрезки кас - к)}$$

$$AK = AQ = \frac{BC + AB - AC}{2} = p - AC$$

$$AC + AQ = p$$

$$7) S_{ABC} = p \cdot r = (AC + AQ) \cdot r = r$$

Ответ: r



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 7 7 0 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверять только то, что написано с этой стороны листа в ранее сданных



№3 Дано:

$$a, b, c > 0 \text{ и } a+b+c=1$$

$$\text{Д-мб: } \frac{a}{3a^2+b^2+2ca} + \frac{b}{3b^2+c^2+2ab} + \frac{c}{3c^2+a^2+2bc} \leq \frac{3}{2}$$

$$\text{Д-во: } \frac{a}{3a^2+b^2+2ca} = \frac{a}{2a^2+2ca+2ab+b^2-2ab+a^2} =$$

$$= \frac{a}{2a(a+b+c) + (b-a)^2}$$

$$\text{П-к } (b-a)^2 \geq 0, \text{ то } \frac{a}{2a(a+b+c) + (b-a)^2} \leq \frac{a}{2a(a+b+c)} =$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$\text{Получаем, что } \frac{a}{3a^2+b^2+2ca} \leq \frac{1}{2}$$

Аналогично для двух других дробей:

$$\frac{b}{3b^2+c^2+2ab} = \frac{b}{2b^2+2ab+2cb-b^2+c^2} =$$

$$= \frac{b}{2b(a+b+c) + (b-c)^2} \leq \frac{1}{2} = \frac{b}{2b(a+b+c)}$$

$$\frac{c}{3c^2+a^2+2bc} = \frac{c}{2c^2+2bc+2ac+c^2-2ac+a^2} =$$

$$= \frac{c}{2c(a+b+c) + (c-a)^2} \leq \frac{c}{2c(a+b+c)} = \frac{1}{2}$$

Сложив все полученные нер-ва:

$$\text{В итоге: } \frac{a}{3a^2+b^2+2ca} + \frac{b}{3b^2+c^2+2ab} + \frac{c}{3c^2+a^2+2bc} \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М	А	0	0	0	2	7	7	0	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке слева



$$\frac{a}{3a^2+b^2+c^2} + \frac{b}{3b^2+c^2+a^2} + \frac{c}{3c^2+a^2+b^2} \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

т.н.г.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М	А	0	0	0	2	7	7	0	5	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5

При нам x и y $x^4 + y^2$ - возраст функции
и $xy^2 + y$ - возраст функции. Тогда точек
пересечения у них максимум две.

Решениями являются пары: $x, y : (1; 1)$ и $(6; 16)$.

Ответ: $(1, 1); (6; 16)$

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	2	7	4	9	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Адрес площадки проведения _____

Шифр _____

Вариант № 4

Фамилия ТУЛИНОВ

Имя ТИМОФЕЙ

Отчество АНТОНОВИЧ

Дата рождения 16.02.2005 Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы 26.02.23

Номер телефона +73131644362 Подпись Тимин

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Вариант № 4

М А О О О 2 7 4 9 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	Σ
20	0	20	12	0	52

Задача 1

Дм Варманти рассадил Васю и Грими, ~~30~~
 И ~~через~~ ~~одно~~ ~~место~~ посадив ихс Буден смонет
 на Варманти рассадил Андерс и Фом,
 оставившие свое сады ормозмонта. В поше
 ромонии все на 8 т.к. Кашире свое в
 3-ех парях могут поменять между собой
 местами и получить новые рассадки.
 Промежуток места от 1 до 6.

1. В и Г - ~~сво~~ через одного.

Если они сидят на 1, 3 и 4, 6, то
 у А и Б по 2в., если на 2, 4 и 3, 5 то по
 единичный вариант. Всего 6.

~~Если они сидят~~

2. В и Г - ~~сво~~ через двоих.

Если они сидят 1, 4 и 3, 6, то по у
 А и Б по 2в., если на 2, 5 то единичный
 вариант. Всего 5.

3. В и Г - ~~сво~~ через ~~четыре~~ троих

Если они сидят 1, 5 и 2, 6, то у А и Б
 по 2в.; Всего 4.

4. В и Г - ~~сво~~ через четверых, тогда у А и Б 3в.
 Всего 3.

~~Всего~~ Всего способов сесть с учетом пожеланий
 $8 \cdot (6 + 5 + 4 + 3) = 18 \cdot 8 = 80 + 64 = 144$ сп.

Ответ: 144 способа.

ВНИМАНИЕ! Пронумеровано только №, что написано с этой стороны листа
 и ранее справа



Вариант № 4

M A O O O L 7 4 9 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 3

$$a, b, c > 0, a + b + c = 1$$

$$\frac{2a}{3a^2 + b^2 + 2ca} \leq 1 \quad \text{— предположим}$$

$$(3a^2 + b^2 + 2ca) > 0$$

$$2a \leq 3a^2 + b^2 + 2ca = (a+b+c)^2 + 2a^2 - c^2 - 2ab - 2bc$$

$$1 + 2a^2 - 2a - c^2 - 2ab - 2bc \geq 0$$

$$(a-1)^2 + a^2 - 2ab + b^2 - c^2 - 2bc - b^2 \geq 0$$

$$(a-1)^2 + (a-b)^2 - (c+b)^2 \geq 0 \quad (c+b = 1-a)$$

$$(a-1)^2 + (a-b)^2 - (1-a)^2 \geq 0$$

$$(a-b)^2 \geq 0 \quad \text{— верно, значит}$$

$$\frac{2a}{3a^2 + b^2 + 2ca} \leq 1, \text{ т.к. все преобразования}$$

$$\text{равносильны.}$$

$$\frac{2b}{3b^2 + c^2 + 2ab} \leq 1 \quad \text{— предположим}$$

$$2b \leq (a+b+c)^2 + 2b^2 - a^2 - 2bc - 2ac$$

$$(b^2-1)^2 + b^2 - 2bc + c^2 - a^2 - 2ac - c^2 \geq 0$$

$$(b-1)^2 + (b-c)^2 - (a+c)^2 \geq 0 \quad (a+c = 1-b)$$

$$(b-c)^2 \geq 0 \quad \text{— верно}$$

Вариант № 4

М	А	0	0	0	2	7	4	9	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 3 (продолжение)

$$\frac{2c}{3a^2+b^2+2bc} \leq 1 \text{ — предположим.}$$

$$2c \leq (a+b+c)^2 + 2c^2 - b^2 - 2ab - 2ac$$

$$(c-1)^2 + c^2 - 2ac + a^2 - b^2 - 2ab - a^2 \geq 0$$

$$(c-1)^2 + (c-a)^2 - (b+a)^2 \geq 0 \quad (b+a = 1-c)$$

$$\leftarrow (c-a)^2 \geq 0 \text{ — верно}$$

Получаем:

$$\frac{2a}{3a^2+b^2+2ca} + \frac{2b}{3b^2+c^2+2ab} + \frac{2c}{3c^2+a^2+2bc} \leq 3 \quad \Big| \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{a}{3a^2+b^2+2ca} + \frac{b}{3b^2+c^2+2ab} + \frac{c}{3c^2+a^2+2bc} \leq \frac{3}{2}$$

З.Т.Д.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 7 4 9 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 4

Заметим, что изначально разница очков Б и М равна 2, а после изменения очков М равна -2.

т.к. кол-во очков у Метора не могло увеличиться, значит оно уменьшилось у Бельчаны хотя бы на 4. Значит Бельчана выиграла хотя бы 4 матча, но если выиграла всего 4, то Метор должен был все их сыграть вничью, но они проиграли Бельчаны, значит наименьшая победа 5, а Бельчана набрала изначально ≥ 13 очков.

Заметим более сильное утверждение, что кол-во побед Бельчаны хотя бы на 4 больше, т.к. иначе после перемены очков разница уменьшилась меньше чем на 4.

Также замечаем, что если Метор выиграл хотя бы 1 матч

Значит победы Метора не более 11 матчей, значит Бельчана выиграла хотя бы 12.

Итого:

Б: 3 2 3 3 1 0 0 0 0 0 0

М: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М	А	0	0	0	2	7	4	9	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 5

$$x^4 + y^2 = xy^2 + y \quad :y \quad :y \quad :y \Rightarrow x^4 : y$$

$$xy = y(xy + 1 - y) = y(y(x-1) + 1)$$

~~$$xy = y(xy + 1 - y)$$~~

~~~~~

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что написано с этой стороны листа  
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

дистанционный формат

М А 0 0 0 2 8 9 3 9 2 3

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 4

Фамилия БАЛШИНОВА

Имя АЛЕНА

Отчество ИГОРЕВНА

Дата рождения 26.01.2006

Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы 16.02.2023

Номер телефона 8916 885 99 79

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МАООО2893923

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках справа

№1

Обозначим шестнадцать машинок первыми буквами их имен, тогда:  
Андрей - А, Борис - Б, Вася - В, Григорий - Г, Денис - Д, Жень - Ж.

Всего расхождений, где А и Б сидят вместе:  $2 \cdot 5!$

|    |    |    |   |   |          |
|----|----|----|---|---|----------|
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5 | $\Sigma$ |
| 20 | 20 | 20 | 0 | 6 | 66       |

Для удобства, найдем кол-во расхождений, где:

А и Б сидят вместе и В и Г вместе:  $2 \cdot 2 \cdot 4! = 4 \cdot 5!$

Тогда с учетом поправок мы получим:  $(2 - \frac{4}{5}) \cdot 5! = \frac{6}{5} \cdot 5! = 144$

Ответ: 144

№2

Дано:  $\triangle ABC$  - треугольник,  $\omega$  - вписанная окружность;

$r$  - радиус,  $CA + AQ = 1$

Найти:  $S_{\triangle ABC}$  - ?

Пусть  $A_1, B_1 \in A, A_1, B_1 \parallel AB$

$A_1 = A_1, B_1 \cap CA$

$B_1 = A_1, B_1 \cap CB$

Тогда  $\triangle CA_1B_1 \sim \triangle CAB$

$\omega$  вписанная окр для  $\triangle A_1B_1C$

Тогда  $CA_1 = CB_1 = CB_1 + B_1R$

$CA_1 + A_1R = CB_1 + B_1R$

и в сумме они дают  $CA + AB$ .

Но если каждое из чисел равно полупериметру  $\triangle CA_1B_1$ , то  $\triangle CA_1B_1$  и  $\triangle CAB$  касаются с центром в  $C$  и

обой  $R$  есть  $Q$ , то  $CA + AQ = r \triangle CA_1B_1$ . Тогда  $S_{\triangle ABC} = r \cdot r = r$

$r$  - полупериметр  
( $\frac{P}{2}$ )

Ответ:  $S_{\triangle ABC} = r$

№3  $a, b, c > 0$  и  $a + b + c = 1$  - известно

$$(\cdot): \frac{a}{3a^2 + b^2 + 2ca} + \frac{b}{3b^2 + c^2 + 2ab} + \frac{c}{3c^2 + a^2 + 2bc} \leq \frac{3}{2}$$

Заметим, что  $3a^2 + b^2 + 2ca = 2a^2 + a^2 + b^2 + 2ca \geq 2a^2 + 2ab + 2ca = 2a(a + b + c) = 2a$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МА 0002893923

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте, пожалуйста, что записано с этой стороны листа в ранее справа

Имеем,  $\frac{a}{3a^2 + b^2 + 2ab} \leq \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$

Аналогично, учитывая другие дроби, получаем  $\frac{b}{2}$  и приходим к результату.

№ 5

$$x^4 + y^2 = xy^2 + y$$

Случай 1:  $y = 1$   $x^4 = x$   $x = 1$ , так  $x \in \mathbb{N}$

Случай 2:  $y \geq 2$

Пусть  $y$  кратно  $p$  — простое

Тогда так  $x^4 = y(1 + xy - y)$ ,  $x^4$  кратно  $p \Rightarrow x$  кратно  $p$

$\Rightarrow x^4$  кратно  $p^4$

Заметим, что  $1 + xy - y$  и  $y$  взаимно просты, поэтому  $y$  кратно  $p^4$ .

$y = p^4 y_1$ ,  $x = p x_1$   ~~$x_1^4 = y_1(1 + x_1 y_1 p^5 - y_1 p^4)$~~

$x_1^4 = y_1(1 + x_1 y_1 p^5 - y_1 p^4)$

Повторим рассуждения:  $y_1$  кратно  $q$  — простое (т.д.г.)  $\Rightarrow y_1$  кратно  $q^4$

На каждом шаге, если  $y_k \neq 1$ , то оно делится на  $p^4$ .

Итак,  $y = z^4$  для некоторого  $z$

$x^4 + z^8 = x \cdot z^3 + z^4$

$x^4 = z^4(1 + x z^4 - z^4)$  здесь

Пусть  $z$  кратно  $p^L$ ,  $p$  — простое и  $z$  не кратно  $p^{L+1}$

Тогда отделим входящий  $p$  в  $z^4(1 + x z^4 - z^4) \nmid 4L$

Итак,  $x^4$  кратно  $p^{4L}$ , то есть  $x$  кратно  $p^L$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О 0 0 2 8 9 3 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Прочитайте только то, что написано с этой стороны листа  
и решайте справа

Примем  $x$  не кратное  $p^2+1$

Максим брадем,  $x = z \cdot v$ , где  $(v, z) = 1$  и  $v \in N$

$$v^4 = 1 + v \cdot z^5 - z^4$$

$$v^4 = 1 + z^4(vz - 1)$$

Итак, что  $z \leq v-1$ , или  $z = v-1$ :

$$v^4 - 1 = (v-1)^4(v^2 - v - 1)$$

$$(v-1)(v+1)(v^2+1) = (v-1)^4(v^2-v-1)$$

корни  $\rightarrow 0, 1, 3$

$$p(v) = (v-1)^4(v^2-v-1) - v^4 + 1 = v(v-1)(v-3) \cdot (v^2-v^2+v+1)$$

$$\begin{cases} \text{примем: } -5v^2 - 2v + 1 > 0 \\ \text{или } v \geq 1 \end{cases}$$

$$v_0 = \frac{1}{5}$$

$$1^3 - 1^2 + 1 + 1 > 0 \Rightarrow \text{нет корней в } N$$

$$v = 3 \Rightarrow z = 2 \Rightarrow y = 16, x = 6 \quad (\text{или: } (1, 1) \\ (6, 16))$$

И4

Наименьшие: побед 60, ничья 10, про 60

Шифр

Олимпиада школьников

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

М-р; а

Б-т

" ... м. п.

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

МА0002144423

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант №

Фамилия МихайловИмя КириллОтчество АЛЕКСАНДРОВИЧДата рождения 16.02.2005Класс 11Предмет МАТЕМАТИКАРабота выполнена на 5 листахДата выполнения работы 26.02.2023Номер телефона 79245221126

Подпись

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы шифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 1 4 4 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1. Люди: А, Б, В, Г, Д, Ж.

А и Б должны сидеть рядом  $\Rightarrow$  можно заменить А и Б на одного человека (т.е. рассматривать как единое целое) З.

Найдем число рассадок З, В, Г, Д, Ж, нужно будет умножить на 2 это число, т.к. внутри З А и Б можно сидеть двумя способами.

Есть  $5! = 120$  рассадок З, В, Г, Д, Ж, но В и Г не должны сидеть рядом.

|    |    |    |    |   |    |
|----|----|----|----|---|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | Σ  |
| 20 | 20 | 20 | 20 | 0 | 80 |

Найдем число рассадок, когда они рядом:

Выбрав пару мест, где они сидят, можно четырьмя способами, рассадить их в этой паре - двумя способами, остальных -  $3! = 6$  способами.

$4 \cdot 2 \cdot 6 = 48$  способов, когда В и Г сидят рядом,

$120 - 48 = 72$  способа, когда не сидят рядом.

Возвращаясь к А, Б, В, Г, Д, Ж, получим:

$72 \cdot 2 = 144$  рассадки.

Ответ: 144.

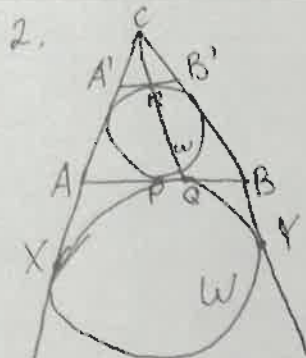


## Олимпиада школьников «БЕЛЧОНОК»

Вариант № 4

МАООО 2144423

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



Решение: Пусть  $W$  - вневписанная окружность  $\triangle ABC$ , касающаяся стороны  $AB$ .  $R$  - диаметрально противоположна  $P$  в  $W \Rightarrow$  касательные в  $R$  и  $P$  в  $W$  параллельны.

Пусть касательная в  $R$  в  $W$  пересекает стороны  $CA$  и  $CB$  в точках  $A'$  и  $B'$  соответственно.

ко.  $A'B' \parallel AB \Rightarrow \angle CAB = \angle CA'B'$ ,

$\angle CBA$  и  $\angle CB'A'$  - соответственные углы, тогда  $\triangle CA'B' \sim \triangle CAB$  (по двум углам).

$W$  - вневписанная окружность  $\triangle CA'B'$ , касающаяся  $A'B'$ .

Сделаем гомотетию с центром  $C$  и коэффициентом  $\frac{CA}{CA'}$ , тогда  $A'$  перейдет в  $A$ ,  $B'$  - в  $B$  (т.к.  $\frac{CB}{CB'} = \frac{CA}{CA'}$  из подобия  $\triangle CA'B'$  и  $\triangle CAB$ ).  $\triangle CA'B'$  перейдет в  $\triangle CAB$ ,  $W$  как вневписанная окружность  $\triangle CA'B'$  перейдет во вневписанную окружность  $\triangle CAB$ , т.е.  $W$ .

Почка, касающаяся  $W$  и  $A'B'$  перейдет в точку касания  $W$  и  $AB$ , это должна быть  $Q$ , т.к.  $C, R, Q$  лежат на одной прямой и  $Q \in AB$ . Т.е.  $W$  касается  $AB$  в точке  $Q$ .

Обозначим длины касательных из  $A, B, C$  к  $W$  как  $a, b, c$  соответственно, а точки касания  $W$  с  $AC$  и  $BC$  как  $X$  и  $Y$  соответственно. Тогда  $AQ = AX = a$ ,  $BQ = BY = b$ ,  $CX = CY = c$  - равные отрезки касательных.  $CA + AQ = CA + AX = CX = c$ ,  $CB + BQ = CB + BY = CY = c$ ,  $P_{ABC} = CA + AB + BC = CA + AQ + QB + BC = CX + CY = 2c$ ,  $p = c$ . По условию  $CA + AQ = 1 \Rightarrow c = 1$ .

По формуле площади получаем:  $S = p \cdot r = 1 \cdot r = r$ , где  $p$  - полупериметр. ( $p = c = 1$ ). Ответ:  $r$ .

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

M A O O O 2 1 4 4 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках справа.

$$3. \frac{a}{3a^2+b^2+2ca} + \frac{a(b+a+c)}{3a^2+b^2+2ca} = \frac{a^2+ab+ac}{3a^2+b^2+2ca}.$$

Докажем, что эта дробь не больше  $\frac{1}{2}$ .

$$\text{Это равносильно: } a^2+ab+ac \leq \frac{1}{2} \cdot (3a^2+b^2+2ac) \Leftrightarrow 2a^2+2ab+2ac \leq 3a^2+b^2+2ac \Leftrightarrow 2ab \leq a^2+b^2 \Leftrightarrow 0 \leq (a-b)^2 - \text{Верно.}$$

$$\text{Докажем, что } \frac{a}{3a^2+b^2+2ca} \leq \frac{1}{2}.$$

$$\text{Аналогично: } \frac{b}{3b^2+c^2+2ab} \leq \frac{1}{2}, \frac{c}{3c^2+a^2+2bc} \leq \frac{1}{2}.$$

Сумма этих дробей не больше  $3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ , ч. т. д.



## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

M A O O O 2 1 4 4 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

4. Ответ: 12.

Решение: система начисления очков.

I - победа - 3 очка, ничья - 1 очко, поражение - 0 очков

II - победа - 2 очка, ничья - 1 очко, поражение - 0 очков

Пусть это  $n$  команд. Рассмотрим систему II. В ней за каждый матч суммарно начисл. 2 очка, матчей  $C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$ , сумма очков всех команд:  $2 \cdot \frac{n(n-1)}{2} = n(n-1)$ , средняя команда набирает по  $\frac{n(n-1)}{n} = n-1$  очков.

Если бы «Метеор» не выигрывал, то у него было бы не более 1 очка за каждый из  $n-1$  матчей, т.е. не более  $n-1$  очка. Но он на первом месте, значит очков должно быть больше, чем в среднем, т.е. больше, чем  $n-1$ , противоречие.

Тогда «Метеор» победил хотя бы 1 раз. «Б-ТА» на последнем месте, значит у них очков меньше среднего, т.е. меньше  $n-1$ .

Если у них  $\alpha$  побед,  $\beta$  ничьих и  $\gamma$  поражений, то очков:  $2\alpha + \beta \leq n-2$ .  $\alpha + \beta + \gamma$  - число игр,  $2\alpha + \beta \leq \alpha + \beta + \gamma - 1$ ,  $\alpha \leq \gamma - 1 < 1$ , т.е. у «Б-ТА» побед меньше, чем поражений, а число игр:

$$n-1 = \alpha + \beta + \gamma \geq \alpha + 0 + \alpha + 1 = 2\alpha + 1, n \geq 2\alpha + 2.$$

При переходе от системы I к системе II у каждой команды число очков увеличивается на число её побед в системе I.

У «Б-ТА» больше всех очков, а у «М-А» меньше всех, так что если  $n \geq 3$ , то число очков «Б-ТА» мин. не 2 больше, чем у «М-РА» (у «Б-ТА» мин. не 1 больше, чем у какой-то 3-й команды, а у неё мин. на 1 больше, чем у «М-РА»).  $n = 2$  невозможно, ведь тогда

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 1 4 4 4 2 3

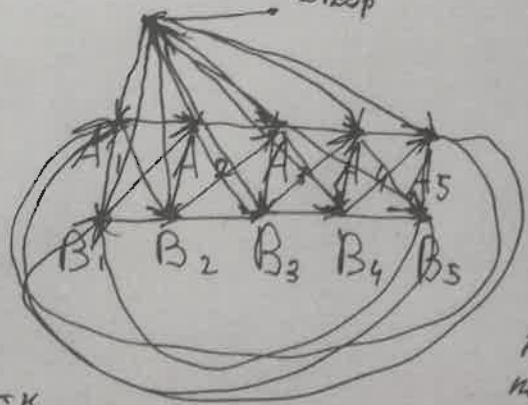
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Прочитай все условия по, что написано с этой стороны листа в правой стороне

для победы по сист. I "Б-ТА" должны победить "М-Р", а для победы по сист. II "М-Р" должен победить "Б-Т".  
 В сист. II у "Б-Т" не более  $n-2$  очков, а у "М-РА" мин.  $n$ , у "М-РА" мин. на 2 очка больше, чем у "Б-Т". Разность числа очков при переходе из I в II "Б-Т" и "М-РА" уменьшилась мин. на 4 (была не меньше, двух, стала не больше -2), она уменьшилась на разность числа побед у "Б-Т" и "М-РА", т.е. число очков уменьшилось на число побед, т.е. у "Б-Т" мин. на 4 победы больше, чем у "М-РА". У "М-РА", как отмеч. выше, мин. 1 победа, тогда число побед "Б-Т"  $\alpha \geq 1+4=5$ , а число команд  $n \geq 2\alpha+2 \geq 2 \cdot 5+2=12$ .

Пример: представим его в виде графа, в каждой из 12 команд состоит. Вершина, если X победила Y, отметим это на прав. ребром:  $X \rightarrow Y$ , а если не выиграла, то ребро между X и Y не проводим.

БЕЛЬЧАТА ИТЕБОР



у "Б" 15 очков по сист. I,  
 у "М" 13, у ост. по 14.  
 у "Б" 10 очков по сист. II,  
 у "М" 12, у ост. по 11.

"М" победила "Б" сыграв с ост. командами. "Б" победила 5 команд:  
 $A_1, \dots, A_5$ , кроме 6 команд: "М",  $B_1, \dots, B_5$ .  
 Ком.  $A_i$  проигр. Бельчатам,  $A_{i-1}$ ,  $B_{i-1}$ , но побед.  $A_{i+1}$ ,  $B_{i+1}$ ,  $B_i$ , сыграв с ост. командами.  
 Ком.  $B_i$  проигр.  $A_i$ ,  $A_{i-1}$ ,  $B_{i-1}$ , победила "Б",  $A_{i+1}$ ,  $B_{i+1}$ , сыграв с ост. командами, тогда у "М" 1 победа, 10 очков, у "Б" 5 побед и 6 очков, у ост. по 3 победы, 3 очка и 6 очков.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

МА0002823923

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 4

Фамилия КАРАПЕТЯН

Имя АРТЁМ

Отчество ГАРИКОВИЧ

Дата рождения 14.12.2005

Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 10 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7 989 617 8853 Подпись Каф

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МАООО2823923

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№1 Поскольку Андрей и Боря хотят сидеть рядом, то «сведем» их и будем считать за один элемент. Внутри пары их можно расположить 2-мя способами:  $AB$  и  $BA$ , а так как теперь у нас всего 5 элементов, то способов рассадки модий, такая  $A$  и  $B$  рядом будет

|    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | Σ  |
| 20 | 20 | 20 | 20 | 12 | 92 |

306

$$5! \cdot 2 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 2 = 240$$

Теперь посчитаем сколько способов можно посадить рядом Васю ( $B$ ) и Грину ( $G$ ) и вычесть из общего числа способов рассадки, когда  $A$  и  $B$  уже рядом.

Посадить рядом  $B$  и  $G$  с учетом того, что  $A$  и  $B$  уже уже рядом можно «сведя»  $B$  и  $G$ , и считать их за



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МА 0002323923

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

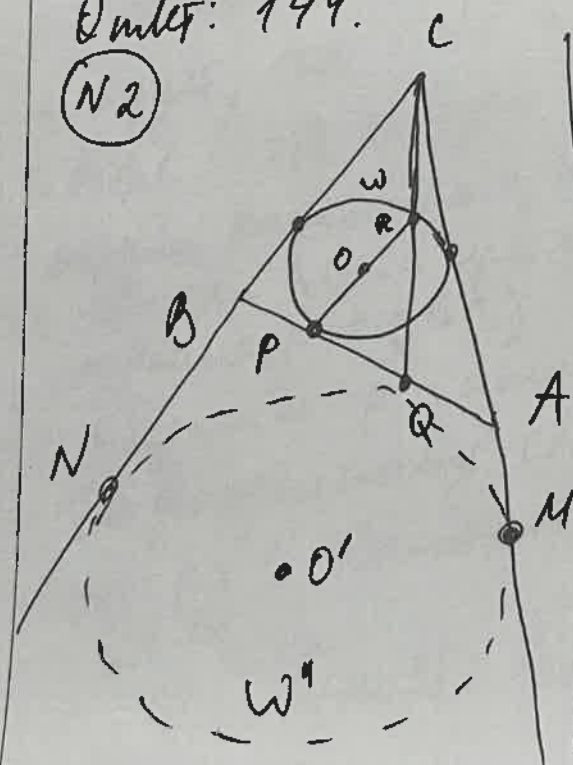
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа

один элемент. Примем, как и в  
иное с А и В людей В и Г можно  
поменять местами 2мя способами:  
ВГ и ГВ, а значит ка-то способов  
расады, кода А и В и В и Г есть  
рядом:  $2 \cdot 2 \cdot 4! = 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 96$   
А значит исконый ответ, кода А и В  
есть рядом, а В и Г не сидят:

$$240 - 96 = 144.$$

Ответ: 144.

(N2)



$$QA + AC = 1.$$

$$\angle \omega = \angle$$

$$\angle \omega - ?$$

Рассмотрим гомографию  
с центром в точке С,  
которая переводит  
вписанную в  $\triangle ABC$   
окружность  $\omega$  во  
вневписанную  $\omega'$ ,  
касательная которой



## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

N A 0 0 0 2 8 2 3 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проследите только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

Заметим, что  $CO$  - биссектриса  $\angle BCA$   
и ( $\cdot$ )  $P$  и  $R$  - симметричны относительно  
линии  $CO$  окружности  $\omega$ . Поскольку  
 $R$  - симметрична точке касания  $\omega$  и стороны  
 $AB$ , то при рассматриваемой  
полюсовой точке  $R$  переходя в

( $\cdot$ )  $Q$  - точку касания  $\omega'$  и  $AB$ .

Линия  $\omega'$  касается продолжения  $AC$

в ( $\cdot$ )  $M$ , а продолжения  $BC$  в ( $\cdot$ )  $N$ .

Из св-ва вневписанной окружности  
следует, что  $CM = CN = r$  - полупериметру  
 $\triangle ABC$  (это очевидно, т.к.  $CM = CN$ , как

отрезки касательных, а  $CN = CB + BQ$  и

$CM = CA + AQ$ , а сумма  $CB + BQ + CA + AQ$  -  
периметр  $\triangle ABC$ ).

Обозначим  $r$  - полупериметр  $\triangle ABC$ .

По указанию  $CM = r \Rightarrow r = CM = CA + AQ = 1$ .  
 $\Rightarrow r = 1$ . Заметим, что  $S_{ABC} = r \cdot p = r$ .

Ответ:  $S_{ABC} = r$ .

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МАООО2823923

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



(N3)  $a+b+c=1, a, b, c > 0. |a+c=1-b|$

Рассмотрим первое слагаемое:

$\frac{a}{3a^2+b^2+2ca}$  и рассмотрим обратную

ему величину:  $\frac{3a^2+b^2+2ac}{a} =$

$= \frac{a^2+b^2+2a^2+2ac}{a} = \frac{a^2+b^2+2a(a+c)}{a}$

$= \frac{a^2+b^2+2a(1-b)}{a} = \frac{a^2-2ab+b^2+2a}{a}$

$= \frac{(a-b)^2+2a}{a} = \frac{(a-b)^2}{a} + 2 \geq 2, \text{ т.к.}$

$(a-b)^2 \geq 0 \text{ и } a > 0. \Rightarrow \frac{(a-b)^2}{a} \geq 0.$

Т.к.  $\frac{3a^2+b^2+2ac}{a} \geq 2 \Rightarrow \frac{a}{3a^2+b^2+2ac} \leq \frac{1}{2}.$

Заметим, что  $\frac{a}{3a^2+b^2+2ac} > 0$  по усл.

Аналогично докажем, что  $\frac{b}{3b^2+c^2+2ab} \leq \frac{1}{2}$

и  $\frac{c}{3c^2+a^2+2bc} \leq \frac{1}{2}$ . Далее:

$\frac{a}{3a^2+b^2+2ac} + \frac{b}{3b^2+c^2+2ab} + \frac{c}{3c^2+a^2+2bc} \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} =$

$= \frac{3}{2}. \quad \text{Ч. Т. Д.}$



N4 Пусть в турнире участвовало  $n$  команд.  
Обозначим  $a_i$  ( $i=1, \dots, n$ ) — количество  
выигранных командой, занявшей  $i$ -ое  
место;  $b_i$  — число её проигрышей.

Тогда  $3a_1 + b_1 > 3a_2 + b_2 > 3a_3 + b_3 > \dots > 3a_{n-1} + b_{n-1} > 3a_n + b_n$

$$2a_n + b_n > 2a_2 + b_2 > 2a_1 + b_1$$

$$2a_n + b_n > 2a_3 + b_3 > 2a_1 + b_1$$

и т.д.

$$2a_n + b_n > 2a_{n-1} + b_{n-1} > 2a_1 + b_1$$

Из этих неравенств следует:

$$3a_{i-1} - 3a_i > b_i - b_{i-1} \quad \text{и} \quad 2a_{i-1} - 2a_i < b_i - b_{i-1}$$

и так далее  $\Rightarrow$ 

$$\Rightarrow \frac{b_2 - b_1}{3} < a_1 - a_2 < \frac{b_2 - b_1}{2}$$

$$\frac{b_3 - b_1}{3} < a_1 - a_3 < \frac{b_3 - b_1}{2}$$

$$\dots \dots \dots \frac{b_{n-1} - b_1}{3} < a_1 - a_{n-1} < \frac{b_{n-1} - b_1}{2}$$

$$\frac{b_n - b_i}{3} < a_2 - a_n < \frac{b_n - b_i}{2}$$

$$\frac{b_n - b_{n-1}}{3} < a_{n-1} - a_n < \frac{b_n - b_{n-1}}{2}$$

(X)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

НА 0 0 0 2 8 2 3 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с той стороны листа в ранее справа



~~Значит~~ Если  $a_i - a_j < 0$  или  $i$  и  $j \in (*)$   
то  $b_j - b_i < 0 \Rightarrow \frac{b_j - b_i}{3} < \frac{b_j - b_i}{2}$ , а  
для отрицательных чисел это идею.

Значит  $a_1 - a_2 > 0$   
 $a_1 - a_3 > 0$   
и т.д.  
 $a_1 - a_{n-1} > 0$   
 $a_2 - a_n > 0$   
 $a_3 - a_n > 0$   
и т.д.  
 $a_{n-1} - a_n > 0$

Если  $a_i - a_j = 1$  ( $i, j$  - любые из  $(*)$ ), то  
 $3 \leq b_j - b_i < 3$ , что невозможно, значит  
 $a_i - a_j \geq 2$ . Если  $a_i - a_j = 2 \Rightarrow 5 \leq b_j - b_i \leq 5 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow b_j - b_i = 5$ , для всех  $i, j \in (*)$

Если  $a_i - a_j = 4 \Rightarrow 9 \leq b_j - b_i \leq 11$ . Если  $a_i - a_j \geq 5$ ,  
то  $b_j - b_i \geq 11$ .

Значит,  $a_1 - a_2 \geq 2, a_2 - a_{n-1} \geq 2 \Rightarrow b_2 - b_1 \geq 5; b_n - b_{n-1} \geq 5$   
 $\Rightarrow b_n - b_1 \geq 10$ . Заметим, что если Мешер  
не выиграл ни разу, то при двухкратной  
смене он наберет не более  $n-1$  очка



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МАООО2823923

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в ранее справа

а всего очков получено  $\frac{n(n-1)}{2} \cdot 2 = n(n-1) \Rightarrow$   
по принципу Дирихле у метеора  
не может быть больше всех очков  
(найдется еще одна команда, набравшая  
не менее  $n-1$  очков)  $\Rightarrow v_n - v_1 \geq 10$   
 $a_n \geq 1 \Rightarrow a_n + v_n \geq 11 \Rightarrow n \geq 12$ .

Приведем пример для  $n = 12$ .

|             | В | Н  | П | $\Sigma$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | $\Sigma_2$ |
|-------------|---|----|---|----------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|------------|
| 1 Бельчатка | 5 | 0  | 6 | 15       | X | В | В | В | В | В | В | В | В | В  | В  | В  | 11         |
| 2           | 3 | 5  | 3 | 14       | П | X | Н | Н | Н | В | П | П | В | В  | В  | Н  | 11         |
| 3           | 3 | 5  | 3 | 14       | П | Н | X | Н | Н | В | В | В | В | П  | Н  | Н  | 11         |
| 4           | 3 | 5  | 3 | 14       | П | Н | Н | X | Н | В | В | П | П | В  | Н  | Н  | 11         |
| 5           | 3 | 5  | 3 | 14       | П | Н | Н | Н | X | В | В | П | П | В  | В  | Н  | 11         |
| 6           | 3 | 5  | 3 | 14       | П | Н | Н | Н | Н | X | П | П | В | В  | В  | Н  | 11         |
| 7           | 3 | 5  | 3 | 14       | В | П | П | В | П | В | X | Н | Н | Н  | Н  | Н  | 11         |
| 8           | 3 | 5  | 3 | 14       | В | П | В | П | В | П | Н | X | Н | Н  | Н  | Н  | 11         |
| 9           | 3 | 5  | 3 | 14       | В | П | В | П | В | П | Н | Н | X | Н  | Н  | Н  | 11         |
| 10          | 3 | 5  | 3 | 14       | В | В | П | П | В | П | Н | Н | Н | X  | Н  | Н  | 11         |
| 11          | 3 | 5  | 3 | 14       | В | В | П | В | П | П | Н | Н | Н | Н  | X  | Н  | 11         |
| 12 Метеор   | 1 | 10 | 0 | 13       | В | Н | Н | Н | Н | Н | Н | Н | Н | Н  | Н  | X  | 12         |

В - выигрыш, Н - ничья, П - проигрыш  
 $\Sigma$  - сумма баллов 3 балла за В и  
1 очко за Н.  
 $\Sigma_2$  - сумма в случае 2 очка за В и  
3 очка за Н.



## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МА0002823923

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

(N5) Рассмотрим уравнение в натуральных числах:

$$x^4 + y^2 = xy^2 + y, \quad x, y \in \mathbb{N}$$

Рассмотрим три случая:

1)  $x = y$ ; 2)  $x > y$ ; 3)  $x < y$ .

$$1) \quad x = y: \quad x^4 + x^2 = x^3 + x$$

$$x^2(x^2 + 1) = x(x^2 + 1)$$

$$(x^2 - x)(x^2 + 1) = 0$$

$$x = 0 \quad x = 1.$$

$$\notin \mathbb{N}$$

 $\Rightarrow$  все решение  $x = y = 1$ .2)  $x > y$  Докажем, что это невозможно:

$$x^4 = x^2 \cdot x^2 > x^2 \cdot y^2 \geq xy^2 \Rightarrow x^4 > xy^2$$

т.к.  $x^2 > y^2$  и  $x > y$   
т.к.  $x \neq 1$ , но  $y \neq 1$ 

Очевидно

$$y^2 \geq y, \text{ а если } y \neq 1, \text{ то } y^2 > y$$

Итак, т.к.  $x^4 > xy^2$  и  $y^2 \geq y$ , то

$$x^4 + y^2 > xy^2 + y \Rightarrow x^4 + y^2 \neq xy^2 + y$$

$$\Rightarrow x > y \text{ быть не может.}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МАООО2823923

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Прочитайте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

③ Рассмотрим случай  $x < y$ :

$$x^4 + y^2 = xy^2 + y$$

Пусть  $d = \text{НОД}(x, y) \Rightarrow \begin{cases} x = ad \\ y = bd \end{cases}$

$$\text{НОД}(a, b) = 1.$$

$$a^4 d^4 + b^2 d^2 = a b^2 d^3 + b d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^4 d^3 + b^2 d = a b^2 d^2 + b (**)$$

из (\*\*) $\Rightarrow b : d$  и  $a^4 d^3 : b$ ,

а т.к.  $\text{НОД}(a, b) = 1 \Rightarrow d^3 : b$

Если  $d \neq 1$   ~~$b : d$~~   ~~$d^3 : b$~~  Пусть  $b = cd^k$ , где  $c \nmid d$  т.к.  $d^3 : b \Rightarrow d^3 : cd^k \Rightarrow k \leq 3$

Если  $d = 1 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow x = y = 1$   
 где есть.

Если  $d \neq 1 \Rightarrow \begin{cases} b : d \\ d^3 : b \end{cases}$  Пусть  $b = cd^k$ ,

где  $(c, d) = 1$  т.к.  $d^3 : b \Rightarrow d^3 : cd^k \Rightarrow$   
 $\Rightarrow 1 \leq k \leq 3.$

Если  $k = 1 \Rightarrow b = cd \Rightarrow a^4 d^3 + c^2 d^3 = ac^2 d^4 + cd$   
 $\Rightarrow a^4 d^2 + c^2 d^2 = ac^2 d^3 + c \Rightarrow c : d$  — противоречие  
 т.к.  $(c, d) = 1$ .



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

НА 0002823923

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Еще  $k=2 \Rightarrow b=cd^2 \xrightarrow{(**)} a^4d^3 + c^2d^5 = ac^2d^6 + cd^2 \Rightarrow a^4d + c^2d^3 = ac^2d^4 + c \Rightarrow c:d$ ,  
противоречие тому, что  $c \nmid d$ .

Еще  $k=3 \Rightarrow b=cd^3$  и  $d^3 \nmid b \Rightarrow$

$\Rightarrow c=1 \Rightarrow b=d^3 \rightarrow (**)$

$a^4d^3 + d^7 = ad^8 + d^3 \Rightarrow a^4 + d^4 = ad^5 + 1$

$\Rightarrow ad^5 - d^4 = a^4 - 1$

$d^4(ad - 1) = a^4 - 1$

Т.к.  $\text{НОД}(a, d) = 1$ ,  $\text{НОД}(a, a-1) = 1$

то  $\text{НОД}(a, a^4-1) = 1 \Rightarrow$

$a^4-1 : d^4 \Rightarrow a^4-1 : d$ , но  $\text{НОД}(a^4-1, d) = 1$

$\Rightarrow a^4-1 = d$  - противоречие

Ответ: Только одно решение  
в натуральных числах

$x=y=1$

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Прокторинг: \_\_\_\_\_

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 4 | 5 | 9 | 8 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения \_\_\_\_\_

Шифр \_\_\_\_\_

Вариант № 4

Фамилия Есеев

Имя Ярослав

Отчество Асанифович

Дата рождения 28.01.2006 Класс 11

Предмет Математика

Работа выполнена на 8 листах Дата выполнения работы 26.02.23

Номер телефона +79807475745 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4.

М А 0 0 0 2 4 5 9 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

|    |    |    |   |    |    |
|----|----|----|---|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | Σ  |
| 20 | 20 | 20 | 2 | 18 | 80 |

306

№1.

1) Скажем, что Андрей и Боря - это один человек, т.к. они сидят вместе. Тогда посчитаем количество способов расставить пять человек, не учитывая, что Валя и Гриня не могут сидеть вместе:

$$5! \cdot 2$$

↓                      ↓  
порядок              БА или АБ

раскладки пяти человек.

2) Теперь найдём количество способов, когда Андрей и Боря сидят вместе и Валя и Гриня сидят вместе. Таких способов:  $4! \cdot 2 \cdot 2$ .

Пусть Валя и Гриня - 1 человек, т.к. сидят вместе.

Тогда  $4!$  - количество порядков раскладки четырёх человек:

2 - АБ или БА

2 - ВГ или ГВ.

3) Итого количество способов:  $5! \cdot 2 - 4! \cdot 2 \cdot 2 = 240 - 96 = 144$ .

Ответ: 144 способа..

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа





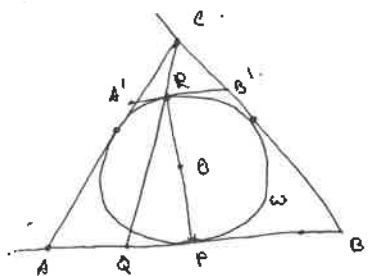
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4.

МА0002459823

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2



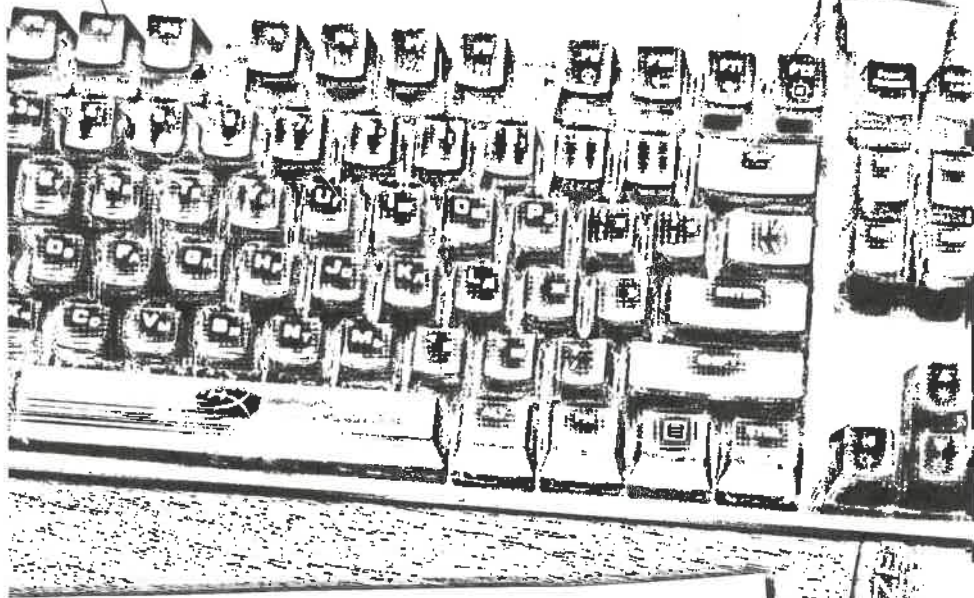
$\omega$  — вписана в  $\triangle ABC$ .  
 $r$  — радиус  $\omega$ .  
 $\omega$  касается  $AB$  в  $Q$ .  
 $PR$  — диаметр.  
 $CR \cap AB = Q$ .  
 $AC + AQ = 1$ .

$S_{ABC} = ?$ .

- 1) Проведём через  $R$   $A'B' \parallel AB$  ( $A' \in AC, B' \in BC$ ).
- 2) Рассмотрим симметрию в т.с., переводящую  $\triangle CA'B'$  в  $\triangle CAB$ . Тогда  $R \rightarrow Q$ , а  $\omega$ , вписанная в  $\triangle ABC$ , ~~становится~~ <sup>является</sup> вневписанной для  $\triangle A'B'C$  и перейдёт в вневписанную для  $\triangle ABC$ . Значит,  $Q$  — т. касания вневпис. окр. в  $\triangle ABC$  со стороной  $AB$ . Тогда  $AQ + AR = BQ + BR = \frac{AB}{2}$  — полуокружность.  
(отрезок кас-х к вневпис. окр.)

$$3) S_{ABC} = \frac{P_{ABC}}{2} \cdot r = (AQ + AC) \cdot r = r.$$

Ответ:  $S_{ABC} = r$ .



## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МА0002459823

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

 $a, b, c > 0$   
 $a+b+c=1$ 

№3.

$$\frac{a}{3a^2+b^2+2c} + \frac{b}{3b^2+c^2+2a} + \frac{c}{3c^2+a^2+2b} \leq \frac{3}{2}.$$

$$\text{Учб: (!)} \quad \frac{a}{3a^2+b^2+2c} \leq \frac{1}{2}.$$

D-во: (!)

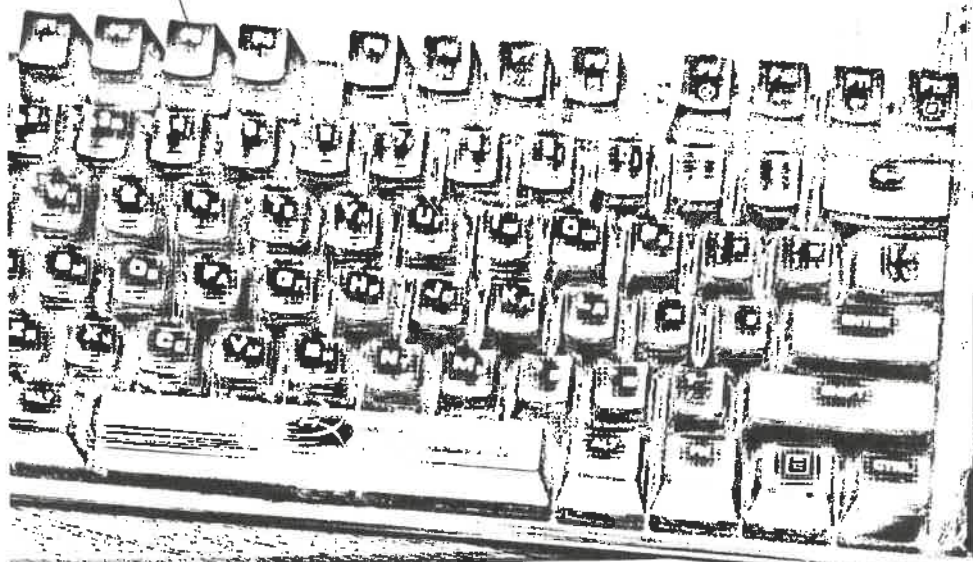
$$3a^2+b^2+2c \leq 2a^2+2ab+2c = 2a(a+b+c) = 2a$$

$$\frac{a}{3a^2+b^2+2c} \leq \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} \quad \text{н.м.г.}$$

Аналогично для других остальных дробей.

$$\frac{a}{3a^2+b^2+2c} + \frac{b}{3b^2+c^2+2a} + \frac{c}{3c^2+a^2+2b} \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$$

н.м.г.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МА0002459823

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте, пожалуйста, что вы записали в этой графе листа в именном бланке

Ответ: 12.

1) Оценка: Если  $n$ -ко-во команд, то во втором туре разыграно  $C_n^2 \cdot 2$  очков, т.е.  $n(n-1)$  очков. Если «Метеор» набрал больше всех очков  $\Rightarrow$  строго больше  $\frac{n(n-1)}{2} = n-1 \Rightarrow \geq n$ .

Аналогично «Белочка» строго меньше  $\frac{n(n-1)}{2} = n-1 \Rightarrow \leq n-2$ .

Пусть  $a$  - кол-во побед «Белочка» в первом туре, тогда:

(кол-во очков в 1 туре) - (кол-во очков во втором туре) =  $a$ .

Аналогично для «Метеора»:

(кол-во очков в 1 туре) - (кол-во очков во втором туре) =  $c$ .

Тогда  $d \geq n$ ;

$a+b \geq c+d+1$

$a+b \geq c+d+2$

$c \geq$  (в турнире  $n-1$  партий), (команда  $\geq 2$  очков), если будет равенство, то остальные команды наберут не менее кол-во очков.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № И.

МА 0002459823

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ: Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$N=4$  дуэт 2

Знаем:

$$d \geq n \text{ (то год)}.$$

$$b \leq n-2 \text{ (то год)}.$$

$$c \geq 1 \text{ (то год)}.$$

↓

$$a+n-2 \geq a+b \geq c+d+2 \geq n+3$$

Отсюда  $a \geq 5$

то есть, то "Белочка" проиграла  $\geq a+1$  раз, а иначе набрали бы  $\geq n-1$  очков во 2 туре.  $\Rightarrow$  Белочка  $\geq 2a+1$  "11".

2) Пример.

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| М | 2 | 1 | 0 | 0 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| М | 0 | 1 | 2 | 0 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| М | 0 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| М | 1 | 0 | 0 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| М | 2 | 0 | 0 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| М | 2 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| М | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| М | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| М | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| М | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Суммы относительно диагонали.

← Это 2-ой тур

"Белочка": 10. /  $\rightarrow$  ост: 11  
"Метеор": 11

1-ый тур:

"Белочка": 15 /  $\rightarrow$  ост: 14  
"Метеор": 13



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4.

NA0002459823

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$N=5$  - мет 1.

$$x^4 + y^2 = xy^2 + y$$

$$\text{Пусть } (x, y) = d \Rightarrow \begin{matrix} x = da \\ y = db \end{matrix} \quad (a, b) = 1.$$

$$d^4 a^4 + d^2 b^2 = d^3 a b^2 + d b. \quad | : d.$$

$$d^3 a^4 + d b^2 = d^2 a b^2 + b.$$

$$b : d \Rightarrow b = d \cdot s.$$

$$d^3 a^4 + d^3 s^2 = d^4 a s^2 + d s$$

$$d^2 a^4 + d^2 s^2 = d^3 a s^2 + s$$

$$s : d \Rightarrow s = d \cdot l.$$

$$d^2 a^4 + d^2 l^2 = d^3 a l^2 + d l \quad | : d.$$

$$d a^4 + d l^2 = d^2 a l^2 + l$$

$$l : d \Rightarrow l = d m.$$

$$(b = d^3 m)$$

$$d a^4 + d^5 m^2 = d^6 a m^2 + d m$$

$$a^4 + d^4 m^2 = d^5 a m^2 + m$$

$$a^4 : m \Rightarrow \text{т.к. } d : m \text{ и } a^4 : m \Rightarrow m = 1.$$

$$\text{т.к. иначе } (a, b) \neq 1$$

$$\text{Значит, } a^4 + d^4 = d^5 a + 1.$$

$$(a-1)(a+1)(a^2+1) = d^4(a d - 1)$$



## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

Н А 0 0 0 2 4 5 9 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ: Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5 Лист № 2

$$① \text{ случай: } d = 1 \Rightarrow a^4 + 1 = a + 1 \Rightarrow a^4 = a \Rightarrow x = y = 1.$$

$$② \text{ случай: } d = 2 \Rightarrow a^4 + 16 = 32a + 1$$

$$a^4 - 32a + 15 = 0.$$

$$(a-3)(a^3 + 3a^2 + 9a - 15) = 0.$$

$$a = 3 = \text{подходит} \Rightarrow x = 2 \cdot 3 = 6, y = 2^4 = 16.$$

↑  
 чини  
 тут мы 'корни', т.к. ~~на 5~~ ~~на 5~~ ~~на 5~~ корни  
 делитель 5, но  $\pm 1$  и  $\pm 5$  не подходят.

$$③ \text{ случай: } d \geq 3$$

$$\text{Тогда } \text{НОД}(a-1, a+1) = 1 \text{ или } 2$$

$$\text{НОД}(a+1, a^2+1) = 1 \text{ или } 2.$$

$$\text{НОД}(a-1, a^2+1) = 1 \text{ или } 2.$$

Самостоятельно изначальное уравнение как  
 трихем от  $y$ .

$$D = 1 + 4x^4(x-1) = \frac{1}{4}^2.$$

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4.

МА 0002459823

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3 (Лист 3)

Тогда ясно, что  $a > d$ .

$$(a-1, ad-1) = (a+1, d+1) \leq d+1$$

Сокращая  $ad-1$  на  $a+1$  и  $a-1$  получаем, что в.к.  $(ad-1) \geq (d-1)(d+1)$ , то.  
 $a^2 - 1 \geq d^4$ , тогда  $a \geq d^2 \rightarrow$  лев. часть  $>$  правой. части.

Ответ:  $(1; 1), (6; 16)$ .

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Ростов на Дону ул. 2-я Давыдова 11

Адрес площадки проведения

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 5 | 6 | 6 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр

Вариант № 4

Фамилия Ермаков

Имя Руслан

Отчество Игоревич

Дата рождения 13.06.2006

Класс 11

Предмет Математика

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7988 5435161

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 3 5 6 6 2 3

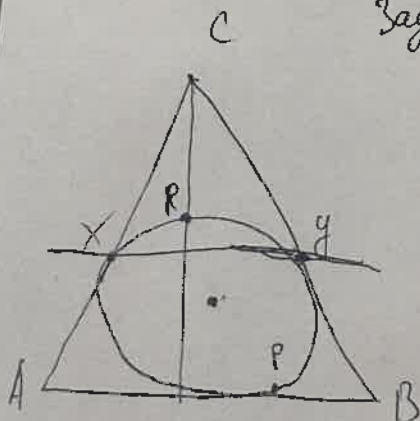
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 1

|    |   |    |    |   |    |
|----|---|----|----|---|----|
| 1  | 2 | 3  | 4  | 5 | Σ  |
| 20 | 0 | 20 | 20 | 0 | 60 |

Объединим людей А и Б в одно — X. Тогда способов рассадить 5 человек —  $5!$ . Допустим на 2 — кол-во способов переставить местами  $5! \cdot 2 = 240$ , но как не подходят комбинации, где В и Г — рядом. Таких  $4! \cdot 4$  (т.к. объединяем В и Г в одну букву, дальше очевидно считаем)  $240 - 96 = 144$ .  
 Ответ: 144.

Задача 2



Пусть СНАД — проходит через R. Тогда ~~высота~~ радиус. перпендикулярно BC переводящую CX в CA. R — Q, значит h — вневписанная для ABC.

Тогда Q — т. касания вневпис. ABC с AB. Значит,  $AQ + AC$ ,  $BQ + BC = \text{полуокружность } \Delta ABC \text{ (отт. кас. - } x) S_{ABC} = r$ . Полуокружность  $\Delta ABC = r$ .

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 3 5 6 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 3

$$a, b, c > 0. \quad a+b+c=1$$

$$\frac{a}{2a^2+b^2+2c} + \frac{b}{2b^2+c^2+2a} + \frac{c}{2c^2+a^2+2b} \leq \frac{3}{2}$$

$$\frac{a}{2a^2+b^2+2c} \leq \frac{a}{2a^2+2ab+2c} = \frac{1}{2(a+b+c)} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Т.к. } a^2+b^2 \geq 2ab$$

Аналогично для других дробей

$$\text{Значит, сумма } \leq \frac{3}{2}$$

ВНИМАНИЕ! Прочеркните только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа





# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 3 5 6 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проставляется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

Турнир по Зоча - N1

Задание 4

Турнир по 2 очка - N2.

Пусть общее количество команд -  $x$  рассматриваем турнир, в котором за победу давали 2 очка. В каждой партии разыгрывается по 2 очка. Следовательно, общее кол-во разыгранных очков:  $\frac{2(x-1)}{2} \cdot 2 = x^2 - x$ . Команда "Бельчата" набрала меньше всех. Значит, по принципу Дирихле, команда имеет меньше, чем  $\frac{x^2 - x}{x} = x - 1$  очков.

Тогда у команды "Бельчата" кол-во очков  $\leq x - 2$ , а у команды "Метеор" аналогично получается  $\geq x$  очков. Общее кол-во партий, которое сыграла команда "Бельчата":  $x - 1$ .

По сравнению с турниром, в котором за победу дают 3 очка, в рассматриваемом турнире у команды "Бельчата" меньше очков равно на кол-во его побед. Пусть эта команда победила  $y$  раз, очков в турнире N2 у нее  $\geq x - 2 + y$ . Команда "Метеор" победила в турнире N2  $z$  раз, у нее очков  $\geq x - 2 + z$ . Значит,  $z \geq x$ , т.к. партий было  $x - 1$ ,  $\Rightarrow y \geq 1$ .

$z + y > z + y + 1$  (т.к. команда "Бельчата" набрала больше всех, а команда "Метеор" меньше всех, а общее кол-во команд  $> 2$ ).  
 $x - 2 \geq z$ ;  $z \geq x$ ;  $y \geq 1$ .

$y + x - 2 > x + 1 \Rightarrow y \geq 5$ .

Т.к. всего партий  $x - 1$ , а очков  $x - 2$ ,  $\Rightarrow$  кол-во поражений

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа

у ~~команды~~ команды "Бельгата"  $\geq y+1$  (т.к. иначе она набрала бы  $> x-2$  ~~очков~~ очков). Тогда "Бельгата"  $\geq 2y+1 \geq 11$ .  
Значит команда хотя бы 12.

|    | Б | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | М |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|---|
| Б  | x | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0 |
| 1  | 0 | x | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 0 | 2  | 1 |
| 2  | 0 | 2 | x | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 0 | 0  | 1 |
| 3  | 0 | 1 | 1 | x | 0 | 1 | 0 | 2 | 2 | 2 | 1  | 1 |
| 4  | 0 | 1 | 1 | 2 | x | 1 | 1 | 0 | 0 | 2 | 2  | 1 |
| 5  | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | x | 2 | 0 | 0 | 2 | 2  | 1 |
| 6  | 2 | 0 | 1 | 2 | 1 | 0 | x | 2 | 1 | 1 | 0  | 1 |
| 7  | 2 | 1 | 0 | 0 | 2 | 2 | 1 | x | 1 | 1 | 1  | 1 |
| 8  | 2 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 1 | 1 | x | 1 | 1  | 1 |
| 9  | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | x | 1  | 1 |
| 10 | 2 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | x  | 1 |
| М  | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1  | x |

Пример на 12 команду

Ответ: 12 команда

Это схема Турнира, за победу в котором команда получает 2 очка, а за ничью 1 очко. У команд "Бельгата" - 10, ~~команды~~ команды "Метеор" - 12, остальные - 11.  
В Турнире, в котором за победу 3 очка; "Бельгата" - 15 очков, "Метеор" - 13 очков, остальные - 14.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

ПРОКТОРИНГ

МА0002612923

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 4

Фамилия ~~Попов~~ попов

Имя МИХАИЛ

Отчество ДМИТРИЕВИЧ

Дата рождения 16.02.2005

Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89827418895

Подпись Попов

Внимательно свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 6 1 2 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

## Задача № 1

1сл Пусть Антон и Боря сидят слева

|    |    |    |   |   |    |
|----|----|----|---|---|----|
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5 | Σ  |
| 20 | 20 | 20 | 0 | 6 | 66 |

|     |     |   |   |   |   |
|-----|-----|---|---|---|---|
| A   | B   |   |   |   |   |
| (B) | (A) | 1 | 3 | 1 | 2 |
|     |     | 2 |   |   | 3 |

Посчитаем кол-во способов размещения Васи и Гриши (на рисунке ~~А~~ показан один из вариантов расстановки Васи и Гриши без учёта порядка). У нас получилось 3 (без учёта порядка) и 3·2 — это с учётом порядка. Получено это надо учесть расстановку Дениса и Жени (и Антона и Боря) П.О. для этого аналог кол-во способов шесть

2 · 3 · 2 · 2  
 ↑     ↑     ↑  
 Антон и Боря   Вася и Гриша   Жени и Денис  
 (с учётом порядка)

По такому же алгоритму рассматриваем ещё случаи

2сл

|   |     |     |   |   |   |
|---|-----|-----|---|---|---|
|   | A   | B   |   |   |   |
| 1 | (B) | (A) | 1 | 2 | 3 |
| 2 |     |     |   |   |   |
| 3 |     |     |   |   |   |

2 · 4 · 2 · 2  
 АиБ   ВиГ   ЖиД

3сл

|   |   |     |     |   |   |
|---|---|-----|-----|---|---|
|   |   | A   | B   |   |   |
| 1 | 4 |     |     | 1 | 4 |
| 2 | 3 | (B) | (A) | 3 | 2 |

2 · 4 · 2 · 2

4сл

|   |   |   |     |     |   |
|---|---|---|-----|-----|---|
|   |   |   | A   | B   |   |
| 1 | 2 | 3 | (B) | (A) | 1 |
| 4 |   |   |     |     | 2 |
|   |   |   |     |     | 3 |

2 · 4 · 2 · 3

5сл

|   |   |   |   |     |     |
|---|---|---|---|-----|-----|
|   |   |   |   | B   | A   |
| 2 | 1 | 3 | 1 | (A) | (B) |
|   |   |   | 2 |     |     |
| 3 |   |   |   |     |     |

2 · 3 · 2 · 2

6  
 18  
 5  
 144

$$2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 =$$

$$= 8(3 + 4 + 4 + 4 + 3) = 8 \cdot 18 = 144$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 6 1 2 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 3 Преобразуем  $\frac{a}{3a^2+b^2+2ca} = \frac{a}{2a^2+b^2+ca}$

Задача 5  $x^4+y^2=xy^2+y \Rightarrow y^2(x-1)+y-x^4=0 (*)$

Если  $x=1$ , то  $y-1=0 \Rightarrow y=1$

Пусть  $x \in \mathbb{N}$  и  $x > 1$ . Тогда  $(*)$  делим на  $(x-1) \Rightarrow$   
 $\Rightarrow y^2 + \frac{1}{x-1}y - \frac{x^4}{x-1} = 0$ . Если  $y$  этого квадратного  
 ур-е от-но  $y$  есть  $2$  вещ. корня, то по

теореме Виета:  $\begin{cases} y_1 \cdot y_2 = -\frac{x^4}{x-1} = \frac{x^4}{1-x} \textcircled{2} \\ y_1 + y_2 = -\frac{1}{x-1} = \frac{1}{1-x} \textcircled{1} \end{cases} \quad (*)$

Если  $y_1$  или  $y_2$  — это натур. числа, то  $y_1 + y_2$   
 Заметим, что при  $x > 1$   $\frac{1}{1-x}$  — это  $\notin \mathbb{Z} \Rightarrow y_1$  и  $y_2$   
 не могут быть одновременно целыми. Также  
 ни одно из этих чисел не равно 0, т.к.  $\frac{x^4}{1-x} \neq 0$   
 Значит, Б.О.О.  $y_1$  — это натур. число (а  $y_2$  — не целое)

$\textcircled{1} - \textcircled{2} \quad y_1 + y_2(1-y_1) = \frac{1-x^4}{1-x} = (1+x)(1+x^2)$

П.к.  $(1+x)(1+x^2) \in \mathbb{N}$ , а  $y_2 \notin \mathbb{Z}$  и  $y_1 \in \mathbb{Z}$ , то  
 $y_2(1-y_1) = (1+x)(1+x^2) - y_1$  — это целое, только если  
 равно 0  $\Rightarrow 1-y_1=0$  (т.к. левая часть

(т.к.  $1-y_1 \in \mathbb{Z}$   $y_2 \notin \mathbb{Z}$ )  $\begin{cases} (1+x)(1+x^2) - y_1 = 0 \\ \Rightarrow 1+x^2+x+x^3-1=0 \\ x(x^2+x+1)=0 \end{cases}$

П.к.  $x=0$  — это не натур.  $x^2+x+1=0$  корней  
 $D=1-4<0$  не имеет  
 целых (а значит  
 какого-нибудь целого  
 при  $\forall x > 1$  и  $x \in \mathbb{N}$   
 не имеет  
 (а значит  $\frac{1}{x}$  и натурального)  $y$   
 $\Rightarrow$  других решений в  
 натур. числах нет

Отв:  $x=1$   
 $y=1$



## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 6 | 1 | 2 | 9 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 3 Поша Оценки  $\frac{a}{3a^2+b^2+2ca}$ , По пер-й  
Косин  $a^2+b^2 \geq 2ab \Rightarrow \frac{a}{3a^2+b^2+2ca} = \frac{a}{2a^2+(a^2+b^2)+2ca} \leq \frac{a}{2a^2+2ab+2ac} = \frac{a}{2a^2+2a(b+c)} = \frac{a}{2a^2+2a(1-a)} = \frac{a}{2a^2+2a-2a^2} = \frac{1}{2}$

Аналогично  $\frac{b}{3b^2+c^2+2ab} = \frac{1}{2}$   $\frac{c}{3c^2+a^2+2bc} = \frac{1}{2}$

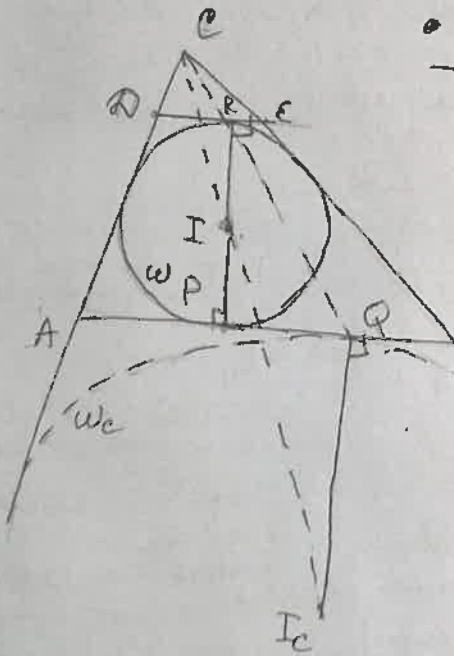
Скларовские неравенства

$$+ \frac{a}{3b^2+c^2+2ab} + \frac{b}{3a^2+c^2+2bc} + \frac{c}{3a^2+b^2+2ac} \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

Задача 2

Ч. м. л

Задача 2



• Докажем, что точка  $Q$  — это точка касания внешней ок-ти  $\omega$  с  $AB$ .

Пусть  $E \in BC$ ;  $D \in AC$  и  $DE$   
касаётся  $\omega$  в точке  $R$ .  
Т.к.  $R$  — точка

Т.к.  $R$  - это diam. против  
точка  $O$  - не  $\pi$

В  $R, I, P$  лежат на одной прямой, где  $I$  — внеш.

Решая задачу, рассмотрим  
гомотетию с центром  
в точке  $C$ , которая  
переводит  $A$  в  $A'$ .

м.к. DE HAB - казачество  
к в 4 в.р. е.и.и.и.

$$RE \rightarrow AB \Rightarrow R \rightarrow Q \text{ (T.R. type)}$$

$\Rightarrow I \in Q$  — pag. 311. O. Q — mo morka kachan  
 $W_2 \in AB, R \in B$

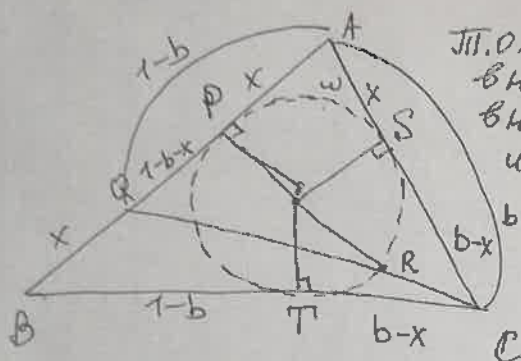
т.к. при переходе в точку

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 6 1 2 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



П.О. Q — это точка касания  
внешней ок-ти  $\Rightarrow$  по св-ву  
внешней ок-ти  $AQ = BP$   
и  $AP = BQ$ . Отметим  
ещё точки касания  
S и T (как на рис.)

Пусть  $AC = b \Rightarrow$   
 $AS = x$

$\Rightarrow AQ = 1 - AC = b$   
 $AP = AS \Rightarrow x = BQ$   
 $CS = CT = b - x$

$\Rightarrow QP = 1 - b - x \Rightarrow BT = BP = AQ = 1 - b$

$P_{ABC} = (BQ + AQ) + (AC) + (BT + TC) = (x + 1 - b) + b + (b - x + 1 - b) = 2 \Rightarrow S_{ABC} = \frac{P_{ABC}}{2} \cdot r = \frac{2}{2} \cdot r = r$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

МА0002894223

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 4

Фамилия Копытов

Имя Никита

Отчество Эдуардович

Дата рождения 14.02.2005 Класс 11

Предмет Математика

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы 26.02.2022

Номер телефона +79922155359 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 8 9 4 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

## Задание 51.

Как могли расположиться Андрей и Ёжик?

|    | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ← места |
|----|---|---|---|---|---|---|---------|
| 1  | А | Б |   |   |   |   |         |
| 2  |   | А | Б |   |   |   |         |
| 3  |   |   | А | Б |   |   |         |
| 4  |   |   |   | А | Б |   |         |
| 5  |   |   |   |   | А | Б |         |
| 6  | Б | А |   |   |   |   |         |
| 7  |   | Б | А |   |   |   |         |
| 8  |   |   | Б | А |   |   |         |
| 9  |   |   |   | Б | А |   |         |
| 10 |   |   |   |   | Б | А |         |

Рассмотрим вариант 51:

|     | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ← места |
|-----|---|---|---|---|---|---|---------|
| 1.1 | А | Б | В |   |   | Г |         |
| 1.2 | А | Б | В |   |   | Г |         |
| 1.3 | А | Б | В |   |   | Г |         |
| 1.4 | А | Б | Г |   | В |   |         |
| 1.5 | А | Б |   | Г |   | В |         |
| 1.6 | А | Б | Г |   |   | В |         |

Рассмотрим вариант 51.1:

|       | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-------|---|---|---|---|---|---|
| 1.1.1 | А | Б | В | Г | Д | Ж |
| 1.1.2 | А | Б | В | Д | Г | Ж |

Поскольку Денису и Хеню известно, где сидеть, мы расположим

каждого в оставшиеся 2 ячейки, а потом поменяем их местами, чтобы получить 2 варианта рассадки. Сделаем аналогичное действие для вариантов 1.1-1.6. Получаем, что для каждого варианта 1.1-1.6 возможно по 2 варианта рассадки мальчиков => для варианта 51 существует 12 комбинаций рассадки.

Замечаем, что варианты 55, 56, 510 схожи с вариантом 510 => для них тоже существует 12 вариантов рассадки.

Рассмотрим вариант 52:

|     | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-----|---|---|---|---|---|---|
| 2.1 | В | А | Б | Г |   |   |
| 2.2 | В | А | Б |   | Г |   |
| 2.3 | В | А | Б |   |   | Г |
| 2.4 |   | А | Б | В |   | Г |
| 2.5 | Г | А | Б | В |   |   |
| 2.6 | Г | А | Б |   | В |   |
| 2.7 | Г | А | Б |   |   | В |
| 2.8 |   | А | Б | Г |   | В |

Рассмотрим вариант 2.1:

|       | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-------|---|---|---|---|---|---|
| 2.1.1 | В | А | Б | Г | Д | Ж |
| 2.1.2 | В | А | Б | Г | Д | Ж |

Для каждого варианта 2.1-2.8 существует по 2 способа до-рассадки мальчиков.

Для варианта 52 есть 16 способов рассадить мальчиков.

Заметим, что варианты 54, 57, 53 схожи с вариантом 52 => для них тоже есть 16 вариантов рассадки.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

НА 0002894223

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Рассмотри вариант З3.

|     |   |   |   |   |   |   |
|-----|---|---|---|---|---|---|
|     | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 3.1 | В | А | Б | Г |   |   |
| 3.2 | В | А | Б | Г |   |   |
| 3.3 | В |   | А | Б | Г |   |
| 3.4 |   | В | А | Б | Г |   |
| 3.5 |   | Г | А | Б | В |   |
| 3.6 | Г |   | А | Б | В |   |
| 3.7 | Г |   | А | Б | В |   |
| 3.8 | Г | А | Б | В |   |   |

Рассмотри вариант З3.1.

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| А | Д | А | Б | Г | Х |
| В | Х | А | Б | Г | А |

||

Для каждого варианта 3.1-3.8 существует по 2 способа дорассадки мальчиков.

||

Для варианта З3 есть 16 способов рассадить мальчиков.

Вариант З8 схож с вариантом З3 => для него тоже есть 16 комбинаций посадок.

| Вариант | Кол-во комбинаций |
|---------|-------------------|
| 1       | 12                |
| 2       | 16                |
| 3       | 16                |
| 4       | 16                |
| 5       | 12                |
| 6       | 12                |
| 7       | 16                |
| 8       | 16                |
| 9       | 16                |
| 10      | 12                |

$$12 \cdot 4 + 16 \cdot 6 = 144$$

Ответ: существует 144 способа мальшкам сесть на свои места с учетом их пожеланий.

Задача З4.

Команда "Метеор" должна занять первое место, а "Бельзата" последнее => разрыв их отков должен составлять +2/-2.

[1-ое место Метеор +1 отков

[все остальные команды получили поровну отков

[последнее место Бельзата -1 отков



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 8 9 4 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проводятся только те, что записаны с той стороны листа в каком строке

Команда "Метеор" должна была все время играть в нитью, чтобы при изменении правил подсчета результатов кол-во очков команды "Метеор" не изменилось.

Команды "Метеор" и "Фельзата" играли с равным кол-вом соперников.

Пусть  $x$  - число команд, которые проиграли Фельзатам;  $y$  - число нитых у Фельзат, а  $z$  - кол-во поражений Фельзат, тогда "Метеор" играл с  $(x+z+y)$  кол-вом команд.

Если считать, что Метеор всегда играл в нитью, то  $y=1$  (команда).

$$3x + 1y + 0z = 2 + 1(x + y + z)$$

$$y=1$$

$$3x + 1 + 0 = 2 + x + 1 + z$$

$$3x + 1 = x + z + 3$$

$$2x + 1y + 0z = 1(x + y + z) - 2$$

$$2x + 1 + 0 = x + 1 + z - 2$$

$$2x + 1 = x + z - 1$$

$$y=1$$

$$x=4$$

$$z=6$$

$$\begin{cases} 2x + 1 = x + z - 1 & (1) \\ 3x + 1 = x + z + 3 & (2) \end{cases} \text{ — берется (1) из (2)}$$

$$x=4$$

$$8 + 1 = 4 - 1 + z$$

$$12 + 1 = 4 + 3 + z$$

$$9 = 3 + z$$

$$13 = 7 + z$$

$$z=6$$

$x + z + y = 4 + 6 + 1 = 11$  (ком) — столько соперников было у каждой команды

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МАООО2894223

(Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ))

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что написано в этой стороне листа.

Если у каждой команды было  $n$  соперников, то всего команд было 12.

Ответ: 12 команд

Задача 83.

$$a + b + c = 1$$

$$a = 1 - b - c$$

$$b = 1 - a - c$$

$$c = 1 - b - a$$

$$\frac{a}{3a^2 + b^2 + 2c^2} = \frac{a}{3a^2 + b^2 + 2a(1-a-b)} = \frac{a}{3a^2 + b^2 + 2a - 2a^2 - 2ab} = \frac{a}{(a-b)^2 + 2a}$$

Аналогично:

$$\frac{b}{3b^2 + c^2 + 2ab} = \frac{b}{(b-c)^2 + 2b}$$

$$\frac{c}{3c^2 + a^2 + 2bc} = \frac{c}{(c-a)^2 + 2c}$$

$$\frac{a}{(a-b)^2 + 2a} + \frac{b}{(b-c)^2 + 2b} + \frac{c}{(c-a)^2 + 2c} \leq \frac{3}{2}$$

$$\frac{a}{(a-b)^2 + 2a} \leq 0,5, \text{ т.к. } \frac{a}{2a} \text{ уже } 0,5, \text{ а}$$

если поделить "а" на "2а", то уже получится 0,5, а еще к 2а прибавляют число  $(a-b)^2$ . Число  $(a-b)^2 \geq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$  делим "а" на число, которое превосходит само "а" минимум в два раза  $\Rightarrow \frac{a}{(a-b)^2 + 2a} \leq 0,5$

Аналогично доказано:

$$\frac{b}{(b-c)^2 + 2b} \leq 0,5$$

$$\frac{c}{(c-a)^2 + 2c} \leq 0,5$$

Все три слагаемых не больше 0,5, а значит их сумма не больше 1,5.

$$\frac{a}{(a-b)^2 + 2a} + \frac{b}{(b-c)^2 + 2b} + \frac{c}{(c-a)^2 + 2c} \leq 1,5$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

прохвостик

Адрес площадки проведения

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 6 | 4 | 2 | 5 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр

Вариант № 4

Фамилия Кузнецова

Имя Ксения

Отчество Станиславовна

Дата рождения 13.08.2005

Класс 11<sup>5</sup>

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 2 листах

Дата выполнения работы 26.08.2013

Номер телефона 89047694086

Подпись Кс

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МА 0002642523

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамках сиреневого

① А - Андрей ; Б - Борис ; В - Валера ; Г - Грisha ; Д - Денис  
и - Илья

АВ и ВА Года 5 символов в ряд по способам  
Если ВГ рядом 2 раза - и поиграет  
 $a(20-48) = 144$

Ответ: 144

|    |    |    |   |   |    |
|----|----|----|---|---|----|
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5 | Σ  |
| 20 | 18 | 20 | 0 | 4 | 62 |

②  $\frac{a}{3a^2+b^2+2ca} + \frac{b}{3b^2+c^2+2ab} + \frac{c}{3c^2+a^2+2bc} \leq \frac{3}{2}$

$$\frac{a}{3a^2+b^2+2ca} = \frac{a}{a^2+b^2-2ab+2a^2+2ca+2ab}$$

$$= \frac{a}{(a-b)^2+2a(a+b+c)} = \frac{a}{(a-b)^2+2a} = \frac{1}{\frac{(a-b)^2}{a}+2}$$

$$\frac{(a-b)^2}{a} \geq 0 \Rightarrow \frac{1}{\frac{(a-b)^2}{a}+2} \leq \frac{1}{2}$$

Аналогично будет с  $\frac{b}{3b^2+c^2+2ab}$  и  $\frac{c}{3c^2+a^2+2bc}$   
каждое из них  $\leq \frac{1}{2} \Rightarrow$  их сумма  $\leq \frac{3}{2}$   
т.е. д.

③  $x^4+y^2=xy^2+y$   
 $x^4-xy^2=y-y^2$   
 $x(x^3-y^2)=y(1-y)$

методом подбора найдём методом перебора все  
возможные корни  $x=6$  и  $y=16$   
 $x=1$  и  $y=1$

Ответ:  $x=6; y=16$   
 $x=1; y=1$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

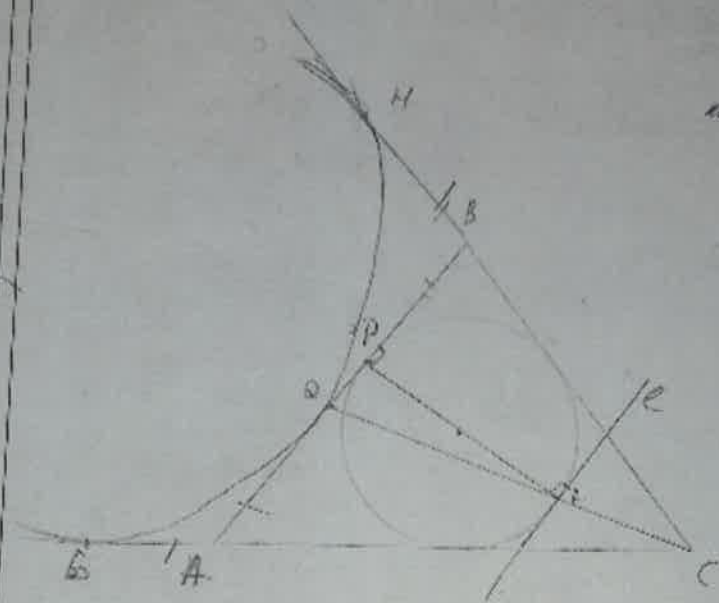
Вариант № 24

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | L | 6 | 4 | 2 | 5 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

**ВНИМАНИЕ!** Препараты только те, что заложено с этой стороны аптеки и только сейчас

②



Вопрос:  
 W - событие охр.  
 с разгромами П  
 из  $AB \neq \emptyset$  P  
 L - действие противоборствующ. П, P  
 $CA \cap AB = \emptyset$  Q  
 $CA \cup AQ = 1$

Sharp - ?

Решение

1) Т.к.  $AB$  кас-ся, то  $PR \perp AB$

Проведём пр. с к окр. в  $(\Gamma) L$ ,  $L \perp PR$ . Тогда  $\angle$   
пересекаются в центре окр.  $w$ , во внешн.-и окр., за  $AB$   
с пр. одной из сторон пересёкётся в  $AB$ , но тогда  $(\Gamma) L$  пересёкётся  
в  $(\Gamma) Q$  с.х.  $w$  касается с  $\geq Q - (\Gamma)$  окр. внешнего окр. стороны  
 $PR$

2)  $AC + AQ = x$  (no year)

$AC + AQ = AC + AB$  (т.к.  $AQ$  и  $AB$  кас. из одной т.  $A$ )  
 $BQ = BM$  (кас. проведенные из 1 точки)  
 $CH = CB$  (кас. проведенные из 1 точки)

$BQ = BM$  (кас. проведенное из 1 точки)

$CH = CV$  (кас. продолжение от  $C$ ), тогда

$$CM = CB + BM = CB + BQ = CB = CA + AQ = 1$$

$CB + BQ = CA + AQ = 1$ , отсюда  $P_{\text{полн}} = CB + BQ + CA + AQ = 2$

1)  $S_{ABC} p \cdot r = r$

$$P_{OABC} = \frac{P_{OABC}}{1.2} = 1$$

Ömberin:  $S_{OHBC} = r$



# Олимпиада школьников «БЕЛЫЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О Л З Р З 3 1 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

|      |    |   |   |   |    |
|------|----|---|---|---|----|
| 1    | 2  | 3 | 4 | 5 | 6  |
| 2020 | 20 | 0 | 0 | 0 | 00 |

Задача №1

Исходные данные: 4 брата - А, Брат - Б, Брат - В, Брат - Г

Рассуждения: рассуждения: **Брат**

1) когда А и Б живут на 1 и 2 этаже.

1 А Б В Г -  $\Rightarrow$  Брат Б и Г, А и Б не

2. Б В Г  $\Rightarrow$  Брат Б и Г, А и Б не

3. Б В Г  $\Rightarrow$  Брат Б и Г, А и Б не

4) когда А и Б живут на 2 и 3 этаже.

1. А Б В Г -  $\Rightarrow$  4. 2. 2 = 11

2. Б В Г -  $\Rightarrow$  4. 2. 2 = 11

3. Б В Г -  $\Rightarrow$  4. 2. 2 = 11

4) когда А и Б живут на 3 и 4 этаже.

1. А Б В Г -  $\Rightarrow$  4. 2. 2 = 11

2. Б В Г -  $\Rightarrow$  4. 2. 2 = 11

3. Б В Г -  $\Rightarrow$  4. 2. 2 = 11

4. Б В Г -  $\Rightarrow$  4. 2. 2 = 11



# Олимпиада школьников «БЕЛЫЧОНОК»

Вариант № \_\_\_\_\_

М А О О О 2 7 3 1 0 2 3

Школы (ГЕ ЗАТВОРН ШКОЛ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте решение по, что является с той стороны листа



$$\frac{a}{3a^2+b^2+2a(1-a-b)} = \frac{a}{3a^2+b^2+2a-2a^2-2ab} = \frac{a}{a^2-2ab+b^2+2a} = \frac{a}{(a-b)^2+2a}$$

мыслим, что  $a^2-2ab+b^2+2a = (a-b)^2+2a$

$$(a-b)^2+2a$$

выполним замену  $a-b=c$  и получим:

$$a+b+c = 1 \Rightarrow a = 1-b-c$$

$$\frac{b}{3b^2+c^2+2b(1-b-c)} = \frac{b}{3b^2+c^2+2b-2b^2-2bc} = \frac{b}{b^2+c^2+2b}$$

$$\frac{b}{b^2+c^2+2b} = \frac{b}{(b-c)^2+2b}$$

и с помощью замены:

$$a+b+c = 1 \Rightarrow b = 1-a-c$$

$$\frac{c}{3c^2+a^2+2c(1-a-c)} = \frac{c}{3c^2+a^2+2c-2ac-2c^2} = \frac{c}{c^2-2ac+a^2+2c} = \frac{c}{(c-a)^2+2c}$$

$$\frac{c}{c^2-2ac+a^2+2c} = \frac{c}{(c-a)^2+2c}$$

# Олимпиада школьников «БЕЛЫЧОНОК»

Вариант № \_\_\_\_\_

М А 0 0 0 2 7 3 1 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Время на решение задачи  $\frac{1}{2}$  ч. и оценка  
всего  $\frac{3}{2}$

$$\frac{a}{(a-b)^2+2a} = \frac{1}{2} + \frac{b}{(b-c)^2+2b} = \frac{1}{2} + \frac{c}{(c-a)^2+2c} = \frac{1}{2} \leq 0$$

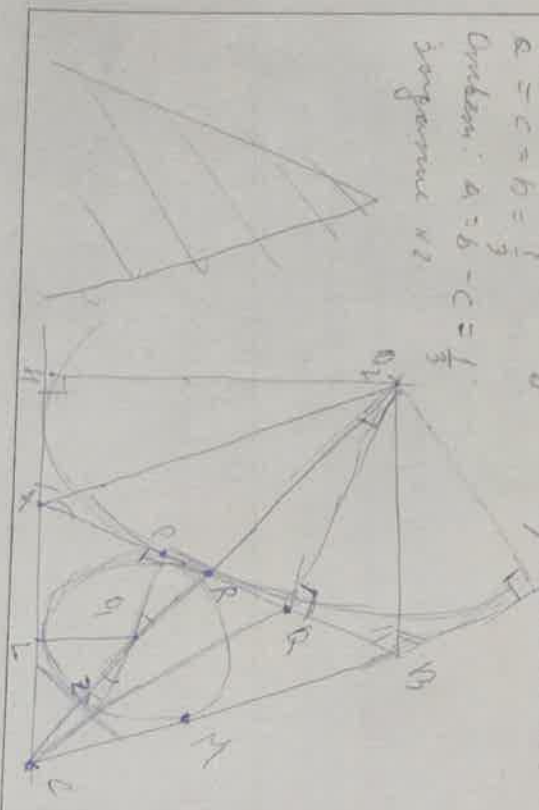
$$\frac{2a - (a-b)^2 - 2a}{2(a-b)^2+4a} + \frac{2b - (b-c)^2 - 2b}{2(b-c)^2+4b} + \frac{2c - (c-a)^2 - 2c}{2(c-a)^2+4c} \leq 0$$

м.т.  $a, b, c > 0$ , а выражения отрицательны  
и выражения неотрицательны, но так как

~~выражения~~ ит. о.т. а. отрицательны  
и поэтому имеют отрицательный  
знак, что и не удовлетворяет  
неравенству и наоборот.

$$a = c = b = \frac{1}{3}$$

Ответ:  $a = b = c = \frac{1}{3}$   
записано х/з









Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

дистанционно

МА0002254623

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 4

Фамилия ~~Александр Николаевич~~ Дивчев

Имя АЛЕКСАНДР

Отчество НИКОЛАЕВИЧ

Дата рождения 22.08.2005

Класс 11

Предмет ~~Физика~~ МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы <sup>26</sup>02.2023

Номер телефона 1732953021

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполняется работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 2 5 4 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Прочитайте задание по-русски и по-английски.

№1 А Б В Г Д И

АБ - рядом, ВГ - нет

Рассмотрим варианты, когда А и Б рядом, В и Г рядом:

1) АБ ВГ Д И; АБ Д В Г И; АБ И В Г Д; АБ И Д В Г; АБ В Г И Д;  
АБ Д И В Г - 6 способов

2) И АБ И И И - 4 способа

3) И И АБ И И - 4 способа

4) И И И АБ И - 4 способа

5) И И И И АБ - 6 способов

Итого нужно исключить  $(6+6+4+4+4) \cdot 2 \cdot 2 = 96$  способов  
(включая перестановки А и Б, В и Г)

Посчитаем количество способов поставить рядом А и Б:

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 5 = 240$$

5 вариантов  
количество комбинаций  
или оставшихся А и Б  
мест.

Ответ:  $240 - 96 = 144$

№3

Перепишем 1 слагаемое

$$\frac{a}{3a^2 + b^2 + 2ac} = \frac{a^2 + ab + ac}{3a^2 + b^2 + 2ac}$$

Докажем, что оно меньше  $\frac{1}{2}$ :

$$\frac{a^2 + ab + ac}{3a^2 + b^2 + 2ac} < \frac{1}{2}$$

$$2a^2 + 2ab + 2ac < 3a^2 + b^2 + 2ac$$

$$(b-a)^2 \geq 0$$

квадрат всегда неотрицателен  
и т.д.  $\Rightarrow$  исходное неравенство  
верно.

Поскольку неравенство  
циклическое, то каждое  
следующее слагаемое не  
будет превосходить  $\frac{1}{2}$

(доказ-во аналогичное, просто  
поменяется порядок переменных)  
значит их сумма не превосходит  
 $\frac{3}{2}$  и т.д.

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

M A 0 0 0 2 2 5 4 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что написано с этой стороны листа в разное время.

N5

$$x^4 + y^2 = xy + y$$

$$x^4 = xy^2 + y - y^2$$

$x^4 = y(xy + 1 - y) \Rightarrow x$  нацело делится на  $y$  (т.к. множитель в правой части). При этом, если  $y \neq 1$ , то можно сказать, что  $x^4$  не делится на  $y^2$ , т.к.  $xy + 1 - y = y(x-1) + 1 \Rightarrow x^4 = my$ . Аналогично видно, что  $y$  и  $y(x-1) + 1$  взаимно просты. Тогда, если их произведение —  $4$  степень, то по основной теореме арифметики каждая из скобок —  $4$  степень.

Значит  $y = n^4$ ;  $x = mn^4 \Rightarrow m = k^4 \Rightarrow x = kn$ . Тогда,  $n^4 k^4 + n^8 = kn^5 + n^4 \Rightarrow k^4 + n^4 = kn^4 + 1$ . Отсюда получим, что  $k^4 - 1$  делится на  $n^4$  и  $n^4 - 1$  делится на  $k \Rightarrow$  по алгоритму Евклида получим, что возможны только 3 варианта:  $k = \pm 1$ ;  $k = n$ ;  $k = n - 1$  (в силу взаимной простоты скобок в последнем выражении для наших переменных). Подставив эти значения, получим:

$$1) n^4 + 1 = \pm n^5 + 1 \text{ — верно только для } n = 0; n = \pm 1$$

$$2) (n+1)^4 + n^4 = (n+1)n^5 + 1; \text{ перебирая целые делители свободного члена } n = -1; 0; 2$$

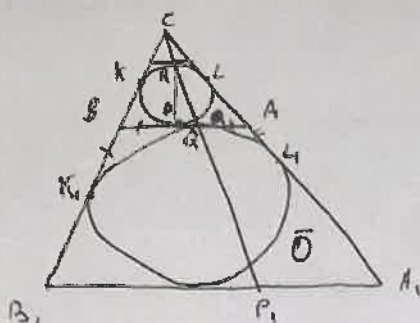
$$3) (n-1)^4 + n^4 = (n-1)n^5 + 1; \text{ аналогично правому получаем } n = -2; 0; 1$$

Тогда получаем решения:  $(\pm 1; 0); (-3; -2); (-1; -1); (1; 1); (3; 2)$

Подставив в правые значения, получим ответ:

Ответ:  $(0; 0)$ ,  $(6; 6)$ ,  $(1; 1)$





Дано:  $\triangle ABC$ , окр.  $\omega$  - впис.  
 $r$  - радиус  $\omega$ ,  
 $\omega$  касается  $AB$  в  $(\cdot) P$   
 $R$  - противоположна  $P$ ,  
 $CR \cap AB = Q$ ,  $CA + AQ = 1$   
 Найти:  $S_{\triangle ABC} = ?$

Решение:

Докажем, что  $Q$  - точка касания вневписанной окр-ти  $AB$ :

Проведем  $B_1A_1 \parallel BA$ , касаясь окр-ти. Заметим, что вневписанная окр-ть в  $\triangle ABC$  - это впис. окр-ть в  $\triangle AB_1C_1$  (т.к.  $\triangle ABC$  гомотетичен  $\triangle AB_1C_1$ ). Из гомотетич. окр-тей следует, что верхняя точка  $\omega$  перейдет в верхнюю точку  $\bar{\omega}$ , а верх  $\bar{\omega}$  - это точка её касания с  $AB = ?$   
 $\Rightarrow Q$  - точка касания  $\bar{\omega}$  и  $AB$ .

$BQ = BK_1$ ;  $AQ = AL_1$ ;  $BK = BP$ ;  $AL = AP$ ;  $CK = CL = CA + AQ = CA + AL_1 = 1$ , но мы знаем, что по св-ву вневпис. окр-ти  $CL = \frac{1}{2} \text{ периметра } \triangle ABC = 1 \Rightarrow S_{\triangle ABC} = 1 \Rightarrow S = pr = \sqrt{1} \cdot 1 = 1$ . Ответ:  $\sqrt{1}$



иц  
 Из условия следует, что у Б больше всего побед, а у М больше всего ничьих, поэтому будем считать, что последняя строчка состоит только из 1, а ~~первая строчка~~ первая строчка только из 3. Меньшее кол-во побед первой дает меньшее кол-во ~~игр~~ итоговых игр: действительно, чтобы при подсчете победителем стал М, на каждую изначальную победу Б нужно отвечать хотя бы 2-мя ничьими (но при этом, мы понимаем, что победитель должен иметь хотя бы на 2 очка больше, чем проигравший (иначе не будет баллов для всех остальных)).  
 Значит, если у Б имеется  $n$  побед, а у М  $m$  ничьих, то имеет место равенство: ~~2n + 2m~~  $2n + 2m \leq 3n - 2$ , отсюда  $n \geq 4$ , поэтому Б имеет хотя бы 5 побед. Приведем пример. Буквой О обозначим все команды, кроме М и Б

Б: 3; 3; 3; 3; 3; 0; ... 0

О: 3; 3; 3; 1; 0; ... 0

М: 1; 1; ... 1

Следовательно в последней строчке 12 единиц, значит М сыграл хотя бы с 12-тью командами, поэтому пришло участие хотя бы 13 команд. Пример, очевидно, строится: М играет со всеми вничью, О играют по кругу друг с другом, Б играет с каждым проигравшим из О.

Ответ: 13

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

ДИСТАНТ

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 9 | 5 | 2 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 4

Фамилия ДЖАЗАЕВ

Имя МАРАТ

Отчество ШАМИЛЬЕВИЧ

Дата рождения 01.09.2005

Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 6 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89280340350

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 3 9 5 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

| 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | Σ  |
|----|----|----|----|---|----|
| 20 | 20 | 20 | 20 | 4 | 84 |

Задача 1.

Рассмотрим возможные расположения Васи и Грини. Для каждого из них можно выбрать 2-е способа посадить Андрия и Барю (2 способа разместить пару и два способа определить порядок в паре). И далее два способа посадить Дениса и Микю на оставшиеся два места.

1) Вася сидит на первом месте:

Если Грини на третьем, то  $4 \cdot 2 = 8$

Если Грини на четвертом, то  $4 \cdot 2 = 8$

Если Грини на пятом, то  $4 \cdot 2 = 8$

Если Грини на шестом, то  $6 \cdot 2 = 12$

2) Вася сидит на втором месте:

Если Грини на четвертом, то  $2 \cdot 2 = 4$

Если Грини на пятом, то  $2 \cdot 2 = 4$

Если Грини на шестом, то  $4 \cdot 2 = 8$

3) Вася сидит на третьем месте:

Если Грини на первом, то  $4 \cdot 2 = 8$

Если Грини на пятом, то  $2 \cdot 2 = 4$

Если Грини на шестом, то  $4 \cdot 2 = 8$

Всего способов рассадить, если Вася на 1-3 местах,

будет 72. Обсудим, что рассадка, когда Вася сидит на 4-6 местах, будет зеркальной, поэтому еще столько же способов, 72.

Всего 144

Ответ: 144 способа



Задача 2

1) Пусть вписанная окружность касается  $AC$  в точке  $E$ ,  $BC$  в точке  $F$ . Пусть  $O$  - центр окружности.

2) Проведем через  $R$  прямую, касающуюся вписан. окружности. Пусть прямая пересекает  $AC$  в точке  $M$ ,  $BC$  в точке  $N$ .

3) По теореме об отрезках касательных проведенных из одной точки к окружности, имеем

$$CE = CF, MR = ME, NR = NF, \text{ отсюда получаем } CM + MR = CN + NR.$$

4) Так как прямые  $MN$  и  $AB$  касаются вписан. окружности в диаметрально противоположных точках, то они  $\parallel$  (обе перпендикулярны прямой  $PR$ ).

Поэтому имеем пары подобных  $\Delta$ -ов.

$$\Delta CMR \sim \Delta CAQ, \Delta CNR \sim \Delta CBQ, k = \frac{CQ}{CR} = \frac{CB}{CN} = \frac{CA}{CM}.$$

6) Отсюда следует

$$CB + BQ = k(CN + NR) = k(CM + MR) = CA + AQ = 1.$$

$$\begin{aligned} 7) S_{ABC} &= S_{AOC} + S_{AOB} + S_{BOC} = \frac{1}{2}(AB + AC + BC) \cdot r = \frac{1}{2}(AC + AQ + BQ + CB) \cdot r \\ &= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot r = r \end{aligned}$$

Ответ:  $r$



Вариант № 4

M A 0 0 0 2 3 9 5 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 3

Преобразуем первую дробь

$$\frac{a}{3a^2+b^2+2ca} = \frac{a}{a^2+b^2+2a(a+c)} = \frac{a}{a^2+b^2+2a(a+b+c-b)} =$$

$$= \frac{a}{a^2+b^2+2a(1-b)} = \frac{a}{(a-b)^2+2a} = \frac{1}{\frac{(a-b)^2}{a}+2} \leq \frac{1}{2}, \text{ так как}$$

$$\text{выражение } \frac{(a-b)^2}{a} \geq 0.$$

Аналогично для двух других дробей:

$$\frac{b}{3b^2+c^2+2ab} = \frac{1}{\frac{(b-c)^2}{b}+2} \leq \frac{1}{2},$$

$$\frac{c}{3c^2+a^2+2bc} = \frac{1}{\frac{(c-a)^2}{c}+2} \leq \frac{1}{2},$$

откуда и следует требуемое неравенство.

Ответ: ч.т.д.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа





Задача 4

Пусть  $x_1$  - на сколько у "Бельчат" побед больше чем у "Метсера"

Пусть  $x_2$  - на сколько у "Метсера" больше ничьих чем у "Бельчат"

Тогда разница между очками при подсчете при условии, что победа стоит 3 или 2 очка будет соответственно

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 \geq 2 \\ x_2 - 2x_1 \geq 2 \end{cases}$$

Так как у команды победителей хотя бы на одно очко больше, чем у средней команды, а у последней хотя бы на одно очко меньше, чем у средней

Отсюда  $x_1 \geq 4 \Rightarrow x_2 \geq 2x_1 + 2 \geq 10 \Rightarrow$  у "Метсера" хотя бы на 10 ничьих больше, чем у "Бельчат".

Рассмотрим результаты, если бы за победу давали 2 очка. Тогда всего очков

$$\frac{n(n-1)}{2} \cdot 2 = n(n-1).$$

Так как у "Метсера" было бы больше среднего очков, то если хотя бы  $n$ , а раз они собирают  $(n-1)$  матчей, то для  $n$  очков нужна хотя бы одна победа  $\Rightarrow$  они сыграли не менее  $10+1$  мат.  $\Rightarrow$  команд не менее 12



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 3 9 5 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Приведите пример для 12 команд

|          | Бельгата | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | Метеор | Очки |
|----------|----------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|--------|------|
| Бельгата | X        | 3 | 3 | 3 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0      | 15   |
| 2        | 0        | X | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 0  | 0  | 1      | 14   |
| 3        | 0        | 1 | X | 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 3  | 3  | 1      | 14   |
| 4        | 0        | 1 | 0 | X | 1 | 1 | 1 | 0 | 3 | 3  | 3  | 1      | 14   |
| 5        | 0        | 1 | 1 | 1 | X | 0 | 0 | 3 | 3 | 3  | 1  | 1      | 14   |
| 6        | 0        | 1 | 1 | 1 | 3 | X | 1 | 3 | 0 | 0  | 3  | 1      | 14   |
| 7        | 3        | 0 | 3 | 1 | 3 | 1 | X | 0 | 1 | 1  | 0  | 1      | 14   |
| 8        | 3        | 0 | 1 | 3 | 0 | 0 | 3 | X | 1 | 1  | 1  | 1      | 14   |
| 9        | 3        | 0 | 3 | 0 | 0 | 3 | 1 | 1 | X | 1  | 1  | 1      | 14   |
| 10       | 3        | 3 | 0 | 0 | 0 | 3 | 1 | 1 | 1 | X  | 1  | 1      | 14   |
| 11       | 3        | 3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 3 | 1 | 1 | 1  | X  | 1      | 14   |
| Метеор   | 3        | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1  | 1  | X      | 13   |

Ответ: 12 команд

Задача 5

Решим:  $(x-1)y^2 + y - x^4 = 0$ .

Заметим, что  $x=1, y=1$  — решение.

Пусть далее  $x > 1$ , тогда:

$$y = \frac{-1 + \sqrt{4x^5 - 4x^4 + 1}}{2(x-1)},$$

второй корень заведомо отрицательный.

Заметим, что дискриминант дает остаток 1 при делении на 4 для любого  $x$ .

Также заметим, что  $x=6, y=16$  — решение.

Ответ:  $(1; 1), (6; 16)$



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Рязань

Адрес площадки проведения

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | Р | О | О | 2 | 1 | 9 | 9 | 2 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр

Вариант № 4

Фамилия САФОНОВ

Имя ОЛЕГ

Отчество ЮРЬЕВИЧ

Дата рождения 11.08.2005

Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 6 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89155939243

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 1 9 9 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

51

Пусть А - Андрей, Б - Борис, В - Вал, Г - Грisha, Д - Денис, Ж - Женья. Тогда придумаются посылки ка-во 6-ти буквенных слов, где А и Б рядом, а В и Г - нет. Пусть  $x = AB$ ,  $y = BG$ , тогда ка-во перестановочных слов из букв  $x, B, Г, Д, Ж$  равно  $5!$ , в каждом таком слове букву  $x$  можно записать на  $AB$  или  $BA$ , поэтому ка-во 6-ти буквенных слов, где  $A, B$  рядом равно  $5! \cdot 2$ , посчитали ка-во 4-х буквенных слов из букв  $x, y, Д, Ж$ , их  $4!$ , в каждом таком слове  $x$  можно записать на  $AB$  или  $BA$ , а  $y$  на  $BГ$  или  $ГВ$ , тогда всего 6-ти буквенных слов, где  $A, B$  рядом и  $B, Г$  рядом ка-во равно  $4 \cdot 4!$ , тогда слов из 6-ти букв, где  $A, B$  рядом, а  $B, Г$  - нет равно:

$$5! \cdot 2 - 4 \cdot 4! = 120 \cdot 2 - 96 = 144$$

Ответ: 144.

Женья

|    |    |    |   |   |          |
|----|----|----|---|---|----------|
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5 | $\Sigma$ |
| 20 | 20 | 20 | 0 | 6 | 66       |

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа





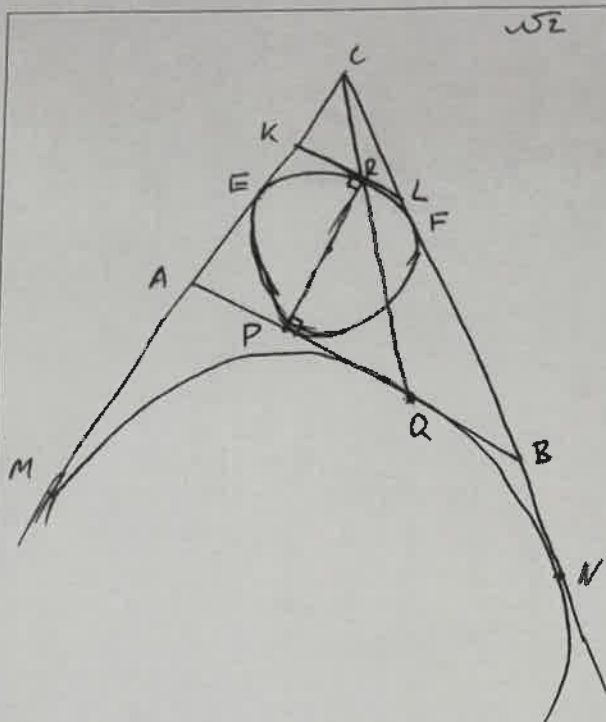
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 1 9 9 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



1) Докажем, что т. Q - т. касания вневпис. опис.  $\triangle ABC$  с AB.  
 Дел. б.о.: через т. R проведем прямую  $KL \parallel AB$ , т.к.  $RP$  - диаметр, а  $P$  - т. касания, то  $PR \perp AB$ , но т.к.  $KL \parallel AB$ , то  $PR \perp KL$ . Пусть опис. впис. в  $\triangle ABC$  -  $\omega$ , а ~~опис. впис.~~ вневпис. опис. около  $\triangle ABC$ , касающаяся AB -  $\Omega$ , тогда заметим, что  $\omega$  вневпис. опис.  $\triangle KCL$ , кас.  $KL$ , тогда при гомотетии с центром в т. C опис.  $\omega$  перейдет в опис.  $\Omega$ , а т.к.  $PR$  диаметр  $\omega$  и  $PR \perp AB$ ,  $PR \perp KL$ , то т. R перейдет в т. Q, если  $O_1$  - центр  $\omega$ , а  $O_2$  - центр  $\Omega$ , то коэфф. гомотетии равен  $\frac{CO_2}{CO_1}$  ~~2 м.б.~~

2) Докажем, что  $AP = QB$ :

Пусть т. кас.  $\Omega$  с CA и CB это M и N соотв., тогда, пришедшая т. O кас. проб. к опис. из одной точки нелугает:

$QB = BN$ ,  $AQ = AM$ ,  $CM = CN$ , периметр  $\triangle ABC$  равен  $P = CA + CB + AB =$

$= \underbrace{CA + AQ}_{CM} + \underbrace{QB + CB}_{CN} = CM + CN$ , но  $CM = CN$ , тогда  $CM = CN = \frac{P}{2}$ , но  $BN = BQ \Rightarrow$

$\Rightarrow CB + BN = CN = CB + BQ = \frac{P}{2}$

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 9 | 9 | 2 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа  
в рамке справа

Вспомогательный эскиз, приписанный к о. кас., проводящий контур изогнутой т. наугаеи, что:

Васанопурили сфер  $\omega$ , пусть она кас.  $AC$  и  $CB$  т.  $E$  и  $F$  соответственно, тогда применив т. о кас, проведенных к сфер. из одной точки найдем, что:

$$\left. \begin{array}{l} CF = CE = x \\ FB = BP = y \\ EA = AP = z \\ P = 2(x+y+z) \\ CB = CF + FB = x+y \end{array} \right\} \Rightarrow QB = \frac{P}{2} - CB = x+y+z - (x+y) = z = AP \quad \text{2.m.g}$$

$\vec{u} \cdot \vec{CA} + \vec{AA} = 1, \vec{CA} = \vec{CE} + \vec{EA} = x + z, \vec{AA} = \vec{AB} - \vec{BA} = (\vec{AP} + \vec{BP}) - \vec{BA} = z + y - z = y,$   
 luego  $\vec{CA} + \vec{AA} = x + y + z = 1, P = 2(x + y + z) = 2$  y  $S_{ABC} = \frac{P}{2} \cdot r = r$

Amber: r.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 1 9 9 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа в рамках справа

ДЗ.

$$\frac{a}{3a^2+b^2+2ac} + \frac{b}{3b^2+c^2+2ab} + \frac{c}{3c^2+a^2+2bc} \leq \frac{3}{2}$$

По пер-ву о средних  $x^2+y^2 \geq 2xy \Leftrightarrow (x-y)^2 \geq 0$ , поэтому  $a^2+b^2 \geq 2ab$ ,  
 $b^2+c^2 \geq 2bc$ ,  
 $c^2+a^2 \geq 2ac$

Заменив в знаменателях сумму квадратов на удвоенное произведение мы можем только уменьшить или не изменить знаменатели, т.е. увеличить или не изменить каждую дробь:

$$\frac{a}{2a^2+2ab+2ac} + \frac{b}{2b^2+2bc+2ab} + \frac{c}{2c^2+2ac+2bc} \leq \frac{3}{2} \quad | \cdot 2$$

$$\frac{1}{a+b+c} + \frac{1}{a+b+c} + \frac{1}{a+b+c} \leq 3$$

$$\frac{3}{a+b+c} = 3, \text{ т.к. } a+b+c=1, \text{ т.е. нек. пер. бо не больше чем } \frac{3}{2} \text{ и при}$$

$a=b=c=\frac{1}{3}$  достигается равенство:

$$\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+2\cdot\frac{1}{3}} + \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+2\cdot\frac{1}{3}} + \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+2\cdot\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{3}{2} \quad \text{н.м.д.}$$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 2 1 9 9 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

154.

Пусть в турнире участвует  $n$  команд, по условию после того как за победу стали давать на  $1$  очко меньше команда «Бельчат» набрала меньше очков, чем команда «Метеор». Рассмотрим на мин. разницу в очках между командой «Бельчат» и «Метеор», т.е. все ост. команды набрали больше очков, чем команда «Метеор», но у команды «Бельчат» как минимум на  $n-1$  очков больше, чем у команды «Метеор», а значит чтобы команда «Бельчат» набрала меньше очков, чем «Метеор» у неё должно быть хотя бы  $n$  побед (т.е. у всех).

Если есть  $n$  команд, то выиграв все за победу дают  $3$  очка, но было очков не больше чем  $\frac{3}{2}n(n-1)$ , если же за победу дают  $2$  очка, то после любой пары очков увелич. на  $2$ , т.е. очков не меньше чем  $n(n-1)$ .

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 1 9 9 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

55.

$$x^4 + y^2 = xy^2 + y$$

$$x(x^3 - y^2) = y(1 - y)$$

$x(y^2 - x^3) = y(y - 1)$ ,  $y$  и  $y - 1$  не имеют общ. делителей, поэтому т.к. левая часть делится на  $x$ , то либо  $y : x$ , либо  $(y - 1) : x$

I случай  ~~$y : x$~~  ( $y : x \Leftrightarrow y = kx, k \in \mathbb{N}$ ):

$$x(k^2x^2 - x^3) = kx(kx - 1) \quad | : x \neq 0$$

$$k^2x^2 - x^3 = k(kx - 1)$$

~~$$k^2x^2 - x^3 + k = x^3 \Leftrightarrow k(kx^2 - kx + 1) = x^3$$~~

$$k^2x^2 - x^3 - k^2x = -k \Leftrightarrow x(k^2x - x^2 - k^2) = -k \Rightarrow k : x \Rightarrow k = xn, n \in \mathbb{N}$$

$$x^4n^2 - x^3 - x^3n^2 = -xn \quad | : x \neq 0$$

$$x^3n^2 - x^2 - x^3n^2 = -n \Leftrightarrow x(x^2n^2 - x - xn^2) = -n \Rightarrow n : x \Rightarrow n = xm, m \in \mathbb{N}$$

$$x^5m^2 - x^2 - x^4m^2 = -xm \quad | : x \neq 0$$

$$x^4m^2 - x - x^3m^2 = -m \Leftrightarrow x(x^3m^2 - 1 - x^2m^2) = -m \Rightarrow m : x \Rightarrow x = m$$

$$m(x^4m - x^3m + 1) = x \Rightarrow x : m$$

$$x^6 - x^5 = 0$$

$$x^5(x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 1, \text{ т.к. } x > 0, \text{ если } x = 1, \text{ то подставляя в иск: } y = 1$$

II случай ( $(y - 1) : x \Leftrightarrow y = kx + 1, k \in \mathbb{Z}, k \geq 0$ ):

$$x((kx + 1)^2 - x^3) = (kx + 1)kx \quad | : x \neq 0$$

$$k^2x^2 + 2kx + 1 - x^3 = k^2x + k$$

$$x(k^2x^2 + 2kx - x^3) = k - 1 \Rightarrow k - 1 : x$$

Если  $k = 0$ , то  $y = 1$  и  $x^4 = x \Leftrightarrow x(x^3 - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 1$  в нат. числе.

Если  $k \neq 0$  и  $k = 1$ , то  $y = x + 1$  и  $x^4 + x^2 + 2x + 1 = x(x^2 + 2x + 1) + x + 1$

$$x^4 + x^2 + 2x + 1 = x^3 + 2x^2 + x + 1$$

$$x^4 - x^3 - x^2 = 0 \quad | : x^2 \neq 0$$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

$$D = 1 + 4 = 5, \quad x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, \quad x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \quad \text{не нат. числа}$$

Если  $k > 1$ , то т.к.  $k - 1 : x$ , то  $k - 1 \geq x \Leftrightarrow k \geq x + 1$ , а значит при замене  $k$  на  $x + 1$  выражение может не уменьшиться или увеличиться:

$$(x + 1)^2x^2 + 2(x + 1)x + 1 - x^3 = (x + 1)^2x + x + 1 \quad | : x \neq 0$$

$$(x^2 + 2x + 1)x + 2x + 1 - x^2 = x^2 + 2x + 1 + 1$$

$$x^3 + 2x^2 - 2x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 + 1) = 0, \quad x > 0, \quad x^2 + 1 > 0, \text{ а значит } x(x^2 + 1) \neq 0 - \text{ не триви.}$$

Ответ: (1; 1).

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа





## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

2. Гостов на-Доту.

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 8 | 1 | 2 | 7 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Ишви

Имя Александр

Отчество Александрович

Дата рождения 03.06.2005

Класс 11

Предмет Математика

Работа выполнена на 6 листах

Дата выполнения работы 26.02.23

Номер телефона 89397891298

Подпись АИВ

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | О | О | О | 2 | 8 | 1 | 2 | 7 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

|   |    |    |   |    |    |
|---|----|----|---|----|----|
| 1 | 2  | 3  | 4 | 5  | Σ  |
| 0 | 20 | 20 | 0 | 12 | 52 |

Дано:

$$LM = 52 \quad \frac{LM}{MH} = \frac{4}{9}$$

$\triangle KML$  - прямоугольный  
 $DH \perp AL$

Решение:

$$\text{П.к. } \frac{LM}{MH} = \frac{4}{9} \Rightarrow$$

$$LM = 4x \text{ и } MH = 9x$$

$$\text{а.т.к. } LM = 52 \Rightarrow$$

$$52 = 13x, x = 4 \Rightarrow$$

$$MH = 36; LM = 16$$

Проведем радиус  $OD$ ;  $OD = MO = OL = \frac{52}{2} = 26$ .

По т. Пифагора в  $\triangle ODH \Rightarrow OD^2 = OH^2 + DH^2$ .

$$OH = MH - MO = 36 - 26 = 10 \Rightarrow DH = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$$

$$\Rightarrow S_{\triangle DHL} = \frac{1}{2} DH \cdot HL = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 16 = 192$$

$$\cos \angle DOM = \frac{OH}{OD} = \frac{10}{26} \Rightarrow \angle MKD = \angle DOM = \arccos \frac{10}{26}$$

По т. косинусов:  $DL^2 = OM^2 + OD^2 - 2OM \cdot OD \cdot \cos \angle DOM$

$$DL^2 = 676 + 676 - 520 = 832 \Rightarrow DL = \sqrt{832}$$

По т. Пифагора в  $\triangle MDH \Rightarrow MD^2 = MH^2 + DH^2 =$

$$MD = \sqrt{36^2 + 24^2} = \sqrt{1872}$$

Рассмотрим  $\triangle KML$  и  $\triangle MEL$  - они подобны. (т.к.  $\angle KML = \angle MEL = 90^\circ$

$$\text{а } \angle L - \text{общий}) \Rightarrow k = \frac{HL}{ML} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13} \Rightarrow KM = 13m;$$

$$EM = 4m.$$

ВНИМАНИЕ! Проводятся только те, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 8 | 1 | 2 | 7 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2 (продолжение)

$KD \perp KM$  (т.к. они касательные проведенные из одной точки)  $\Rightarrow$  По т. косинусов в  $\triangle KDM \Rightarrow$   
 $MD^2 = MK^2 + KD^2 - 2 \cdot MK \cdot KD \cdot \cos \angle MKD$

$$1872 = 2 \cdot 169m^2 - 2 \cdot 169m^2 \cdot \frac{10}{26}$$

$$1872 = 338 \left( m^2 - \frac{10m^2}{26} \right) \Rightarrow \frac{1872}{338} = \frac{16m^2}{26} \Rightarrow m=3$$

$$\Rightarrow S_{\triangle EML} = \frac{1}{2} \cdot EM \cdot ML = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6$$

$$S_{\triangle DEL} = S_{\triangle DKL} - S_{\triangle EML} = 192 - 96 = 96$$

Ответ: 96.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | О | О | О | 2 | 8 | 1 | 2 | 7 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\sqrt{3} \quad \frac{z^2}{x+y+z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \geq \frac{xy}{x+y+z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z}$$

$$\frac{z^2 - xy}{x+y+z} + \frac{x^2 - yz}{2x+y+z} + \frac{y^2 - zx}{x+2y+z} \geq 0$$

Не нарушая общности  
 $x \geq y \geq z$

$$\text{III.} \quad x \geq y \geq z \Rightarrow 2x+y+z \geq x+y+z \text{ и } 2x+y+z \geq x+2y+z \Rightarrow$$

$$\frac{z^2 - xy}{x+y+z} \geq \frac{z^2 - xy}{2x+y+z} \quad (\text{т.к. числитель больше знаменатель, то меньше дробь})$$

$$\frac{x^2 - yz}{2x+y+z} - \text{оставим}$$

$$\frac{y^2 - zx}{x+2y+z} \geq \frac{y^2 - zx}{2x+y+z}$$

Итого

$$\frac{z^2 - xy}{2x+y+z} + \frac{y^2 - zx}{2x+y+z} + \frac{x^2 - yz}{2x+y+z} \geq 0$$

$$\frac{z^2 - xy + y^2 - zx + x^2 - yz}{2x+y+z} \geq 0$$

$$z^2 - xy + y^2 - zx + x^2 - yz \geq 0 \cdot 2$$

$$2z^2 - 2xy + 2y^2 - 2zx + 2x^2 - 2yz \geq 0$$

$$(z-x)^2 + (x-y)^2 + (y-z)^2 \geq 0$$

Доказано!

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | О | О | О | 2 | 8 | 1 | 2 | 7 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\sqrt{s} \quad 3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k \cdot 7^L$$

$$I. a=0 \Rightarrow 4 = 7^L \cdot 2^k \Rightarrow L=0; k=2$$

$$II. L=0 \Rightarrow 3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k$$

$$3^a(3^a + 1) + 2 = 2^k$$

$$3^a(3^a + 1) = 2(2^{k-1} - 1)$$

$$НОД(3^a; 3^a + 1) = 1; \quad 3^a \equiv 1 \pmod{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3^a = 2^{k-1} - 1 \\ 3^a + 1 = 2 \end{cases} \Rightarrow a=0; k=2$$

$$III. k=0 \quad 3^a(3^a + 1) + 2 = 7^L$$

$$3^a(3^a + 1) \equiv 0 \pmod{2} \Rightarrow 3^a(3^a + 1) + 2 \equiv 0 \pmod{2}$$

$$7^L \equiv 1 \pmod{2} \Rightarrow \emptyset$$

$$IV. a \geq 1$$

$$\begin{matrix} L \geq 1 \\ k \geq 1 \end{matrix} \Rightarrow 3^a(3^a + 1) = 2(7^L \cdot 2^{k-1} - 1)$$

$$НОД(3^a; 3^a + 1) = 1$$

$$НОД(2; 7^L \cdot 2^{k-1} - 1) = 1$$

$$\text{Так как } k \geq 2 \Rightarrow \text{При } k \geq 2 \quad \emptyset$$

$$k=1: \quad 3^a(3^a + 1) = 2(7^L - 1)$$

Далее:  $a=k=1$ 

$$II \quad a; L \geq 2 \quad НОД(2; 7^L - 1) = 2^t$$

$$\Rightarrow 3^a + 1 = 2^t; a \geq 2$$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 8 | 1 | 2 | 7 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа  
в рамке справа

$\sqrt{5}$  (модуль меньше)

$$\Rightarrow 3^a \equiv 0$$

$$t \quad l^t - 1 \pmod{9}$$

$$1 \quad 1$$

$$2 \quad 3$$

$$3 \quad 7$$

$$4 \quad 4$$

$$5 \quad 4$$

$$\Rightarrow l^t - 1 \equiv \{1, 3, 4, 7\} \Rightarrow \text{равенство невозможно}$$

$\Rightarrow$  решений при  $a \geq 2$  нет

Ответ: 1)  $a=0 \quad l=0 \quad k=2$

2)  $a=l=k=1$



## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | О | О | О | 2 | 8 | 1 | 2 | 7 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1 5-орехов 8-грибов 11-ягод.

Ягоды могут стоять через 1, через 2, через 3 и через 4

Рассмотрим случай, когда есть 4 порядка не ягоды из 24.  $\Rightarrow 24$  способов  $\Rightarrow (24 \cdot 4! = 504)$ Рассмотрим случай, когда есть 3 порядка не ягоды.  $\Rightarrow 22$  способов.  $(22 \cdot 3! = 132)$ Рассмотрим случай, когда есть 2 порядка не ягоды.  $\Rightarrow 23$  способов.  $(23 \cdot 2! = 46)$ и случай, когда 1 не ягоды  $\Rightarrow 24$  :  
кол-во способов с 4 порядка не ягоды:

$$20 \cdot 2 \cdot 13 = 520$$

кол-во способов с 3 порядка не ягоды:

$$22 \cdot 2 \cdot 13 = 572$$

кол-во способов с 2 порядка не ягоды:

$$22 \cdot 2 \cdot 13 = 572$$

 $\Rightarrow$  кол-во способов получить предметы, чтобы никакие две ягоды не лежали рядом  $\Rightarrow$ 

$$572 + 546 + 520 = 1640$$

Ответ: 1640

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Ростов-на-Дону

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 8 | 2 | 9 | 3 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 4

Фамилия КОВАЛЕВ

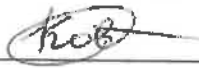
Имя ЕВГЕНИЙ

Отчество АЛЕКСАНДРОВИЧ

Дата рождения 06.03.2006 Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 9 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 8989611706 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант №   1  

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 8 | 2 | 9 | 3 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только 10. Что записано в этой строке, и что

Ques:

$\triangle ABC$  - прямоугольный,  
 $\angle C = 90^\circ$

$$CB = 26$$
 $(\omega, R)$ -опр.
$$Cw = wB$$

АР-краситель  
к (ω, R)

*[Signature]*

C ≠ P

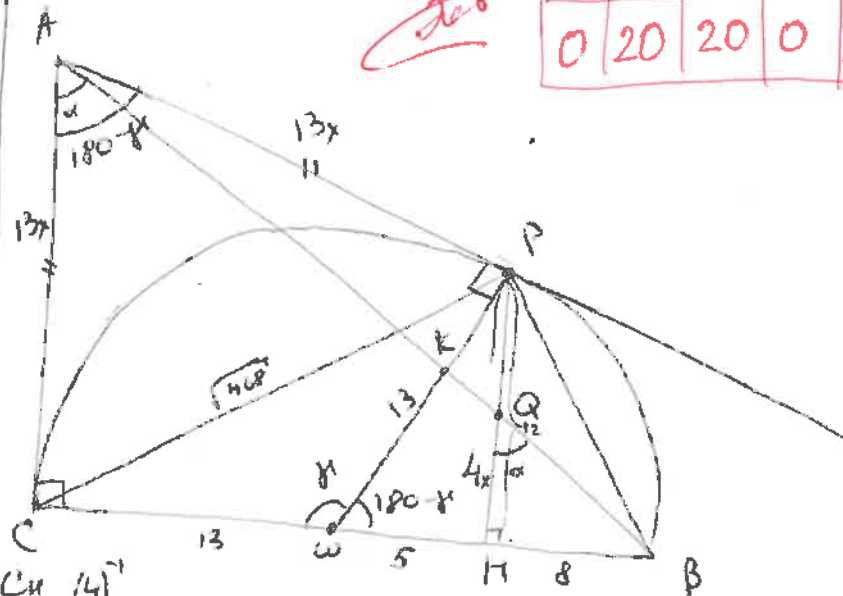
PH ⊥ CB

PRD AB-C

$$\frac{B_H}{C_H} = \frac{4}{9}$$

S.B.P.Q.-?

Решение:



$$\frac{C_H}{H_0} = \left(\frac{4}{9}\right)^{-1} \rightarrow C_H = 9y, \quad B_H = 4y.$$

$$BC = 26 = CK + BH = 4y + 9y = 13y \rightarrow y = \frac{26}{13} = 2$$

$$B_H = 2 \cdot 4 = 8$$

$$C_H = 2 \cdot 9 = 18$$

См-радиус, т.к. сн-диаметр подставлено, а ш-центр окруж-ности

$$AC = \frac{1}{2} BC = 13$$

$$C_H = C_W + W_H = 18 = C_W + W_H = 13 + W_H \rightarrow W_H = 18 - 13 = 5$$

Соединим  $P_{\omega}$ ; пусть  $P_{\omega} \cap AB = K$ .

$AC \perp BC$ , т.к.  $BC$  - диаметр,  $AC$  - ~~середина~~ касательная.

$AP \perp MP$ , т.к.  $AP$  - касательная,  $MP$  - радиус.

$$AC = AP, T, K. AP \perp AC - \text{кас.}, A - \text{центр.}$$

wp-pages = 13

Рассмотрим в ШНР:

$PH \perp BC \rightarrow$   $PH$  — высотой,  $HP$  — гипотенуза

по теореме Вейсштрасса:

$$p_k = \sqrt{163 - 21} = \sqrt{144} = 12$$

Рассмотрим в ~~СР~~ СРМ:

с РС - прямой  $\rightarrow$  РС - испытывать

$$PC = \sqrt{18^2 + 144^2} = \sqrt{324 + 144^2} = \sqrt{468}$$

|   |    |    |   |    |          |
|---|----|----|---|----|----------|
| 1 | 2  | 3  | 4 | 5  | $\Sigma$ |
| 0 | 20 | 20 | 0 | 20 | 60       |

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 8 | 2 | 9 | 3 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2 (продолжение)

Рассмотрим  $\triangle HQB$  и  $\triangle CAB$ .

а)  $\angle ACB = \angle QHB = 90^\circ$

б)  $AC \perp BC; QH \perp BC \Rightarrow AC \parallel QH. \rightarrow \left. \begin{array}{l} \rightarrow \angle BAC = \angle BQH \text{ (соответственные)} \\ \rightarrow \angle ACB = \angle QHB = 90^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \triangle HQB \sim \triangle CAB \text{ по 2м углам} \rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{BQ}{BC} = \frac{HQ}{AC} = \frac{BQ}{AB} \Leftrightarrow \frac{8}{26} = \frac{HQ}{AC} = \frac{BQ}{AB} \Leftrightarrow \frac{4}{13} = \frac{HQ}{AC} = \frac{BQ}{AB} \Rightarrow$$

$\Rightarrow AC = 13x$

$HQ = 4x$

$AC = 13x \Rightarrow AP = 13x$

$\angle PWH$ .

$\angle CWH = \angle CWP + \angle PWB. \rightarrow \angle PWB = \angle CWH - \angle CWP = 180^\circ - \angle CWP.$   
(Для упрощения пусть  $\angle CWP = \varphi$ )

$ACWP$  - четырехугольник.

$\angle ACW + \angle CPW = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow ACWP$  - вписанный.

$POCB$  - вписанный четырехугольник.

$\angle ACP = 180^\circ - \angle CWP = 180^\circ - \varphi.$

Видно, что  $\angle CAP = \angle PWH = 180^\circ - \varphi.$

Значит  $\angle PWH = \frac{12}{13}$  (в градусах).

По основному тригонометрическому тождеству. ( $\cos \varphi > 0$ , т.к.  $\angle PWH$  - острый).

$$\cos \angle PWH = \sqrt{1 - \sin^2 \angle PWH} = \sqrt{1 - \frac{144}{169}} = \sqrt{\frac{169 - 144}{169}} = \sqrt{\frac{25}{169}} = \left(\frac{5}{13}\right)$$

Рассмотрим  $\triangle CAP$

по теореме косинусов!

$CP^2 = AC^2 + AP^2 - 2 \cdot AC \cdot AP \cdot \cos \angle CAP.$

$468 - 169x^2 + 169x^2 - 2 \cdot 169x^2 \cdot \frac{5}{13} = 338x^2 - 130x^2 = 208x^2$

$x^2 = \frac{468}{208} = \frac{234}{104} = \frac{117}{52} = 2,25 = (1,5)^2$

$x = 1,5$

$$\begin{array}{r} 117 \overline{) 252} \\ \underline{104} \phantom{00} \\ 130 \phantom{00} \\ \underline{104} \phantom{00} \\ 260 \phantom{00} \\ \underline{260} \phantom{00} \\ 0 \end{array}$$





# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | О | О | О | 2 | 8 | 2 | 9 | 3 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

12 (приблизительно)

$$x = 1,5$$

$$H Q = 4 \cdot x = 4 \cdot 1,5 = 6$$

$$S_{\text{ВНР}} = S_{\text{ВНҚ}} + S_{\text{ВҚР}}$$

$$S_{\text{ВНР}} = \frac{1}{2} \cdot H P \cdot H B = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 8 = 48$$

$$S_{\text{НҚВ}} = \frac{1}{2} \cdot H B \cdot H Q = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24$$

$$S_{\text{ВҚР}} = S_{\text{ВНР}} - S_{\text{ВНҚ}} = 48 - 24 = 24 \text{ ег. кв.}$$

ОТВЕТ: 24 ег. кв.

13

$$\frac{z^2}{x+y+2z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \geq \frac{xy}{x+y+z} + \frac{y^2}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z}; x, y, z \in \mathbb{N}.$$

$$\frac{z^2}{x+y+2z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} - \frac{xy}{x+y+z} + \frac{y^2}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z} \geq 0$$

$$\frac{z^2 - xy}{x+y+2z} + \frac{x^2 - yz}{y+z+2x} + \frac{y^2 - xz}{z+x+2y} \geq 0$$

1) Рассмотрим случай 1:  $z = x = y$ .

Тогда  $z^2 = xy$ ;  $x^2 = yz$ ;  $y^2 = xz \rightarrow z^2 - xy = 0$ ;  $x^2 - yz = 0$ ;  $y^2 - xz = 0$ .

$$\frac{0}{4x} + \frac{0}{4x} + \frac{0}{4x} = 0 \text{ — верно. Показано.}$$

2) Рассмотрим случай, не только равенства перемешанных.

Видно, что данное неравенство есть симметрическое неравенство, то есть не зависит от мест переменных, поэтому для упрощения дальнейшей работы, примем  $z \geq y \geq x$  (когда, наименьшие равенства, достигаются и неравенства).

$$\frac{z^2 - xy}{x+y+2z} + \frac{x^2 - yz}{y+z+2x} + \frac{y^2 - xz}{z+x+2y} \geq 0$$

Приведем все к общему знаменателю, при этом сохранив транзитивность неравенства.

↓ продолжение на следующей странице

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках строки

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | О | О | О | 2 | 8 | 2 | 9 | 3 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

из (продолжение)

$$y+z+2x \leq$$

а) Преобразуем дробь  $\frac{x^2-yz}{y+z+2x}$

$$y+z+2x \leq y+x+2z$$

$$z+x+x \leq x+z+z$$

$x \leq z$ , т.к. было принято в условии.

$$y+z+2x \leq y+x+2z$$

Тогда:

$$\frac{x^2-yz}{y+z+2x} \geq \frac{x^2-yz}{y+x+2z}$$

б) Преобразуем дробь  $\frac{y^2-xz}{x+z+2y}$

$$x+z+2y \leq x+y+2z, \text{ т.к. } y \leq z \text{ (было принято в условии)}$$

Тогда:

$$\frac{y^2-xz}{x+z+2y} \geq \frac{y^2-xz}{x+y+2z}$$

Верно

Преобразованные дроби являются по своему значению меньшими, чем исходные, ч, доказав неравенство для них, мы докажем исходное неравенство.

Вернемся к неравенству, применив преобразования.

$$\underbrace{\frac{z^2-xy}{x+y+2z}}_{1\text{-исходное}} + \underbrace{\frac{x^2-yz}{y+z+2x} + \frac{y^2-zx}{x+z+2y}}_{2\text{-преобразованное}} \geq \frac{z^2-xy}{x+y+2z} + \frac{x^2-yz}{x+y+2z} + \frac{y^2-xz}{x+y+2z} \geq 0.$$

Докажем для неравенства 1):

$$\frac{z^2-xy + x^2-yz + y^2-xz}{x+y+2z} \geq 0.$$

ВНИМАНИЕ! Пронумерованы только те, что записано с этой стороны листа в рамке справа



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 8 | 2 | 9 | 3 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамках справа

$$\frac{z^2 - xy + x^2 - yz + y^2 - xz}{x+y+z} \stackrel{13(\text{предположение})}{\geq 0}$$

а) Исследуем знаменатель:

$$x+y+z; x, y, z \in \mathbb{N}.$$

Сумма  $z$  натуральных чисел  $\Rightarrow$  число натуральное. Тогда можно домножить на него, сохранив знак.

$$z^2 - xy + x^2 - yz + y^2 - xz \geq 0$$

$$z^2 + x^2 + y^2 \geq xy + yz + xz.$$

Рассуждая по неравенству Коши:

(Все-таки легче домножить на  $z$ )

$$2z^2 + 2x^2 + 2y^2 \geq 2xy + 2yz + 2xz.$$

$$2z^2 + 2x^2 + 2y^2 - 2xy - 2yz - 2xz \geq 0$$

$$\frac{z^2}{2} - 2y \quad \frac{z^2 - 2zy + y^2 + x^2 - 2xy + y^2 - z^2 - 2xz + x^2}{2} \geq 0.$$

$$(z-y)^2 + (x-y)^2 + (z-x)^2 \geq 0$$

Более того, равенство 0 достигается только при равенстве  $x, y, z$  друг другу.

Рассуждая рассматриваемое рав. изменённое значение априори меньше исходного, данного в условии, то исходное является большим или равным данному, следовательно, исходное неравенство было доказано.

$$\frac{z^2}{x+y+z} + \frac{x^2}{y+z+x} + \frac{y^2}{x+z+y} \geq \frac{xy}{x+y+z} + \frac{yz}{z+x+y} + \frac{zx}{x+y+z}$$

Доказано.

Продолжить другие задания на следующей странице.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | О | О | О | 2 | 8 | 2 | 9 | 3 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k \cdot 7^l \quad a, k, l \in \mathbb{N} \cup \{0\}$$

1) Рассмотрим случай равенства  $a=0$ .

$$3^{2 \cdot 0} + 3^0 + 2 = 2^k \cdot 7^l$$

$$1 + 1 + 2 = 2^k \cdot 7^l$$

$$4 = 2^k \cdot 7^l$$

При  $l \geq 1$  значение правого выражения больше 4  
 $(2^k \cdot 7^l > 4) \rightarrow l=0$

$$4 = 2^k \cdot 7^0 = 2^k \rightarrow k=2$$

Решение есть:  $a=0; l=0; k=2$

2) Рассмотрим случай равенства  $k=0$ .

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 2^0 \cdot 7^l$$

$$3^a(3^a + 1) + 2 = 7^l$$

$3^a$  - всегда нечетное, т.к. при возведении нечетного числа в степень нечетность сохраняется.

$3^a + 1$  - всегда четное, т.к.  $3^a$  - всегда нечетное, а 1 - нечетное - четное.

2 - четное.

Следовательно, левая часть всегда четная.

$7^l$  - всегда нечетное, т.к. при возведении нечетного числа в степень (натуральную) нечетность сохраняется.

Следовательно, слева - четное, справа - нечетное - решений нет.

Решений нет

3) Рассмотрим случай равенства  $l=0$ .

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k$$

При  $k=1$  нет решений.

При  $k=2, a=0$ .

При  $k > 2$  решений нет.

Решение есть:  $a=0; l=0; k=2$

продолжение на следующей странице

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 8 | 2 | 9 | 3 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

25 (предположение)

4) Рассмотрим случай  $a=1, l=2, k=1$

$$3^{2-1} + 3^1 + 2 \cdot 2^{1-1} = 3 + 3 + 2 = 8$$

$$9 + 5 = 14$$

$$14 = 14$$

Решение есть:  $a=2, l=2, k=1$

5) Рассмотрим случай  $\begin{cases} a > 1 \\ l > 1 \\ k > 1 \end{cases}$

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k \cdot 3^l$$

т.к.  $k > 1$  и  $l > 1$ , то правая часть делится на 14 при любых  $k$  и  $l$ .

Тогда левая часть тоже должна делиться на 14.

Проведем за остатками от деления на 14 нового выражения.

1)  $a=2$   $(3^2(3^2+1)+2)$

$$9 \cdot 10 + 2 = 92 \equiv 8 \pmod{14}$$

2)  $a=3$

$$(2 + 27 \cdot 27) \equiv 2 \pmod{14}, \text{ т.к. второе слагаемое делится на 14.}$$

3)  $a=4$

$$(2 + 81 \cdot 81) \equiv 8 \pmod{14}$$

4)  $a=5$

$$(2 + 243 \cdot 243) \equiv 3 \pmod{14}$$

5)  $a=6$

$$(2 + 729 \cdot 729) \equiv 4 \pmod{14}$$

6)  $a=7$

$$(2 + 2187 \cdot 2187) \not\equiv 0 \pmod{14}$$

7)  $a=8$

$$(2 + 6561 \cdot 6561) \not\equiv 0 \pmod{14}$$

8)  $a=9$

$$62 + 19683 \cdot 19683 \equiv 2 \pmod{14} \text{ — цикл замкнулся.}$$

(mod 14 всегда 2  
с  $a=3$ )

~~$9) a=10$   
 $(2 + 59049 \cdot 59049) \not\equiv 0 \pmod{14}$~~

То есть, цикличность в остатках дает гарантию, что ни при каких значениях  $a > 1$  левая часть не кратна 14.

То есть при  $a > 1, k > 1, l > 1$  решения не существует.

(предположение на след. листе)





# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | О | О | О | 2 | 8 | 2 | 9 | 3 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверять только то, что записано с этой стороны листа

в рамке справа

~ 5 (продолжение)

То есть найденные решения единственны.

Ответ:  $a=0, l=0, k=2,$   
 $a=1, l=1, k=1.$

~ 1

7 орехов

В

6 грибов

Всего есть 23 предмета.

10 ягод

Заметим, что более 5 ягод подряд идти не могут, т.к. в противном случае будут 2 ягоды в числе всех предметов идти подряд.

Рассчитаем все возможные количества перестановок:  
 $(6+7+10)! = 23!$

Примем 2 идущие подряд ягоды за единое целое, тогда в этом случае кол-во перестановок будет  $(7+6+9)! = 22!$

Примем 3 идущие подряд ягоды за единое целое, тогда в этом случае кол-во перестановок будет  $(4+6+10)! = 21!$

...

Примем 10 идущих подряд ягод за единое целое, тогда в этом случае кол-во перестановок будет 14!

Тогда все комбинации, не содержащие идущие подряд 2 и более ягод будут вычисляться по формуле:  $23! - 22! - 21! - \dots - 14!$

$$= 23! - \sum_{n=14}^{22} n!$$

Ответ:  $23! - \sum_{n=14}^{22} n!$

~ 4

Всего было 20 команд. Известно, что среди каких-то трех не было одинакового количества очков

(продолжение на следующей странице)

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 8 | 2 | 9 | 3 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамках справа



14 (предположи)

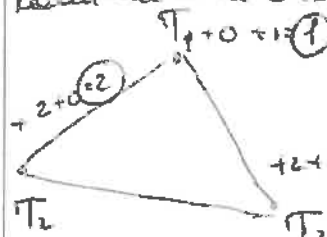
Рассчитаем, сколько всего было игр, если каждая команда сыграла с каждой по 4 раза.

Первая сыграла  $20-1=19$  раз (с 19 командами).

Вторая сыграла с  $20-2=18$  раз (не считая первую, т.к. она была уже учтена при игре той команды).

Тогда всего игр было:  $19+18+\dots+1 = \frac{19 \cdot 18}{2} + 19 = 90 + 19 = 109$ .

Известно, что во всех тройках игр были набраны разные кол-ва очков.



Рассмотрим одну такую игру.

Одна из команд должна 4 раз проиграть и 1 раз выиграть.

Второе выиграть и сыграть ничью,

а третье - проиграть и сыграть вничью.

Только в этом случае достигается равенство всех набранных очков.

Тогда среди трех игр есть 2 ничьи.

Тогда наименьшее кол-во ничьих может быть:  $\frac{2}{3} \cdot 109 = 72 \frac{2}{3}$ .  
~~72~~ 114

Ответ: 114

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Санкт-Петербург

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 5 | 9 | 8 | 8 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия ДУБИН

Имя Илья

Отчество АЛЕКСАНДРОВИЧ

Дата рождения 03.08.2004 Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7(823)143-02-01 Подпись ИДР

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 5 9 8 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

13. Приведём дроби к общему знаменателю, перенесём все слагаемые в левую часть:

$$\frac{z^2}{x+y+2z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} - \frac{xy}{x+y+2z} - \frac{yz}{2x+y+z} - \frac{zx}{x+2y+z} \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{(z^2-xy)(2x+y+z)(x+2y+z) + (x^2-yz)(x+y+2z)(x+2y+z) + (y^2-zx)(x+y+2z)(2x+y+z)}{(x+y+2z)(2x+y+z)(x+2y+z)} \geq 0$$

$$\cdot (x+y+2z)(2x+y+z) \geq 0 \Leftrightarrow (z^2-xy)(2x+y+z)(x+2y+z) + (x^2-yz)(x+y+2z)(x+2y+z) + (y^2-zx)(2x+y+z)(x+y+2z) \geq 0 \quad \text{так как}$$

Второе слагаемое (1) действительно, т.к. условие неотрицательности дроби с положительными знаменателями эквивалентно условию неотрицательности её числителя. Сократимся по знаменателю, что в числителе неравенства:  $2x > x$ ;  $2y > y$ ;  $2z > z$  (в силу неотрицательности чисел  $x, y, z$ ). Тогда

$$(z^2-xy)(2x+y+z)(x+2y+z) > (z^2-xy)(x+y+z)(x+y+z) = (z^2-xy) \cdot (x+y+z)^2$$

$$(x^2-yz)(x+2y+z)(x+y+2z) > (x^2-yz)(x+y+z)^2$$

$$(y^2-zx)(2x+y+z)(x+y+2z) > (y^2-zx)(x+y+z)^2$$

Отсюда заключаем, что (путём последнего умножения в последнем неравенстве равно А):

$$A > (z^2-xy)(x+y+z)^2 + (x^2-yz)(x+y+z)^2 + (y^2-zx)(x+y+z)^2 =$$

$$= (x+y+z)^2 (x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx) > (x+y+z)^2 (x^2+y^2+z^2-2xy-2yz-2zx) = (x+y+z)^2 (x-y-z)^2 \geq 0$$

Неравенство (2) выполняемо в силу выполнения неравенства  $-xy > -2xy$ ;  $-xz > -2xz$ ;  $-yz > -2yz$

(или, в свою очередь, очевидно следует из неотрицательности чисел  $x, y, z$ ).

Таким образом, показали, что  $A > 0$ , и тем самым следует неравенство  $A \geq 0$ . При этом, так как  $A$  равно 0 тогда все слагаемые в числителе равны нулю, и неравенство  $A \geq 0$  следует из выполнения и последнего неравенства.

|    |    |    |   |   |    |
|----|----|----|---|---|----|
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5 | Σ  |
| 12 | 20 | 20 | 0 | 2 | 54 |

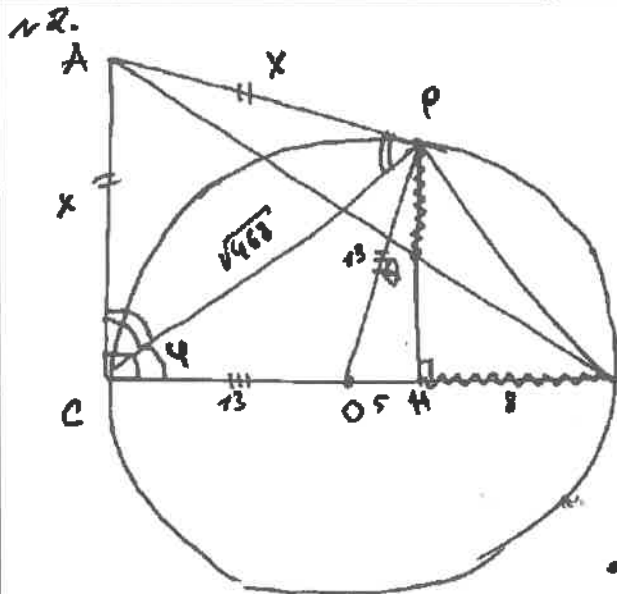
## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

**Вариант № 1.**

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 5 | 9 | 8 | 8 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

**Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)**

**В работе приняты:**



$$S_{BPQ} = \frac{1}{2} PQ \cdot BH.$$

$$\begin{array}{l} \text{BH:CH} = 4:9 \\ \text{BH+CH} = \text{BC} = 26 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{BH} = 8 \\ \text{CH} = 18 \end{array}$$

Остаётся найти  $PQ$ .  
Помните, что  $PQ = R = \frac{1}{2}BC = 13$ ,  
поэтому

$$OH = \overset{\vee}{PC} - \overset{\vee}{CC} - \overset{\vee}{BM} = 5. \text{ Terson}$$

допуск (вкл. 0-уровня алу-та):

$$PH = \sqrt{OP^2 - OH^2} = \sqrt{R^2 - OH^2} =$$
$$= \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12. \text{ см}$$

$PQ = PH - QH = 12 - QH$ . Тогда можно  
писать  $QH \dots$

$\angle QHB = \angle ACB = 90^\circ$   
 $\angle ABC = \angle QBH$

$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle QBH$  с коэффициентом подобия  $k = \frac{BH}{BC} = \frac{10}{26} = \frac{5}{13}$ .

Отсюда  $QH = \frac{4}{\sqrt{3}} AC$ . При этом понятно, что  $AE = AF$  как отрезки касательных к окружности, проведённых из одной точки. Пусть их длина равна  $x$ .

$$\triangle CPH: PC = \sqrt{CH^2 + HP^2} = \sqrt{18^2 + 16^2} = \sqrt{324 + 256} = \sqrt{580}$$

Пусть  $\angle PCB = \varphi$ . Угол  $\angle BPC$  опирается на диаметр, поэтому  $\angle BPC$  — прямой.

$$\sin \varphi = \frac{RP}{PC} = \frac{\sqrt{PA^2 + AH^2}}{PC} = \frac{\sqrt{64 + 144}}{26} = \frac{\sqrt{208}}{26} = \frac{\sqrt{52}}{13} = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

найдем  $x$  и  $y$  по формулам косинусов для  $\triangle ABC$ :

$$AP^2 = AC^2 + PC^2 - 2 \cdot AC \cdot PC \cos \angle ACP \quad x^2 = x^2 + 468 - 2 \cdot x \cdot \sqrt{468} \cdot \cos(90^\circ - \varphi)$$

$$468 - 2x\sqrt{468} \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} = 0 \quad 2x\sqrt{468} \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} = 468 \quad \frac{4}{\sqrt{13}}x = \sqrt{468}$$

$$x = \frac{\sqrt{468} \cdot \sqrt{13}}{4} = \frac{\sqrt{4 \cdot 117} \cdot \sqrt{13}}{4} = \frac{\sqrt{117} \cdot \sqrt{13}}{2} = \frac{\sqrt{13 \cdot 9} \cdot \sqrt{13}}{2} = \frac{13 \cdot 3}{2} = \frac{39}{2}$$

Таким образом:  $QH = \frac{4}{13} AC = \frac{4}{13} \times \frac{4}{13} \cdot \frac{39}{2} = 2 \cdot 3 = 6 \Rightarrow$

$$\Rightarrow PQ = 12 - 6 = 6 \Rightarrow S_{BPQ} = \frac{1}{2} PQ \cdot BH = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24.$$

Other: 24.



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1.

М А О О О 2 5 9 8 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках сиренки

$$\sim 5. \quad 3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k 7^l \Leftrightarrow 3^{2a} + 3^a + \frac{1}{4} + \frac{7}{4} = 2^k 7^l \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (3^a)^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3^a + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} = 2^k 7^l \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(3^a + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} = 2^k 7^l \Leftrightarrow \left(\frac{2 \cdot 3^a + 1}{2}\right)^2 = 2^k 7^l - \frac{7}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{(2 \cdot 3^a + 1)^2}{4} = \frac{4 \cdot 2^k 7^l - 7}{4} \Leftrightarrow (2 \cdot 3^a + 1)^2 = 2^{k-2} 7^{l-1} - 7 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (2 \cdot 3^a + 1)^2 = 7(2^{k-2} 7^{l-1} - 1).$$

Рассмотрим два случая:

1)  $7(2^{k-2} 7^{l-1} - 1) = 0 \Leftrightarrow 2^{k-2} 7^{l-1} - 1 = 0$  Тогда равенство примет вид:  $(2 \cdot 3^a + 1)^2 = 0$  т.е.  $2 \cdot 3^a + 1 = 0$ , что невозможно, т.к.  $2 \cdot 3^a + 1 > 0$  при любых  $a$ .

2)  $7(2^{k-2} 7^{l-1} - 1) \neq 0$ . Заметим, что левая часть  $(2 \cdot 3^a + 1)^2$  принимает только натуральные значения, поэтому и правая часть  $7(2^{k-2} 7^{l-1} - 1)$  должна быть натуральной. При этом из равенства (\*) следует, что правая часть  $7(2^{k-2} 7^{l-1} - 1)$  должна быть ~~квадратом~~ квадратом нечетного (натуральным) числа. Отсюда же следует, что  $2^{k-2} 7^{l-1} - 1$  должно делиться на 7, т.к. любой простой множитель в разложении натурального числа встречается нечетное число раз,  $\Rightarrow 2^{k-2} 7^{l-1} - 1$  делится на 7, т.е.  $2^{k-2} 7^{l-1} - 1 \equiv 0 \pmod{7}$  или  $2^{k-2} 7^{l-1} \equiv 1 \pmod{7}$ . Отсюда  $2^{k-2} 7^{l-1} - 1 \equiv 0 \pmod{7} \Rightarrow \frac{2^{k-2} 7^{l-1} - 1}{7} \in \mathbb{N} \Rightarrow \frac{2^{k-2} 7^{l-1}}{7} - \frac{1}{7} \in \mathbb{N}$ , что невозможно.

Ответ: нет решений.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1.

М А О О О 2 5 9 8 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в разное время

№1. Пусть количество орехов или грибов между соседними мерками равно  $c_i$ , где  $1 \leq i \leq 9$ , т.е. мера,  $c_1$ , мера,  $c_2$ , ..., мера,  $c_9$ .

количество же мер или грибов или орехов между мерками  $m_1$ , а правее десетки -  $m_2$ . Полагая, что

$$\begin{aligned} \text{количество способов разложить} &= \text{количество способов разложить} \cdot \text{количество способов разложить} \\ \text{орехи и грибы} &= \text{орехи и грибы} \cdot \text{орехи и грибы} \end{aligned}$$

I. Если будет, что  $9 \leq \sum_{i=1}^9 c_i \leq 10$ . Левая часть формулы, когда между мерками соседними мерками лежит ровно один орех/гриб, а правая, когда разложение начинается и заканчивается мерой ( $m_1 = m_2 = 0$ ).

1)  $\sum_{i=1}^9 c_i = 9$ : вариантов разложить орехи и грибы в таком разложении всего 5, все

это в точности количество пар решений уравнения  $m_1 + m_2 = 4$  в неотрицательных числах  $(m_1, m_2)$ :  $(4, 0), (1, 3), (2, 2)$ , учитывая также  $(3, 1), (0, 4)$ .

$$A_1 = 5.$$

2)  $\sum_{i=1}^9 c_i = 10$ . Тогда между какими-то двумя мерками лежит два объекта типа орех/гриб (или просто «объект»).

количество разложить таким образом всего 9. При этом число способов разложить орехи и грибы таким разложением всего равно числу решений уравнения  $m_1 + m_2 = 3$  в неотрицательных числах  $(m_1, m_2)$ . То есть

$$A_2 = 4 \cdot 9 = 36.$$

3)  $\sum_{i=1}^9 c_i = 11$ . Здесь возможны два случая:

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1.

М А О О О 2 5 8 8 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проводятся только те, кто записано с этой стороны листа в разное время

а)  $\max_{1 \leq i \leq 9} l_i = 2$  (меньше какому-то другому парам мер имеет по два объекта). Тогда количество способов разбить таким количеством мер равно  $\frac{9 \cdot 8}{2} = 36$ , а число способов разбить или (многом) разогнание  $n_1 + n_2 = 2$  (или 3).

$$A'_3 = 3 \cdot 36 = 108.$$

б)  $\max_{1 \leq i \leq 9} l_i = 3$  (меньше одной пары мер имеет три объекта)  $\Rightarrow$  кем-то способов разбить мер  $= 9$  кем-то разбитый объект  $= 3 \Rightarrow A'_3 = 28$ .

$$A_3 = A'_3 + A''_3 = 135.$$

4. ~~max~~  $\sum_{i=1}^9 l_i = 12$ . а)  $\max_{1 \leq i \leq 9} l_i = 4$ :  $A'_4 = 9 \cdot 2 = 18$ .

б)  $\max_{1 \leq i \leq 9} l_i = 3$ :  $A''_4 = (2 \cdot \frac{9 \cdot 8}{2}) \cdot 2 = 42 \cdot 2 = 144$

в)  $\max_{1 \leq i \leq 9} l_i = 2$ :  $A'''_4 = 44 \cdot 2 = 882$

$$A_4 = A'_4 + A''_4 + A'''_4 = 18 + 144 + 882 = 1044.$$

5.  $\sum_{i=1}^9 l_i = 12$ . ( $n_1 = n_2 = 0$ ). а)  $\max_{1 \leq i \leq 9} l_i = 5$ :  $A'_5 = 9 \cdot 1 = 9$

б)  $\max_{1 \leq i \leq 9} l_i = 4$ :  $A''_5 = (2 \cdot \frac{9 \cdot 8}{2}) \cdot 1 = 42$ .

в)  $\max_{1 \leq i \leq 9} l_i = 3$ :  $A'''_5 = (\frac{9 \cdot 8}{2} + 169) \cdot 1 = 36 + 169 = 205$

г)  $\max_{1 \leq i \leq 9} l_i = 2$ :  $A''''_5 = 465 \cdot 1 = 465$ .

$$A_5 = A'_5 + A''_5 + A'''_5 + A''''_5 = 9 + 42 + 205 + 465 = 751$$

То есть  $A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 = 5 + 36 + 135 + 1044 + 751 = 1295$ .

можно посчитать, что  $B = (2^{13} - 2^7) - (2^6 - 1) = 8192 - 128 - 63 = 8064 - 63 = 8001$ .

Таким образом,  $A \cdot B = 1295 \cdot 8001 = 11361295$

Ответ: 11361295.

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Барнаул Алтай

Адрес площадки проведения

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 7 | 1 | 4 | 0 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Будков

Имя Юрион

Отчество Дмитриевич

Дата рождения 18.12.2005. Класс 11

Предмет математика

Работа выполнена на 6. листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89609552200 Подпись ЛМ

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 7 1 4 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



175.  
 $3^{2d} + 3^d + 2 = 2^k, 7^1$ . Пусть  $3^d = t > 0$   
 $t^2 + t + 2 - 2^k, 7^1 = 0$ .

|    |    |   |   |    |          |
|----|----|---|---|----|----------|
| 1  | 2  | 3 | 4 | 5  | $\Sigma$ |
| 20 | 20 | 0 | 0 | 20 | 60       |

$D = 1 - 8 + 2^{k+2}, 7^1 = -7 + 2^{k+2}, 7^1 = 1^2$  (если  $\sqrt{D} \notin \mathbb{Z}$ , то корни будут не целыми)  
 $-7 + 2^{k+2}, 7^1 = h^2, h \in \mathbb{Z}$ .

Т.е.  $k - 7; 7; 2^{k+2}, 7^1; 7$  (если  $1 \geq 1$ , то и.ч.  $; 7$ ).

Значит и  $h^2; 7$ . Но если  $h^2; 7 \Rightarrow h^2; 7^2$  (7-кратное).  
 Если  $1 \geq 2$ , то  $2^{k+2}, 7^1; 7^2; h^2; 7^2$ ; Но  $-7 \nmid 7^2$ .

Поэтому  $1 \leq 1$   $1 = 0; 1$ .

1)  $1 = 1$ .

$3^{2d} + 3^d + 2 = 2^k, 7$ . Заметим, что  $3^{2d} + 3^d + 2 \not\equiv 8$ .

$3^{2d} + 3^d + 2 \equiv 9^d + 3^d + 2 \equiv 1 + 3^d + 2 \equiv 3 + 3^d, (9 \equiv 1)$ .

Рассмотрим остатки числа  $3^d$  по модулю 8:  
 $3^0, 1; 3^1, 3; 3^2, 1; 3^3, 3; \dots$  (после  $3^2 \equiv 1$  остатки записываются). Поэтому  $3^d \equiv 1, 3$ .

Тогда  $3^{2d} + 3^d + 2 \equiv 3 + 3^d$  (выше)  $\equiv 4, 6 \not\equiv 0$ .

Поэтому  $3^{2d} + 3^d + 2 \not\equiv 8$ . Если  $k \geq 3$ , то  $2^k, 7 \nmid 8$ .

Значит  $k \leq 2$   $k = 0; 1; 2$

1)  $k = 0$ .

$t^2 + t + 2 = 7$

$t^2 + t - 5 = 0$ .

$D = 1 + 20 = 21 \nmid h^2$ .  
 $(\sqrt{D} \notin \mathbb{Z})$

2)  $k = 1$ .

$t^2 + t + 2 = 14$

$t^2 + t - 12 = 0$ .

$D = 1 + 48 = 49$

$t_1 = \frac{-1+7}{2} = 3, t_2 = \frac{-1-7}{2} = -4 \ (t > 0)$

$k = 1; t = 1; 3^d = 3 \Rightarrow d = 1$

$k = 1; t = 1; d = 1$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 7 1 4 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа  
в рамке справа

3)  $k=2$ .

$$t^2 + t + 2 = 28.$$

$$t^2 + t - 26 = 0$$

$$D = 1 + 26 \cdot 4 = 1 + 80 + 24 = 105 \neq 4^2 \quad \emptyset$$

$(\sqrt{D} \notin \mathbb{Z})$ .

То есть если  $l=1$ , то нам подходит только пара  $l=1; k=1; d=1$

II  $l=0$ .

$$3^{2d} + 3^d + 2 = 2^k, \quad k \leq 2 \quad k=0; 1; 2 \text{ (выше)}$$

1)  $k=0$ .

$$t^2 + t + 2 = 1 \Rightarrow t^2 + t + 1 = 0. \quad D = 1 - 4 = -3 < 0 \text{ нет корней. } \emptyset$$

2)  $k=1$

$$t^2 + t + 2 = 2 \Rightarrow t^2 + t = 0. \quad \begin{cases} t=0. & t=3^d > 0 \quad \emptyset. \\ t=-1. \end{cases}$$

3)  $k=2$ .

$$t^2 + t + 2 = 4. \Rightarrow t^2 + t - 2 = 0.$$

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = -1 \text{ (ном. уравн)} & t_1 = +1. \\ t_1 \cdot t_2 = -2 & t_2 = -2 \times (t > 0) \end{cases}$$

$$3^d = 1. \quad d = 0. \quad \checkmark$$

То есть при  $l=0$  нам подходит только пара  $l=0; k=2; d=0$

Ответ:  $(l=1; k=1; d=1); (l=0; k=2; d=0)$

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 7 | 1 | 4 | 0 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N2.

$$L_M = 52. \quad \frac{L_H}{H_M} = \frac{4}{9} \Rightarrow L_H = 4x; H_M = 9x$$

$$LH + HM = 13X = 52 \Rightarrow X = 4$$

LH = 16; H/M = 36.

$\pi, \kappa, \angle L \cap \gamma = 90^\circ$  (он перпендикулярен к плоскости).

и  $\text{PH} = \text{become}$ , то  $\text{PH} \neq \text{LH} \cdot \text{Hy}$ .

$$DH^2 = 16.36 \quad DH = 4.6 = 24 \text{ (сб-б крпик Δ)}$$

$$Lb^2 = LH \cdot LM = 16 \cdot 52 \Rightarrow Lb = 4\sqrt{52} = 4 \cdot 2\sqrt{13} = 8\sqrt{13}$$

$$M^2 = M_H \cdot M_L = 36 \cdot 52 \Rightarrow M = 6\sqrt{52} = 6 \cdot 2\sqrt{13} = 12\sqrt{13} \text{ (6-böyük müddət)}$$

Тогда  $\angle LMP = d$ , тогда  $\angle PMK = 90 - d$ , т.к.  $MP \perp PK$  (каем),

мо  $\Delta MPK$  - равнобедр.  $\Rightarrow \angle PKM = \angle MPK = 90^\circ - \alpha$ .

Плюс из суммы углов  $\triangle MKP$  найдем, что  $\angle MKP = 20^\circ$ .

По м. указов для А. В. Ж:

$$\frac{MP}{\sin 2\alpha} = \frac{MK}{\sin 90^\circ} \Rightarrow \frac{12\sqrt{13}}{\sin 2\alpha} = \frac{MK}{\cos \alpha}$$

$\sin 2\alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$        $\sin 2\alpha = \cos \alpha$   
 pada  $\triangle LPM$  ( $\angle LPM = 90^\circ$ )  $\cos \alpha = \frac{LM}{ML} = \frac{12\sqrt{13}}{52} = \frac{3\sqrt{13}}{13}$

$$\sin 2d = 2 \sin d \cdot \cos d; \quad \sin d = \frac{Ld}{ML} = \frac{8\sqrt{13}}{12\sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \cdot \frac{6 \cdot \frac{7}{13}}{13^2} = \frac{12}{13}$$

$$m_k = \frac{12\sqrt{13} \cdot \cos d}{\sin 2d} = \frac{42\sqrt{13} \cdot 3\sqrt{13}}{42} \cdot \frac{42}{42} = 39$$

$$MK = 39$$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 7 1 4 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$\triangle H E \sim \triangle L M K$  по 2 углам;

1)  $\angle H E = \angle L M K = 90^\circ \Rightarrow \frac{LH}{LM} = \frac{HE}{MK} \Rightarrow \frac{16}{12} = \frac{HE}{39}$

2)  $\angle H E$  — острый

$HE = \frac{16 \cdot 39}{12} = 52$   $HE = 52$ ;  $HP = 24 \Rightarrow EP = 72$  ( $HE + EP = HP$ )

$\angle LPE = \angle LAP = \alpha$  (т.к.  $PH$  — высота из прямого угла)

$S_{LPE} = \frac{LP \cdot PE \cdot \sin \angle LPE}{2} = \frac{LP \cdot PE \cdot \sin \alpha}{2} = \frac{8 \cdot 72 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = 8 \cdot 72 = 576$

Ответ:  $S_{LPE} = 576$ .

Всего мест у нас  $5+8+11=19+11=30$ .

Разобьём 30 места на пары (см рис 1)

$\{00 | 00 | 00 | 00 | \dots | 00 | 00\}$  Тогда в каждой паре  
 max 1 граф (иначе они  
 стоят рядом).

24 места.

т.к. граф всего 11, то мы гарантируем выбрать  
 11 пар. Тогда 1 пара будет без графа. (пар всего 12).

Пусть у нас подряд идут  $n$  пар, в каждой из которых  
 есть граф.

$\{00 | 00 | 00 | \dots | 00\}$  Пусть  $F(n)$  — кол-во способов разместить  
 $n$  граф в этих парах. (учитывая не  
 только соседних)

Добавим к  $n$  парам ещё 1 пару. с графом.

$\{00 | 00\}$  Если в новой паре графа будет  
 1 граф, то мы можем поставить 1 граф в любую из  
 $n$  пар. Тогда кол-во  
 способов разместить остальные графы равно  $F(n)$  (учитывая не  
 только соседних)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 7 1 4 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



2) Если в новой паре ягода будет лежать на 2 позиции (то есть графически с другой парой), тогда кол-во способов разместить остальные ягоды равно 1. (т.к. в каждой паре останется только 1 место для ягоды).

$| 0 \otimes | 0 \otimes | 0 \otimes | \dots | 0 \otimes |$  место для ягоды.

Тогда  $F(n+1) = F(n) + 1$ . При этом  $F(1) = 2$ .

~~$F(n) = F(n-1) + 1$~~

$F(n) = F(n-1) + 1$

$F(2) = F(1) + 1$

$F(1) = 2$

$F(n) = n+1$

$F(n) = n+1$

Пусть в первой паре не будет ягоды.

Тогда в остальных 11 парах кол-во способов разместить 11 ягод равно  $F(11) = 11+1 = 12$ .

При этом кол-во способов разместить орехи и грибы равно  $\frac{13!}{5! \cdot 8!} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{120} = 13 \cdot 11 \cdot 9$  (13 мест для орехов, 8 для грибов).

Тогда для этого случая кол-во способов равно  $12 \cdot 13 \cdot 11 \cdot 9$ .

Пусть пара, в которой не будет ягоды находится не сразу, то есть в центре. Тогда кол-во способов разместить

Пусть слева от неё находится  $k$  пар с ягодами, тогда справа от неё находится  $11-k$  пар с ягодами.

Тогда кол-во способов разместить 11 ягод равно

$F(k) \cdot F(11-k)$ . Тогда всего кол-во способов равно

$F(k) \cdot F(11-k) \cdot 13 \cdot 11 \cdot 9$  (13 · 11 · 9 — кол-во разместить орехи и грибы — выше)

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 7 | 1 | 4 | 0 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверка только то, что записано с этой стороны листа  
в рамке справа



Тогда всего кол-во способов:  
 $13 \cdot 11 \cdot 9 (F(11) + F(10) + F(1) + F(9) + F(2) + F(8) + F(3) + \dots) =$   
 $= 13 \cdot 11 \cdot 9 (12 + 11 + 2 + 10 + 3 + 9 + 4 + 8 + 5 + 7 + 6 + 6 + 7 + 5 + 8 +$   
 $+ 4 + 9 + 3 + 10 + 2 + 11 + 12) = 13 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 2 (12 + 22 + 30 + 36 + 40 + 42) =$   
 $= 13 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 182 = 143 \cdot 18 \cdot 182 = 1287 \cdot 364.$   
 Ответ: 1287, 364.



## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

БЕЛКАУМ

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 7 | 2 | 9 | 2 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 2

Фамилия ПЕЧКО

Имя ДМИТРИЙ

Отчество СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 25.01.2005 Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89739246332 Подпись Печко

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | О | О | О | 2 | 7 | 2 | 9 | 2 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1. Положим сначала 8 орехов и 6 грибов в ряд.

Узнаем, сколько вариантов размещения орехов и грибов в этом ряду. Орехов 8, грибов 6, значит они не перемешиваются.

Есть 15 мест для орехов и грибов.

Посчитаем количество вариантов размещения орехов, учитывая условия.

Есть 15 мест для орехов и 6 мест для грибов и орехов.

Между первым и вторым орехом,

между первым и вторым грибом,

между вторым и третьим и т.д. 15 мест.

На каждое место можно положить один орех. Из 15 мест выбираем 10. Всего вариантов - число сочетаний из 15 по 10.

$$C_{15}^{10} = \frac{15!}{10!(15-10)!} = \frac{15!}{10! \cdot 5!} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 3003$$

Узнаем, сколько вариантов первоначальной расстановки 8 орехов и 6 грибов. Из 14 положений выберем 6 для грибов.

$$C_{14}^6 = \frac{14!}{6!(14-6)!} = \frac{14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 3003$$

Итого, искомое количество это произведение  $C_{15}^{10} \cdot C_{14}^6$   
ответ: 9018009 способов

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

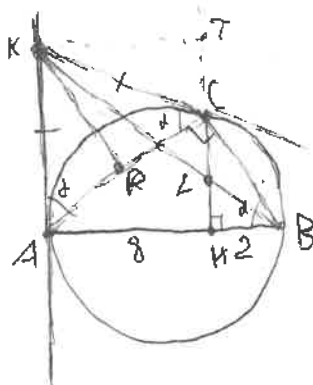
М А О О О 2 7 2 9 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



2.



пусть  $AH = 4x$ ,  $BH = x$   
 тогда  $x + 4x = 10$ ;  $x = 2$   
 $BH = 2$ ;  $AH = 8$

$\angle ACB = 90^\circ$  (впис. на diam.)  
 тогда  $CH^2 = AH \cdot HB \Rightarrow CH = \sqrt{2 \cdot 8} = 4$   
 $AC = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

проведём  $KP \perp AC \Rightarrow KP$  - медиана ( $AP = CP = 2\sqrt{5}$ )  
 т.к.  $\triangle AKC$  - равноб.  
 $\angle KAC = \angle KCA = \angle ABC = \alpha$  (по св. касат.)  
 $\tan \alpha = \frac{CH}{HB} = \frac{1}{2}$   $\tan \alpha = \frac{KP}{AP} = \frac{1}{2}$   $KP = \frac{AP}{2} = \sqrt{5}$   
 $AK = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} = 5$

$\triangle BHL \sim \triangle BKA$  (2 угла)  
 $\frac{AK}{KL} = \frac{AB}{HB} = \frac{10}{2} = 5$   $KL = \frac{AK}{5} = 1$   $CL = 4 - 1 = 3$

проведём  $KT \perp CH$  т.к.  $AK \parallel CH$  ( $AK \perp AB$  и  $CH \perp AB$ )  $\Rightarrow KT = AM \Rightarrow$   
 (по св. касат. между  
 паралл. пр.)

$\Rightarrow KT = 8$   
 $S_{KCL} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3 = 12$  Ответ: 12

5.  $3^{2a} - 3^a + 2 = 2^k 7^l$   
 $3^a(3^a - 1) + 2 = 2^k 7^l$   
 $3^a(3^a - 1) = 2^k 7^l - 2$   
 $3^a(3^a - 1) = 2(2^{k-1} 7^l)$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | О | О | О | 2 | 7 | 2 | 9 | 2 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$3. \frac{c^2}{a+b+2c} + \frac{a^2}{2a+b+c} + \frac{b^2}{a+2b+c} \geq \frac{ab}{a+b+c} + \frac{bc}{2a+b+c} + \frac{ca}{a+2b+c}$$

$$\frac{c^2-ab}{a+b+2c} + \frac{a^2-bc}{2a+b+c} + \frac{b^2-ca}{a+2b+c} \geq 0$$

В силу симметрии положим  $a \geq b \geq c > 0$

тогда докажем, что:  $a^2-bc \geq b^2-ca \geq c^2-ab$

$$c^2-ab \leq a^2-bc \quad a^2-b^2-bc+ca+c(a-b) \leq 0$$

$$(c-a)(c+a) \leq b(a-c)$$

$$(c-a)(c+a+b) \leq 0 \quad | : a+b+c > 0$$

$$c-a \leq 0 \quad c \leq a - \text{верно}$$

$$c^2-ab \leq b^2-ca$$

$$(c-b)(c+b) + a(c-b) \leq 0$$

$$(c-b)(a+b+c) \leq 0 \quad | : a+b+c > 0$$

$$c \leq b - \text{верно}$$

$$\text{Докажем, что: } \frac{1}{2a+b+c} \leq \frac{1}{a+2b+c} \leq \frac{1}{a+b+2c}$$

$$\text{т.к. если } a \geq b \geq c \Rightarrow \frac{1}{a} \leq \frac{1}{b}, \text{ то: } \frac{1}{2a+b+c} \geq \frac{1}{a+2b+c} \geq \frac{1}{a+b+2c}$$

$$2a+b+c \geq a+2b+c$$

$$a \geq b - \text{верно}$$

$$a+2b+c \geq a+b+2c$$

$$b \geq c - \text{верно}$$

по неравенству Чебышева:

Если  $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$  и  $y_1 \geq y_2 \geq \dots \geq y_n$ , то:

$$n(x_1y_1 + x_2y_2 + \dots + x_ny_n) \geq (x_1 + x_2 + \dots + x_n)(y_1 + y_2 + \dots + y_n)$$

тогда:

$$\frac{c^2-ab}{a+b+2c} + \frac{a^2-bc}{2a+b+c} + \frac{b^2-ca}{a+2b+c} \geq \frac{1}{3}(c^2-ab + a^2-bc + b^2-ca)(3a+3b+3c) \geq 0$$

$$\text{зададим на } \frac{1}{3}(3a+3b+3c) = a+b+c > 0$$

$$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca \geq 0$$

$$a^2-2ab+b^2+a^2-2ac+c^2+b^2-2bc+c^2 \geq 0 \Rightarrow (a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2 \geq 0$$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 2 7 2 9 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с той стороны листа в рамке справа



4. Всего партий сыграно  $C_{24}^2$ , а очков разыграно  $C_{24}^2 \cdot 2$ , то есть 24·23 очка ~~не зависит от исходной партии~~ (т.к. независимо от исходной партии давали по 2 очка).  
 $\Rightarrow$  в среднем было  $\frac{24 \cdot 23}{24} = 23$  очка т.к. все числа простые, то есть либо 12 чисел равны 23, либо 23, будем считать, что есть 12 больше 23, если у команды количество очков  $23+x$ , где  $x > 0$ . Но у нас есть бы  $x$  не никаких игр. Т.к. иначе было бы меньше очков, раз существует 12 больше 23, то не может быть  $1+2+\dots+12 = \frac{12 \cdot 13}{2} = 78$  т.к. никаких не больше  $C_{24}^2 - 78 = 198$ .

Пример для 198. Пронумеруем команды от 1 до 24 и пусть команда с номером  $x$ , где  $x \leq 12$  проиграла всем, т.е. номер а все остальные партии это ничья, то есть очков будет  $\geq x+12$ , в конце

|   |   |   |   |     |   |   |   |   |   |   |     |   |   |
|---|---|---|---|-----|---|---|---|---|---|---|-----|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 2 | ... | 2 | 2 | 2 | 4 | 2 | 5 | ... | 2 | 6 |
| 1 | 2 |   |   |     | 1 | 2 | 3 | 4 |   |   |     | 2 | 4 |

Ответ: 198



## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Вологда

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | 2 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант №

1

Фамилия Андреев

Имя Дмитрий

Отчество Андреевич

Дата рождения 08.11.2005

Класс 41

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 879815037837

Подпись



Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 2 3 4 5 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1. орехов - 7 грибов - 6 ягод - 10

|    |    |    |   |    |          |
|----|----|----|---|----|----------|
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | $\Sigma$ |
| 20 | 20 | 20 | 6 | 68 |          |

Ягоды не летят вместе  $\rightarrow$  грибы и орехи можем заменять на «не ягоды».

Получается, что ягод - 10, «не ягоды» - 13

Воспользуемся методом перегородки и мариков  
у нас получается, что 10-перегородок и 13-мариков  
(ягод) (не ягоды)

и нужно ш/у 10 пер-ми расст. 13 мариков  $\rightarrow$   
и-во способов это сделать  $C_{14}^{10} = \frac{14!}{10! 4!} = 1001$

т.е. «не ягоды» - это орехи и грибы, то их тоже  
можно расставить по-разному:  $C_{13}^7 = \frac{13!}{7! (13-7)!} = 1716$

А орехи после грибов одним способом только можно

$$\text{Ответ } 1716 \cdot 1001 = 1717716 = C_{13}^7 \cdot C_{14}^{10}$$



## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | 2 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

2.

Demo:  $\triangle ABC - n/y,$

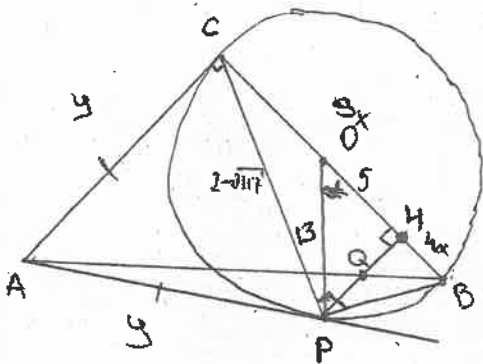
$$BC = 26 = d \text{ only w.},$$

AP -нас. к ω

$$PX \perp BC, \angle(\omega, R)$$
$$V_H / C_H = 4/9$$

Найти:  $S_{BPQ} - ?$

Решение:



Δ C P B:

$\angle CPB = 90^\circ$ , опир. на diam.  $\rightarrow \triangle CPB$  - п/у

$$\Delta C_{PB} = n/y \quad \left| \rightarrow PH^2 = CH \cdot HB \right.$$

$$2) \frac{BH}{CH} = \frac{9}{6}$$

Пусть  $BH = 4x$ , тогда  $CH = 3x$   $\rightarrow PH^2 = 3x \cdot 4x = 12x^2 \rightarrow$   
(1)  $\rightarrow PH = 2\sqrt{3}x$

$$3) BC = 9x + 4x = 13x = 26 \rightarrow x = 2 \rightarrow PH = 12, HB = 8, OH = 5, CO = 13$$

$$R = OP = \frac{26}{2} = 13 = CP$$

$$4) PB = \sqrt{4B^2 + PH^2} = \sqrt{144 + 64} = \sqrt{208} = 4\sqrt{13}$$

5)  $S_{PHB} = \frac{1}{2} BH \cdot PH = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 12 = 48$

6)  $\angle POB = \alpha$ ,  $\cos \alpha = \frac{OP}{OB} = \frac{5}{13}$ ,  $\cos \angle COP = \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha = -\frac{5}{13}$

$$\Rightarrow A \subset B:$$

AC = AP (мас. уг 1 точкы)  
CO = PO

$$CO = OP = R$$
$$\angle OPA = 90^\circ \quad (AP \perp OC, OP = R)$$

$$2\angle CAP + 90^\circ + 90^\circ + \angle COP = 360^\circ \rightarrow \angle CAP = 180^\circ - \angle COP \rightarrow \cos \angle CAP = \cos 90^\circ = \frac{5}{13}$$

8)  $\triangle CPB$ :  $CP = \sqrt{OC^2 - BP^2} = \sqrt{676 - 16 \cdot 13} = \sqrt{676 - 208} = \sqrt{468} = 2\sqrt{117}$

g)  $\pi_{AC} AC = AP = 9$ , o ergo no T. cos gno  $\Delta ACP$ :

$$468 = y^2 + y^2 - 2y^2 \cdot \frac{5}{13}; 468 = \frac{26y^2}{13} - \frac{10y^2}{13}$$

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 2 3 4 5 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2 (продолжение):

$$468 = \frac{16y^2}{13} \rightarrow y^2 = \frac{468 \cdot 13}{16} = \frac{9 \cdot 13 \cdot 13}{4} \rightarrow y = \frac{3 \cdot 13}{2} = \frac{39}{2} = AC$$

$$\text{в } \triangle ABC \sim \triangle QNB \text{ (AC || QN)} \rightarrow \frac{QN}{AC} = \frac{BN}{BC} = \frac{8}{26} = \frac{4}{13}$$

$$QN = \frac{4 \cdot AC}{13} = \frac{4 \cdot \frac{39}{2}}{13} = 6$$

$$(1) S_{BNC} = \frac{1}{2} BN \cdot NQ = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 = 24$$

$$(2) S_{BPC} = S_{BNC} - S_{BNC} = 48 - 24 = 24$$

Ответ:  $S_{BPC} = 24$

$$5. \quad \underbrace{3^{2a} + 3^a + 2}_{:14} = \underbrace{7^k \cdot 7^l}_{:14}; \quad a, k, l \geq 0; \quad a, k, l \in \mathbb{Z}$$

следовательно

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 14t, \text{ г.к. } 3^{2a} + 3^a + 2 : 14$$

$$3^a = f, f > 0; \quad f^2 + f + 2 - 14t = 0;$$

$$D = 1 - 4(2 - 14t) = 1 - 8 + 56t = 56t - 7$$

$$f = \frac{-1 \pm \sqrt{56t - 7}}{2}$$

, с минусом не подходит, г.к.  $f > 0$

$$f = \frac{-1 + \sqrt{56t - 7}}{2}$$

Т.к.  $a \geq 0$  и  $\in \mathbb{Z}$ , то  $3^a \geq 0$  и  $\in \mathbb{Z} \rightarrow$

$\rightarrow f \geq 0, \in \mathbb{Z}$ . Чтобы  $f \in \mathbb{Z}$ , нужно, чтобы  $t \geq \frac{1}{8}$

$$1) t=1: f = \frac{-1 + \sqrt{56 - 7}}{2} = 3 \rightarrow a=1, 9+3+2=7^1 \cdot 2^k \rightarrow k=1=l$$

$$2) t=0: f=0 \rightarrow a=0, l=0, k=2$$

Других решений быть не может, г.к. решение не найдется целых  $\sqrt{56t-7}$ . Ответ: (1; 1); (0; 2)

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 3 4 5 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$3. \frac{z^2}{x+y+z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \geq \frac{xy}{x+y+z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z}$$

Если нер-во верно для  $(x; y; z)$ , то оно верно для  $(tx; ty; tz)$ , где  $t > 0$ ; тогда можем заменить  $(x; y; z)$ . ]  $z = \frac{1}{x+y+z}$ , тогда  $(\frac{x}{x+y+z}; \frac{y}{x+y+z}; \frac{z}{x+y+z})$ .

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ \frac{z^2}{1+z} + \frac{x^2}{1+x} + \frac{y^2}{1+y} \geq \frac{xy}{1+z} + \frac{yz}{1+x} + \frac{zx}{1+y} \end{cases}$$

$$\underline{z^2(1+x)(1+y) + x^2(1+z)(1+y) + y^2(1+z)(1+x) \geq xy(1+x)(1+y) +$$

$$+ yz(1+z)(1+y) + xz(1+z)(1+x)}$$

$$z^2(1+y+x+xy) + x^2(1+y+z+yz) + y^2(1+x+z+xz) \geq xy(1+y+x+xy) +$$

$$+ yz(1+y+z+yz) + xz(1+x+z+xz)$$

$$z^2(1+xy) + x^2(1+yz) + y^2(1+xz) \geq xy(1+xy) + yz(1+yz) + xz(1+xz)$$

$$(x^2+y^2+z^2)(x+y+z) + xyz \geq (xy+yz+xz)(x+y+z) + x^2yz + y^2xz + x^2zz$$

$$x^3 + y^3 + z^3 \geq 2xyz + x^2yz + y^2xz + x^2zz$$

$$(x^3+y^3+z^3)(x+y+z) \geq 2xyz(x+y+z) + x^2yz^2 + y^2xz^2 + x^2zz^2$$

$$2(x^4+y^4+z^4+x^3y+x^3z+y^3x+y^3z+z^3x+z^3y) \geq 4(x^2yz+xy^2z+xyz^2) + 2(x^2yz^2+y^2xz^2+x^2zz^2)$$

$$(x^2-y^2)^2 + (y^2-z^2)^2 + (z^2-x^2)^2 + x^3y + x^3z + y^3x + y^3z + z^3x + z^3y + x^3z + y^3z \geq 4x^2yz + 4xy^2z + 4xyz^2$$

В силу нер-ва Коши для 4-х чисел

(4.7.9.)



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 3 4 5 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

4. Пусть игроки а, б, в таковы, что пары а, б, в и а, в сыграли в ничью (в этом случае у каждого игрока было бы по 2 оч.). Значит если рассмотреть граф из 20 вершин (по 1 игроку) и ребрами  $xy$  а, б, в, если пара а, б сыграла вничью, то в нём не будет треугольника. А значит и цикла из 3-х вершин. По т. Турана: ребер не больше  $\left(\frac{20}{2}\right)^2 = 100$ . Приведем 100 ничьих.  $1 \leq x \leq 10, 1 \leq y \leq 20$ . Пары  $xy$  сыгр. вничью, иначе если  $x < y$ , то  $x$  проигр.  $y$ .

Д-во: Д-м для  $N$  игроков  $xyz$  (без оч. общ.),  $x < y < z$ . Всего 4 случая:

1)  $x < y < z \leq 10 \rightarrow$

$$\begin{array}{ccc} x & y & z \\ x & 0 & 0 \\ y & 2 & 0 \\ z & 2 & 0 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} x - 0 \\ y - 2 \\ z - 4 \end{array} \quad (+)$$

2)  $x < y \leq 10 < z$

$$\begin{array}{ccc} x & y & z \\ x & 0 & 1 \\ y & 2 & 0 \\ z & 1 & 0 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} x - 1 \\ y - 3 \\ z - 2 \end{array} \quad (+)$$

3)  $x \leq 10 < y < z$

$$\begin{array}{ccc} x & y & z \\ x & 0 & 1 \\ y & 1 & 0 \\ z & 1 & 2 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} x - 2 \\ y - 1 \\ z - 3 \end{array} \quad (+)$$

4)  $10 < x < y < z$

$$\begin{array}{ccc} x & y & z \\ x & 0 & 0 \\ y & 2 & 0 \\ z & 2 & 2 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} x - 0 \\ y - 2 \\ z - 4 \end{array}$$

Следовательно все 100 ничьих можно было так. Ответ: 100

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

МАОУ СОШ № 6 УИОП

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 6 | 9 | 7 | 2 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Чиркова

Имя Мария

Отчество Александровна

Дата рождения 06.02.2006.

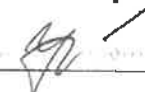
Класс 11

Предмет математика

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 8 915 469 14 99

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Вариант № 3

М А О О О 2 6 9 7 2 2 3

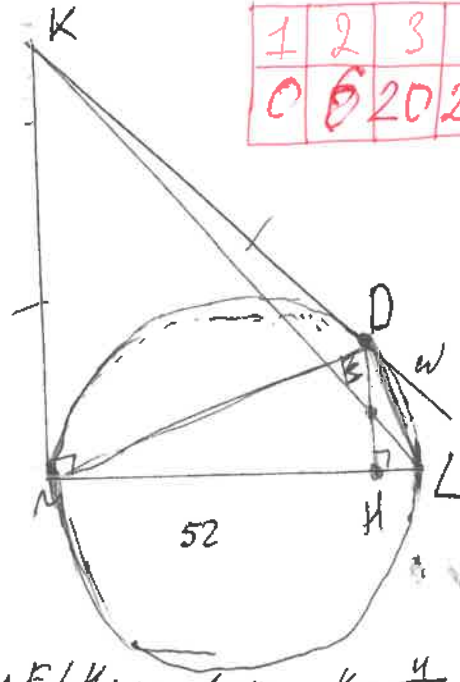
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 2.

Дано:  $KLM$  - прямоугол.  $\Delta$  $LM = 52$  $LM$  - диаметр  $\omega$  $DK \perp LM$ ,  $LM:MK = 4:9$ Найти:  $SLRE$ 1) Найти длины  $MN$  и  $NL$ 

$$MK = \frac{ML}{13} \cdot 9 = \frac{52}{13} \cdot 9 = 36$$

$$NL = 16$$

2)  $KD = KM$  (касательные)3)  $KM \parallel DK$  (по 2)  $\Rightarrow \Delta KML \sim \Delta ELN$  по двум углам  $K = \frac{4}{13}$ 4)  $\angle MDL = 90^\circ$  (оба опираются на диаметр)

|   |   |    |    |   |          |
|---|---|----|----|---|----------|
| 1 | 2 | 3  | 4  | 5 | $\Sigma$ |
| 0 | 6 | 20 | 20 | 8 | 54       |

30

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в разное время

Вариант № 3

M A O O O 2 6 9 7 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

Задание 4.

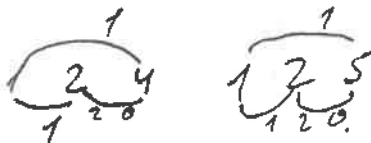
16 команд. Рассмотрим ~~ранее~~<sup>случайно</sup> тройку. Общее количество нас не интересует. Пусть тройка будет 123. Нужно сделать наибольшее количество ничьих. Максимальное количество ничьих в тройке — 2. М.к. При трех ничьих будет равное количество баллов. Пример

1 и 2 — ничья 1 команда — 2 балла Если 2 и 3 сыграют вничью, то будет у всех по 2 балла.  
1 и 3 — ничья  $\Rightarrow$  2 команда — 1 балл  
3 команда — 1 балл  $\Rightarrow$  Один должен выиграть.  
Пусть 2.

$\Rightarrow$  1 команда — 2 балла  
2 команда — 3 балла  
3 команда — 1 балл.

То есть нужно сохранить

максимальное значение ничьих в каждой тройке. Проверим 1, 2 и все остальные команды.



То есть, по такой схеме, 1 команда сыграет со всеми вничью. То есть 15 игр. вничью.

2 выигрывает у всех кроме 1. При изменении алгоритма (если бы 2 играла вничью в других командах, и 1 выигрывает, чтобы все сохраняло максимальное кол-во ничьих в тройке), то общее количество ничьих бы не поменялось, добавившись бы одна у 2 и убавившись одна у 1. Поэтому для простоты подсчета оставим приведенную схему).

То есть 1 команда будет только одна ничья, а если у нас посчитали в тех 15, то у первой команды. Далее. Имеем 2, 3 и любая команда.



2 и 4 — 2 выигрывает, т.к. впереди идет от у нас играли  
2 и 3 — —/—

$\Rightarrow$  3 должен выиграть и 4 или наоборот, или будет ничья между ними. То есть такой метод не работает.

Вариант № 3

М А О О О 2 6 9 7 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Потому что не получается сохранить максимум.  
Чтобы этого избежать попробуем сделать так, чтобы у  
первой команды была ничья с четными, и у второй с  
нечетными. Тогда у 1 команды таблица так

|   |         |
|---|---------|
| 1 | 1       |
| 2 | ничья 1 |

|   |         |
|---|---------|
| 3 | ничья 1 |
|---|---------|

|   |   |
|---|---|
| 4 | 2 |
|---|---|

|   |   |
|---|---|
| 5 | 1 |
|---|---|

|   |   |
|---|---|
| 6 | 0 |
|---|---|

|   |   |
|---|---|
| 7 | 1 |
|---|---|

|   |   |
|---|---|
| 8 | 2 |
|---|---|

|   |   |
|---|---|
| 9 | 1 |
|---|---|

|    |   |
|----|---|
| 10 | 0 |
|----|---|

|    |   |
|----|---|
| 11 | 1 |
|----|---|

|    |   |
|----|---|
| 12 | 2 |
|----|---|

|    |   |
|----|---|
| 13 | 1 |
|----|---|

|    |   |
|----|---|
| 14 | 0 |
|----|---|

|    |   |
|----|---|
| 15 | 1 |
|----|---|

|    |   |
|----|---|
| 16 | 2 |
|----|---|

По есво 8 ничьих. У второй 4 ничьи,

тк одну, которая с первой командой мы

уже посчитали.  $\Rightarrow 15$ . Смотрим ун.

Почему обрзоуем 2 пооч

уно проигравшие и бон,

то все сводится к первому

примеру тк 3 будет со всем

ничья, кроме убавить 10000

у проигр со всеми ничья.  $\Rightarrow$ 

+ 13 ничьих.

У и будет 0 ничьих, тк.

Кучно будет не позволить

их тройкам, тройки

превращаются в одиночные

числа.

-1- 3, с поочередными проигрываниями

у 5 будут все ничьи. И так далее.

То есть у всех нечетных команд

все ничьи. Это значит. Всего ничей.

134 выигрывают и тех игр, что уже посчитали (и последние

28 39 48 55 60 67 74 81 88 95 102 109 116 123 130 137 144 151 158 165 172 179 186 193 200 207 214 221 228 235 242 249 256 263 270 277 284 291 298 305 312 319 326 333 340 347 354 361 368 375 382 389 396 403 410 417 424 431 438 445 452 459 466 473 480 487 494 501 508 515 522 529 536 543 550 557 564 571 578 585 592 599 606 613 620 627 634 641 648 655 662 669 676 683 690 697 704 711 718 725 732 739 746 753 760 767 774 781 788 795 802 809 816 823 830 837 844 851 858 865 872 879 886 893 900 907 914 921 928 935 942 949 956 963 970 977 984 991 998 1005 1012 1019 1026 1033 1040 1047 1054 1061 1068 1075 1082 1089 1096 1103 1110 1117 1124 1131 1138 1145 1152 1159 1166 1173 1180 1187 1194 1201 1208 1215 1222 1229 1236 1243 1250 1257 1264 1271 1278 1285 1292 1299 1306 1313 1320 1327 1334 1341 1348 1355 1362 1369 1376 1383 1390 1397 1404 1411 1418 1425 1432 1439 1446 1453 1460 1467 1474 1481 1488 1495 1502 1509 1516 1523 1530 1537 1544 1551 1558 1565 1572 1579 1586 1593 1600 1607 1614 1621 1628 1635 1642 1649 1656 1663 1670 1677 1684 1691 1698 1705 1712 1719 1726 1733 1740 1747 1754 1761 1768 1775 1782 1789 1796 1803 1810 1817 1824 1831 1838 1845 1852 1859 1866 1873 1880 1887 1894 1901 1908 1915 1922 1929 1936 1943 1950 1957 1964 1971 1978 1985 1992 1999 2006 2013 2020 2027 2034 2041 2048 2055 2062 2069 2076 2083 2090 2097 2104 2111 2118 2125 2132 2139 2146 2153 2160 2167 2174 2181 2188 2195 2202 2209 2216 2223 2230 2237 2244 2251 2258 2265 2272 2279 2286 2293 2300 2307 2314 2321 2328 2335 2342 2349 2356 2363 2370 2377 2384 2391 2398 2405 2412 2419 2426 2433 2440 2447 2454 2461 2468 2475 2482 2489 2496 2503 2510 2517 2524 2531 2538 2545 2552 2559 2566 2573 2580 2587 2594 2601 2608 2615 2622 2629 2636 2643 2650 2657 2664 2671 2678 2685 2692 2699 2706 2713 2720 2727 2734 2741 2748 2755 2762 2769 2776 2783 2790 2797 2804 2811 2818 2825 2832 2839 2846 2853 2860 2867 2874 2881 2888 2895 2902 2909 2916 2923 2930 2937 2944 2951 2958 2965 2972 2979 2986 2993 3000 3007 3014 3021 3028 3035 3042 3049 3056 3063 3070 3077 3084 3091 3098 3105 3112 3119 3126 3133 3140 3147 3154 3161 3168 3175 3182 3189 3196 3203 3210 3217 3224 3231 3238 3245 3252 3259 3266 3273 3280 3287 3294 3301 3308 3315 3322 3329 3336 3343 3350 3357 3364 3371 3378 3385 3392 3399 3406 3413 3420 3427 3434 3441 3448 3455 3462 3469 3476 3483 3490 3497 3504 3511 3518 3525 3532 3539 3546 3553 3560 3567 3574 3581 3588 3595 3602 3609 3616 3623 3630 3637 3644 3651 3658 3665 3672 3679 3686 3693 3700 3707 3714 3721 3728 3735 3742 3749 3756 3763 3770 3777 3784 3791 3798 3805 3812 3819 3826 3833 3840 3847 3854 3861 3868 3875 3882 3889 3896 3903 3910 3917 3924 3931 3938 3945 3952 3959 3966 3973 3980 3987 3994 4001 4008 4015 4022 4029 4036 4043 4050 4057 4064 4071 4078 4085 4092 4099 4106 4113 4120 4127 4134 4141 4148 4155 4162 4169 4176 4183 4190 4197 4204 4211 4218 4225 4232 4239 4246 4253 4260 4267 4274 4281 4288 4295 4302 4309 4316 4323 4330 4337 4344 4351 4358 4365 4372 4379 4386 4393 4400 4407 4414 4421 4428 4435 4442 4449 4456 4463 4470 4477 4484 4491 4498 4505 4512 4519 4526 4533 4540 4547 4554 4561 4568 4575 4582 4589 4596 4603 4610 4617 4624 4631 4638 4645 4652 4659 4666 4673 4680 4687 4694 4701 4708 4715 4722 4729 4736 4743 4750 4757 4764 4771 4778 4785 4792 4799 4806 4813 4820 4827 4834 4841 4848 4855 4862 4869 4876 4883 4890 4897 4904 4911 4918 4925 4932 4939 4946 4953 4960 4967 4974 4981 4988 4995 5002 5009 5016 5023 5030 5037 5044 5051 5058 5065 5072 5079 5086 5093 5100 5107 5114 5121 5128 5135 5142 5149 5156 5163 5170 5177 5184 5191 5198 5205 5212 5219 5226 5233 5240 5247 5254 5261 5268 5275 5282 5289 5296 5303 5310 5317 5324 5331 5338 5345 5352 5359 5366 5373 5380 5387 5394 5401 5408 5415 5422 5429 5436 5443 5450 5457 5464 5471 5478 5485 5492 5499 5506 5513 5520 5527 5534 5541 5548 5555 5562 5569 5576 5583 5590 5597 5604 5611 5618 5625 5632 5639 5646 5653 5660 5667 5674 5681 5688 5695 5702 5709 5716 5723 5730 5737 5744 5751 5758 5765 5772 5779 5786 5793 5800 5807 5814 5821 5828 5835 5842 5849 5856 5863 5870 5877 5884 5891 5898 5905 5912 5919 5926 5933 5940 5947 5954 5961 5968 5975 5982 5989 5996 6003 6010 6017 6024 6031 6038 6045 6052 6059 6066 6073 6080 6087 6094 6101 6108 6115 6122 6129 6136 6143 6150 6157 6164 6171 6178 6185 6192 6199 6206 6213 6220 6227 6234 6241 6248 6255 6262 6269 6276 6283 6290 6297 6304 6311 6318 6325 6332 6339 6346 6353 6360 6367 6374 6381 6388 6395 6402 6409 6416 6423 6430 6437 6444 6451 6458 6465 6472 6479 6486 6493 6500 6507 6514 6521 6528 6535 6542 6549 6556 6563 6570 6577 6584 6591 6598 6605 6612 6619 6626 6633 6640 6647 6654 6661 6668 6675 6682 6689 6696 6703 6710 6717 6724 6731 6738 6745 6752 6759 6766 6773 6780 6787 6794 6801 6808 6815 6822 6829 6836 6843 6850 6857 6864 6871 6878 6885 6892 6899 6906 6913 6920 6927 6934 6941 6948 6955 6962 6969 6976 6983 6990 6997 7004 7011 7018 7025 7032 7039 7046 7053 7060 7067 7074 7081 7088 7095 7102 7109 7116 7123 7130 7137 7144 7151 7158 7165 7172 7179 7186 7193 7200 7207 7214 7221 7228 7235 7242 7249 7256 7263 7270 7277 7284 7291 7298 7305 7312 7319 7326 7333 7340 7347 7354 7361 7368 7375 7382 7389 7396 7403 7410 7417 7424 7431 7438 7445 7452 7459 7466 7473 7480 7487 7494 7501 7508 7515 7522 7529 7536 7543 7550 7557 7564 7571 7578 7585 7592 7599 7606 7613 7620 7627 7634 7641 7648 7655 7662 7669 7676 7683 7690 7697 7704 7711 7718 7725 7732 7739 7746 7753 7760 7767 7774 7781 7788 7795 7802 7809 7816 7823 7830 7837 7844 7851 7858 7865 7872 7879 7886 7893 7900 7907 7914 7921 7928 7935 7942 7949 7956 7963 7970 7977 7984 7991 7998 8005 8012 8019 8026 8033 8040 8047 8054 8061 8068 8075 8082 8089 8096 8103 8110 8117 8124 8131 8138 8145 8152 8159 8166 8173 8180 8187 8194 8201 8208 8215 8222 8229 8236 8243 8250 8257 8264 8271 8278 8285 8292 8299 8306 8313 8320 8327 8334 8341 8348 8355 8362 8369 8376 8383 8390 8397 8404 8411 8418 8425 8432 8439 8446 8453 8460 8467 8474 8481 8488 8495 8502 8509 8516 8523 8530 8537 8544 8551 8558 8565 8572 8579 8586 8593 8600 8607 8614 8621 8628 8635 8642 8649 8656 8663 8670 8677 8684 8691 8698 8705 8712 8719 8726 8733 8740 8747 8754 8761 8768 8775 8782 8789 8796 8803 8810 8817 8824 8831 8838 8845 8852 8859 8866 8873 8880 8887 8894 8901 8908 8915 8922 8929 8936 8943 8950 8957 8964 8971 8978 8985 8992 8999 9006 9013 9020 9027 9034 9041 9048 9055 9062 9069 9076 9083 9090 9097 9104 9111 9118 9125 9132 9139 9146 9153 9160 9167 9174 9181 9188 9195 9202 9209 9216 9223 9230 9237 9244 9251 9258 9265 9272 9279 9286 9293 9300 9307 9314 9321 9328 9335 9342 9349 9356 9363 9370 9377 9384 9391 9398 9405 9412 9419 9426 9433 9440 9447 9454 9461 9468 9475 9482 9489 9496 9503 9510 9517 9524 9531 9538 9545 9552 9559 9566 9573 9580 9587 9594 9601 9608 9615 9622 9629 9636 9643 9650 9657 9664 9671 9678 9685 9692 9699 9706 9713 9720 9727 9734 9741 9748 9755 9762 9769 9776 9783 9790 9797 9804 9811 9818 9825 9832 9839 9846 9853 9860 9867 9874 9881 9888 9895 9902 9909 9916 9923 9930 9937 9944 9951 9958 9965 9972 9979 9986 9993 10000

$$15 + 13 + 11 + 9 + 7 + 5 + 3 + 1 = 64$$

1 3 5 7 9 11 13

Ответ: 64 ничьи



Вариант № 3

М А О О О 2 6 9 7 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 3

$$\frac{z^2}{x+y+z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z}$$

$$z^2(2x+y+z) = 2z^2x + z^2y + z^3$$

$$(2z^2x + z^2y + z^3)(x+2y+z) = 2z^2x^2 + z^2yx + z^3x + 4z^3y +$$

$$+ 2z^2y^2 + 2z^3y + 2z^3x + z^3y + z^4 = z^4 + 3z^3y +$$

$$+ 3z^3x + 5z^2yx + 2z^2x^2 + 2z^2y^2$$

$$x^2(x+y+z) = x^3 + x^2y + 2x^2z$$

$$(x^3 + x^2y + 2x^2z)(x+2y+z) = x^4 + x^3y + 2x^3z + 2x^2y^2 + 4x^2zy +$$

$$+ x^3z + x^2yz + 2z^2x^2 = x^4 + 3x^3y + 3x^3z + 5x^2zy + 2z^2x^2 +$$

$$+ 2x^2y^2$$

-11- y^2

$$(z^4 + x^4 + y^4 + 3z^3y + 3z^3x + 3y^3z + 3y^3x + 3x^3z + 3x^3y + 5z^2yx +$$

$$+ 5x^2zy + 5y^2xz + 2z^2x^2 + 2z^2y^2 + 4x^2y^2) \text{ — левая часть}$$

$$xy(2x+y+z) = 2x^2y + xy^2 + xyz$$

$$(2x^2y + xy^2 + xyz)(x+2y+z) = 2x^3y + x^2y^2 + x^2yz + 4x^2y^2 + 2xy^3 + 2xy^2z + 2x^2yz +$$

$$+ 2xy^2z + xyz^2 = xyz^2 + x^2yz + x^2y^2 + 5x^2y^2 + 2x^3y + 2xy^3 + 3xy^2z + 2x^2yz$$

$$yz(x+y+z) = yzx + y^2z + 2yz^2$$

$$(yzx + y^2z + 2yz^2)(x+2y+z) = yz^2x + y^2zx + 2yz^2x + 2y^2zx + 2y^3z + 4yz^2z +$$

$$+ yz^2x + y^2z^2 + 2yz^3 = 3y^2zx + 3y^2zx + yz^2x + 5y^2z^2 + 2y^3z + 2yz^3$$

$$2x(x+y+z) = 2x^2 + 2xy + 2z^2x$$

$$(2x^2 + 2xy + 2z^2x)(2x+y+z) = 2z^2x^3 + 2z^2xy + 4x^2z^2 + 2x^2y + 2xy^2 + 2z^3xy + 2z^3x +$$

$$+ 2z^2xy + 2z^3x = 3x^2zy + 3z^2yx + 5x^2z^2 + 2z^2x^3 + 2z^3x + 2xy^2$$



Вариант №

3

М А О О О 2 6 9 7 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\begin{aligned}
 & \cancel{x y z^2} + \cancel{5 x^2 y^2} + \cancel{2 x^3 y} + \cancel{2 x y^3} + \cancel{3 x y^2 z} + \cancel{3 x^2 y z} + \cancel{3 y^2 z x} + \cancel{3 y z^2 x} + \\
 & \cancel{+ y z x^2} + \cancel{5 y^2 z^2} + \cancel{2 y^3 z} + \cancel{2 y z^3} + \cancel{3 x^2 z y} + \cancel{3 z^2 y x} + \cancel{2 x y^2 z} + \cancel{5 x^2 y^2 z} + \\
 & \cancel{+ 2 z x^3} + \cancel{2 z^3 x} = 5 x^2 y^2 + 5 x^2 z^2 + 5 z^2 y^2 + 4 z^2 y x + 4 y^2 z x + \\
 & + 4 x^2 z y + 2 x^3 y + 2 x^2 z + 2 y^3 x + 2 y^2 z + 2 z^3 x + 2 z^2 y
 \end{aligned}$$

Левая часть - Правая часть

$$\begin{aligned}
 & z^4 + x^4 + y^4 + z^3 y + z^3 x + y^3 z + y^3 x + x^3 y + x^3 z - 2 z^2 y x - \\
 & - 2 y^2 z x - 2 x^2 y z - x^2 y^2 - x^2 z^2 - y^2 z^2 \geq 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & z^4 + x^4 + y^4 + z^3 y + z^3 x + y^3 z + y^3 x + x^3 y + x^3 z \geq 2 z^2 y x + 2 y^2 z x + \\
 & + 2 x^2 y z + x^2 y^2 + x^2 z^2 + y^2 z^2
 \end{aligned}$$

Сравниваем каждую часть по теореме о взаимнообратных и показываем, что левая часть всегда больше.

$$a + \frac{1}{a} \geq 2 \quad a + a^{-1}$$

Задача 5

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k y^l$$

Невозможно чтобы  $a, k, l$  все были  $> 0$ , иначе с одной стороны четное и с другой нечетное.  $\Rightarrow$  одним равен 0.

$$\boxed{a=0} \Rightarrow 1+1+2=2^k y^l$$

$$4 = 2^k y^l \quad \text{т.к. } l - \text{целое} \Rightarrow l=0$$

$$k=2$$

$$\boxed{l=0}$$

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k$$

Та же ситуация, левая часть нечетная, правая четная.  $\Rightarrow$  возможно только при  $a=0$ .

$$\boxed{k=0}$$

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 4^l$$

Такого невозможно  $\Rightarrow$ Ответ:  $a=0; k=2; l=0$

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Санкт-Петербург

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 5 | 4 | 6 | 7 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Смирнов

Имя Иван

Отчество Алексеевич

Дата рождения 30.07.2005 Класс 11

Предмет Математика

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы 26.02.23

Номер телефона +7 921 569-70-27 Подпись Алиф

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны диска  
в рамке справа

NI

|    |    |    |   |   |          |
|----|----|----|---|---|----------|
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5 | $\Sigma$ |
| 20 | 20 | 20 | 0 | 6 | 66       |

Воспользуемся методом штурв-перелородам.

Имеется 13 орехов и грибов - это шары.

11 ягод - перелородин. Нужно расставить 11 перелородин  
на 14 мест (между 13-ю ягодами 12 и еще 2 справа и слева).  
Тогда каждая 2 ягоды действительно не окажется рядом.  
Всею способом поставить: 11

Всю сподоб поставить:  $C_{14}''$

Также 13 орехов и зубцов могут идти в разном порядке.  
 Кол-во способов выбрать 5 мест из 13 для орехов:  $C_{13}^{55}$   
 (подразумевая, что все ядра, все зубцы и все орехи  
 одинаковы). Остальные 8 мест определят однозначно.  
 Итого имеем  $C_{14}^{11} \cdot C_{13}^5$ .

Omber:  $C_{14}^{11} \cdot C_{13}^5$ .

✓2

$\angle MDL = 90^\circ$  т.к. оп-во на диаметр =

$\Rightarrow$  ДК - высота из вершины прямого угла.

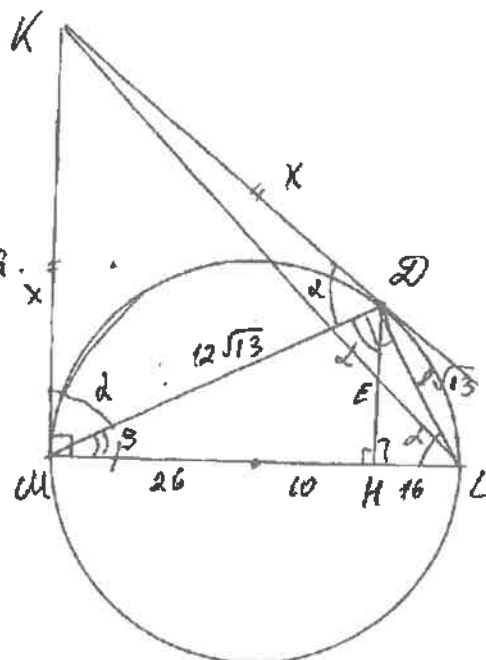
$$\begin{cases} m_K + K_L = 52 \\ m_K \cdot K_L = 9 \cdot 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_K = 36 \\ K_L = 16 \end{cases}$$

$$DH = \sqrt{MH \cdot KL} = \sqrt{36 \cdot 16} = 6 \cdot 4 = 24$$

$$DL^2 = DK^2 + KL^2 \text{ (т. Пифагора)}$$

$$OL^2 = 24^2 + 16^2 = 8^2(3^2 + 2^2)$$

$$DL = 8\sqrt{13}$$



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 5 4 6 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в разное время



Пусть  $\angle ALM = \alpha$ , тогда  $\angle MKL = \alpha$  ( $\triangle MKN \cong \triangle MLK$ ),  
а также  $\angle KML = \angle KDM = \alpha$  по св-ву угла  
между хордой и касательной.

$$\cos \alpha = \frac{KL}{DL} = \frac{16}{8\sqrt{13}} = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

$$MD = \frac{DK}{\cos \alpha} = \frac{24\sqrt{13}}{2} = 12\sqrt{13}$$

Пусть  $KM = KD = x$   
(по св-ву отрезков касательных от 1-й точки)

По т. косинусов для  $\triangle KMD$ :

$$x^2 = x^2 + 144 \cdot 13 - 2 \cdot x \cdot 12\sqrt{13} \cdot \cos \alpha$$

$$0 = 144 \cdot 13 - 2 \cdot x \cdot 12\sqrt{13} \cdot \frac{2}{\sqrt{13}}$$

$$144 \cdot 13 = 48x$$

$$x = 39 \Rightarrow KM = 39$$

$\triangle KLM \cong \triangle ELN$  ( $\angle KML = \angle ENL = 90^\circ$ ,  $\angle ELN$  - общий)

$$\frac{EK}{KM} = \frac{LN}{ML}; \quad EK = \frac{KM \cdot LN}{ML} = \frac{39 \cdot 16}{52} = 12$$

$$DE = DK - EK = 24 - 12 = 12$$

$$\sin \angle LDE = \sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

$$S_{\triangle LDE} = \frac{1}{2} \cdot DE \cdot DL \cdot \sin \angle LDE = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 8\sqrt{13} \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} = 12 \cdot 8 = 96$$

Ответ: 96.



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 5 4 6 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках справа



N3 Т.г. при  $x, y, z > 0$ , что

$$\frac{z^2}{x+y+2z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \geq \frac{xy}{x+y+2z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z}$$

$$\frac{z^2 - xy}{x+y+2z} + \frac{x^2 - yz}{2x+y+z} + \frac{y^2 - zx}{x+2y+z} \geq 0$$

Рассмотрим  $\frac{z^2 - xy}{x+y+2z} \geq \frac{z^2 - xy}{2x+2y+2z}$  (увеличим знаменатель на положительное число),

то, сдвигая знаменатель к каждому слагаемому, имеем

$$\frac{z^2 - xy + x^2 - yz + y^2 - zx}{2x + 2y + 2z} \geq 0. \text{ Если нам это доверят,}$$

то исходное будет также верно.

Докажем, что числитель  $\geq 0$ , этого достаточно, ведь знаменатель положительный.

$$x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx \geq 0 / : 2$$

$$x^2 - 2xy + y^2 + y^2 - 2yz + z^2 + x^2 - 2zx + z^2 \geq 0$$

$$(x-y)^2 + (y-z)^2 + (x-z)^2 \geq 0 - \text{верно.}$$

Значит, дробь неотрицательна, и исходное ~~неравенство~~ верно, т.т.д.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 5 4 6 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа и решено сверху

15

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k 7^l$$

Подходит тройка:  $(0; 2; 0)$ :  $3^0 + 3^0 + 2 = 4 = 2^2 \cdot 7^0$

$$(1; 1; 1): 3^2 + 3^1 + 2 = 14 = 2^1 \cdot 7^1$$

При  $a=0$  и  $1$  других решений нет, т.к.  $4$  и  $14$  распадаются на  $2^k \cdot 7^l$  единственным способом.

На  $3^a = -1 + \frac{\sqrt{1 + 4 \cdot 2^k 7^l - 8}}{2}$  (отриц. корень не подходит)

~~ВН~~  $2 \cdot 3^a = \sqrt{4 \cdot 2^k 7^l - 7} - 1$

$\therefore 6 \text{ при } a \geq 0$   $\therefore 6$

$$\sqrt{4 \cdot 2^k 7^l - 7} \equiv 1 \pmod{6}$$

$$4 \cdot 2^k 7^l - 7 \equiv 1 \pmod{6}$$

$$4 \cdot 2^k 7^l \equiv 2 \pmod{6}$$

$$4 \cdot 2^k \equiv 2 \pmod{6}$$

$$4 \cdot 2^k = 6p + 2$$

$$2 \cdot 2^k = 3p + 1$$

$$2 \cdot 2^k \equiv 1 \pmod{3}$$

$$2^{k+1} \equiv 1 \pmod{3}$$

~~Соб. (0; 2; 0), (1; 1; 1)~~

mod 6:

| $x$ | $x^2$ |
|-----|-------|
| 0   | 0     |
| 1   | 1     |
| 2   | 4     |
| 3   | 3     |
| 4   | 4     |
| 5   | 1     |

mod 3:

| $k$ | $2 \cdot 2^k$ |
|-----|---------------|
| 0   | 2             |
| 1   | 1             |
| 2   | 2             |

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 5 4 6 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проводится только то, что записано с этой стороны листа в ранее строки



$k+1$  ~~чётно~~ нечётно, тогда  $2^{k+1} \equiv 1 \pmod 3$   
То есть, при  $k > 0$  ~~к~~ обязательно нечётно...

Отв: (0; 2; 0); (1; 1; 1)

№ 4

Всего сыграно  $\frac{16 \cdot 15}{2} = 120$  матчей, в них  
раздано  $120 \cdot 2 = 240$  очков.

В каждой тройке команд сыграно 3 матча.  
3 очка среди них быть не может, иначе все команды  
по 2 очка. 2 очка быть может, например:

Тогда среди всех ~~всех~~ матчей

очков не больше, чем  $\frac{2}{3}$  от общего числа,

тогда всего очков  $\leq 80$ .

Пример на 80:

|    | A1           | A2           | A3           |       |
|----|--------------|--------------|--------------|-------|
| A1 | <del>1</del> | 0            | 1            | 1 оч. |
| A2 | 2            | <del>1</del> | 1            | 3 оч. |
| A3 | 1            | 1            | <del>1</del> | 2 оч. |

Ответ: 80

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

1. Санкт-Петербург

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 8 | 6 | 1 | 2 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант №

3

Фамилия

ФИЛАТОВА

Имя

РИММА

Отчество

СЕРГЕЕВНА

Дата рождения 30.08.2006

Класс 11

Предмет

МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона

+79110394868

Подпись

Rif

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 7 6 1 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

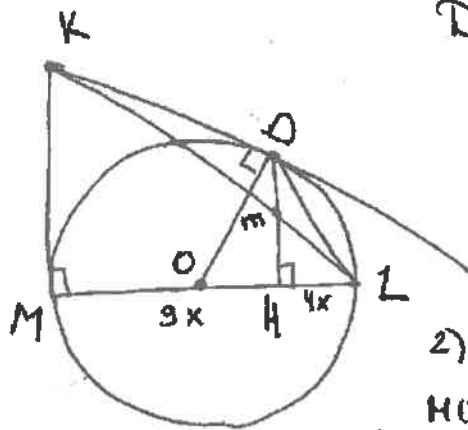
|    |    |    |   |   |    |
|----|----|----|---|---|----|
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5 | Σ  |
| 20 | 20 | 20 | 0 | 6 | 66 |

Рассмотрим, сколько вариантов размещения борцов и 8 ушибов на 13 мест:  $k = \frac{13!}{5!8!} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{5!}$

Чтобы 2 людей не были вместе — кол-во вер. расставить 11 людей на 14 мест между ушибами и орехами:  $n = \frac{14!}{11!3!} = \frac{14 \cdot 13 \cdot 12}{3!}$ . Т.к.  $k$  и  $n$  не зависят между собой, кол-во вариантов:  $t = k \cdot n = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12}{8 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 13 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 6 = 468468$ .

Ответ: 468468

№2



Дано:  $\angle KML = 30^\circ$   
 $KD, KM$  — касат.,  $DH \perp ML$ ,  $HL = 52$   
 $LH : MH = 4 : 9$

Решение:

$$1) \begin{cases} \frac{LH}{MH} = \frac{4}{9} \\ ML = 52 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} LH = 16 \\ MH = 36 \end{cases}$$

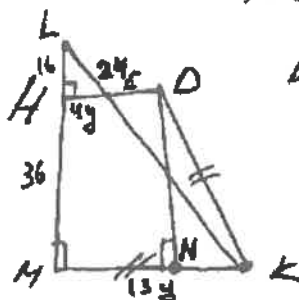
2)  $ML$  — диаметр,  $LO : HO = OL$ ,  
 $HO = 52 \cdot 0,5 = 26$ .

3)  $OH = MH - HO = 10$

$$4) \triangle ODH: \begin{cases} OD = 26 \\ OH = 10 \\ \angle DHO = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow DH = 24$$

5)  $KH \perp ML \Rightarrow KM$  — касат.  $\begin{cases} KM \text{ — касат.} \\ KD \text{ — касат.} \end{cases} \Rightarrow KD = KM$ .

6)  $\triangle KDH$ :



$\triangle LHE \sim \triangle LHK$  (2 угл.)  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{HE}{HK} = \frac{LH}{LM} = \frac{4}{13}$$

$\triangle DKH$  — остр.:  $DN \perp MK$ ,

$$\triangle DNK: KD^2 = DN^2 + NK^2$$





№2 См. лист №1

$$(13y)^2 = 36^2 + (13y - 24)^2 \Rightarrow 169y^2 = 36^2 + 169y^2 - 13 \cdot 24 \cdot 2y + 24^2$$

$$\Rightarrow y = \frac{36^2 + 24^2}{13 \cdot 24 \cdot 2} \Rightarrow y = \frac{3 \cdot 6^2 + 4^2}{13 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2} \Rightarrow y = \frac{3 \cdot 52}{13 \cdot 4} \Rightarrow 3 = y$$

$$HE = 4y = 12.$$

$$ED = HD - HE = 24 - 12 = 12$$

$$S_{LDE} = LH \cdot DE \cdot \frac{1}{2} = 16 \cdot 12 \cdot \frac{1}{2} = 96.$$

Ответ: 96

№3

$$\frac{z^2}{x+y+2z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \geq \frac{xy}{x+y+2z} + \frac{yz}{x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow z^2(2x+y+z)(x+2y+z) + x^2(x+y+2z)(x+2y+z) + y^2(x+y+2z)(2x+y+z) \geq xy(2x+y+z)(x+2y+z) +$$

$$+ yz(x+y+2z)(x+2y+z) + zx(x+y+2z)(2x+y+z)$$

$$\Leftrightarrow z^2(2x+y+z)(x+2y+z) = 2z^2x^2 + 2y^2z^2 + 5z^2y \cdot x + 3xz^3 + 3yz^3 + z^4$$

Аналогично для (2) и (3)

$$+ (4) xy(2x+y+z)(x+2y+z) = 2x^3y + 2y^3x + 3x^2yz + 3y^2xz + 5x^2y^2 + z^2xy. \text{ Аналогично для } (5) \text{ и } (6)$$

Тогда получаем:

$$2z^2x^2 + 2y^2z^2 + 2z^2y^2 + 2y^2x^2 + 2y^2x^2 + 2x^2z^2 + 5z^2yx + 5x^2yz + 5y^2zx + 3xz^3 + 3yz^3 + 3zx^3 + 3yx^3 + 3zy^3 + 3xy^3 + z^4 + x^4 + y^4 \geq 2x^3y + 2y^3x + 2x^3z + 2z^3x + 2z^3y + 2y^3z + 5z^2yx + 5xy + 3x^2yz + 3y^2xz + 3x^2yz + 3z^2yx + 3y^2xz + 3z^2yx + 5x^2y^2 + 5x^2z^2 + 5y^2z^2 + z^2xy + x^2yz + y^2xz \Rightarrow$$

$$\Rightarrow z^4 + x^4 + y^4 + 5z^2yx + 5x^2yz + 5y^2xz + 4x^2z^2 + 4x^2y^2 + 4y^2z^2 + 3xz^3 + 3yz^3 + 3zx^3 + 3yx^3 + 3zy^3 + 3xy^3 \geq$$

$$2x^3y + 2y^3x + 2x^3z + 2z^3x + 2z^3y + 2y^3z \Rightarrow$$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А У О О 2 2 6 1 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках строки

№3 См. лист №2

$$\Leftrightarrow z^4 + x^4 + y^4 - 2(z^2yx + x^2yz + y^2xz) - (x^2y^2 + z^2x^2 + y^2z^2) + y^2x + x^2y + x^2z + z^2x + z^2y + y^2z \geq 0$$

$$\Leftrightarrow z^4 + x^4 + y^4 - 2(z^2yx + x^2yz + y^2xz) -$$

$$\Leftrightarrow z^4 + x^4 + y^4 - 2(z^2yx + x^2yz + y^2xz) -$$

$$\Leftrightarrow (z^4 - 2z^2yx + y^2x^2) - y^2x^2 + (x^4 - 2x^2yz + y^2z^2) - y^2z^2 + (y^4 - 2y^2xz + x^2z^2) - x^2z^2 - (x^2y^2 + z^2x^2 + y^2z^2) + yx(y^2 + x^2) + xz(x^2 + z^2) + yz(z^2 + y^2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (z^2 - yx)^2 + (x^2 - yz)^2 + (y^2 - xz)^2 +$$

$$+ yx(y^2 + x^2 - 2yx) + xz(x^2 + z^2 - 2zx) + yz(z^2 + y^2 - 2yz) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (z^2 - yx)^2 + (x^2 - yz)^2 + (y^2 - xz)^2 + yx(y - x)^2 + xz(x - z)^2 + yz(z - y)^2 \geq 0 \text{ - истина для всех полож. } x, y, z. \text{ з.т.д.}$$

№4



За 3 игры зарабатывает. распределяется 6 очков  
 $\exists$  2 комбинации разбиения 6 на сумму разных нестр. чисел:  $6 = 4 + 2 + 0$   
 $6 = 3 + 2 + 1$

1) Если  $4 + 2 + 0$ :

$k_1$  выиграл у  $k_2$  и  $k_3$ ,  $k_2$  выиграл у  $k_3$ ,  $k_3$  всех проиграл  
 нет ничьих.

2) Если  $3 + 2 + 1$ :

$k_1$  выиграл у  $k_2$ , сыграл вничью с  $k_3$ ,  $k_2$  сыграл вничью с  $k_3$ . — 2 ничьи. Т.к. троих не зависит

Всего троек:  $n = \frac{16 \cdot 15 \cdot 14}{3!}$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 8 6 1 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4 См. лист №3

$k_1$  и  $k_2$  сыграли в нигю. Тогда их нигю учитыва-  
те в 14 тройках\*. Тогда количество игр в нигю это

$$t = \frac{n \cdot 2 \text{ (по 2 нигю на тройку)}}{14} = \frac{16 \cdot 15 \cdot 2}{3!} = \frac{16 \cdot 15 \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 80.$$

Ответ: 80

\* Сущев. 14 разных троек с  $k_1$  и  $k_2$

№5.  $3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k \cdot 7^l$

Заметим, подходит  $\begin{cases} a=1 \\ k=1 \\ l=1 \end{cases} (9+3+2=14); \begin{cases} a=0 \\ k=2 \\ l=0 \end{cases} (1+1+2=4 \cdot 1)$

$7^l$  оканчив. на 7, 9, 3, 1,  $2^a \cdot 7^l$  оканч. на 8, 6, 2, 4

$3^a$  и  $9(3^a)^2$  окан. на  $\begin{bmatrix} 3 & 4 & 9 \\ 9 & 1 \\ 7 & 9 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  т. обр. их сумма + 2 оканч. на:

4, 2, 8,

Но если увелич.  $a$ , то  $3^{2a} + 3^a + 2$  перестает делиться на 7, поэтому? остальные случаи не подходит

Ответ:  $\begin{cases} a=1 \\ k=1 \\ l=1 \end{cases}; \begin{cases} a=0 \\ k=2 \\ l=0 \end{cases}$

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Санкт-Петербург

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | О | О | О | 2 | 7 | 8 | 9 | 6 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия ВОЛКОВА ~~ИРИНА АЛЕКСАНДРОВНА~~

Имя ИРИНА

Отчество АЛЕКСАНДРОВНА

Дата рождения 02.11.2004

Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 6 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 79052160345

Подпись И.В.В.

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 8 9 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

| 1 | 2  | 3  | 4 | 5  | Σ  |
|---|----|----|---|----|----|
| 0 | 20 | 20 | 0 | 20 | 60 |

Дано:

$\triangle ABC$  -  $\Delta$  -  
многоугольник  
 $\angle C = 90^\circ$

$BC = 26$

$BC$  - диаметр

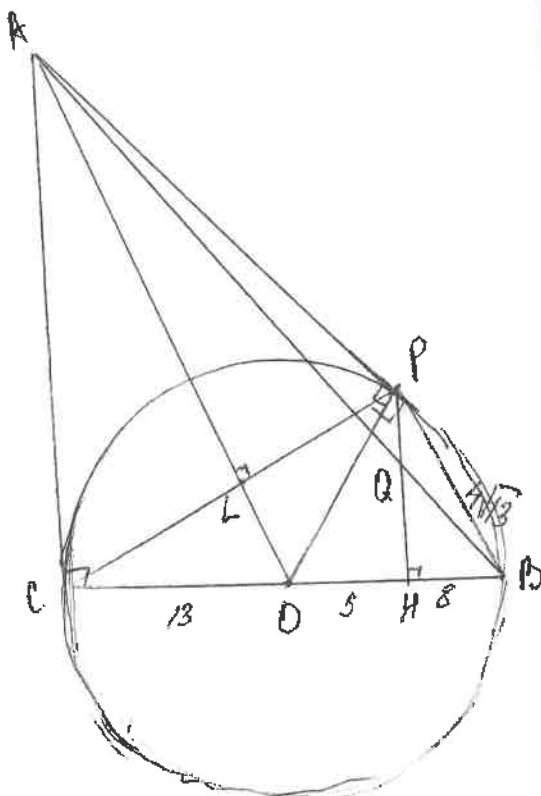
$AP$  - касательная  
к  $\omega$

$PH \perp BC$

$PH \cap AB = Q$

$BH : CH = 4 : 9$

$S_{\triangle PQR} = ?$



Решение.

1) Т.е.  $BC = 26$  и  $BH : CH = 4 : 9$ , то

$BH = 8$ ;  $CH = 18$

$BC$  - диаметр (т.е. касание)

2)  $OP \perp AP$  (по ст-ву радиуса, проведенного в т. касания)  
 $\angle APO = 90^\circ$ ;  $\angle APO = \angle APO + \angle CPO$

3)  $\angle CPB$  - вписанный, опирается на диаметр, т.е.  
 $\angle CPB = 90^\circ$ ;  $\angle CPB = \angle CPO + \angle OPB$

4)  $\angle APO = \angle CPB$ , т.е.  $\angle APC = \angle OPB$

5)  $PH$  - высота  $\triangle CPB$  (прямоугольного), опущенная из вершины прямого угла, т.е.  $PH = \sqrt{CH \cdot HB}$

$$PH = \sqrt{8 \cdot 18} = \sqrt{2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 9} = 12$$

6) В  $\triangle PHB$  по т. Пифагора  $PB^2 = PH^2 + HB^2$

$$PB = \sqrt{64 + 144} = \sqrt{208} = \sqrt{4 \cdot 52} = \sqrt{4 \cdot 4 \cdot 13} = 4\sqrt{13}$$

7)  $S_{\triangle PQR} = \frac{1}{2} \cdot PH \cdot QB = \frac{1}{2} \cdot PO \cdot PB \cdot \sin \angle OPB$

$$\sin \angle OPB = \frac{PH \cdot QB}{PO \cdot PB}$$



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 8 9 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\sin OPB = \frac{12 \cdot 13}{13 \cdot 4\sqrt{13}} = \frac{3}{\sqrt{13}}$$

$$8) \sin^2 OPB + \cos^2 OPB = 1$$

$$\cos OPB = \pm \sqrt{1 - \sin^2 OPB}; \cos OPB = \sqrt{1 - \frac{9}{13}} = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

$$9) \text{т.к. } \angle APC = \angle OPB, \text{ то } \cos APC = \cos OPB$$

10)  $AC = AP$  (как отрезки касательных);  $PL$  — высота  $\triangle CAP$ , т.е.  $AL$  — медиана и биссектриса  $\triangle CAP$ ;  
 $CL = LP$

$$11) \triangle BPC \text{ по т. Пифагора: } PC^2 = CP^2 + PB^2$$

$$CP = \sqrt{26^2 - 16 \cdot 13} = \sqrt{676 - 208} = \sqrt{468} = 6\sqrt{13}, \text{ т.е.}$$

$$CL = LP = 3\sqrt{13}$$

$$12) \triangle ALP; \cos APC = \frac{PL}{AP}; AP = \frac{PL}{\cos APC}$$

$$AP = \frac{3\sqrt{13} \cdot \sqrt{13}}{2} = \frac{3 \cdot 13}{2} = \frac{39}{2}, \text{ т.е.}$$

$$AC = AP = \frac{39}{2}$$

$$13) \text{ Рассмотрим } \triangle BQH \text{ и } \triangle PSC:$$

$$\angle BPS = \text{общий}$$

$$\angle BQH = \angle PSA = 90^\circ$$

Значит,  $\triangle BQH \sim \triangle PSC$  (по двум углам), т.е.

$$\frac{BQ}{PS} = \frac{QH}{SC}; \frac{8}{26} = \frac{QH}{39}; QH = \frac{8 \cdot 39}{26} = 12$$

$$14) PH = PQ + QH; QH = PH - PQ; QH = 12 - 6 = 6, \text{ т.е. } PQ = QH$$

$$15) S_{PHB} = \frac{1}{2} \cdot PH \cdot HB; S_{PHB} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 8 = 48$$

$$16) \frac{S_{BQP}}{S_{BPH}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot BQ \cdot PQ}{\frac{1}{2} \cdot BQ \cdot PH} = \frac{PQ}{PH}; \frac{S_{BQP}}{S_{BPH}} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 8 9 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$S_{BQP} = \frac{1}{2} S_{BKP}; \quad S_{BQP} = \frac{1}{2} \cdot 48 = 24$$

Ответ: 24

*Решение:*  
Решение задачи сводится к доказательству неравенства  
$$\frac{z^2}{x+y+z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \geq \frac{xy}{x+y+z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z}$$

$$x, y, z > 0$$

$$\frac{z^2}{x+y+z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \geq \frac{xy}{x+y+z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z}$$

$$\frac{z^2 - xy}{x+y+z} + \frac{x^2 - yz}{2x+y+z} + \frac{y^2 - zx}{x+2y+z} \geq 0$$

$$x+y+z = t, \quad t > 0$$

$$\frac{z^2 - xy}{t+z} + \frac{x^2 - yz}{t+x} + \frac{y^2 - zx}{t+y} \geq 0 \quad | \quad (t+x)(t+y)(t+z)$$

$$(z^2 - xy)(t+x)(t+y) + (x^2 - yz)(t+y)(t+z) + (y^2 - zx)(t+x)(t+z) \geq 0$$

Упростим выражение, стоящее слева:

$$\begin{aligned} & z^2 t^2 + t y z^2 + t x z^2 + x y z^2 - t^2 x y - x y^2 t - t x^2 y - x^2 y^2 + \\ & + x^2 t^2 + t x^2 y + t x^2 z + x^2 y z - t^2 y z - t y^2 z - t y z^2 - y^2 z^2 + \\ & + y^2 t^2 + t x y^2 + t y^2 z + x y^2 z - t^2 x z - t x^2 z - t x z^2 - x^2 z^2 = \\ & = (z^2 t^2 + x^2 t^2 + y^2 t^2 + x y z^2 + x^2 y z + x y^2 z - t^2 x y - t^2 y z - t^2 x z - \\ & - x^2 y^2 - y^2 z^2 - x^2 z^2) = \end{aligned}$$



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 8 9 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$\begin{aligned}
 &= xy(z^2 - t^2) + yz(x^2 - t^2) + xz(y^2 - t^2) + \\
 &+ z^2 t^2 + x^2 t^2 + y^2 t^2 - x^2 y^2 - y^2 z^2 - x^2 z^2; \\
 &t^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz, \text{ тогда получим, что} \\
 &-x^3 y - xy^3 - x^3 z - xz^3 - y^3 z - yz^3 - 2x^2 y^2 - 2x^2 z^2 - \\
 &- 2y^2 z^2 - 4xy^2 z - 4x^2 yz - 4xy z^2 + x^2 z^2 + y^2 z^2 + z^4 + \\
 &+ 2xy z^2 + 2yz^3 + 2xz^3 + x^4 + x^2 y^2 + x^2 z^2 + 2x^3 y + 2x^2 yz + 2x^3 z + \\
 &+ x^2 y^2 + y^4 + y^2 z^2 + 2xy^3 + 2y^3 z + 2xy^2 z =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= x^3 y + xy^3 + x^3 z + xz^3 + y^3 z + yz^3 - x^2 y^2 - x^2 z^2 - \\
 &- y^2 z^2 - 2xy^2 z - 2x^2 yz - 2xy z^2 + 2x^2 z^2 + 2y^2 z^2 + \\
 &+ 2x^2 y^2 + x^4 + y^4 + z^4 = xy(y^2 - xz) + xz(z^2 - xy) + \\
 &+ yz(y^2 - xz) + x^3 y + x^3 z - 2xy^2 z - 2x^2 yz - 2xy z^2 + \\
 &+ 2x^2 z^2 + 2y^2 z^2 + 2x^2 y^2 + x^4 + y^4 + z^4 + yz^3
 \end{aligned}$$

7  $x \leq y \leq z$ , тогда остается док-ство, что

$$\begin{aligned}
 &x^4 + y^4 + z^4 + x^3 y + x^3 z + y^3 z + 2x^2 z^2 + 2y^2 z^2 + 2x^2 y^2 - \\
 &- 2xy^2 z - 2x^2 yz - 2xy z^2 \geq 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &2yz(y^2 - xz) + 2xz(xz - xy) + x^4 + y^4 + z^4 + x^3 y + x^3 z + y^3 z + \\
 &+ 2x^2 y^2 - 2xy z^2 \geq 0
 \end{aligned}$$

Учитывая, что остается единств. слагаемое  $-4(-2xyz^2)$ ,  $2xyz^2 \leq 2z^3 \leq z^4$  при  $z \geq 2$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 8 9 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$2y^2z(z-yx) + 2x^2z(z-y) + x^4 + y^4 + x^3y + 2x^2y^2 + 2(2^3 + x^3 + y^3 - 2xyz) \geq 0$$

$\geq 0$  для  $x, y, z$

, т.е. нерав. верно

и 5.

$$3^{2k} + 3^l + 2 = 2^k \cdot y^l$$

$$k \geq 0; l \geq 0$$

$$3^{2k} + 3^l + 2 \equiv 2 \pmod{3} \text{ при всех } l, \text{ кроме } l=0$$

$$2^k \cdot y^l \equiv 2 \pmod{3}, \text{ если } k \text{ нечет и } l \text{ нечет (кроме случая } k \text{ или } l=0)$$

значит,  $k$  и  $l$  - нечетные. ~~кроме случая~~

$$2^k \cdot y^l \equiv 2 \pmod{3}, \text{ если } l=0 \text{ и } k \text{ нечет}$$

$$\text{при } l=0, k=1$$

Рассмотрим случаи с нулями отдельно.

$$\text{Если } l=0, \text{ то } 3^{2k} + 3^0 + 2 = 4$$

$$y^l \cdot 2^k = 4 \text{ при } l=0 \text{ и } k=2$$

$(0, 2, 0)$  - решение.

$$\text{Если } k=0, \text{ то } y^l \equiv 1 \pmod{3}; 3^{2k} + 3^l + 2 \equiv 2 \pmod{3}$$

решения нет

$$\text{Если } l=0, \text{ то } 3^{2k} + 3^0 + 2 \equiv 2 \pmod{3}; 2^k \equiv 2 \pmod{3} \text{ при нечет } k$$

$$\text{т.е. } 3^{2k} + 3^0 + 2 = 2^k$$

$$3^{2k} + 3^0 = 2^k - 2 \rightarrow k=0, k=2; l=0$$

$$3^{2k} + 3^l + 2 = 2^k$$

$$3^l(3^k + 1) = 2(2^{k-1} - 1)$$

имеет единств. решение

$$\text{при } l \neq 0 \quad 2^k \cdot y^l \equiv 0 \pmod{3}, \text{ т.е. } 2^k \cdot y^l \equiv 0 \pmod{3}$$

$$3^{2k} + 3^l + 2 \equiv 0 \pmod{3} \text{ при } l=1, \text{ и } 14 = 2^1 \cdot 7 - \text{верно}$$

Ответ:  $l=0; k=2; l=0$  )  $l=1; k=1; l=1$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 7 8 9 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4.

Всего было сыграно  $\frac{2019}{2} = 190$  игр

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
|   | 1 | 2 | 3 |
| 1 | - | 2 | 1 |
| 2 | 0 | - | 2 |
| 3 | 1 | 0 | - |

- если каждая три команды сыгра-  
ли 1 игру между собой разное  
кол-во очков

Значит, в одной тройке могла  
быть 1 команда

Всего троек:  $\frac{2019}{1! \cdot 3!} = \frac{2019}{6} = 336.5$

$190:3 = 63$  (ост. 2), т.е. могло быть 63 команды

Ответ: 63

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа  
в рамке справа





# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Новосибирск  
ИВРЧ СОШ №2

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Коньвалов

Имя Артём

Отчество Юрьевич

Дата рождения 07.05.2005

Класс 11

Предмет Математика

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79336307067

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Задача 1.

|    |    |    |   |   |          |
|----|----|----|---|---|----------|
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5 | $\Sigma$ |
| 20 | 20 | 20 | 0 | 2 | 62       |

306

Сначала будем выкладывать в ряд орехи и грибы, а между ними будем класть ягоды. Таким образом мы имеем такую ситуацию, где две ягоды лежат рядом.

1. Выложим

1. Выхаживать в  
Всего таких

Всего таких ... орехи и ...

Всего таких способов  $C_5^{13}$  (на 5 + 8 = 13 мест выкладываем столько орехов, а на 8 свободных - грибов).

2. Всего мест между операциями и группами - 13  
Кол-во групп 13 + 1 = 14

[illegible]

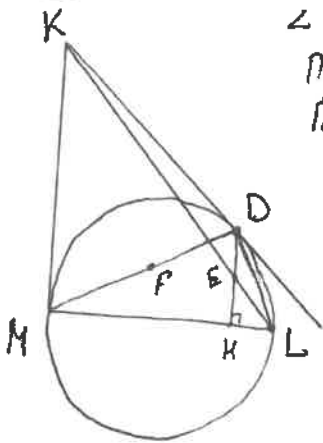
Всего  $2n \cdot 2n = 4n^2$

$$C_{13}^5 \cdot C_{14}^{11} = \frac{14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{5! \cdot 3!} = \frac{2 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 2^4 \cdot 3^2 \cdot 11 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2^2}{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5} = 2 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 11 = 2002$$

$$= 2^2 \cdot 7 \cdot 13^2 \cdot 3^2 \cdot 11 = 468468$$

Ответ: 468468

Задание 2.



В т. пересечения  $\frac{LM}{HM} = \frac{LE}{EK} = \frac{4}{9}$

$\angle MDL = 90^\circ$ . Т.к.  $ML$  — диаметр окружности.

Пусть  $\angle HLD = \alpha$ ; Тогда  $\angle MDH = 90 - (90 - \alpha) = \alpha$ .  
 По т. об угле между хордой и касательной,  
 $\angle KDH = \alpha$ .

$$\frac{1}{2} g \alpha \cdot \frac{DH}{HL} = \frac{MH}{DH} \quad ML = 52; \quad HL:MH = 4:9 \Rightarrow$$

$\Rightarrow LH=16; MH=36 \Rightarrow DH^2 = HL \cdot MH \Rightarrow DH=24$

$$DM = \sqrt{MH^2 + DH^2} = 12\sqrt{13}; \sin \alpha = \frac{MH}{MD} = \frac{36}{12\sqrt{13}} = \frac{3}{\sqrt{13}};$$

$$\cos \alpha = \frac{DM}{MD} = \frac{24}{12\sqrt{13}} = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

$\cos \alpha = \frac{DH}{MD} = \frac{24}{12\sqrt{13}} = \frac{2}{\sqrt{13}}$   
 $\cos \alpha = \frac{FD}{KD} = \frac{6\sqrt{13}}{2} = 3\sqrt{13}$   
 $\Rightarrow KD = \frac{6\sqrt{13}}{3\sqrt{13}} = 2$   
 $DE = DH - EH = 12 - 10 = 2$

$$DE = DH - EH = 12; \int_{LDE} = \frac{1}{2} \cdot DE \cdot HL = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 16 = 4^2 \cdot 6 = 96$$

Ответ: 96

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 2 2 2 3 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 3.

Заменим  $x+y+z=t$ :

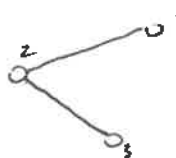
$$z^2(t+x)(t+y) + x^2(t+y)(t+z) + y^2(t+x)(t+z) \geq xy(t+x)(t+y) + yz(t+y)(t+z) + xz(t+x)(t+z)$$

$$t^2(x^2+y^2+z^2 - xy + xz - yz) - x^2(y^2 - yz) - y^2(z^2 - xz) - z^2(x^2 - xy) \geq 0$$

$$(x^2+y^2+z^2+2xy+2xz+2yz)(x^2+y^2+z^2-xy-xz-yz) - x^2(y^2-yz) - y^2(z^2-xz) - z^2(x^2-xy) \geq 0$$

$$-y^2(z^2-xz) - z^2(x^2-xy) = x^4 + x^3y + x^2z^2 - x^3y - x^3z - x^2yz + x^2y^2 + y^4 + y^3z + y^2z^2 - x^2yz - xz^3 - yz^3 - x^2y^2 + x^2yz - y^2z^2 + y^3x - z^3y = x^4 + y^4 + z^4 - x^3y - x^3z - y^3z - y^3x - z^3x - z^3y + x^2y^2 + x^2z^2 + y^2z^2 + y^3x - z^3y = x^2(x^2 - xy + y^2) + y^2(y^2 - yz + z^2) + z^2(z^2 - zx + x^2) - x^3z - y^3x - z^3y = x^2((x-y)^2 + xz) + y^2((y-z)^2 + yz) + z^2((z-x)^2 + xz) - x^3z - y^3x - z^3y = x^2(x-y)^2 + y^2(y-z)^2 + z^2(z-x)^2 \geq 0$$

Задача 4. Изобразим граф, где вершины — команды, ребра — игры вничью. Заметим, что степень каждой вершины не больше 1, так как тогда мы можем выбрать 3 вершины как на рисунке:



Вершин не больше 1, так как тогда мы можем выбрать 3 вершины как на рисунке: Вершина 2 соединена ребром с вершиной 1 и с вершиной 3. Игры между 1 и 3 будут вничью, и тогда все 3 вершины равны, и у кого-то будет 2 очка (проиграл), а тогда вершина 2 будет иметь очковое очко с проигравшей вершиной.  $\Rightarrow$  Степень каждой вершины  $\leq 1$ .

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 2 2 2 3 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

## Задача 4 (продолжение)

Максимальное кол-во ничей  $\Rightarrow$  максимальная сумма степеней вершин.  $\Rightarrow$  стороны каждой вершины  $\geq 1$ .

Пример: ~~Для всех  $i \in N$~~  Пусть  $a_1, \dots, a_8$  — команды. Для  $i \in N$  и  $i \in [1; 8]$  команда  $a_i$  играет вничью с командами  $a_{i+1}$ , степень каждой вершины 1. Всего ничей 8.

Ответ: 8.

## Задача 5

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k 7^l, \text{ при } a \geq 0: 4 = 2^k 7^l \Rightarrow k=2; l=0.$$

$$3^{2a} + 3^a + 2 \equiv 2 \pmod{8} \text{ при } a \geq 0$$

$$2^k 7^l \equiv 2 \pmod{8} \Rightarrow (-1)^k \cdot 7^l \equiv -1 \pmod{8} \Rightarrow k \text{ — нечетн.}$$

Рассмотрим остатки по модулю 4:

$$3^{2a} + 3^a + 2 \equiv 1^{2a} + (-1)^a + 2 \pmod{4}$$

$$1^{2a} + (-1)^a + 2 \equiv 2^k 7^l \equiv 2^k (-1)^l \pmod{4}$$

$$1^{2a} + (-1)^a + 2 \equiv 2^k \pmod{4}, \text{ т.к.}$$

$$\text{При } a \text{ — четн. } \Rightarrow 2^k \equiv 0 \pmod{4}$$

$$\text{При } a \text{ — нечетн. } \Rightarrow 2^k \equiv 2 \pmod{4} \Rightarrow k=1$$

$$\text{При } a=1: 9+3+2=14 = 2 \cdot 7: \text{ Решете } a=1; k=1; l=1.$$

$$(-1)^a + (-2)^a + 2 \equiv 2^k \cdot 2^l \pmod{5}$$

$$\text{Ответ: } a=0; k=2; l=0; \\ a=1; k=1; l=1.$$

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Санкт-Петербург

Адрес площадки проведения

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 6 | 5 | 8 | 2 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр

Вариант № 1

Фамилия ПРАДЕА

Имя ВЛАДИМИР

Отчество ВЛАДИМИРОВИЧ

Дата рождения 23.02.2006 Класс 11

Предмет математика

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79214434252 Подпись Владимир

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.



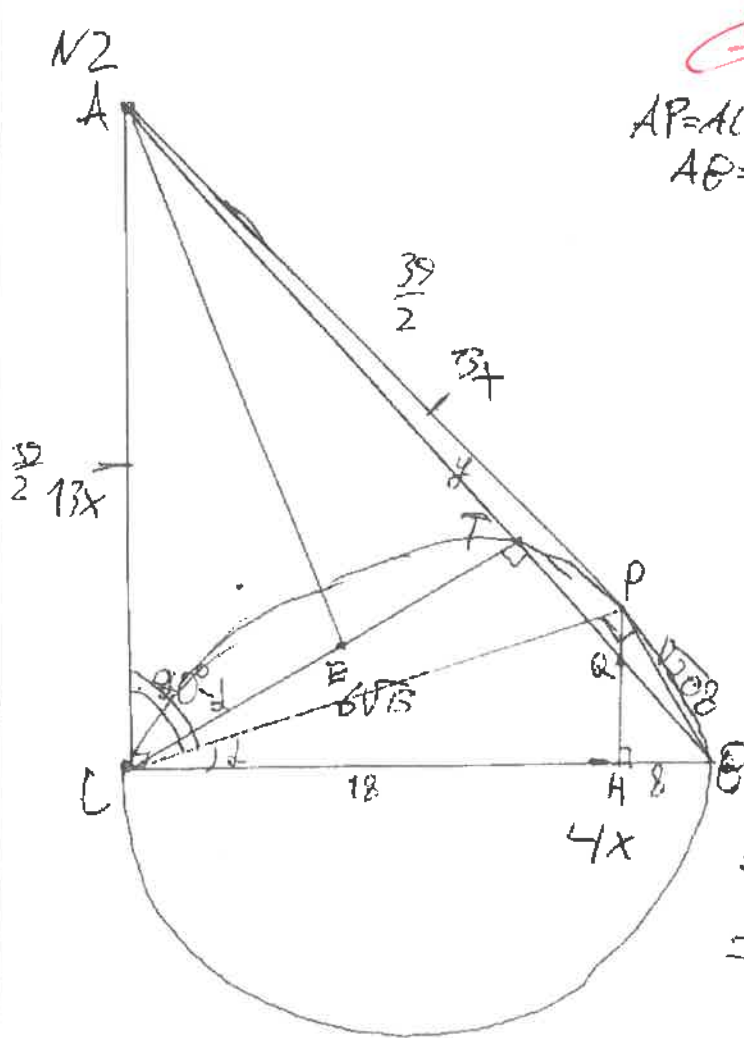
# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 6 5 7 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$AP = AC = 13x$$

$$AB = y$$

$$1) \triangle QHB \sim \triangle ACB$$

$$\text{Сог. } \frac{QH}{AC} = \frac{4}{13}$$

$$\angle LPB = \angle CPB = 90^\circ \Rightarrow PH \perp CB$$

$$\Rightarrow PH = 12, AC = AP \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle ALPPB$$

$$2) \angle PH = \angle; \angle ALP = 90^\circ - \angle;$$

$$AE - \text{высота в } \triangle ALP$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{AC} = \cos(90^\circ - \angle) = \sin \angle \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AC = \frac{LE}{\sin \angle} \Rightarrow LP = \sqrt{CH^2 + HP^2}$$

$$= 6\sqrt{13}; \quad CP = \sqrt{CH^2 + HP^2}$$

$$CB^2 = PB^2 + CP^2 \Rightarrow PB = 4\sqrt{13}$$

$$CB^2 = PB^2 + CP^2 \Rightarrow PB = 4\sqrt{13}$$

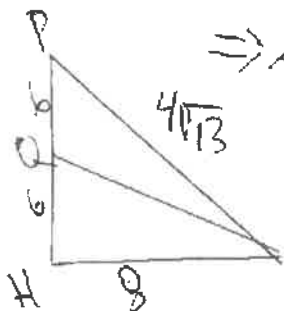
$$\Rightarrow AC = \frac{3\sqrt{13}}{\sin \angle}; \quad \sin \angle = \frac{CP}{CB} = \frac{4\sqrt{13}}{26}$$

$$\Rightarrow AC = \frac{39}{2} \Rightarrow QH = \frac{4}{13} AC = \frac{42}{13} \cdot \frac{39}{2} = 6$$

$$S_{ABPQ} = S_{ABHP} - S_{QHB}$$

$$S_{ABPQ} = \frac{1}{2} \cdot PH \cdot HB - \frac{1}{2} \cdot QH \cdot HB = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 8 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 48 - 24 = 24$$

Ответ: 24.





N1 Число способов выложить 7 кроков и 6 грибов =  
 (покажем)  
 = числу перестановок  $\checkmark$   $4+6=13$  и равно

$$\text{равно } \frac{13!}{6!4!} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{\cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} = 13 \cdot 12 \cdot 11 = 1716$$

Но промежутки между ходами  
 могут быть разной длины.

Мы разделили 4 крока и 6 грибов

промежутков для ходов всего  $= 4+6+1=11$ .

Как нужно разложить 10 ходов по этим  
 промежуткам.

$$\text{Это } C_{11}^{10} = \frac{11!}{10!1!} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{\cancel{10} \cdot \cancel{9} \cdot \cancel{8} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} = 11$$

Итого всего кол-во способов  $1716 + 11 =$

$$= 1716 + 11 = 1727$$

Ответ: 17171716.

N5  $3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k \cdot 7^l$  Замечка  $3^a = x$

$$x^2 + x + 2 - 2^k \cdot 7^l = 0$$

$$D = 1 - 4(2 - 2^k \cdot 7^l) = 1 - 8 + 2^{k+2} \cdot 7^l = 2^{k+2} \cdot 7^l - 7 =$$

$$= 7 \cdot (2^{k+2} \cdot 7^{l-1} - 1)$$

Как необходимо, чтобы  $(2^{k+2} \cdot 7^{l-1} - 1) : 7$   
 но если  $l > 1$ , то  $2^{k+2} \cdot 7^{l-1} - 1 \not\equiv 0 \pmod{7}$  (т.к. это число  
 от  $2^{k+2} \cdot 7^{l-1}$  (которое делится) на 1)

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 6 5 7 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

значит  $\ell = 0$  или  $\ell = 1$

~~Итак~~

1)  $\ell = 0$ , тогда  $2^{k+2} \cdot 4^{\ell-1} - 1 \neq 7 \Rightarrow$

$\Rightarrow x$  не может быть степенью тройки, но если  $a = 0$ , то всё хорошо

Решение  $(0, 2, 0)$  подходит  
 $a=0, k=2, \ell=0$

2)  $\ell = 1$ , тогда  $2^{k+2} \cdot 4^{\ell-1} - 1 = 2^{k+2} - 1 : 4$

~~а так как~~

$a=1 \Rightarrow 2^3 - 1 = 7$

$2^{k+2} - 1 : 4$  при  $k=3m+1$ , где  $m \geq 0$

Док-во:

$2^3 = 8 = (4+1)$

$2^{k+2} = 2^{3m+1+2} = 2^{3m+3} = (2^3)^{m+1} = (4+1)^{m+1} =$

$= 4^{m+1} + k_1 \cdot 4^m + k_2 \cdot 4^{m-1} + \dots + 1$  все слагаемые делятся

на 4 кроме последнего  $\Rightarrow$  остаток равен

единице, а значит  $2^{k+2} - 1 : 4$  при  $k=3m+1$

$\frac{2^{k+2} - 1}{4} = \frac{4^{m+1} + k_1 \cdot 4^m + k_2 \cdot 4^{m-1} + \dots + 1}{4} =$

$= 4^m + k_1 \cdot 4^{m-1} + \dots + k_m$  это число не может быть квадратом

$\Rightarrow$  корней не существует для всех  $k \geq 1$ , а значит  $k=1$ , тогда  $D = 4 \cdot (2^3 - 1) = 49$



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 6 5 7 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$x = \frac{-1 \pm 4}{2}$$

$$\begin{cases} x=3 \Rightarrow 3^a = 3, a=1 \\ x=-4 \text{ не подходит} \end{cases}$$

решения (1; 1; 1) (a=1; k=1; e=1)

группа решений нет

Ответ:  $(0; 2; 0)$  и  $(1; 1; 1)$

$$N^3 \frac{z^2 - xy}{x+y+2z} + \frac{x^2 - yz}{2x+y+z} + \frac{y^2 - zx}{x+2y+z} \geq 0$$

Заменим переменные, т.к. знаменатель можно сократить

$$(z^2 - xy)(2x^2 + 4xy + 2xz + xy + 2y^2 + yz + zx + 2yz + z^2) + (x^2 - yz)(x^2 + 2xy + xz + xy + 2y^2 + 2y + 2zx + 4zy + 2z^2) + (y^2 - zx)(2x^2 + xy + xz + 2xy + y^2 + 4zx + 2zy + 2z^2) =$$

$$2x^2z^2 + 4xyz^2 + 2xz^3 + xy^2z^2 + 2y^2z^2 + yz^3 + z^3x + 2yz^3 + 2z^4 - 2x^3y - 4x^2y^2 - 4x^2zy - x^2y^2 - 2xy^3 - y^2zx - 2x^2y - 2y^2zx - 2z^2xy +$$

$$x^4 + 2x^3y + x^3z + x^3y + 2y^2x^2 + 2yx^2 + 2zx^3 + 4zyx^2 + 2z^2x^2 - x^2yz - 2xy^2 - xz^2y -$$



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 6 5 7 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверять только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$\begin{aligned}
 & -xy^2z - 2y^3z - 2y^2z - 2z^2y - 4z^2y^2 - 2z^3y + \\
 & + 2x^2y^2 + xy^3 + xzy^2 + 2xy^3 + y^4 + y^3z + 4zxy^2 + \\
 & + 2zy^3 + 2z^2y^2 - 2zx^3 - x^2yz - x^2z^2 - 2zx^2y - \\
 & - 2xy^2z - z^2yx - 4z^2x^2 - 2z^2yx - 2z^3x
 \end{aligned}$$

Все слагаемые чисел сокращаются  
в числителе, а знаменатель = 0.  
Ч.Т.П.



## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Санкт-Петербург

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 8 | 3 | 4 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия ПИНУС

Имя ИГОРЬ

Отчество ВЛАДИМИРОВИЧ

Дата рождения 23.09.2005 Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79216518928 Подпись Pinus

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 0 8 3 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

③  $\frac{z^2}{x+y+z} + \frac{x^2}{z+y+z} + \frac{y^2}{x+z+y} \geq \frac{xy}{x+y+z} + \frac{yz}{z+y+z} + \frac{zx}{x+z+y}$  доказать  
\* :  $x, y, z > 0$

]  $a = x+y+z$ , тогда

$$\frac{z^2}{a+z} + \frac{x^2}{a+x} + \frac{y^2}{a+y} - \frac{xy}{a+z} - \frac{yz}{a+x} - \frac{zx}{a+y} \geq 0$$

приведем к общему знаменателю

$$\frac{(z^2 - xy)(a^2 + ax + ay + xz) + (x^2 - yz)(a^2 + az + ay + zy) + (y^2 - zx)(a^2 + az + ax + xz)}{(a+z)(a+x)(a+y)} \geq 0$$

так как  $z, x, y > 0$  и  $a = x+y+z > 0$ , то нам достаточно того, чтобы числитель был неотрицательным

$$z^2a^2 + z^2ax + z^2ay + z^2xz - xya^2 - axy^2 - axyz - x^2y^2 + x^2a^2 + azx^2 + ayx^2 + zyx^2 - yza^2 - ayz^2 - azyz - z^2y^2 + y^2a^2 + y^2az + y^2yx + y^2xz - zx^2a^2 - z^2ax^2 - azx^2 - x^2z^2 \geq 0$$

⇕

$$z^2a^2 + z^2xy - xya^2 - x^2y^2 + x^2a^2 + zyx^2 - yza^2 - z^2y^2 + y^2a^2 + y^2xz - zxa^2 - x^2z^2 \geq 0$$

$$a^2(z^2 + x^2 + y^2 - xy - yz - zx) + z^2xy + zyx^2 + y^2xz - x^2y^2 - z^2y^2 - x^2z^2 \geq 0$$

$$a^2(z^2 + x^2 + y^2 - xy - yz - zx) + xyz(z + x + y) - x^2y^2 - z^2y^2 - x^2z^2 \geq 0$$

Рассмотрим квадратный трехчлен относительно  $a$ :

$$a^2(\dots) + a(\dots) + \dots \geq 0$$

Заметим, что вершина параболы в точке  $x = \frac{-xyz}{2(z^2 + x^2 + y^2 - xy - yz - zx)}$

Так как  $2(z^2 + x^2 + y^2 - xy - yz - zx)$  всегда полож., то вершина  $x_0$  находится слева от оси ординат (хотимось) коэфф. при вершине  $a$  больше нуля, значит ветви направлены вверх и пересекаются ось  $ox$  в двух точках.  $\frac{1}{2}$  нам достаточно узнать правду из них и убедиться в том, что она не правее центра (тобы  $a = x+y+z > 0$ )

Действительно, при  $a = 0$ , т.е. ( $x=y=z=0$ ) парабола пересекает ось  $ox$  (квадр. трехчлен обращается в 0), а значит при больших  $x, y, z$  (отличных от нуля (правес)), значение трехчлена будет всегда положительным, з.т.д.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 0 8 3 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в правой строке

- ① 7 орехов  
6 грибов  
10 мух

Никакие 2 мухи не должны летать рядом

..... - 13 предметов (орехи и грибы)

Рассмотрим кол-во возможных для мух мест:

I муху можно положить на 1 из 14 мест (начиная от самого левого, заканчивая самым правым)

II муху можно положить на 1 из 13 мест

III муху — на 12 мест и т.д.

Всего до Холма, где кончается .....  
5 мест

Итого,  $14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5$

но некот. случаи повторяются, поэтому вернее будет записать

$$C_{14}^{14-10} = C_{14}^4 = \frac{14!}{4!10!} = \frac{14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 7 \cdot 13 \cdot 11 = 1001$$

Всего у бельчонка есть  $(7+6+10)! = 23!$  способ разместить в ряд 23 предмета, но так как наши предметы повторяются (все орехи, и грибы, и мухи между собой одинаковы), то кол-во способов уменьшается до  $\frac{23!}{10!6!7!}$

Возможностей разместить 2 ряд только грибов и орехи:  $\frac{13!}{6!7!}$

$\frac{13!}{6!7!} \cdot 1001$  (так как для каждой ситуации расположения грибов и орехов существует 1001 ситуация расположения мух)

Ответ:  $\frac{13!}{6!7!} \cdot 13 \cdot 11 \cdot 7$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 0 8 3 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в решете справа

⑤  $3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k 7^e$

Решить в целых неотриц. числах.

$a, k, e \in \mathbb{Z}; a, k, e \geq 0$

• Начнём перебирать случаи с  $a=0$ :

$3^{2 \cdot 0} + 3^0 + 2 = 4$  где  $a=0$  подходит  $k=2$  и  $e=0$

$a=0$   
 $k=2$   
 $e=0$

•  $a=1$ :  $3^{2 \cdot 1} + 3^1 + 2 = 14$  где  $a=1$  подходит  $k=1$  и  $e=1$

$a=1$   
 $k=1$   
 $e=1$

•  $a=2$ :  $3^{2 \cdot 2} + 3^2 + 2 = 92$   $92 = 2 \cdot 2 \cdot 23$  - не подх., т.к. 92 должно делиться либо на  $2^k$ , либо на  $7^e$ , либо на  $2^k \cdot 7^e$

•  $a=3$ :  $3^{2 \cdot 3} + 3^3 + 2 = 758$   $758 = 2 \cdot 379$  379 не дел. ни на 2, ни на 7 - не подх.

Аналогично при  $a=4$ :  $3^{2 \cdot 4} + 3^4 + 2 = 6644$

$6644 = 2 \cdot 2 \cdot 1661$ , но 1661 не дел. ни на 2, ни на 7 - не подх.

Так можно продолжать долго, а можно заметить, что

при  $a=0$ :  $3^{2a} + 3^a + 2 \equiv 4$

$a=1$ :  $3^{2a} + 3^a + 2 \equiv 0$

$a=2$ :  $3^{2a} + 3^a + 2 \equiv 1$

$a=3$ :  $3^{2a} + 3^a + 2 \equiv 2$

$a=4$ :  $3^{2a} + 3^a + 2 \equiv 1$

$a=5$ :  $3^{2a} + 3^a + 2 \equiv 2$

( $3^{2 \cdot 5} + 3^5 + 2 = 60041$ )  $60041 \bmod 7 = 2$   
и не дел. на 2

Таким образом, остатки при  $a \geq 2$  образуют цикл (1, 2) длины 2, а значит при  $a \geq 2$  решений нет

$a=0; k=2; e=0$

$a=1; k=1; e=1$

— единственные целые неотриц. решения

Ответ:  $a=0; k=2; e=0$   
или

$a=1; k=1; e=1$

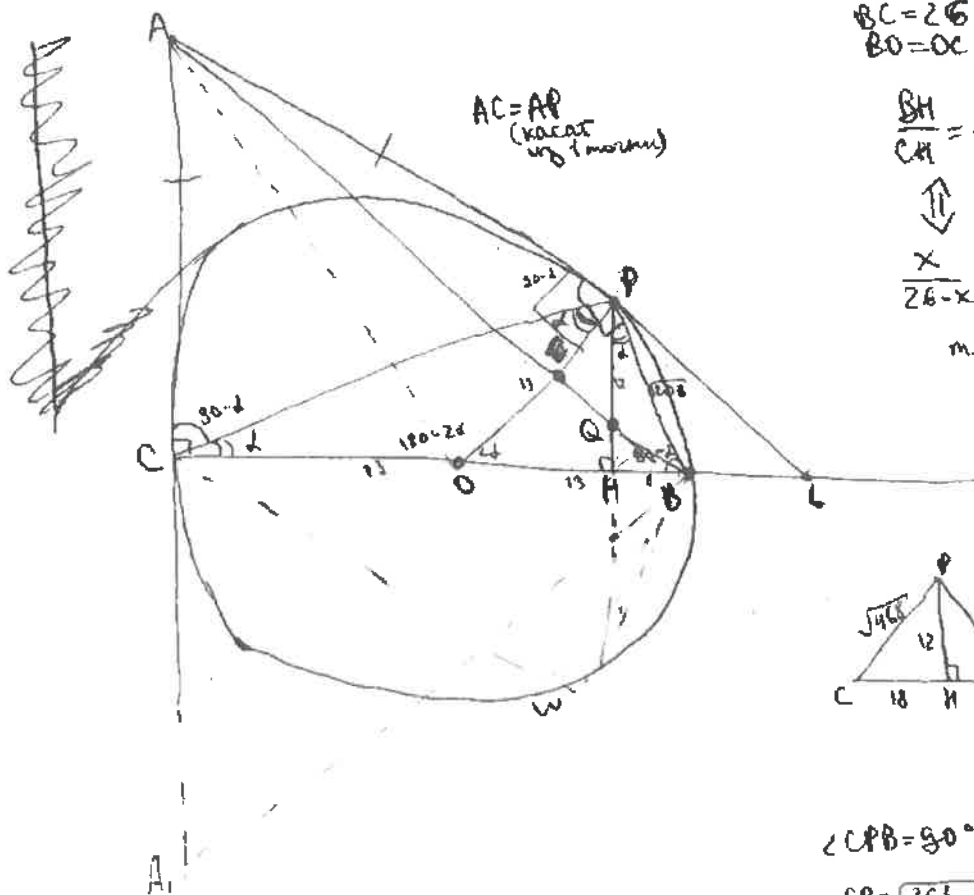
## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 8 | 3 | 4 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

**Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)**

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа  
и ранке справа



$$BC = 26$$
$$BO = OC = 13 = r$$

$$\frac{BH}{CH} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{x}{28-x} = \frac{4}{9} \rightarrow x = 8,$$

m.c. BH = 6  
CH = 18

Tonga  $OH = OD - BH$   
 $\frac{11}{5}$



$$PH = \sqrt{CM \cdot BM}$$

$$PB = \sqrt{PH^2 + HS^2} = \sqrt{208}$$

$\angle CPB = 90^\circ$ , т.к.  $CB$  - диаметр

$$CP = \sqrt{26^2 - (\sqrt{208})^2} = \sqrt{468}$$

Заметим, что  $\angle ACP = \angle APC$  ( $AC = AP$ )  
и  $\angle PCO = \angle CPO$  ( $CO = OP = r$ )

$$\angle ACP + \angle PCO = 30^\circ \quad (\angle APC + \angle CPO = 90^\circ), \text{ тогда } \angle APO + \angle CPB = 180^\circ - \angle CPO$$

(по углам смежных)

$\exists \angle PO = \alpha$ , тогда см. рисунок (там много углов)

Из равенства отрезков  $HQ$  и  $QP \rightarrow BQ$  - медиана в  $\triangle BPH$

7.  $HQ = 6 = PQ$

$$S_{\text{POB}} = S_{\text{PHB}} - S_{\text{QHB}} = 8 \cdot 12 \cdot \frac{1}{2} - 8 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} = \frac{8 \cdot 12 - 8 \cdot 6}{2} = 8 \cdot 6 - 8 \cdot 3 = 24$$

Om-ben: 24



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 О 8 3 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках справа

Задача 4 20 команд  
 поб = 2 очка  
 нич = 1 очко  
 пор = 0 очков

Это значит, что каждые 3 команды в играх между собой набрали разное кол-во очков?

Значит, что в каждой игре могло быть либо 2 ничьих (и 1 не ничья), либо 1 ничья (и 2 не ничьих), либо 0 ничьих (и 3 не ничьих, но тогда какая-то из команд должна была выиграть оба матча, иначе у всех трёх по 2 очка - противоречие)

Всего было сыграно  $\frac{20 \cdot 19}{2} = 190$  игр и разграно  $190 \cdot 2 = 380$  очков.

Предположим, что во всех играх было по 2 ничьих (так как нам надо найти макс число (возможное) ничьих)

Всего мы можем составить  $\frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{3!}$  троек (без повторений)

$$\frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{6} = 60 \cdot 19 \text{ троек} = 1140 \text{ троек}$$

Но если в каждой игре будет по 2 ничьих, мы быстрее придём к противоречию. На самом деле, в половине троек будет по 2 ничьих, а в другой половине - по 1 ничье.

$$\text{Всего ничьих} \leftarrow \frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{3}}{2} \cdot 190 = 95$$

2 ничьи в 3 матчах      1 ничья в 3 матчах

Ответ: 95

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. РОСТОВ-НА-ДОНУ

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 8 | 8 | 1 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия БАГАДСАРЯН

Имя АРКАДИЙ

Отчество АЛБЕРТОВИЧ

Дата рождения 04.01.2007

Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы 26.01.2023

Номер телефона +79882516200

Подпись



Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 8 8 1 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

7 орехов, 6 чизов, 10 яиц.

13 - не ягода; 10 - яйцо

Всего: 23

1. Рассмотрим кол-во комбинаций, когда 4 не входит вчет

подряд.

Таких комбинаций будет 10.

2. Рассмотрим кол-во комбинаций когда 3 не входит вчет

подряд.

Таких комбинаций будет 21

3. Рассмотрим кол-во комбинаций, когда 2 не входит вчет

подряд.

Данный случай отличается от предыдущих т.к. если в наборе у нас должны быть обязательно две пары не яиц

Рассмотрим первый случай, когда начинается с Н Н

Таких комбинаций будет 10

и рассмотрим второй, когда Н Я Н Я

Таких комбинаций у нас 6

и теперь рассмотрим только способ или можно составить

чизы и орехи из 13 яиц

чизы и орехи 4 из 13 яиц

чизы и орехи 4 из 13 яиц

чизы и орехи 4 из 13 яиц

чизы и орехи 4 из 13 яиц

чизы и орехи 4 из 13 яиц

чизы и орехи 4 из 13 яиц

чизы и орехи 4 из 13 яиц

чизы и орехи 4 из 13 яиц

чизы и орехи 4 из 13 яиц

Ответ: 1753

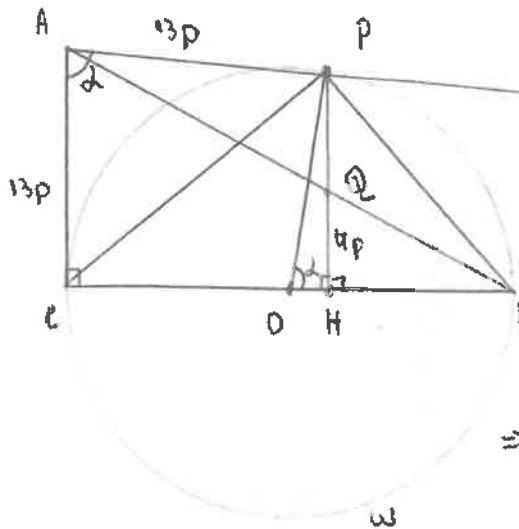
# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 8 8 1 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2



Дано:  $BC=26$ ,  $\frac{BP}{AQ} = \frac{4}{9}$

Найти:  $S_{ABPQ}$ .

Решение: Пусть  $BQ = 4x$ , тогда  $AQ = 9x \Rightarrow 13x = 26 \Rightarrow x = 2$

$\Rightarrow BQ = 8$ ,  $AQ = 18$ ,  $OB$  — радиус  $\Rightarrow OB = \frac{26}{2} = 13$ , тогда  $OQ = 13 - 8 = 5$

Рассмотрим  $\triangle POQ$ .  $OQ = 5$ ,  $OP = 13 = R \Rightarrow$  по теореме Пифагора  $PO^2 = OQ^2 + PQ^2 \Rightarrow PQ^2 = 169 - 25 \Rightarrow PQ = 12$ . Пусть, угол  $\angle POQ = \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{OQ}{OP} = \frac{5}{13}$ .  $\angle COP = 180 - \alpha$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$  т.к.  $AC \perp BC$  и  $\angle APQ = 90^\circ$  т.к. радиус  $\perp$  касательной  $\Rightarrow$   
 $\angle ACP + \angle APQ + \angle COP + \angle CAP = 360^\circ \Rightarrow 90 + 90 + 180 - \alpha + \angle CAP = 360 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \angle CAP = \alpha$ ;  $\triangle ACB \sim \triangle QNB$   $\angle CBA$  — общий и  $\angle ACB = \angle QNB = 90^\circ$   
 тогда  $\frac{AC}{QN} = \frac{BC}{BN} \Rightarrow \frac{AC}{QN} = \frac{26}{8} = \frac{13}{4} \Rightarrow$  Пусть  $QN = 4r$ , тогда  $AC = 13r$   
 Определим касательную, проведенную из одной точки радиус, тогда  $AC = AP = 13r$ , как мы уже доказали.  $\angle CAP = \angle POQ \Rightarrow \cos \angle CAP = \cos \alpha = \frac{5}{13}$   
 Из  $\triangle CQP$  по теореме Пифагора найдем  $PQ$ ,  $PQ^2 = CQ^2 + CP^2 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow PQ = \sqrt{324 + 144} = \sqrt{468} = 6\sqrt{13}$ . По теореме косинусов в  $\triangle CAP$ ,  $CP^2 = AC^2 + AP^2 - 2 \cdot AC \cdot AP \cdot \cos \alpha \Rightarrow 468 = 169r^2 + 169r^2 - 2 \cdot 169r^2 \cdot \frac{5}{13}$   
 $468 = 2 \cdot 169r^2 - 130r^2 \Rightarrow 468 = 338r^2 - 130r^2 \Rightarrow 468 = 208r^2 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow 234 = 104r^2 \Rightarrow 117 = 52r^2 \Rightarrow 13 = 4r^2 \Rightarrow r = \frac{1}{2} \Rightarrow P = \frac{1}{2} \left( r = \frac{1}{2} \right.$   
 стороны  $\Delta \Rightarrow QN = \frac{4 \cdot \frac{1}{2}}{1} = 2 \Rightarrow PQ = 6$ ,  $S_{\triangle QNB} = \frac{12 \cdot 4}{2} = 48$   
 $\frac{S_{ABPQ}}{S_{\triangle QNB}} = \frac{PQ}{QN} \Rightarrow \frac{48}{S_{ABPQ}} = \frac{12}{6} \Rightarrow \frac{48}{S_{ABPQ}} = 2 \Rightarrow 2S_{ABPQ} = 48 \Rightarrow S_{ABPQ} = 24$

Ответ: 24

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 8 8 1 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамках справа

$$\frac{z^2}{x+y+2z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \stackrel{N3}{\geq} \frac{xy}{x+y+2z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z}$$

$$\frac{z^2-xy}{x+y+2z} + \frac{x^2-yz}{2x+y+z} + \frac{y^2-zx}{x+2y+z} \stackrel{?}{\geq} 0$$

1. Предположим, что  $x \geq y \geq z$ .

2. Сравним знаменатели  $x+y+2z$  и  $2x+y+z$  и  $x+2y+z$   
 $x+y+2z$  и  $2x+y+z$ ; или предположим, что  $x \geq y \geq z$   
 тогда  $2x+y+z > x+y+2z$ ,  $\Rightarrow$  если же знаменатели  
 больше  $\Rightarrow$  сама дробь меньше, тогда мы  
 или можем заменить знаменатели;  ~~$\frac{z^2-xy}{2x+y+z}$~~  на  
 $\frac{z^2-xy}{x+y+2z} \Rightarrow$  получим:

$$\frac{z^2-xy}{x+y+2z} + \frac{x^2-yz}{2x+y+z} + \frac{y^2-zx}{x+2y+z} \stackrel{?}{\geq} 0$$

$$\frac{z^2-xy+x^2-yz+y^2-zx}{x+y+2z} \stackrel{?}{\geq} 0, \text{ так как числа } x, y, z > 0 \text{ по условию.}$$

$\Rightarrow 2x+y+z > 0$ , тогда рассмотрим числитель:

$$z^2-xy+x^2-yz+y^2-zx \geq 0 \quad | :2 \Rightarrow 2z^2-2xy+2x^2-2yz+2y^2-2zx \geq 0$$

$$(x-y)^2 + 2z^2 + x^2 + y^2 - 2yz - 2zx \geq 0 \Rightarrow (x-y)^2 + (z-x)^2 + z^2 + y^2 - 2yz \geq 0$$

$$\Rightarrow (x-y)^2 + (z-x)^2 + (z-y)^2 \geq 0 \Rightarrow \text{сумма квадратов чисел}$$

всегда  $\geq 0 \Rightarrow$  ч. т. д.



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

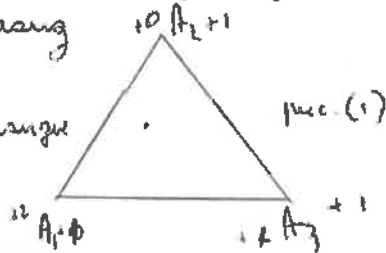
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | О | О | О | 2 | 8 | 8 | 1 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверять только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Всего у нас <sup>ни</sup> ~~имеется~~ 20 команд, две из них рассмотрим граф из 3 команд  $A_1, A_2, A_3$  рис. (1).

Согласно условию между 3 командами уровни между собой образуют какое-то количество связей.



То есть в этом графе не может быть 3 связей, следовательно наибольшее количество связей в графе из 3 команд - это ~~три~~ 2 связи, а также в этом графе всего 3 узла. Значит, тогда найдем количество всех игр среди 20 команд и будет  $1+2+3+\dots+19 = 190$  игр.  $\Rightarrow$  на каждую 3 игры будет 2 связи между командами  $190/3 \approx 63$ , округлим в меньшую сторону тогда максимальное количество связей -  $63 \cdot 2 = 126$

Ответ: 126

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 8 8 1 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k \cdot 7^l.$$

N5

1. Рассмотрим случаи  $a=0, k=0, l=0$ :  $\begin{cases} a, k, l \geq 0 \\ 0, k, l \in \mathbb{Z} \end{cases}$   
 $1+1+2 \neq 1 \Rightarrow 4 \neq 1 \Rightarrow$  не подходит.

2. Рассмотрим случаи  $a=0, k, l \neq 0$ .

$$4 = 2^k \cdot 7^l \quad 4 \equiv 4 \quad 2^k \cdot 7^l \equiv 0 \Rightarrow \text{Нет решений.}$$

3. Рассмотрим случаи  $k=0, a, l \neq 0$

$$3^a(3^a+1)+2=7^l, \quad 7^l - \text{всегда нечетное число}$$

$3^a(3^a+1)$  - четное умножить на нечетное  
 $\Rightarrow$  вычитание.  $3^a(3^a+1)+2 \equiv 0 \pmod{2}$

Сделаем вывод, что при  $a=0, k, l \neq 0$

4.  $k=0, a, l \neq 0$  - Нет  $\delta$  решений

4. Рассмотрим случаи  $a=k=0, l \neq 0$

$$4 = 7^l - \text{очевидно, что решений нет т.к. } 4 \equiv 0 \pmod{7}, 7^l \not\equiv 0 \pmod{7}$$

5. Из этого можно сделать вывод, что при  $l \geq 1$  решений у уравнения не будет.

Тогда будем рассматривать случаи при  $l=0$

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k \Rightarrow 3^a(3^a+1)+2=2^k \Rightarrow 3^a(3^a+1)=2^k-2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3^a(3^a+1)=2(2^{k-1}-1) \Rightarrow \text{Рассмотрим остатки от деления на 3}$$

$$\begin{matrix} 3^a(3^a+1) \equiv \begin{cases} 2 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{cases} & \text{и} & 2(2^{k-1}-1) \equiv \begin{cases} 2 \\ 6 \\ 5 \\ 3 \\ 8 \end{cases} \end{matrix}$$

6. Очевидно, что или не подходит или из-за.  $3^a(3^a+1)$  имеет остаток 2 или 3, т.е.  $a=0, a=1$ . Теперь решим два уравнения

$$\begin{cases} 4 = 2^k \Rightarrow k=2 \\ 8 = 2^k \Rightarrow k=3 \end{cases} \Rightarrow (a, k, l) = (0, 2, 0); (1, 3, 0)$$

Ответ:  $(0, 2, 0); (1, 3, 0)$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Кулаковский 42 ТУК СВРЗ

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 8 | 8 | 5 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 2

Фамилия Христофоров

Имя Виталий

Отчество Николаевич

Дата рождения 12.03.2005 Класс 11

Предмет математика

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы 26.02.23

Номер телефона +7 914 288 67-25 Подпись Христофоров

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 2 8 8 5 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках стрелы

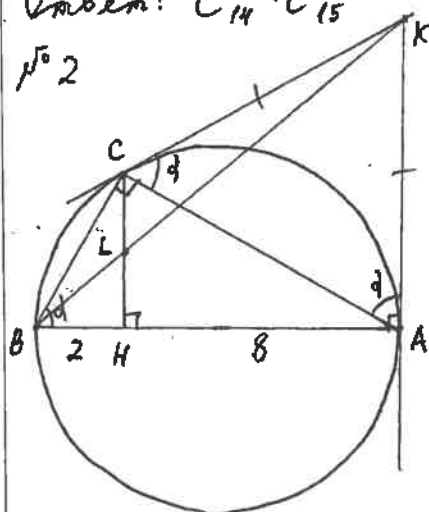


№1. Расставим в ряд все орехи и грибы, всего способов  $C_{14}^6$ , т.к. это всё равно что из 14 орехов 6 штук залепить на грибы. А теперь в каждом ряду из орехов и грибов расставим 10 ягод между ними. Всего мест между ними 13 и ещё с краёв 2. Тогда всего способов таких расстановок  $C_{15}^{10}$ . Тогда всего способов, удовлетворяющих условию.

$$C_{14}^6 \cdot C_{15}^{10} = \frac{14!}{8! \cdot 6!} \cdot \frac{15!}{10! \cdot 5!} = 20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 0 \cdot 2 = 62$$

Ответ:  $C_{14}^6 \cdot C_{15}^{10}$

№2



$$\begin{cases} BH:HA = 1:4 \\ BH+HA = 10 \end{cases} \Rightarrow BH=2, HA=8$$

$$CH^2 = BH \cdot HA = 16 \Rightarrow CH = 4;$$

т.к. KA и KC — касательные из одной точки, то они равны. Пусть  $\angle CBH = d$ . Угол  $\angle CBH$  опирается на хорду AC  $\Rightarrow \angle KCA = \angle KAC = \angle CBH$

$$CA^2 = CK^2 + AK^2 = 4^2 + 8^2 = 16 + 64 = 80 \Rightarrow CA = 4\sqrt{5}$$

Пусть  $AK = CK = x$ .  ~~$\angle CBH = d$~~

$$BC = \sqrt{CH^2 + BH^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}; \cos d = \frac{BH}{BC} = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{По теореме косинусов } x^2 = x^2 + AC^2 - 2x \cdot AC \cdot \cos d \Rightarrow$$

$$AC^2 = 2x \cdot AC \cdot \cos d \Rightarrow x = \frac{AC}{2 \cos d} = \frac{4\sqrt{5} \cdot 5}{2 \cdot \sqrt{5}} = 10. CH \perp BA \text{ и } KA \perp BA \Rightarrow$$

$$CH \parallel KA \Rightarrow \frac{BK}{HL} = \frac{BA}{AK} = \frac{10}{10} = 1 \Rightarrow HL = 2; \text{ т.к. } CH \parallel AK, \text{ то}$$

$$СКАН \text{ и } ЛКАН - \text{трапеции. } S_{СКАН} = \frac{4+10}{2} \cdot 8 = 56. S_{ЛКАН} = \frac{2+10}{2} \cdot 8 = 48 \Rightarrow S_{СКЛ} = S_{СКАН} - S_{ЛКАН} = 56 - 48 = 8.$$

Ответ: 8.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 2 8 8 5 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа

в рамке справа



№3 Пусть  $a+b+c=t$ ; тогда

$$\frac{c^2}{t+c} + \frac{a^2}{t+a} + \frac{b^2}{t+b} \geq \frac{ab}{t+c} + \frac{bc}{t+a} + \frac{ac}{t+b} \quad / \cdot (t+c)(t+b)(t+a)$$

$$c^2(t+b)(t+a) + a^2(t+b)(t+c) + b^2(t+a)(t+c) \geq ab(t+a)(t+b) + bc(t+b)(t+c) + ac(t+a)(t+c) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c^2t^2 + c^2ta + c^2tb + c^2ab + a^2t^2 + a^2tb + a^2tc + a^2bc + b^2t^2 + b^2ta + b^2tc + b^2ac \geq abt^2 + a^2bt + ab^2t + a^2b^2 + bct^2 + b^2ct + bc^2t + b^2c^2 + ac^2t^2 + a^2ct + ac^2t + a^2c^2 \Rightarrow$$

$$c^2t^2 + a^2t^2 + b^2t^2 + a^2bc + b^2ac + c^2ab \geq abt^2 + a^2bt + ab^2t + a^2b^2 + bct^2 + b^2ct + bc^2t + b^2c^2 + ac^2t^2 + a^2ct + ac^2t + a^2c^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{t^2}{2} (2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ac) + a^2bc + b^2ac + c^2ab \geq a^2b^2 + b^2c^2 + a^2c^2 \quad / - (a^2bc + b^2ac + c^2ab) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{t^2}{2} (a^2 - 2ab + b^2 + a^2 - 2ac + c^2 + b^2 - 2bc + c^2) \geq$$

$$\geq \frac{1}{2} (a^2b^2 - 2b^2ac + b^2c^2 + a^2b^2 - 2a^2bc + a^2c^2 + a^2c^2 - 2c^2ab + c^2b^2) / 2$$

$$\Rightarrow \frac{t^2}{2} ((a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2) \geq b^2(a-c)^2 + a^2(b-c)^2 + c^2(a-b)^2 \Rightarrow$$

$$(a+b+c)^2(a-b)^2 + (a+b+c)^2(a-c)^2 + (a+b+c)^2(b-c)^2 \geq b^2(a-c)^2 + a^2(b-c)^2 + c^2(a-b)^2$$

$$\Rightarrow (a-b)^2((a+b+c)^2 - c^2) + (a-c)^2((a+b+c)^2 - b^2) + (b-c)^2((a+b+c)^2 - a^2) \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (a-b)^2(a+b+2c)(a+b) + (a-c)^2(a+b+c)(a+c) + (b-c)^2(2a+b+c)(b+c) \geq 0$$

Квадраты  $\geq 0$   
П.к.  $a, b, c > 0$ , то эти выражения  $> 0$



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 2 8 8 5 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа

№5  $3^{2a} - 3^a + 2 = 2^k 7^l$ . Пусть  $3^a = X$ ; т.к.  $0, k, l \geq 0$ , то  $X_{\min} = 1$ , когда  $a = 0$ , при  $a = 0$   $X - X + 2 = 2^k \cdot 7^l \Rightarrow k = 1, l = 0$

В остальных случаях  $X \geq 3$ .

$X^2 - X + (2 - 2^k 7^l) = 0$ . Чтобы существовали  $a, k, l$  удовлетворяющие уравнению, в уравнение должно иметь корни. Допустим корни один, тогда он касается абсциссу в точке  $X_0 = -\frac{-1}{2} = \frac{1}{2}$ , но  $X \geq 1$ , то есть  $D$  обязательно должен быть  $\geq 0$  и мы смотрим только положительные целый корни, т.к.  $X \geq 1$ ; Тогда:

$$D = 1 - 4(2 - 2^k 7^l) > 0 \Rightarrow 1 - 8 + 4 \cdot 2^k 7^l = 2^{k+2} \cdot 7^l - 7 > 0;$$

$$X = \frac{1 + \sqrt{2^{k+2} \cdot 7^l - 7}}{2}. \text{ т.к. } X \geq 3, \text{ то } 2X \geq 6 \Rightarrow (1 + \sqrt{2^{k+2} \cdot 7^l - 7}) \geq 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{2^{k+2} \cdot 7^l - 7} = 6q + 5, \text{ где } q - \text{целое кестр. число.}$$

$$2^{k+2} \cdot 7^l - 7 = 36q^2 + 60q + 25 \Rightarrow 2^{k+2} \cdot 7^l = 36q^2 + 60q + 32 \quad | :4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^k \cdot 7^l = 9q^2 + 15q + 8$$

№4 Рассмотрим одну тройку, в ней не могло быть трёх книг, т.к. книга у всех равные баллы, поэтому макс. книг в тройке это 2: пример  $\begin{matrix} 3 & \xrightarrow{\text{победа}} & 1 \\ & \text{ниги} & \end{matrix}$

В таком случае если в каждой тройке 2 книги, то минимум есть  $\begin{matrix} 2 \\ \text{победа} \end{matrix}$

Всего игр  $\frac{24 \cdot 23}{2} = 12 \cdot 23$ . Если в каждой тройке по 2 книги то побед в общей  $\frac{12 \cdot 23}{3} = 4 \cdot 23$ . То есть в среднем каждая команда победила по  $\frac{4 \cdot 23}{24} \approx 3,8$  раза. Но если одна команда победила минимум два раза, то с противоположными командами она образует тройку, в которой максимума 1 книга. То есть во всех тройках не могло быть по две книги  $\Rightarrow$  книг меньше, чем  $8 \cdot 23 = 184$ .

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

МАОУ СОШ № 6, УИОПТ

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 8 | 5 | 9 | 7 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия ЛУКАШУК

Имя МИХАИЛ

Отчество СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 22.08.2005 Класс 77

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79874526676 Подпись Михайло

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 8 | 5 | 9 | 7 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|



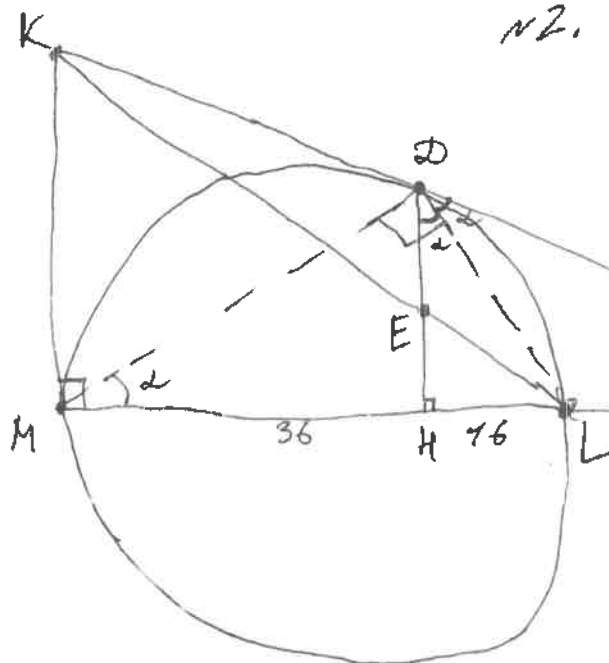
306

|    |    |    |   |    |          |
|----|----|----|---|----|----------|
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | $\Sigma$ |
| 20 | 20 | 20 | 0 | 16 | 76       |

$$\Rightarrow \frac{5}{13} \cdot \frac{11}{14} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{14 \cdot 13 \cdot 12}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 13 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 2 = 99 \cdot 769 \cdot 2 \cdot 14 = 338 \cdot 74 \cdot 99 = 4732 \cdot 99 = 468468$$

2) Тогда ответ 468468, если мы считаем все ядра, орехи и грибы одинаковыми, а если нет, то надо ещё домножить на  $7! \cdot 8! \cdot 5!$ , т.к. ~~в~~ в каждом полученном варианте мы получаем новые пути перестановкой орехов, ядов и грибов

n2.



г)  $\pi_k$ ,  $LM=52$ , а  $\frac{LH}{MH} = \frac{4}{9}$ , то  $LH=76$ ,

a  $MH=36$

2)  $\angle MDL = 90^\circ$ , т.к. он вписанный,  
опирающийся на диаметр  $ML \Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  по метрическим соотн.  
в т.р.  $\triangle MDL$ :

$$DH = \sqrt{MH \cdot LH} = 24. a$$

3)  $\angle DMH = \angle LQ$  (как гр. верш. кас. и хорды), где  $m. Q$  - пер.  $KD$  с  $ML$ ,  
значит  $\angle H \angle Q = 2d$

$$4) \operatorname{tg} \angle = \frac{HL}{DH} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3} \Rightarrow \operatorname{tg} 2\angle = \frac{\frac{2}{3} + \frac{2}{3}}{1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}} = \frac{\frac{4}{3}}{1 - \frac{4}{9}} = \frac{12}{5} = \frac{QH}{DH} =$$

$$= \frac{QL + 16}{24} \Rightarrow QL = \frac{12 \cdot 24 - 80}{5} = \frac{208}{5} = 41,6$$

$$5) \text{т.к. } DH \perp HL \text{ и } KM \perp ML, \text{ то } DH \parallel KM \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle DHQ \sim \triangle KMQ \Rightarrow \frac{KM}{DH} = \frac{MQ}{HQ} = \frac{93,6}{57,6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow KM = 24 \cdot \frac{93,6}{57,6} = \frac{936}{24} = 39$$

$$6) \text{ Тогда аналогично п.5) } \triangle KML \sim \triangle EHL \Rightarrow \frac{EH}{KM} = \frac{HL}{ML} = \frac{4}{13} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow EH = 12, \text{ значит } DE = 12; EL^2 = EH^2 + HL^2 \text{ по теореме}$$

$$\text{Пифагора} \Rightarrow EL = 20; \sin \angle HEL = \frac{HL}{EL} = \frac{16}{20} = 0,8 = \sin \angle DEL,$$

$$\text{т.к. } \angle DEL = 180^\circ - \angle HEL \Rightarrow S_{\triangle DEL} = \frac{DE \cdot EL \cdot \sin \angle DEL}{2} = \frac{12 \cdot 20 \cdot 0,8}{2} =$$

$$= 96. \text{ Ответ: } S_{\triangle DEL} = 96.$$

$$1) \frac{z^2}{x+y+z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \geq \frac{xy}{x+y+z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z}$$

2) Допустим на знаменателях (на их произведении), а т.к.  $x, y, z > 0$ , то знак не изменится, т.к. все знамен. больше нуля.

$$z^2(2x+y+z)(x+2y+z) + x^2(x+y+2z)(x+2y+z) + y^2(x+y+2z)(2x+y+z) \geq$$

$$\geq xy(2x+y+z)(x+2y+z) + yz(x+y+2z)(x+2y+z) + zx(x+y+2z)(2x+y+z)$$

3) Зная, что  $(2x+y+z)(x+2y+z) = 2x^2 + 4xy + 2xz + xy + 2y^2 + zy + zx + 2yz + z^2$ ,  
 $(x+y+2z)(x+2y+z) = 2y^2 + 2z^2 + x^2 + 5zy + 3xy + 3zx$  и что  
 $(x+y+2z)(2x+y+z) = 2x^2 + 2z^2 + y^2 + 5xz + 3xy + 3zy$  получим:

$$\begin{aligned}
 & 2x^2z^2 + 2y^2z^2 + z^4 + 5xy z^2 + 3z^3x + 3z^3y + 2y^2x^2 + 2z^2x^2 + x^4 + \\
 & + 5x^2yz + 3x^3y + 3x^3z + 2x^2y^2 + 2z^2y^2 + y^4 + 5xy^2z + 3xy^3 + 3y^3z \geq \\
 & \geq 2x^3y + 2xy^3 + xy z^2 + 5x^2y^2 + 3x^2yz + 3xy^2z + \\
 & + 2y^3z + 2yz^3 + x^2yz + 5y^2z^2 + 3xy^2z + 3xyz^2 + \\
 & + 2x^3z + 2xz^3 + xy^2z + 5x^2z^2 + 3x^2yz + 3xyz^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (z^4 + x^4 + y^4) + x^3y + xy^3 + y^3z + yz^3 + x^3z + xz^3 \geq (x^2y^2 + x^2z^2 + \\
 & + y^2z^2) + xy^2z + xy^2z + x^2yz + x^2yz + xy z^2 + xy z^2
 \end{aligned}$$

4) П.к. все симметрично относ.  $x, y, z$ , но можем без ограничений общности считать, что  $x \geq y \geq z$

тогда: для  $x^2 \geq y^2 \geq z^2 \Rightarrow$  по транзитивности:  $x^2 \cdot x^2 + y^2 \cdot y^2 +$

$$+ z^2 \cdot z^2 \geq x^2 \cdot y^2 + y^2 \cdot z^2 + x^2 \cdot z^2 \Leftrightarrow x^4 + y^4 + z^4 \geq x^2y^2 + y^2z^2 + x^2z^2$$

5)  ~~$x^2 \geq y^2 \geq z^2$~~   $x^2 \geq y^2 \geq z^2 \Rightarrow$  по транзитивности:  $x^2 \cdot xy + z^2 \cdot xz + y^2 \cdot yz \geq$

$$\geq x^2yz + y^2xz + xyz^2 \Leftrightarrow x^3y + z^3x + y^3z \geq x^2yz + xy^2z + xyz^2$$

6)  $x^2 \geq y^2 \geq z^2 \Rightarrow$  по транзитивности:  $x^2 \cdot xz + y^2 \cdot xy + z^2 \cdot yz \geq$

$$\geq x^2 \cdot yz + y^2 \cdot xz + xz \cdot z^2 \Leftrightarrow x^3z + y^3x + z^3y \geq x^2yz + xy^2z + xyz^2$$

5) Сложив итоговые н-ва пунктов а), б) и в), получили итоговое неравенство пункта 3), которое и требовалось доказать, т.е. 2.т.д. (т.к. н.2) был равносильным переходом, как и н.3))



## Вариант №

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 8 | 5 | 9 | 7 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

NS.

$$1) 3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k \cdot 7^l \Leftrightarrow (3^a - 1)(3^a + 2) = 2^k \cdot 7^l - 4$$

2) Показатели  $3^e$  по mod 8:

| $a = 0$  | а.мамак: |
|----------|----------|
| $a = 1$  | 3        |
| $a = 2$  | 1        |
| $a = 3$  | 3        |
| $a = 4$  | 1        |
| $\vdots$ |          |

→ н.е. остатки заданных  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3^a \equiv 7 \\ 3^a \equiv 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (3^a - 1)(3^a + 2) \equiv 0 \\ (3^a - 1)(3^a + 2) \equiv 2 \end{cases} \text{ no}$$

при  $k \geq 3$  правая часть сравнения  $c - 4$  по  $\text{mod } p$ , т.е.  $c - 4 \Rightarrow$  решений быть не может

wegen  $k \geq 3 \Rightarrow \begin{cases} k=0 \\ k=1 \\ k=2 \end{cases}$

3) а) Если  $k=0$ , то  $\frac{(3^9-1)(3^9+2)}{2} = \frac{7 \cdot 4}{2}$ , т.е. т.к.  $3^9 \equiv 1$ , то левая часть  $\div 2$ , а правая  $\nmid 2 \Rightarrow$  ответ  $\emptyset$ .

5) Если  $k=2$ , то  $(3^a - 1)(3^a + 2) = 4 \cdot (7^l - 1)$ , но  $7^l - 1 \equiv 0$ , а левая часть  $\equiv 1 \Rightarrow$  тут 0 тоже, кроме случая  $l=0$  и  $a=0$ , т.к. мыслю в этом случае рассуждение не работает

b) Если  $k=1$ , то  $(3^9-1)(3^9+2) = 2 \cdot (3^9-2)$   
~~тогда  $3^9-1$  и  $3^9+2$  не могут быть равны 2~~

Ombem;  $k=2, l=0, q=0$ .

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

ул. Космонавтов 8, 2 Уфа

Адрес площадки проведения

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 8 | 5 | 7 | 3 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Сариулина

Имя Анастасия

Отчество Саматовна

Дата рождения 12.08.2005 Класс 11

Предмет математика

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 8917 351 44 56 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 2 | 8 | 5 | 7 | 3 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

 $\sim 1$ 

306

|    |    |   |   |    |          |
|----|----|---|---|----|----------|
| 1  | 2  | 3 | 4 | 5  | $\Sigma$ |
| 20 | 20 | 6 | 0 | 20 | 66       |

Чтобы никак не было не мешал ряды, сначала расставили 8 грибов и 5 орехов, а затем расставали в промежутках между ними 11 мяс.

Тогда, ~~тогда~~ выполнить 8 требований на 13 лет можно

С<sup>8</sup><sub>13</sub> способами. А 5 друзей встанут на оставшиеся 5 мест.

Между 13 узлами и срезами есть 12 красных узлов и еще 2 места по бокам. На них размещаем 11 узлов по схеме  $C_{14}^{11}$  боками. Тогда получаем:  $C_{13}^8 \cdot 1 \cdot C_{14}^{11} = 13 \cdot 14 =$

$$= \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} \cdot \frac{14 \cdot 13 \cdot 12^2}{3 \cdot 2} = 13 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 14 \cdot 13 = 13^2 \cdot 11 \cdot 14 \cdot 18 =$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 14 \\ \hline 72 \\ 180 \\ \hline 252 \end{array}$$

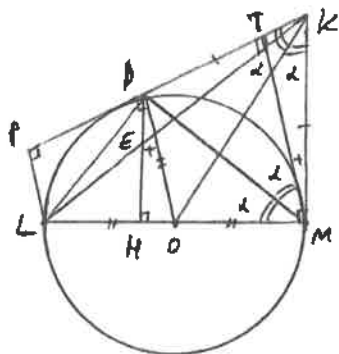
$$\begin{array}{r} 252 \\ + 169 \\ \hline + 2268 \\ 1512 \\ 252 \\ \hline 42588 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42588 \\ \times \quad 11 \\ \hline 42588 \\ + 42588 \\ \hline 468468 \end{array}$$

$$= 468\,468$$

Ответ: 468 468 способами

N 2



$$LM = 52, LO = OM = 26 = r$$

$$\frac{LH}{HM} = \frac{4}{9}, \quad LH = \frac{4}{13} \cdot 52 = 16, \quad HM = 36$$

$$OH = 36 - 26 = 10$$

$KD = KM$ , как отрезки радиуса вписанной окружности  
 $OL = OD = OM = r = 26$

По м. Пигарова в Δ KOD:  $DK = \sqrt{26^2 - 10^2} = \sqrt{16 \cdot 36} = 24$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А 0 0 0 2 8 5 7 3 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Пусть  $MT \perp PK$ ,  $LP \perp PK$

$$\triangle LEM \sim \triangle LKM, \frac{LE}{LM} = \frac{LK}{LK} = \frac{4}{13}, \frac{LE}{EK} = \frac{4}{9}$$

Тогда  $S_{DEL} = \frac{4}{13} \cdot S_{LDPK}$ ,  $S_{LDPK} = \frac{1}{2} \cdot LP \cdot KD$

В  $LPDK$ ,  $\angle LPD + \angle LDK = 180^\circ$  и  $LPDK$  - вписанный

$\angle PDL = \angle KDL$ , значит дуги и хорды  $LP = LK = 16$

Пусть  $\angle DKO = \alpha$ . Так как в  $DKMO$ :  $\angle KPO + \angle KMO = 180^\circ$ , то  $DKMO$  - вписанный и  $\angle DKO = \angle MKO = \alpha$ .

$\angle KMT = \angle ODK = 90^\circ - 2\alpha$ , так как  $MT \parallel OD$ ,  $DK \parallel KM$

Тогда  $\angle PDH = 90^\circ - (90^\circ - 2\alpha) = 2\alpha$  и  $\angle HPK = 180^\circ - 2\alpha$

Значит в  $HDTM$ :  $\angle DHM + \angle DTM = 180^\circ$  и  $\angle HDT + \angle HMT = 180^\circ$ .

Тогда  $\angle HMT = 180^\circ - (180^\circ - 2\alpha) = 2\alpha$  и  $\angle HMD = \angle TMD = \alpha$

$$\left. \begin{array}{l} \text{В } \triangle ODK: \tan \alpha = \frac{OD}{KD} = \frac{26}{KD} \\ \text{В } \triangle DHM: \tan \alpha = \frac{DH}{MH} = \frac{24}{36} \end{array} \right\} KD = \frac{26 \cdot 36}{24} = 39 = KM$$

Тогда  $S_{DEL} = \frac{4}{13} \cdot \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 39 = 8 \cdot 3 \cdot 4 = 96$

Ответ: 96

N5

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k \cdot 7^e$$

Пусть  $3^a = t$ ,  $t \geq 0$ ,  $a, k, e \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

$$t^2 + t + (2 - 2^k \cdot 7^e) = 0$$

$$\Delta = 1 - 8 + 4 \cdot 2^k \cdot 7^e = 2^{k+2} \cdot 7^e - 7$$

$$t = \frac{\pm \sqrt{2^{k+2} \cdot 7^e - 7} - 1}{2} = 3^a$$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 8 5 7 3 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ: Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Так как все числа целые, то  $\sqrt{2^{k+2} \cdot 7^{\ell-1}} \in \mathbb{Z}$

$\sqrt{2^{k+2} \cdot 7^{\ell-1}}$  7-простое, значит  $(2^{k+2} \cdot 7^{\ell-1}) : 7$

Такое возможно только при  $\ell \leq 1$ :  $(2^{k+2} - 1) : 7 - \ell = 1$

1)  $k=0$ :  $2^2 - 1 = 3$  - не уг

...  $k=1$ :  $2^3 - 1 = 7$  - уг

$k=2$ :  $2^4 - 1 = 15$  - не уг

$k=3$ :  $2^5 - 1 = 31$  - не уг

$k=4$ :  $2^6 - 1 = 63$  - уг

...  
 $a \ k \ \ell$   
 $(1; 1; 1)$

Заметим:  $\frac{2^{k+2}}{7} - 1 - \ell = 0$  2)

$(2^{k+2} - 1) : 7$  при  $k = 3x+1, x \in \mathbb{N}$

$\begin{cases} \ell=1: \\ k=1: \end{cases}$   $\sqrt{2^3 \cdot 7 - 7} = 7$

$3^a = \frac{7-1}{2} = 3, a=1$

$\begin{cases} \ell=1: \\ k=4: \end{cases}$   $3^a = \frac{-7-1}{2} - \text{не уг}$   $3^a = \frac{21-1}{2} = 10 - \text{не уг}$

$\sqrt{2^6 \cdot 7 - 7} = 21$   $3^a = \frac{-21-1}{2} - \text{не уг}$

2)  $\ell=0$ :  $3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k$  - возможно только при  $a=0$

$\begin{cases} a=0 \\ \ell=0 \end{cases}$ :  $1+1+2 = 2^k$   $a \ k \ \ell$   
 $4 = 2^k$   $(0; 2; 0)$   
 $k=2$

Ответ:  $\begin{cases} a=0 \\ k=2 \\ \ell=0 \end{cases}$   $\begin{cases} a=1 \\ k=1 \\ \ell=1 \end{cases}$

N 3

Докажем:

$$\frac{z^2}{x+y+z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \geq \frac{xy}{x+y+z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z}$$

Неравенство Коши:  $a^2 + b^2 \geq 2ab$

Тогда  $x^2 + z^2 \geq 2 \cdot xz \geq xz$   
 $x^2 + y^2 \geq 2 \cdot xy \geq xy$   
 $y^2 + z^2 \geq 2 \cdot yz \geq yz$



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А 0 0 0 2 8 5 7 3 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$z^2 \geq 2xz - x^2 = x(2z - x)$$

$$y^2 \geq 2yz - z^2 = z(2y - z)$$

$$x^2 \geq 2xy - y^2 = y(2x - y)$$

Пусть  $x \leq y \leq z$ : (1)

~~$$2xz - x^2 \geq 2xy - x^2 \leq y^2$$~~

~~$$\text{Если } z^2 \geq 2xz - x^2 \geq xy$$~~

$$x^2 \geq 2xy - y^2$$

$$y^2 \geq 2yz - z^2$$

$$y^2 \geq x^2 : 2yz - z^2 \geq 2xy - y^2$$

Если  $z^2 \leq xy$ , то  $2xz - x^2 \leq xy$

$$(1) \Rightarrow 2xz - x^2 \leq xz$$

$$x^2 \geq xz$$

~~$$x^2 \geq yz$$~~

$$x^2 = x^2, x > 0 \Rightarrow x \geq z -$$

противоречие (1)

Значит  $z^2 \geq xy$

Аналогично: Если  $x^2 \leq yz$ , то  $2xy - y^2 \leq yz \leq z^2$

$$2xz - z^2 \leq yz \leq z^2$$

$$2z^2 \geq 2xz, x \leq z$$

Если  $y^2 \leq xz$ , то  $2yz - z^2 \leq xy \leq y^2 \leq yz$

$$yz \leq z^2 \quad y \leq z$$

$z^2 \geq xy$  компенсирует  $x^2 \leq yz$  и  $y^2 \leq xz$

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Чора, ул. Коммунаров, 8

Адрес площадки проведения

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 8 | 5 | 8 | 0 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Абдуллин

Имя Рашид

Отчество Русланович

Дата рождения 24.08.2005 Класс 11

Предмет математика

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7927 3335462 Подпись РА

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

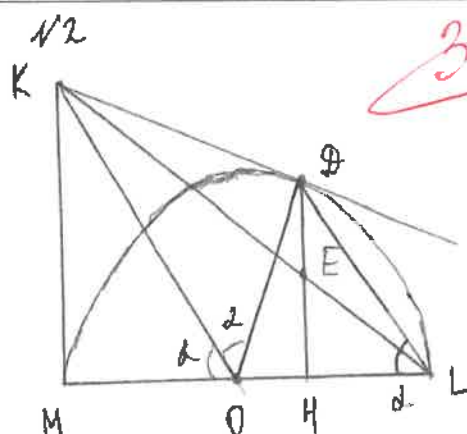
# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 8 5 8 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

|   |      |   |   |    |   |
|---|------|---|---|----|---|
| 7 | 2    | 3 | 4 | 5  | Σ |
| 6 | 2020 | 0 | 8 | 54 |   |



$S_{\triangle PDE} = ?$

$$\frac{LH}{MH} = \frac{4}{9}$$

$$LM = LH + MH$$

$$LM = \frac{4}{13} \cdot 52 = 16$$

$$MH = \frac{9}{13} \cdot 52 = 36$$

$$\Rightarrow LH = \frac{4}{13} LM$$

$$MH = \frac{9}{13} LM$$

$$MH = \frac{9}{13} \cdot 52 = 36$$

$R_{\text{окр}} = \frac{LM}{2}$ , т.к.  $\omega$  построена на  $LM$  как на диаметре

$$OH = OL - HL = R_{\text{окр}} - HL = \frac{LM}{2} - HL = \frac{52}{2} - 16 = 10; R_{\text{окр}} = \frac{52}{2} = 26$$

В  $\triangle OPH$ :  $\triangle OPH$  - прямой, т.к.  $PH \perp ML \Rightarrow PH^2 = OP^2 - OH^2 =$

$$R_{\text{окр}}^2 - OH^2 = 26^2 - 10^2 = 16 \cdot 36 \quad PH = 4 \cdot 6 = 24$$

Пусть  $\angle KPM = \angle KPL = \alpha$ . Тогда  $\angle MOP = 2\alpha$ , т.к. центральный и опирается на ту же дугу.

$KM = KP$  как отрезки касат.

$KO$  - общая сторона для  $\triangle KMO$  и  $\triangle KPO$

$$\angle KOM = \angle KOP = \frac{2\alpha}{2} = \alpha.$$

$$\angle KOM = \alpha = \angle KPM \text{ и } \angle KPL = 90^\circ \Rightarrow \triangle KMO \sim \triangle PHL \Rightarrow$$

$$\frac{KM}{PH} = \frac{MO}{HL} \quad \frac{KM}{24} = \frac{26}{16} \Rightarrow KM = \frac{26 \cdot 24}{16} = \frac{78}{2}$$

$$MO = R_{\text{окр}}$$

$$\triangle KLM \sim \triangle EHL \text{ (по 2 углам)} \Rightarrow \frac{EH}{KM} = \frac{HL}{ML} \Rightarrow EH = \frac{KM \cdot HL}{ML}$$

$$EH = \frac{\frac{78}{2} \cdot 16}{52} = \frac{26 \cdot 3 \cdot 8}{2 \cdot 26} = 12; S_{\triangle DEL} = S_{\triangle PHL} - S_{\triangle EHL}$$

$$S_{\triangle PHL} = \frac{1}{2} \cdot HL \cdot PH = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 24 = 16 \cdot 12 \quad S_{\triangle EHL} = \frac{1}{2} \cdot HL \cdot EH =$$

$$\frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 12 = 16 \cdot 6 \quad S_{\triangle EHL} = 16 \cdot 12 - 16 \cdot 6 = 16 \cdot 6 = 96$$

Ответ: 96

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А 0 0 0 2 8 5 8 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа.  
в рамке справа

~3

$$\frac{z^2}{x+y+z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \geq \frac{xy}{x+y+z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{xz}{x+2y+z}$$

$x, y, z > 0$  м.г.

$$\frac{xz}{x+2y+z}$$

Док-во.

$$\frac{z^2 - xy}{x+y+z} + \frac{x^2 - yz}{2x+y+z} + \frac{y^2 - zx}{x+2y+z} \geq 0$$

Сделаем все знаменатели вида  $2(x+y+z)$ .  
От этого левая часть только уменьшится,  
но знак останется.

Тогда:

$$\frac{z^2 - xy + x^2 - yz + y^2 - zx}{2(x+y+z)} \geq 0$$

Знаменатель  $> 0$ , тогда нужно чтобы числитель был  $\geq 0$

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz \quad | \cdot 2 \quad (2)$$

$$x^2 - 2xy + y^2 + x^2 - 2xz + z^2 + z^2 - 2zy + y^2 \geq 0$$

$$\underbrace{(x-y)^2}_{\geq 0} + \underbrace{(y-z)^2}_{\geq 0} + \underbrace{(x-z)^2}_{\geq 0} \geq 0, \text{ что правда } (1)$$

Тогда, чтобы доказать нер-во нужно (1) привести в вид (2), подставить на  $2(x+y+z)$ , который не влияет на знак. Тогда уменьшая в каждом слагаемом знамен, мы не влияем на знак и получаем, то, что требовалось доказать.

ч.т.д.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 8 5 8 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ: Проверяться только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k 7^l$$

№5

Сделаем замену  $t = 3^a$ .

Будем решать квадратное уравнение  $t^2 + t + 2 - 2^k 7^l = 0$  отн.  $t$ , с ограничением, что  $t > 0$  и  $t$  должно быть степенью 3.

$$D = 1 - 4(2 - 2^k 7^l) = 8 \cdot 2^k \cdot 7^l - 7$$

$D$  должен равняться полному квадрату

$$t = \frac{-1 \pm \sqrt{D}}{2}$$

но с минусом не подойдет  $\Rightarrow t = \frac{\sqrt{D}-1}{2}$ .  $D \neq 1$ , т.к.  $t > 0$ .  $D$  раскроем с  $t$ .

Рассмотрим  $D$ .  $8 \cdot 2^k \cdot 7^l - 7 = q^2$ . Подбираются значения  $k=1$  и  $l=1$ , тогда  $q^2 = 49 \Rightarrow D = 49$

$$t = \frac{7-1}{2} = 3 \Rightarrow 3^a = 3 \Rightarrow a = 1. \text{ Есть ответ:}$$

$$a=1 \quad k=1 \quad l=1.$$

~~Проверим, нет ли других решений.~~

Подбираются значения  $k=2$  и  $l=0$ , тогда

$$q^2 = 49 \Rightarrow D = 49. \quad t = \frac{9-1}{2} = 4 \Rightarrow 3^a = 4 \Rightarrow a = 0$$

Есть ответ:  $a=0$ ;  $k=2$ ;  $l=0$

Докажем, что других нет.

Рассмотрим  $D$ .

$$D = 8 \cdot 2^k \cdot 7^l - 7 = 7(2^{k+2} 7^{l-1} - 1) = q^2, \quad q^2 : 7 \Rightarrow q^2 = 49$$

Тогда  $2^{k+2} 7^{l-1} - 1$  должно делиться на 7.

Но при  $l \geq 2$  ~~эта комбинация~~  $D$  делится только на 7, но не на 49, т.к. 2 множитель не делится на 7. Тогда  $l < 2$ . При  $l=1$  един. решение



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 8 5 8 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

при  $k=2$ , т.к. тогда 2 множит. делится на 7.  
 При  $l=0$  един. решение при  $k=2$ , т.к.  
 тогда  $2^{k+2} - 7$  должен быть полным квадратом.  
 Ч.т.д. (другие не подойдут, т.к. разность между  
 квадратами и степенью будет расти (близкий к квадрату степени берется))

Ответ:  $a=1; k=2; l=0$   
 $a=0; k=2; l=0$

И1

Будем считать нужное кол. способов следующим  
 образом: из общего числа вычтем все неподходя-  
 щие.

Неподходящие будем считать следующим способом:  
 "склеим" 5 пар ягод в "одну" ягод. Останется  
 еще 1 ягода. Общее количество различных переста-  
 новок новых ягод с орехами и грибами будет  
 равно:

$$\frac{19!}{5! \cdot 5! \cdot 8!}$$

т.к. 5 ягод мы "склеим",  
 то 19 мест)

Общее количество способов расположить различно

предметы:

$$\frac{24!}{5! \cdot 8! \cdot 11!}$$

Т.к. ранее мы "склеили" ягоды и посчитали  
 кол. способов их расположить, то в этих переста-  
 новках будут и 3 и 4 и 5 ... и 11 ягод

поэтому. Тогда ответ:

$$\frac{24!}{5! \cdot 8! \cdot 11!} - \frac{19!}{5! \cdot 5! \cdot 8!}$$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 8 5 8 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№4

Рассчитаем количество очков которое разыгрывается  
За каждую игру независимо от результата  
разыгрывается 2 очка. Всего игр было  $\frac{16 \cdot 15}{2} =$   
120 игр. Всего очков разыграно  $2 \cdot 120 = 240$   
очков.

Рассмотрим условие про тройки команд.  
В них разыгрывается 6 очков (т.к. между  
собой 3 игры, каждая по 2 очка). ~~Тогда всего~~  
~~можно в тройке набрать разное количество~~  
очков. ~~Рассмотрим случаи, когда~~  
~~команда сыграла с каждой из двух~~  
~~команд по разу, тогда команда наберет 6 очков~~  
~~и будет единственной командой в тройке~~  
~~с наибольшим количеством очков~~  
~~и будет обладателем кубка~~

Будем брать по максимуму ничей. Единственный  
случай, который содержит ничью. Как ничей  
это случай когда одна команда сыграла  
два раза вничью с другими, а остальные  
сыграли так, что одна проиграла другой.  
Тогда на тройку всего 2 ничьих на 3  
игр. Тогда всего ничей в общей игре  
это  $\frac{2}{3}$  от всех игр, то есть  $\frac{2}{3} \cdot 120 = 80$   
Примем условие не будет нарушено.

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Москва, МЭН

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 4 | 9 | 1 | 4 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Рашин

Имя Максим

Отчество Павлович

Дата рождения 27.12.2005 Класс 1-1

Предмет Математика

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79051097410 Подпись Рашин

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

## Олимпиада школьни­ков «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 4 | 9 | 1 | 4 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1-1.

Если разложить 11 ягод в ряд, то между ними будет 10 мест, каждое из которых надо заполнить хотя бы одним шариком предметы. И есть ещё 2 места по краям от ряда ягод, на которые можно, а можно не класть предметы.

Если считать, что все орехи, грибы и ягоды неодинаковы, то есть  
"ягода 1, ягода 2" и "ягода 2, ягода 1" — различные комбинации, то рассуж-  
дения следующие:

Если мы выбрали <sup>для каждого места</sup> ~~какое-то~~ <sup>каждое</sup> ~~предмет~~ <sup>предмет</sup> "незгод" на ~~каком-то~~ <sup>каком</sup> месте, то кол-во способов разместить предметы на данные места  $X_0 = P_{11} \cdot P_{12} \cdot \dots \cdot P_{1n}$ ! Кол-во способов решить, сколько "не згод" на каком месте <sup>переставки</sup> ~~згод~~ <sup>переставки</sup> "незгод" лежит:

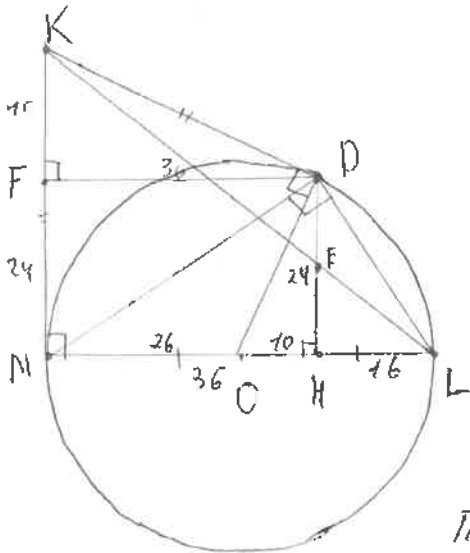
понятно, что по 1 предмету на каждую из 10 мест между 9 годами можно положить. Тогда осталось распределить ещё 3 предмета:  $12 + 12 + 11 + C_{12}^3 =$

$$= 12 + 12 \cdot 11 + 220 = 364$$

Тогда всего способов разложить предметы: ~~364~~  $x_1 = 364, x_0 = 364, 1! \cdot 13!$

Если же считать, что ягоды, орехи и грибы между собой неотличимы друг от друга, то всего способов  $X_2 = \frac{X_1}{P_4 \cdot P_5 \cdot P_8} = \frac{364 \cdot 11 \cdot 13}{11! \cdot 5! \cdot 8!} = \frac{364 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} =$

$$= 364 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13 = 468 \cdot 468$$



$$ML = 52, MH: LH = 9:4 \Rightarrow MH = \frac{9}{13} ML =$$

$$= 36, \quad LH = LM - MH = 16.$$

$$MC = \frac{ML}{2} = 26 = OL, OH = OL - HL = 10$$

$\Delta MDL$  - избыток, т.к.  $\Delta MDL$  стоит на диаметре.

Tinggi DH =  $\sqrt{MH \cdot HL} = \sqrt{36 \cdot 16} = 24$ .

Д.п.:  $DF \perp KM \Rightarrow MF \perp DH$  - *пр/уз*, т.к.

$$\angle MFD = \angle FMH = \angle MHD = 90^\circ$$

Terga MF=HD=24, FD=MH=36

$KM = KD$  как отрезки касательных из одной точки.

По т. Пифагора  $KF^2 + FD^2 = KD^2 = KM^2 = (KF^2 + FM^2)^2$

$$KF^2 + 3E^2 = KF^2 + 48KF + 24^2$$

$$48 \text{ kF} = 12.60$$

$$KF = .15 \quad KM = 39$$

$$\triangle KML \cong \triangle EHL \quad (\angle KML = \angle EHL = 90^\circ, \angle L \text{ - common})$$

$$EH = KM \cdot \frac{ML}{ML} = 39 \cdot \frac{9}{13} = 12$$

$$S_{DEL} = S_{DHL} - S_{LHL} = \frac{1}{2} \cdot H_L (D_H - E_H) = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 12 = 96$$

Отбел: 96.

## Олимпиада школьників «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 4 | 9 | 1 | 4 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

**ВНИМАНИЕ:** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\frac{z^2}{x+y+2z} = \frac{z}{2} - \frac{x+y}{4} + \frac{\frac{1}{4}(x^2+y^2)}{x+y+2z}$$

Аналогично даши еще 2 дозы в  
своей части.

Тогда неравенство можно переписать так:

$$\frac{z+x+y}{2} - \frac{x+y+y+z+x+z}{4} + \frac{\frac{1}{4}(x+y)^2 - xy}{x+y+zz} + \frac{\frac{1}{4}(y+z)^2 - yz}{2x+y+z} + \frac{\frac{1}{4}(x+z)^2 - xz}{x+zy+z} \rightarrow 0$$

$$\frac{x+y+z}{2} - \frac{x+y+z}{2} + \frac{\frac{1}{4}(x-y)^2}{x+y+z} + \frac{\frac{1}{4}(y-z)^2}{x+y+z} + \frac{\frac{1}{4}(x-z)^2}{x+y+z} \geq 0 \quad 1.4$$

$$\frac{(x-y)^2}{x+y+2z} + \frac{(y-z)^2}{2x+y+z} + \frac{(x-z)^2}{x+2y+z} \geq 0$$

Числители неотрицательны при положительных  $x, y, z$ , а знаменатели положительны при положительных  $x, y, z$ , поэтому все дроби, как и их сумма, неотрицательны. Неравенство доказано.

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 2^{kyL} \quad 25.$$

$$(3^a)^2 + 3^a + (2 - 2^k \cdot 7^l) = 0$$

$$D = 1^2 - 4(2 - 2^k 7^L) = 4 \cdot 2^k 7^L - 7 = 7(4 \cdot 2^k 7^{L-1} - 1)$$

$$3^a = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \quad T_{13}, a \geq 0, a \in \mathbb{Z}, \text{ to } 3^a \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \in \mathbb{Z}$$

Если  $L \geq 1$ , то  $4 \cdot 2^k - 1$  — целое и не делится на 7, а корень из  $D$  не извлекается, т.к. множитель 7 входит в  $D$  только 1 раз  $\Rightarrow \frac{-1 \pm \sqrt{D}}{2}$  не целые

Значит,  $L = 0$ . Тогда  $D = 4 \cdot 2^k - 7$

$$\sqrt{D} = 2 \cdot 3^a + 1 \Rightarrow \sqrt{D} \bmod 3 = 1 \Rightarrow D \bmod 3 = 1 \Rightarrow 4 \cdot 2^k \bmod 3 = 2$$

hence any  $a \geq 0$ , then  $4 = 2^k, k=2$ .

кроме случая  $a = 0$ , тогда  $\varphi = 2^k$ ,  $k \geq 2$ .

| k | $\sqrt{D} \pmod{3}$        | $\sqrt{D} \pmod{3}$ |
|---|----------------------------|---------------------|
| 1 | 1                          | 1                   |
| 3 | 3                          | 2                   |
| 3 | 11                         | 2                   |
| 4 | <del>11</del> $\sqrt{105}$ | —                   |
| 9 | $\sqrt{2041}$              | —                   |

$$\rightarrow 3^0 = 0$$

При  $k > 1$   
~~Большее~~ корни не различаются

или кофени mod  $3 \neq 1$ ,  
Единственное решение —  $a=0, k=2, l=0$ .



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

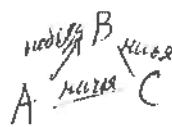
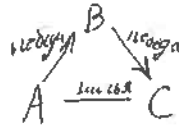
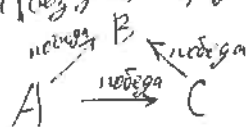
М А О О О 2 4 9 1 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Если рассмотреть 3 команды: А, В, С, то возможны только 3 расклада (без учета порядка команд):



⇒ в любой тройке есть хотя бы одна победа.

Отметим 16 точек и будем соединять отрезками те, между которыми в матче не ничья.

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Москва, МЭИ

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 4 | 7 | 9 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант №

3

Фамилия

Пименова

Имя

Екатерина

Отчество

Андреевна

Дата рождения

18.06.2005

Класс

11

Предмет

Математика

Работа выполнена на

6

листах

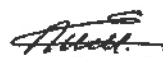
Дата выполнения работы

26.02.2023

Номер телефона

902-224-12-17

Подпись



Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

## 2

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 4 | 7 | 9 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа

|    |    |   |   |    |          |
|----|----|---|---|----|----------|
| 1  | 2  | 3 | 4 | 5  | $\Sigma$ |
| 20 | 20 | 2 | 0 | 16 | 58       |

данно:

$$u^2(0; \lambda = \lambda_M)$$

$DH \perp LM$ ;  $LM:HM = 4:9$

$$DM \cap KL = \varepsilon$$

найти:

GIDE - 7

резюме:

1. отрезки  $OD$  - центр окруж  
 $LO = OM = R = \frac{52}{2} = 26$

$$\frac{LH}{HM} = \frac{4}{9} \quad 4x + 9x = 52$$

$\therefore LH = 16$   $MM = 36$

2.  $OR$ -размер в Г. наемщик  $\rightarrow$

 $OD \perp KD$ 

1 MO Ak:

$\angle M = 90^\circ, \angle D = 90^\circ \Rightarrow \angle M + \angle D = 180^\circ \Rightarrow$  MODK - вписанный

$$\Rightarrow \angle OMD = \angle OKD$$

$\Rightarrow \angle OMD = \angle OKD$   
 ~~$\angle OMD = \angle OKD$  - угол м/ф хорды и касан.  $\Rightarrow \angle ODX = \angle ODK$~~   
 $\angle ODX = \angle OMD$

3. / А МНД 4 А КОД:

! A MHA 4 A KOD:  
 $\angle M = \angle K$ ;  $\angle H = \angle D \Rightarrow \Delta MHA \approx \Delta KOD (LL)$

$$\rightarrow \frac{OD}{ND} = \frac{OK}{MD} = \frac{KD}{NH} \quad \frac{26}{ND} = \frac{OK}{MD} = \frac{KD}{NH} \quad (*)$$

4.  $\Delta M D L$  и  $\Delta M H D$ :

$\angle H = \angle D$ ;  $\angle M$  - острые  $\Rightarrow \Delta MNL$  и  $\Delta MND$  (LL)

$$\frac{MD}{LD} = \frac{DM}{LM} = \frac{HM}{MD} \quad \frac{MD}{LD} = \left( \frac{DM}{52} = \frac{36}{MD} \right) \Rightarrow MD^2 = 36 \cdot 52$$

$$MD = 12\sqrt{13}$$

no m. Radomora que a MLR:

$$ML = 52 \quad MD^2 = 36.52 \Rightarrow LD^2 = ML^2 - MD^2 = 52 \cdot 52 - 36 \cdot 52 = 52(52 - 36) = 52 \cdot 16$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А 0 0 0 2 1 4 7 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\Rightarrow LD = \sqrt{52 \cdot 16} = 4 \cdot 2 \sqrt{13} = 8\sqrt{13}$$

по т. Пифагора для  $\triangle HLD$ :

$$LH^2 + HD^2 = LD^2 \Rightarrow HD^2 = 52 \cdot 16 - 16 \cdot 16 = 16(52 - 16) = 16 \cdot 36 \Rightarrow HD = 4 \cdot 6 = 24$$

5.  $MK = KD$  / отрезки равны, у одной точки

$$\text{из } (*) \quad \frac{26}{24} = \frac{KD}{24} \Rightarrow KD = \frac{26 \cdot 12\sqrt{13}}{24} = 13\sqrt{13}$$

$$\Rightarrow MK = 13\sqrt{13}$$

6.  $\triangle LHE \sim \triangle LMK$  ( $\angle H = \angle M$ ;  $\angle L$  - общий) ( $LL$ )

$$\frac{LH}{LM} = \frac{HE}{MK} \Rightarrow \frac{16}{52} = \frac{HE}{13\sqrt{13}} \Rightarrow HE = \frac{16 \cdot 13\sqrt{13}}{52} = 4\sqrt{13}$$

$$HE + ED = HD$$

$$4\sqrt{13} + ED = 24 \Rightarrow ED = 24 - 4\sqrt{13}$$

$$S_{\triangle LED} = \frac{1}{2} \cdot LH \cdot ED = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot (24 - 4\sqrt{13}) =$$

$$\text{из } (*) \quad \frac{26}{24} = \frac{KD}{36} \Rightarrow KD = \frac{26 \cdot 36}{24} = \frac{8 \cdot 13 \cdot 6 \cdot 6}{8 \cdot 2 \cdot 2} = 39$$

6.  $\triangle LHE \sim \triangle LMK$  ( $\angle H = \angle M$ ;  $\angle L$  - общий) ( $LL$ )

$$\frac{LH}{LM} = \frac{HE}{MK} \Rightarrow \frac{16}{52} = \frac{HE}{39} \Rightarrow HE = \frac{16 \cdot 39}{52} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 13}{4 \cdot 13} = 12$$

$$HE + ED = HD \Rightarrow ED = 12$$

$$S_{\triangle LED} = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 12 = 6 \cdot 16 = 96$$

Ответ:  $S_{\triangle LED} = 96$ .

Задача 1

5 орехов 2 гр 11 см

Никакие др. орех не могли разлом

1. Сначала разломил все 11 мод

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 1 4 7 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа

между 12 месяцами осталось 12 месяцев, в которых  
белочка должна положить гр. и ор.

$$\text{гр} + \text{ор} = 13$$

месяц 12

по принципу  
Дирхле

в нашей-то системе  
будут 2 объекта

I случай

присоединяем +1 (тот, который будет вторым в системе  
будет орех)

8 грибов

сначала распределяем 8 грибов на ноябрь 8 ноября

$P_8$  - кол-во таких расщеплений

все остальные месяцы будут "заметьте" орехом

Покажем предмет не уникальным способом  
распределения  $P_8$

присоединяем +1

Этот предмет можно добавить в любой из

12 месяцев

Задача 1

пусть сначала белочка сложит все  
орехи и грибы

$$8 + 5 = 13 \text{ предметов}$$

$$P_8 = P_5 = P_{13} - \text{кол-во способов разделить ор и гр}$$

(если сначала выбираем, гр будут орехи и наоборот  
иногда замешивают грибы (не добавляются способом,  
амамонично если сначала выбираем, гр грибы)



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 1 4 7 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

теперь нужно заполнить 11 ячеек в 14 местах  
лишнюю от и 2х

$P_{14}^4 = P_{14}^3$  - кол-во способов заполнить 11 ячеек  
из 14 мест

$$P_{13}^5 \cdot P_{14}^3 = \frac{13!}{8!5!} \cdot \frac{14!}{11!3!} = \frac{9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3} = 99.$$

$$\begin{array}{r} 169 \cdot 28 \\ 169 \\ 99 \\ \hline 1521 \\ 1521 \\ \hline 16731 \end{array} \quad \begin{array}{r} 57 \\ 169 \\ 28 \\ \hline 1352 \\ 338 \\ \hline 732 \end{array} \quad \begin{array}{r} 152 \\ 16731 \\ 1128 \\ \hline 125848 \\ 33462 \\ \hline 460468 \end{array}$$

Отв.: 460468 способов

Задача 5

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k \cdot 7^l$$

$$3^a(3^a + 1) = 2^k \cdot 7^l - 2$$

1) рассмотрим левую часть

$$\begin{array}{l} 3^a \pmod{4} \\ 3^0 \quad 1 \\ 3^1 \quad 3 \\ 3^2 \quad 1 \\ 3^3 \quad 3 \end{array} \Rightarrow \textcircled{1} 3^a \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow 3^{a+1} \equiv 3 \pmod{4}$$

$$\textcircled{2} 3^a \equiv 3 \pmod{4} \Rightarrow 3^{a+1} \equiv 1 \pmod{4}$$

→ так  
степень  
входящий  
двойки в  
левую  
часть 2

а правая часть  $: 2^k \Rightarrow k \geq 2$

2) I случай  $k=0$

$$3^a(3^a + 1) = 7^l - 2$$

чет

$$\text{по модулю } 3^a \equiv 1$$

$$\Rightarrow 3^a + 1 \equiv 0$$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 1 4 7 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$7^l \equiv 1 \pmod 2$  правая часть: может - нет = может  
уравн. приобр. из:  
четн = нечетн  $\Rightarrow$  решение: нет

II случай  $k=2$

$$3^a(3^a+1) = 4 \cdot 7^l - 2$$

$\div 6$   $2(2 \cdot 7^l - 1)$

левая часть  $\div 6$   $\Rightarrow$  правая тоже должна быть  $\div 6$

$$3^a \div 3 \quad (3^a+1) \div 2 \quad \Rightarrow \quad 2 \cdot 7^l - 1 \div 6 \Rightarrow 2 \cdot 7^l \equiv 1 \pmod 6$$

$7^l \pmod 6 \Rightarrow 2 \cdot 7^l \equiv 2 \pmod 6$

|       |   |              |
|-------|---|--------------|
| $7^0$ | 1 |              |
| $7^1$ | 1 | $\downarrow$ |
| $7^2$ | 1 |              |
| $7^3$ | 1 |              |

III случай  $k=1$

$$3^a(3^a+1) = 2(7^l - 1)$$

$a \geq 2$   
тогда левая часть  $\div 9$

$$7^l - 1 \equiv 1 \pmod 9$$

$$7^l \equiv 2 \pmod 9$$

$7^l \pmod 9$

|       |   |
|-------|---|
| $7^0$ | 1 |
| $7^1$ | 7 |
| $7^2$ | 4 |
| $7^3$ | 1 |

тут нет остатка 2

$$a \leq 1$$

$$a=0$$

$$\frac{1 \cdot 2}{\div 2} = \frac{2(7^l - 1)}{\div 4}$$

$$a=1$$

$$3 \cdot 4 = 2(7^l - 1) \Rightarrow l=1$$

$$12 = 2 \cdot 6 \quad \textcircled{D}$$

разберем все случаи  $\Rightarrow$  других решений нет  
 $\Rightarrow a=1 \quad k=1 \quad l=1$

Ответ: 1 1 1

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 1 4 7 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

14 по три знаменателя.

Заменим  $t = x + y + z$

$$\frac{z^2}{t+z} + \frac{x^2}{t+x} + \frac{y^2}{t+y} \geq \frac{xy}{t+z} + \frac{yz}{t+x} + \frac{xz}{t+y}$$

$$\frac{z^2(t^2 + xt + yt + xy) + x^2(t^2 + zt + yt + zy) + y^2(t^2 + xt + zt + xz)}{(t+z)(t+x)(t+y)}$$

$$\geq \frac{xy(t^2 + xt + yt + xy) + yz(t^2 + yt + zt + yz) + xz(t^2 + xt + zt + xz)}{(t+x)(t+y)(t+z)}$$

$$+ xz(t^2 + xt + zt + xz)$$

$$z^2t^2 + \boxed{z^2xt} + z^2yt + \boxed{xyt^2} + \boxed{x^2t^2} + \boxed{x^2zt} + \boxed{x^2yt} + \boxed{x^2zy} + y^2t^2 + y^2xt + y^2zt + \boxed{y^2zt} + \boxed{y^2xz} +$$

$$\geq \frac{xyt^2 + x^2yt + xyt^2 + x^2y^2 + y^2t^2 + y^2zt + y^2zt + y^2xz + yz^2t + yz^2z + \boxed{xzt^2} + \boxed{x^2zt} + \boxed{x^2zt} + z^2z^2}{(t+x)(t+y)(t+z)}$$

$$+ yz^2t + yz^2z + \boxed{xzt^2} + \boxed{x^2zt} + \boxed{x^2zt} + z^2z^2$$

разделим на  $z$  и получим  $> 0$

$$xyzt(z+x+y) + zxt(z+x-t-x-z) + t y x$$

$$(x+y-t-x-y) + yzt(z+y-t-y-z) +$$

$$+ z^2x^2 + y^2z^2 + x^2z^2 \geq 0$$

$$xyzt - zxt^2 - xyt^2 - yzt^2 + z^2x^2 + y^2z^2 + x^2z^2 \geq 0$$

$$xyzt - t^2(zx + xy + yz) + x^2z^2 + y^2z^2 + x^2y^2 \geq 0$$

$$(xy + xz + yz)^2 - (3)(xz + xy + yz) + xyzt$$

$$\Delta = (zx + xy + yz)^2 + 4(x^2z^2 + y^2z^2 + x^2y^2) \cdot xyzt -$$

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Москва, МЭИ

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 7 | 2 | 8 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Юшинский

Имя Андрей

Отчество Сергеевич

Дата рождения 01.12.2005

Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +8(926) 727-20-23

Подпись



Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 3 7 2 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

① Методом шаров и перебором находим возможные последовательности орехов и грибов  $C_{13}^5 = 1287$ .

В последовательности из 13 грибов/орехов (далее "о") нужно положить 11 ягод.  $C_{14}^{11} = C_{14}^3 = 364$

ответ:  $1287 \cdot 364 = 468468$

③ приведем все к общему знаменателю  $(2x+y+z)(x+2y+z)(x+y+2z)$  и перенесем все в одну сторону и домножим на него

$$+ \frac{2x^2z^2 + 2y^2z^2 + z^4 + 5xyz^2 + 3yz^3 + 3xz^3}{(2x+y+z)(x+2y+z)(x+y+2z)}$$

$$+ \frac{2x^2z^2 + 2y^2x^2 + x^4 + 5x^2yz + 3x^3y + 3x^3z}{(2x+y+z)(x+2y+z)(x+y+2z)}$$

$$+ \frac{2x^2y^2 + 2y^2z^2 + y^4 + 5xy^2z + 3y^3z + 3xy^3}{(2x+y+z)(x+2y+z)(x+y+2z)}$$

$$- \frac{2x^3y + 2xy^3 + xy^2z + 5x^2yz + 3xy^2z + 3x^2yz}{(2x+y+z)(x+2y+z)(x+y+2z)}$$

$$- \frac{2yz^3 + 2y^3z + x^2yz + 5y^2z^2 + 3xy^2z + 3xy^2z}{(2x+y+z)(x+2y+z)(x+y+2z)}$$

$$- \frac{2xz^3 + 2x^3z + xy^2z + 5x^2z^2 + 3x^2yz + 3xy^2z}{(2x+y+z)(x+2y+z)(x+y+2z)}$$

$$* (-x^2y^2 - x^2z^2 - y^2z^2 + x^4 + y^4 + z^4 - xy^2z - xy^2z - x^2yz + x^3y + x^3z + xy^3 + y^3z + xz^3 + yz^3)$$

$$x^4 + y^4 + z^4 \geq x^2y^2 + x^2z^2 + y^2z^2 \text{ т.к. } (x^2 - y^2)^2 \geq 0$$

$$\frac{1}{4} \left( \frac{x^4}{2} - x^2y^2 + \frac{y^4}{2} \right) + \left( \frac{x^4}{2} - x^2z^2 + \frac{z^4}{2} \right) + \left( \frac{y^4}{2} - y^2z^2 + \frac{z^4}{2} \right) \geq 0 \text{ (сумма кв.)}$$

$$x^3z + x^3y + xy^3 + y^3z + yz^3 + xz^3 \geq x^2yz + xy^2z + xyz^2$$

$$\Rightarrow u(*) \geq 0 \text{ т.к.}$$



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 3 7 2 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

②  $O$  - центр  $\omega$ ;  $I = (KP) \cap (ML)$

$$OH = 10; MO = 26; HL = 16$$

$OD$  - диаметр  $\omega \Rightarrow$   
 $\Rightarrow OD = 26; \angle ODK = 90^\circ$

$$DH = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$$

$\angle HOD = \alpha$ , тогда

$$\angle ODH = \angle OID = 90^\circ - \alpha$$

$$\angle MKI = \alpha$$

$\triangle ODH \sim \triangle ODI$  по двум углам;  $k_1 = \frac{26}{10} = \frac{13}{5}$ ;  $OI = k_1 \cdot OD = \frac{13 \cdot 2}{5} = \frac{338}{5}$

$$MI = \frac{468}{5}; DI = \frac{24 \cdot 13}{5} = \frac{312}{5}; \triangle MKI \sim \triangle ODI; k_2 = \frac{MI}{DI} = \frac{468}{312} = \frac{3}{2}$$

$$KM = OH \cdot k_1 \cdot k_2 = 10 \cdot \frac{13 \cdot 3}{5 \cdot 2} = 39; \triangle MKL \sim \triangle HED; k_3 = \frac{ML}{HL} = \frac{52}{16} = \frac{4}{13}$$

$$EH = KM \cdot k_3 = 12; S_{DEL} = S_{EHL} = \frac{12 \cdot 16}{2} = 96; \text{ответ: } 96$$

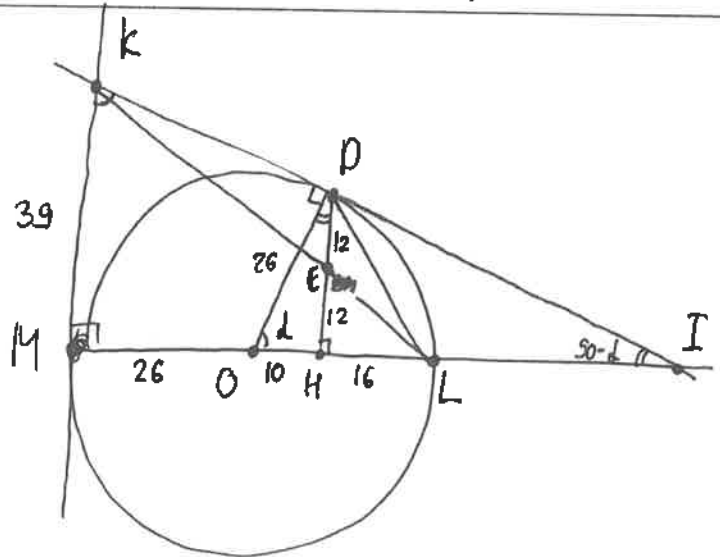
⑤  $3^a$  дает остаток 1 и 3 при делении на 4  $\Rightarrow 3^a + (3^a)^2$  будет делиться на 4  
 при  $a \equiv 1 \pmod{2}$  и не будет при  $a \equiv 0 \pmod{2}$

$3^a$  дает остатки 3, 2, 6, 4, 5, 1 при делении на 7 когда  
 $a$  дает остаток 1, 2, 3, 4, 5, 0 при делении на 6 соответственно.

$(3^a)^2$  дает остатки 2, 4, 1, 2, 4, 1 соответственно  $\Rightarrow$

$\Rightarrow 3^a + (3^a)^2$  делится на 7 при  $a \equiv 1 \pmod{6}$

продолжение дальше



- ⑤  $2^k$  дает остатки 2, 4, 8, 7, 5, 1 при делении на 9 когда  $k$  дает остатки 1, 2, 3, 4, 5, 0 при делении на 6 соответственно.  
 $7^l$  дает остатки 7, 4, 1 при делении на 9 когда  $l$  дает остатки 1, 2, 0 при делении на 3 соответственно  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{при } a \geq 2: k = 6x_1 + 1; l = 3x_2$$

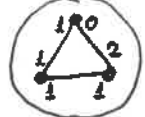
$$\text{при } l \geq 1: a = 6x_3 + 1$$

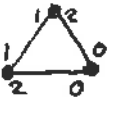
$$\text{при } k \geq 2: a = 2x_4 + 1$$

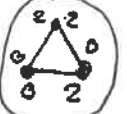
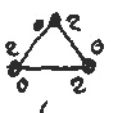
решения вида  $(a, k, l)$

$$(0, 2, 0); (1, 1, 1)$$

- ④ рассмотрим тройку команд, они не могут сыграть все 3 игры вничью, иначе все наберут по 2 балла.

Пусть ничьих две, тогда игра  имеет такой вид

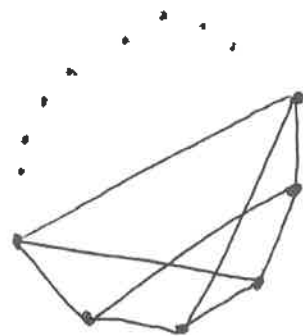
Пусть ничья одна,  т.к. вариант  невозможен

Пусть ничьих нет, тогда  т.к.  невозможно.

т.к. ничьи пусть будут обозначаться ребром 1, а все остальные ребром 2

т.к. в каждой тройке ребер  $1 \leq 2$  (из 3) то получили ответ сверху  $C_{16}^2 \cdot \frac{2}{3} = 80$

можно расположить вершины графа по кругу и соединить ребрами 1 все соседние, все через 2, все через 4 и т.д. вершины  ~~$16 + 16 + 16$~~  всего 5 возможных (0, 2, 4, 6, 8) расстояний (частичный пример на рисунке)  
 ответ:  $16 \cdot 5 = 80$



## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Москва, МЭИ

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 7 | 5 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия ЯКУШИН

Имя МИХАИЛ

Отчество ГЕОРГИЕВИЧ

Дата рождения 04.09.2005

Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 10 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 8 (916) 184-44-03

Подпись



Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 0 7 5 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

| 1  | 2  | 3  | 4 | 5 | Σ  |
|----|----|----|---|---|----|
| 20 | 20 | 20 | 0 | 2 | 62 |

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$\sqrt{3}$  306

$$\frac{z^2}{x+y+z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \geq \frac{xy}{x+y+z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z}$$

$x, y, z > 0$

Пусть  $x+y+z=a>0$ .

$$\frac{z^2}{a+z} + \frac{x^2}{a+x} + \frac{y^2}{a+y} \geq \frac{xy}{a+z} + \frac{yz}{a+x} + \frac{zx}{a+y}$$

$$\frac{z^2-xy}{a+z} + \frac{x^2-yz}{a+x} + \frac{y^2-zx}{a+y} \geq 0 \quad | \cdot (a+z)(a+x)(a+y)$$

$$(z^2-xy)(a+x)(a+y) + (x^2-yz)(a+z)(a+y) + (y^2-zx)(a+z)(a+x) \geq 0$$

$$(z^2-xy)(a^2+ax+ay+xy) + (x^2-yz)(a^2+az+ay+zy) + (y^2-zx)(a^2+az+ax+xz) \geq 0$$

$$a^2z^2+axz^2+ayz^2+xyz^2-a^2xy-ax^2y-axy^2-x^2y^2+a^2x^2+ax^2z+ax^2y+ax^2zy-$$

$$-a^2yz-a^2yz^2-ay^2z-y^2z^2+a^2y^2+ay^2z+ay^2ax+ay^2+xy^2z-$$

$$-a^2yz^2-axz^2-ax^2z-x^2z^2 \geq 0$$

$$a^2z^2+axz^2+ayz^2+xyz^2+ax^2z+ax^2y+ax^2zy-a^2xy-ax^2y-axy^2-x^2y^2+ax^2z+ax^2y+ax^2zy-$$

$$-a^2yz-a^2yz^2-ay^2z-y^2z^2+a^2y^2+ay^2z+ay^2ax+ay^2+xy^2z-a^2yz^2-axz^2-ax^2z-x^2z^2 \geq 0$$

$$a^2z^2+axz^2+ayz^2+xyz^2+ax^2z+ax^2y+ax^2zy-a^2xy-ax^2y-axy^2-x^2y^2+ax^2z+ax^2y+ax^2zy-$$

$$-a^2yz-a^2yz^2-ay^2z-y^2z^2+a^2y^2+ay^2z+ay^2ax+ay^2+xy^2z-a^2yz^2-axz^2-ax^2z-x^2z^2 \geq 0$$

$$a^2z^2+axz^2+ayz^2+xyz^2+ax^2z+ax^2y+ax^2zy-a^2xy-ax^2y-axy^2-x^2y^2+ax^2z+ax^2y+ax^2zy-$$

$$-a^2yz-a^2yz^2-ay^2z-y^2z^2+a^2y^2+ay^2z+ay^2ax+ay^2+xy^2z-a^2yz^2-axz^2-ax^2z-x^2z^2 \geq 0$$

$\sqrt{3}$

$$\frac{z^2}{x+y+z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \geq \frac{xy}{x+y+z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z}$$

продолжение на листе 2

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 0 7 5 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа  
в рамке справа

$$\frac{z^2 - xy}{x+y+2z} + \frac{x^2 - yz}{2x+y+z} + \frac{y^2 - xz}{x+2y+z} \geq 0 \quad x, y, z > 0$$

13 (продолжение).

Если эта сумма больше ~~или~~ равна нулю, то неравенство в условии выполняется.

Рассмотрим дробь  $\frac{z^2 - xy}{x+y+2z}$ .

По неравенству Коши о средних геометрической и средних ~~арифметической~~.

$$\frac{x_1 + \dots + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 \cdot \dots \cdot x_n}$$

$$\frac{x^2 + y^2}{2} \geq xy$$

$$x^2 + y^2 \geq 2xy$$

$$x^2 + 2xy + y^2 \geq 4xy$$

$$(x+y)^2 \geq 4xy$$

$$\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 \geq xy \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{z^2 - xy} \quad z^2 - xy \geq z^2 - \left(\frac{x+y}{2}\right)^2$$

продолжение на листе 3



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | О | О | О | 2 | 0 | 7 | 5 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа

в рамке справа



Тогда:  $\sqrt{3}$  (продолжение)

$$\frac{z^2 - xy}{x + y + 2z} \geq \frac{z^2 - \left(\frac{x+y}{2}\right)^2}{x + y + 2z} = \frac{(z - \frac{x+y}{2})(z + \frac{x+y}{2})}{2(z + \frac{x+y}{2})} =$$

$$= \frac{1}{2} \left( z - \frac{x+y}{2} \right) \Rightarrow \frac{z^2 - xy}{x + y + 2z} \geq \frac{1}{2} \left( z - \frac{x+y}{2} \right) \quad (1)$$

Аналогично,  $\frac{x^2 - yz}{2x + y + z} \geq \frac{1}{2} \left( x - \frac{y+z}{2} \right) \quad (2)$

$$\frac{y^2 - xz}{x + 2y + z} \geq \frac{1}{2} \left( y - \frac{x+z}{2} \right) \quad (3)$$

Складываем (1) и (2) и (3).

$$\frac{z^2 - xy}{x + y + 2z} + \frac{x^2 - yz}{2x + y + z} + \frac{y^2 - xz}{x + 2y + z} \geq \frac{1}{2} \left( z - \frac{x+y}{2} \right) +$$

$$+ \frac{1}{2} \left( x - \frac{y+z}{2} \right) + \frac{1}{2} \left( y - \frac{x+z}{2} \right) =$$

$$= \frac{1}{2} \left( z - \frac{x+y}{2} + x - \frac{y+z}{2} + y - \frac{x+z}{2} \right) =$$

$$= \frac{1}{2} \left( x + y + z - \frac{2x + 2y + 2z}{2} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{z^2 - xy}{x + y + 2z} + \frac{x^2 - yz}{2x + y + z} + \frac{y^2 - xz}{x + 2y + z} \geq 0$$

продолжение на листе 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | О | О | О | 2 | 0 | 7 | 5 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№3 (продолжение).

$$\Rightarrow \frac{z^2}{x+y+2z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \geq \frac{xy}{x+y+2z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z}$$

ч. н. г.

№5.

Подходит

$$\begin{cases} a=1 \\ k=1 \\ l=1 \end{cases}$$

$$3^2 + 3^1 + 2 = 2^1 \cdot 7^1$$

$$\boxed{14 = 14}$$

верно

$$\begin{cases} a=0 \\ k=2 \\ l=0 \end{cases}$$

$$3^0 + 3^0 + 2 = 2^2 \cdot 7^0$$

$$\boxed{4 = 4}$$

верно

Ответ:  $\text{bug } (a; k; l):$   
 $(1; 1; 1); (0; 2; 0).$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 0 7 5 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1 (продолжение).

VI одно по 4, одно по 3, восемь по 2.  $\rightarrow C_{10}^1 \cdot C_9^1 = 90$   
 VII одно по 5, девять по 2  $\rightarrow C_{10}^1 = 10$

Всего: 286 способов

2) Пусть 1-я ягода на II месте, сумма расстояний  $\leq 22$

~~10 двоек~~ десять 2 1  
 одна 3, девять 2  $C_{10}^1 = 10$   
 две 3, восемь 2  $C_{10}^2 = 45$   
 одна 4, девять 2  $C_{10}^1 = 10$

Всего: 66

3) 1-я ягода на III месте, сумма  $\leq 21$

~~10 двоек~~ десять 2 1  
~~тройка~~, одна 3, девять 2  $C_{10}^1 = 10$

Всего: 11

4) 1-я ягода на IV месте, сумма  $\leq 20$

десять 2 1  
 всего: 1

Всего (1)-(4): 364 способа

продолжение на листе 7



Вариант № 3

М А О О О 2 0 7 5 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1 (продолжение).

Теперь установим кол-во способов положить орехи и грибы (перестановки с повторениями):

$$\bar{A} = \frac{13!}{8! \cdot 5!} = 13 \cdot 11 \cdot 9 = 1287 \text{ способов}$$

$\Rightarrow$  Итоговое кол-во способов:

$$364 \cdot 1287 = 468468 \text{ способов.}$$

Ответ. 468 468 способов.

№2.

$$1) \frac{HL}{MH} = \frac{4}{9} \Rightarrow \begin{matrix} HL = 4x \\ MH = 9x \end{matrix}$$

$$HL + MH = ML = 52$$

$$13x = 52$$

$$x = 4 \Rightarrow HL = 16$$

$$MH = 36$$

2) Т.О - центр окружности,  
ML - диаметр  $\Rightarrow$

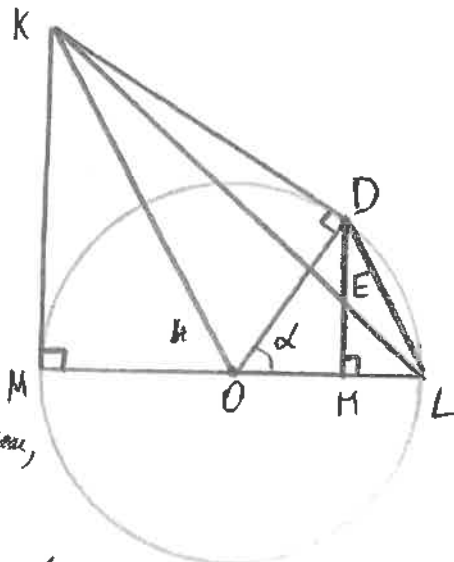
$$\Rightarrow MO = OL = DO = \frac{1}{2} ML \text{ (как радиусы одной окружности)}$$

$$MO = OL = DO = 26$$

$$3) MH = OH + MO \Rightarrow OH = MH - MO = 36 - 26 = 10$$

4) Пусть  $\angle DOH = \alpha$

продолжение на листе 8.



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 0 7 5 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2 (продолжение).

Тогда  $\angle MOH = 180^\circ - \angle DOH$  (как смежные)  
 $\Rightarrow \angle MOH = \pi - \alpha$

5)  $KM = KD$  (как касат. из одной точки),  
 $MO = OD$

$\angle KMO = \angle KDO = 90^\circ \Rightarrow KMOD$  - гильтоид

$$\Rightarrow \angle KOM = \angle KOD = \frac{\pi - \alpha}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \angle MOD$$

6)  $\Rightarrow$  в  $\triangle KMO$  по т. о сумме углов во  
 $\angle MKO = \pi - \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right) - \frac{\pi}{2} = \frac{\alpha}{2}$

6)  $\triangle DOH$ :  $\cos \alpha = \frac{OH}{OD} = \frac{10}{26} = \frac{5}{13}$

$$\cos \alpha = \frac{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{3}$$

(м.к.  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ )

$\Rightarrow \triangle KMO$ : ~~KM~~  $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{MO}{MK}$ ,  
 $MK = \frac{MO}{\tan \frac{\alpha}{2}} = 39$

$\Rightarrow \triangle KML$ :  $\tan \angle KLM = \frac{KM}{ML} = \frac{3}{4}$

Пусть  $\angle KLM = \beta$ :

тогда  $\cos \beta = \sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2 \beta}} = \frac{4}{5}$ ,  $\sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} = \frac{3}{5}$

продолжение  
на листе 9





## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 0 7 5 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

 $\sqrt{2}$  (продолжение).

$$\Rightarrow \triangle EHL: \cos \beta = \frac{HL}{EL} \Rightarrow EL = \frac{HL}{\cos \beta} = \frac{16}{\frac{4}{5}} = 20$$

$$7) \triangle MEL: \angle MEL = \frac{\pi}{2} - \beta$$

$$\angle DEL = \pi - (\frac{\pi}{2} - \beta) = \frac{\pi}{2} + \beta$$

$$\sin \angle DEL = \sin (\frac{\pi}{2} + \beta) = \cos \beta = \frac{4}{5}$$

$$8) \triangle DOM: \sin \alpha = \frac{DH}{DO} = \sin \alpha; \cos \alpha = \frac{5}{13}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{12}{13}; DH = DO \cdot \sin \alpha = 24$$

$$9) \triangle EHL: \tan \beta = \frac{EH}{HL};$$

$$EH = HL \cdot \tan \beta = 16 \cdot \frac{3}{4} = 12$$

$$10) S_{\triangle DEL} = \frac{1}{2} \cdot DE \cdot EL \cdot \sin \angle DEL \Leftrightarrow$$

$$DE + EH = DH; DE = DH - EH = 24 - 12 = 12$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 20 \cdot \frac{4}{5} = \frac{6 \cdot 20 \cdot 4}{5} = 96$$

$$= 6 \cdot 20 \cdot \frac{4}{5} = 96$$

$$\text{Ответ: } S_{\triangle DEL} = 96.$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 7 | 5 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№4.

(А, Б, В)

1) Если между собой играют команды, то сумма очков, полученных всего - 6 (т.к. в каждой игре разыгрывается по два очка<sup>матчей всего 3</sup>).

Они набрали  $x, y, z$  очков, где  $0 \leq x \leq y \leq z$ ;  $x + y + z = 6$ . Возможны только два случая:

1)  $0 + 2 + 4$  (А два проигрыша; Б - выигрыш один раз, В - выиграла два раза),  
т.е. ничья нет

2)  $1 + 2 + 3$  (А - одну проиграла, выиграла - ничья; Б - один выигрыш две ничьи; В - одна победа и одна ничья).

Т.е. из трех игр две ничьи.

2) Всего игр было  $\frac{16 \cdot 15}{2} = 120$  матчей (воспользуемся леммой о рукопожатиях).

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Москва

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 4 | 4 | 8 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения \_\_\_\_\_ Шифр \_\_\_\_\_

Вариант № 3

Фамилия ДЯКОВ

Имя АНДРЕЙ

Отчество АЛЕКСЕЕВИЧ

Дата рождения 07.12.2005 Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 9 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7-985-422-10-19 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

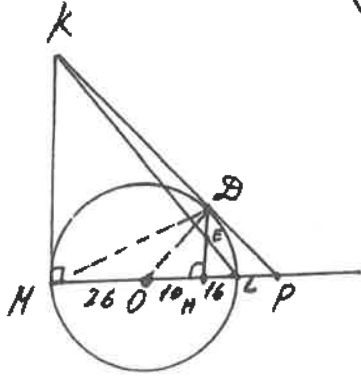
## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 4 | 4 | 8 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

 $\sqrt{2}.$ 

1.  $\triangle LEM \sim \triangle LKM$  ( $\angle L$ -оды.  
 $\angle H = \angle M = 90^\circ$ )

$$\Rightarrow \frac{KM}{EM} = \frac{ML}{HL} = \frac{13}{4}$$

$$2 \Delta \cdot KPM \sim \Delta \cdot \mathcal{D}PM \text{ (C-P-oddy)}$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{KM} = \frac{AP}{PH}$$

P.S R = 26

|    |    |   |   |    |          |
|----|----|---|---|----|----------|
| 1  | 2  | 3 | 4 | 5  | $\Sigma$ |
| 20 | 20 | 2 | 0 | 20 | 62       |

3. ~~Đ~~ T.K  $LH:MH = 4:9$ ,  $\alpha$   $LH+MH = 54 \Rightarrow$

$$\Rightarrow LH = 16; MH = 36 \Rightarrow OH = MH - R = 10.$$

4. ~~из ДК~~  $\Delta$  MDL-у/г Т.К. ML-<sup>данный</sup> <sup>описок</sup>

$$\Rightarrow DH = \sqrt{MH \cdot LH} = \sqrt{16 \cdot 36} = 4 \cdot 6 = 24.$$

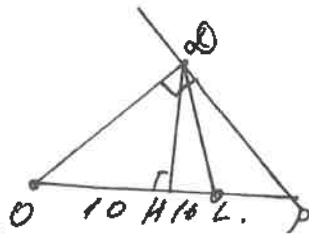
5.  $\Delta ODP$  - и/г.  $ODP$  (мощность РККА).

по св-ву выск к пикном:

$$DH^2 = OH^2 + HP.$$

$$HP = \frac{24^2}{10}; PL = 57,6 - 16 = 41,6.$$

$$MP = 57,6 + 36 = 93,6.$$

~~$$P_2 - KAC \cdot P_4 - CER \Rightarrow$$~~  
~~$$P_2 = P_4 \cdot (P_4 + 2R) = 466$$~~

6. уг. 4. 1-2.  $\Rightarrow \frac{KM}{EM} = \frac{13}{4}$ ;  $\frac{DM}{KM} = \frac{57,6}{93,6} =$

$$= \frac{576}{936} = \frac{64}{104} = \frac{16}{26} = \frac{8}{13} \Rightarrow \frac{DH}{KM} \cdot \frac{KM}{EH} = \frac{DH}{EH} = \frac{8}{13} \cdot \frac{13}{4} = 2.$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 2 4 4 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$\Rightarrow EH = \frac{EH}{2} \Rightarrow EH = \frac{EH}{2} = \frac{24}{2} = 12. \Rightarrow$$

$$S_{EH} = \sqrt{6} \cdot 12. \Rightarrow ED = 12.$$

$$S_{ED} = \frac{1}{2} \cdot ED \cdot HL = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 16 =$$

высота =  $8 \cdot 12 = 96$

Ответ: 96.

Всего есть 5 точек; 8-уголов (Г);

11-угол (Я).

Так как никакие две точки не лежат рядом, то можно разместить так, чтобы они обязательно и чтобы ни с кем не граничили с одной стороны, либо с Г или О. Рассмотрим количество способов

расставив О и Г в ряд: это кол-во:

$$C_{13}^5 = C_{13}^8 = \frac{13!}{5!8!} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4} = 13 \cdot 11 \cdot 9.$$

т.е. из 13 мест выбираем 8 или 5 (интересно) где будут лежать либо Г, либо О оставшиеся

Теперь рассмотрим где могут лежать Я. Всего таких мест: 14.

тогда способов расставив <sup>либо Г</sup> <sup>либо Я</sup>

$$Я : C_{14}^{11} = \frac{14!}{3!11!} = \frac{14 \cdot 13 \cdot 12}{6} = 28 \cdot 13.$$





Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А 0 0 0 2 2 4 4 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

тогда товаров всего равеннаемь все  
средними в ряд:  $(28 \cdot 13) \cdot (13 \cdot 11 \cdot 9) =$   
 $= 13^2 \cdot 28 \cdot 99 = 169 \cdot 28 \cdot 99$  ⑤

$$169 \cdot 28 = 170 \cdot 28 - 169 \cdot 28 =$$

$$= 4732.$$

47

$$\textcircled{5} 4732 \cdot 99 = 473200 - 4732 =$$
  
 $= 468468$

Ответ: 468468.

$$\frac{z^2}{x+y+z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} =$$

$$= \frac{xy}{x+y+z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z}$$

$$\textcircled{=)} \frac{z^2 + x^2 + y^2 - xy - yz - zx}{x+y+z} \geq 0.$$

т.к.  $x \geq 0; y \geq 0, z \geq 0$

$$\text{то. } z^2 + x^2 + y^2 - xy - yz - zx \geq 0. \quad 1.2$$

$$(\frac{z^2}{2} - 2xy + y^2) + (x^2 - 2zx + z^2) + (y^2 - 2yz + z^2) =$$
  
 $= (x-y)^2 + (x-z)^2 + (y-z)^2 \geq 0$

Очевидно равенство достигается;

или мы сравним разности  $\frac{z^2}{x+y+z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} -$   
 $-\frac{xy}{x+y+z} - \frac{yz}{2x+y+z} - \frac{zx}{x+2y+z}$  и  $\frac{xy}{x+y+z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z}$  но если  
равны

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А 0 0 0 2 2 4 4 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$\sqrt{4}$ .  
В игре каждой у каждого разное количество очков:  $\Rightarrow$  количество очков относительно друг друга может быть.

0; 2; 4. - Ошибка

1; 2; 3 - 1 или 2 ничья (первая с нулем в киве и второй обнуляет 1; нуль в киве. Второй).

0; 1; 5 - 1 ничья

$\Rightarrow$  не может в игре быть больше чем две ничьи. Или 1-1 ничья 2-3 ничья 1 проигрыш 3)

$\alpha$  и  $\beta$ , возможные результаты. Если 3 ничьи (максимально очевидно) или 2; 2; 2) что не удов.

Всего на турнире было  $\frac{15+1}{2} \cdot 15 =$

$= 8 \cdot 15 = 120$  игр  $\Rightarrow$  количество очков

у всех участников  $120 \cdot 2 = 240$

Различия различные случаи.

Пусть команда 1 сыграла 15 ничьих, команда проигрывает от 1 до 16.

на одна из 15 оставшихся команд между собой не может сыграть ничью. Если такое возможно то найдется хотя бы две команды.

$\alpha$  и  $\beta$   $\alpha > 1$   $\beta > 1$  так как что у них ничья, но а в киве  $\beta$ , но  $\alpha$  и  $\beta$  сыгран

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 4 | 4 | 8 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Внимая с 1  $\Rightarrow$  есть тройка 2; 2; 1 или  
 противоречий условию  $\Rightarrow$  максимум  
 очков возможно. 15 очков возможно.  
 Если команда 1 сыграла в 14 матчей, то  
 (команда 15 выиграла / сыграла 1-0)  
 максимум возможно  $14 \cdot 2 = 28$  очков  
 Пусть  $a$  и  $b$  — т.е. каждая из 14 сыгранных  
 игр  $a$  и  $b$  — выиграла с 16  
 Докажем, пусть  $a$  и  $b$  29, тогда найдется  
 команды  $a$  и  $b$ ;  $a \neq 1; 16$ ;  $b \neq 1; 16$ , что  
 сыграла выиграла, но  $a$  и  $b$  сыграла выиграла  
 с первой командой  $\Rightarrow$  эта тройка  
 $a; b; 1$  имеет по 2 очка, <sup>но</sup> какой-нибудь  
 (каждый 2; 2; 2)  
 очков не может быть  $\Rightarrow$  не может  
 быть больше 28 очков  
 Рассмотрим рассуждения выше и далее  
 докажем, что не более в общем случае, что  
 количество очков не больше 28 (16-11),  
 где 11 — это количество команд не сыгравших  
 между собой ничью. Пусть  $a$  и  $b$  сыграла  
 (или 11 (16-11)), тогда хотя бы одна команда  
 сыграла с другой из с другой ничью.  
 При этом сыграла с 1 командой выиграла,  
 все команды  
 но тогда эта тройка имеет равный  
 очков между собой: (2; 2; 2) — что  
 противоречит условию  $\Rightarrow$  не больше.  
 Если 11 (16-11) очков возможно.



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А 0 0 0 2 2 4 4 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



рассматриваем количество нильсов  
и каждый нильс имеет макс.  
и мин.

| и | нильс       | и  | нильс |
|---|-------------|----|-------|
| 1 | 15          | 10 | 60    |
| 2 | $14.2 = 28$ | 11 | 55    |
| 3 | $13.3 = 39$ | 12 | 48    |
| 4 | $12.4 = 48$ | 13 | 39    |
| 5 | $11.5 = 55$ | 14 | 28    |
| 6 | 60          | 15 | 15    |
| 7 | 63          |    |       |
| 8 | 64          |    |       |
| 9 | 63          |    |       |

максимальное кол-во  
64.

P.S возможно две нильсы в группе  
возможно такое. 1-2-3.

7.E 1 - в нильс с 2.  
2 - в нильс с 3.  
1 - нильс с 3.

пример что 64 возможно  
Группа из 8 нильсов: в первой 8  
и во 8; нильсы две группы  
не играют в нильс. При этом каждая  
команда из 1 группы играет в нильс  
с командой из второй. Кратчайший

Ответ: 64.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 2 4 4 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$3^{2k} + 3^k + 2 = 2^k \cdot 7^l$$

Рассм. если  $k=0$ , то  $3^{2k} + 3^k + 2 = 7^l$ .  
 $3^{2k}$  - нечет.  $7^l$  - нечет.  
 $3^k$  - нечет. разная четность  
 $2$  - четн с двумя нулями  $\Rightarrow k \neq 0$ .

Рассм. если  $k=1$ , то  $3^{2k} + 3^k + 2 = 2 \cdot 7^l$   
 $l=0$ ;  $l=1$ ;  $3^2 + 3 + 2 = 14 = 2 \cdot 7^1 = 14$

Если  $k=2$ , то  $l=0$ ;  $l=0$ . Докажем, что данное уравнение не имеет.  
 Пусть  $3^k = t$ , тогда  $t \in \mathbb{Z}$ ;  $t > 0$ , то  $t \in \mathbb{Z}$ ;  $t > 0$ , тогда  $t^2 + t + 2 = 2^k \cdot 7^l = 0$

$$D = 1 - 8 + 4 \cdot 2^k \cdot 7^l$$

т.к.  $t > 0$ , то  $t = \frac{-1 + \sqrt{-7 + 4 \cdot 2^k \cdot 7^l}}{2}$  т.к.  $t \in \mathbb{Z}$ , то

$-7 + 4 \cdot 2^k \cdot 7^l : 7^2$   $\nmid$   $\Rightarrow$   
 $-7 + 4 \cdot 2^k \cdot 7^l$  - нечетное.

$\Rightarrow 7(-1 + 4 \cdot 2^k \cdot 7^l) = 7^{2p} \cdot Q^2$ ,  $Q \in \mathbb{Z}$ .  
 $-1 + 2^{k+2} \cdot 7^{l-1} = 7^{2p-1} \cdot Q^2$   
 кроме того  $t$  является целым числом  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow 7^p \cdot Q = 2 \cdot 3^2 + 1$ .  
 тогда  $7^{2p} \cdot Q^2 = -7 + 2^{k+2} \cdot 7^{l-1}$ .



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 2 4 4 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Рассмотрим остатки

$3^k$  на 7.

| $k$ | $3^k$           | ост 7 | $2 \cdot 3^k \pmod{7}$ | $2 \cdot 3^{k+1} + 1 \pmod{7}$ |
|-----|-----------------|-------|------------------------|--------------------------------|
| 0   | 1               | 1     | 2                      | 3                              |
| 1   | 3               | 3     | 6                      | 0                              |
| 2   | 9               | 2     | 5                      | 5                              |
| 3   | 27              | 6     | 1                      | 2                              |
| 4   | 81              | 4     | 3                      | 4                              |
| 5   | $243 \equiv 3$  | 1     | 2                      | 3                              |
| 6   | $729 \equiv 1$  | 3     | 6                      | 0                              |
| 7   | $2187 \equiv 3$ | 2     | 4                      | 5                              |
| 8   | $3^8 \equiv 1$  |       |                        |                                |

...  
 ~~$2 \cdot 3^{k+1} + 1 \equiv -1 \pmod{7}$~~   
 $-1 + 2^{k+2} \cdot 7^{l-1} \pmod{7}$   
 если  $l > 1$ , то  
 $-1 + 2^{k+2} \cdot 7^{l-1} \equiv -1 \pmod{7} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow l \leq 1$   
 если  $l = 1$ , то  $-1 + 2^{k+2} \pmod{7}$ ,  
 но при этом  $-7 + 4 \cdot 2^k$  является  
 кв-том, а это невозможно, при  
 $k > 1$   
 если  $k$  чётн, то  
 $4 \cdot 2^k$  - кв-т, а разность между  
 кв-тами не может быть 7, т.к.  $4 \cdot 2^k \neq 4$   
 $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$   
 $a^2 - (a-1)^2 = (a-1)$   
 следовательно не возможно если  
 иначе как для  $k=0$ , но при  
 $k=0$  не реш ур.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 2 4 4 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа  
в рамке справа



Если  $k$  нечетно, то

Рассмотрим остатки  $-1 + 2^{k+2}$  на 7.

$k$   $(2^{k+2}) \bmod 7$

0 4

1  $8 \equiv 1$

2  $16 \equiv 2$

3  $32 \equiv 4$

4  $64 \equiv 1$

5  $128 \equiv 2$

6  $256 \equiv 4$

и т.д.

$-1 + 2^{k+2}$

3

это не подходит.

Таким образом

единственными решениями

являются пары.

$l=1; v=1; k=1$

$l=0; v=0; k=2$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Ноябрьск, МБОУ СОШ № 6

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | О | О | О | 2 | 1 | 5 | 7 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия КОРЯГИНА

Имя СОФЬЯ

Отчество НИКОЛАЕВНА

Дата рождения 11.10.2005 Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79534139663 Подпись Кор

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

**Вариант № 3**

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 5 | 7 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N1. 00000...0

ядро совокупность орбит и грибов.

|    |    |    |   |    |          |
|----|----|----|---|----|----------|
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | $\Sigma$ |
| 20 | 20 | 20 | 4 | 16 | 80       |

Согласно условию задачи у бельгоянок было 5 орехов, 3 грибов и 11 яд. Яда ставят в пращелушках. В каждой пращелушке 1 яд (по условию). То есть, надо вставить 11 яд в 14 пращелушек. Количество способов расстановки яд  $C_{14}^{11}$ .

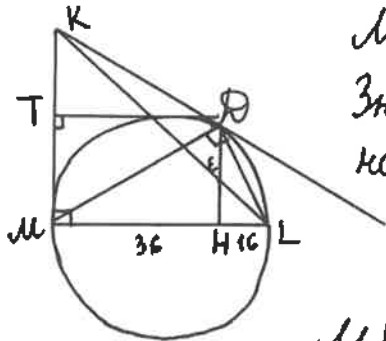
Из совокупности орехов и грибов нужно узнать, сколько различных последовательностей можно получить. Всего 13 элементов. У нас 5 орехов, которые находятся среди этих элементов. Значит, количество способов вставки орехов будет  $C_{13}^5$ .

Триба будут запоминать автоматически на оставшиеся места.

Таким образом, возможное количество расстановки предметов =  $C_{14}^{11} \cdot C_{13}^5$ .

Answer:  $C_{14}^{11} \cdot C_{13}^5$

N2


$$M_L = 52 \text{ (по условию задачи).}$$

Зная, что  $LH:MH=4:9$ , то можно найти  $LH$  и  $MH$ .

$$LH = \frac{4}{13} \cdot 52 = \frac{208}{13} = 16.$$

$$MM = \frac{9}{13} \cdot 52 = \frac{468}{13} = 36.$$

Зная LH и MH найдем DH:  $DH = \sqrt{36 \cdot 16} = \sqrt{576} = 24$ .

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 1 5 7 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$\Phi H$  - высота в прямоугольном треугольнике.

Проведем перпендикуляр к  $KM \Rightarrow K\Phi HM$  - прямоугольная трапеция, а  $T\Phi HM$  - прямоугольник (изме примитивными), то  $K\Phi = TM = 24$ , а  $T\Phi = MH = 36$ .

Обозначим  $TK$  за  $x$ , тогда  $T\Phi = 24 + x \Rightarrow$  по т. Пифагора:

$$x^2 + 36^2 = (24 + x)^2,$$

$$1296 = 576 + 48x \Rightarrow x = 15.$$

Катетовая  $K\Phi = 24 + x = 24 + 15 = 39$ .

Из подобия  $\triangle KML$  и  $\triangle EHL$ :

$$EH = \frac{16}{52} \cdot 39 = 12 \Rightarrow \Phi E = \Phi H - HE = 24 - 12 = 12.$$

$$S_{\triangle \Phi E} = \frac{16 \cdot 12}{2} = 96.$$

Ответ: 96.

$$N3. \frac{z^2}{x+y+2z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \geq \frac{xy}{x+y+2z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z}.$$

$$\square \frac{z^2 - xy}{x+y+2z} + \frac{x^2 - yz}{2x+y+z} + \frac{y^2 - zx}{x+2y+z} \geq 0$$

$$\left( \frac{x^2 - 2xy + y^2}{4(x+y+2z)} + \frac{1}{4}(-x-y) + \frac{z}{2} \right) + \left( \frac{y^2 - 2yz + z^2}{4(2x+y+z)} + \frac{1}{4}(-y-z) + \frac{x}{2} \right) + \left( \frac{z^2 - 2zx + x^2}{4(x+2y+z)} + \frac{1}{4}(-z-y) + \frac{y}{2} \right) \geq 0.$$

$$\frac{x^2 - 2xy + y^2}{4(x+y+2z)} + \frac{y^2 - 2yz + z^2}{4(2x+y+z)} + \frac{z^2 - 2zx + x^2}{4(x+2y+z)} \geq 0.$$

Числитель у нас не отриц., т.к. квадрат  $\Rightarrow$  знаменатель будет неотрицат.  $\Rightarrow$  сумма дробей неотриц., т.к. каждая дробь неотриц. Что и требовалось доказать. ■



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 1 5 7 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа  
в разное время

№4. По условию задано 16 команд сыграли с каждой по разу. Если каждая 3 команда между собой набрала равное кол-во очков - за победу - 2 очка, за ничью - 1, то только максимум 2 команды могут набрать одинаковое количество очков. Если все команды играли вничью, то у них было по 15 очков. За применение нилы на победу, то к какой-нибудь команде прибавили 1 и убавили тоже 1. То есть, если заменить нилу на победу, то изменили у 2 команд очки (+1 и -1).

Всего было 120 партий  $\left(\frac{16 \cdot 15}{2}\right)$ .

|    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|
| 14 | 14 | 15 | 15 | 16 | 16 |
| 13 | 13 |    |    | 17 | 17 |
| 12 | 12 |    |    | 18 | 18 |
| 11 |    |    |    | 19 |    |

Можно понять, что отклонения будут распределены таким образом: 4 с откл. 1, 4 с откл. 2, 4 с откл. 3 и 4 с откл. 4.

Чтобы было минимум отклонений, нужно взять  $0 \cdot 2 + 1 \cdot 4 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 2 = 32$ . Но т.к. 1 победа = 2 очка, то всего 16 отклон.

Отклонения:

|   |   |    |    |    |    |
|---|---|----|----|----|----|
| 1 | - | 14 | 14 | 16 | 16 |
| 2 | - | 13 | 13 | 17 | 17 |
| 3 | - | 12 | 12 | 18 | 18 |
| 4 | - | 11 |    | 19 |    |

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

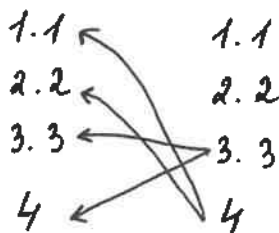
Вариант № 3

М А О О О 2 1 5 7 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4 (продолж.)



Допустим, 4 забрали у 1.1 и 2.2 по 1.  
От 2.2 остается 1.1, 3.3 забрали у 3.3 и 4 по 2. От 3.3 остается 1.1, от 4 - 2.

Получается:

1.1 ↔ 1.1

2.2. забрали по 1.

1.1 → 2.2  
2

1.1. побили друг друга.

Стрелки - победы правой команды над левой + прибавл. к правой части (+1), а к другой - (-1).

За 16 провер. стрелок, как на рисунке выше, мы превращаем все в 15, а все остальные партии оканчиваются ничьей.

Ответ: 104.

$$\text{№5. } 3^{2a} + 3^a + 2 = 2^{k+1}.$$

Рассмотрим делимость на 8.

$3^{2a} + 3^a + 2$  никогда не делится на 8, т.к.  $9^a + 3^a + 2$ , а 9 сравнимы с 1 по модулю 8 ( $9 \equiv 1$ ),  $9^a$  дает такой же остаток, как и  $1^a \Rightarrow 1^a = 1 + 3^a + 2$ .

Например, если брать 3, то остаток будет 6, а если 1, то 4, т.е.  $\neq 0 \Rightarrow$  если выражение  $\neq 0$ , то оно никогда не делится на 8  $\Rightarrow k$  может быть  $= 0, 1, 2$ .

$3^a$  по модулю 7.

|           |
|-----------|
| $3^0$     |
| $3^1 - 3$ |
| $3^2 - 1$ |
| $3^3 - 3$ |
| $3^4 - 1$ |

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № \_\_\_\_\_

М А О О О 2 1 5 7 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа

N5 (продолж.)

- 1) 3
- 2) 2
- 3) 6
- 4) 4
- 5) 5
- 6) 1
- 7) 3

Рассмотрим остаток  $3^{2a} + 3^a + 2$  (целые остатки должны делиться на 7).

- 1)  $9 + 3 + 2 = 14$  - подходит
- 2)  $4 + 2 + 2 = 8$
- 3)  $36 + 6 + 2 = 44$
- 4)  $16 + 4 + 2 = 22$
- 5)  $25 + 5 + 2 = 32$
- 6)  $1 + 1 + 2 = 4$

$3^{6k+1}$  будет делиться на 7. Остаток у степени должен быть 1.

Рассмотрим делимость на 49. Для нахождения остатка новой степени нужно из остатка  $3^{6k+1}$  найти остаток от деления на 49, а остаток от деления на 7. Цикл на 7 равен 6, так как  $3^6 = 729$ . То есть найдем:

|    |    |    |
|----|----|----|
| 3  | 38 | 24 |
| 31 | 17 | 3  |
| 10 | 45 |    |

$\Rightarrow$  что  $3^{2a} + 3^a + 2$  не делится на 8, 49  $\Rightarrow$  д.б. не более  $7 \cdot 4 = 28$ .

Перебор значений.

- 1) Если  $a = 0$ , то  $k = 2$ ,  $l = 0$ .
- 2)  $a = 1$ ,  $k = 1$ ,  $l = 1$
- 3)  $a \geq 2$ , то  $81 + 9 + 2 = 92$  - слишком много.

□ Проверка остатка на делимость:

на 49 не делится

- а)  $x = 3 \Rightarrow \frac{9 + 3 + 2}{49} = \frac{2}{7}$
- б)  $x = 31 \Rightarrow \frac{142}{7}$
- в)  $x = 10 \Rightarrow \frac{16}{7}$

- г)  $x = 38 \Rightarrow \frac{212}{7}$
- д)  $x = 17 \Rightarrow \frac{44}{7}$
- е)  $x = 45 \Rightarrow \frac{296}{7}$
- ж)  $x = 24 \Rightarrow \frac{86}{7}$

Ответ:  $a = 0, k = 2, l = 0$ ;  $a = 1, k = 1, l = 1$

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Москва

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | О | О | О | 2 | 3 | 1 | 7 | 2 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия Вязов

Имя Глеб

Отчество Дмитриев

Дата рождения 04.03.2006

Класс 11

Предмет Математика

Работа выполнена на 7 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89261075740

Подпись ГМ

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

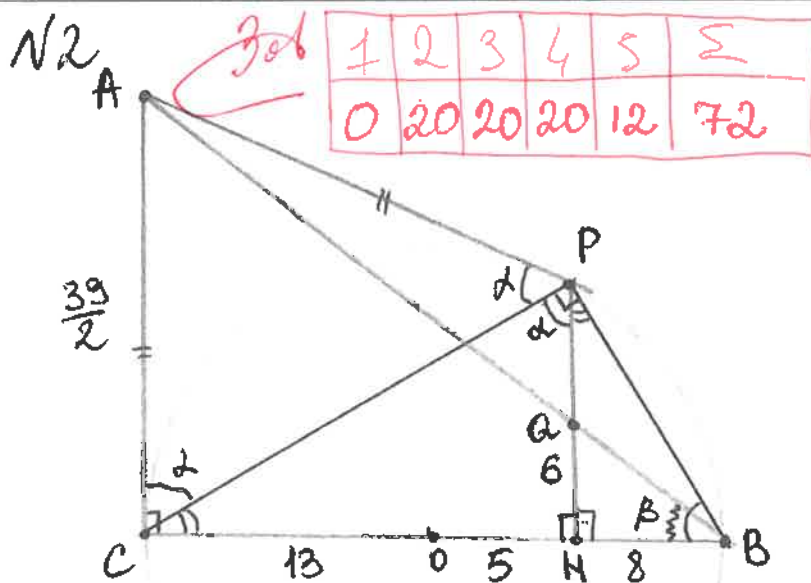
## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 1 | 7 | 2 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

**ВНИМАНИЕ:** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$BC = 26$$
$$S_{BPQ} = ?$$
$$BM:CM = 4:3$$

- 1)  $BO = CO$  - радиусы окр-ти, значит  $BN = 8$ ,  $MO = 5$ ,  $CO = 13$   
 $BC = 26$  и  $BN = 8$ ,  $CM = 18$ ;  $BN : CM = 8 : 18 = 4 : 9$ .  
 $\triangle BPC$  - прямоугол., т.к.  $\angle BPC = 90^\circ$  - центр на диаметр  $BC$ . Пусть  $\angle CPN = \alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$ , тогда  $\angle BPN = 90^\circ - \alpha = \angle PCN$ .  
 $\angle MBP = \alpha$ .  $\triangle MPC \sim \triangle MBP$ , значит  $\frac{MP}{MB} = \frac{MC}{MP}$   
 $MP^2 = MC \cdot MB = 8 \cdot 18 = 4 \cdot 4 \cdot 9$ ;  $MP = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$   
2)  $\triangle PMC$ , т. Пифагора:  $PC^2 = 12^2 + 18^2 = 4^2 \cdot 3^2 + 2^2 \cdot 3^4 = 4 \cdot 3^2 (4 + 9)$   
 $PC = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{13} = 6\sqrt{13}$   
 $AP = AC = x > 0$  - отрезки кас-ых.  $\angle APC = \angle ACP = \alpha = \angle CBP$   
тогда  $\angle CAP = 180^\circ - 2\alpha$ .  $\triangle CPN$ :  $\cos \alpha = \frac{PN}{CP} = \frac{12}{6\sqrt{13}} = \frac{2}{\sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$   
 $\cos \angle CAP = \cos(180^\circ - 2\alpha) = -\cos 2\alpha = -(2\cos^2 \alpha - 1) = 1 - 2\cos^2 \alpha$   
 $= 1 - 2 \cdot \frac{4}{13} = 1 - \frac{8}{13} = \frac{5}{13}$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 3 1 7 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



3)  $\triangle CAP$ , т. косинусов:

№2 (продолжение)

$$PC^2 = AC^2 + AP^2 - 2 \cdot AC \cdot AP \cdot \cos \angle CAP$$

$$36 \cdot 13 = 2x^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{5}{13} \cdot 13$$

$$36 \cdot 13^2 = 26x^2 - 10x^2 = 16x^2$$

$$x^2 = \frac{6^2 \cdot 13^2}{4^2}; x = \frac{6 \cdot 13}{4} = \frac{3 \cdot 13}{2} = \frac{39}{2} \quad (x > 0)$$

Пусть  $\angle ABC = \beta \in (0; \frac{\pi}{2})$ . Из  $\triangle ABC$ :  $\operatorname{tg} \beta = \frac{39}{2} : 26$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{39}{2 \cdot 26} = \frac{3}{4};$$

$$4) \triangle BHQ: \operatorname{tg} \beta = \frac{HQ}{BH}; \frac{3}{4} = \frac{HQ}{8}; HQ = 6$$

$$S_{BHQ} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 6 \cdot 4 = 24$$

$$S_{BHV} = \frac{12 \cdot 8}{2} = 6 \cdot 4 = 48$$

$$S_{BPQ} = S_{BHV} - S_{BHQ} = 48 - 24 = 24.$$

Ответ:  $S_{BPQ} = 24$ .

№3

$$x, y, z > 0$$

Пусть  $x + y + z = a > 0$ .

$$\frac{z^2}{a+z} + \frac{x^2}{a+x} + \frac{y^2}{a+y} \geq \frac{xy}{a+z} + \frac{yz}{a+x} + \frac{xz}{a+y} \quad | \cdot (a+x)(a+y)(a+z)$$

$$z^2(a+x)(a+y) + x^2(a+z)(a+y) + y^2(a+x)(a+z) \geq \overset{0}{xy(a+x)(a+y)} + \overset{0}{yz(a+y)(a+z)} + \overset{0}{xz(a+x)(a+z)}$$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 3 1 7 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

$$a^2z^2 + axz^2 + ayz^2 + xyz^2 + a^2x^2 + ax^2y + ax^2z + x^2yz + \quad N3$$

$$+ a^2y^2 + axy^2 + azy^2 + xy^2z \geq a^2xy + ax^2y + axy^2 + x^2y^2 +$$

$$+ a^2yz + ay^2z + ayz^2 + y^2z^2 + a^2xz + ax^2z + axz^2 + x^2z^2$$

$$(x^2 + y^2 + z^2)a^2 + xyz^2 + xy^2z + x^2yz \geq (xy + yz + xz)a^2 + x^2y^2 +$$

$$+ y^2z^2 + x^2z^2$$

$$(x^2 + y^2 + z^2)a^2 + xy(z^2 - xy) + xz(y^2 - xz) + yz(x^2 - yz) \geq 0$$

$$(z^2 - xy)(a^2 + xy) + (x^2 - yz)(a^2 + xz) + (a^2 + yz)(x^2 - yz) \geq 0$$

$$a^2 = (x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2zy$$

$$x^4 + x^2y^2 + x^2z^2 + 2x^3y + 2x^3z + 2x^2zy + x^2y^2 + y^4 + y^2z^2 + 2xy^3 + 2xy^2z + 2zy^3$$

$$+ z^4 + y^2z^2 + x^2z^2 + 2xyz^2 + 2xz^3 + 2yz^3 + x^2yz^2 + xy^2z^2 + x^2yz^2 \geq$$

$$\geq x^3y + xy^3 + xy^2z + 2x^2y^2 + 2x^2yz + 2xy^2z + x^2yz^2 + y^3z + yz^3 +$$

$$2xy^2z + 2xy^2z + 2y^2z^2 + x^3z + xy^2z + xz^3 + 2x^2yz + 2x^2z^2 +$$

$$+ 2xyz^2 + x^2y^2 + y^2z^2 + x^2z^2$$

$$x^4 + y^4 + z^4 + x^3y + x^3z + 2x^2yz + 2xy^3 + 2xy^2z + 2xy^2z + x^2y^2 + y^3z + yz^3 +$$

$$+ xz^3 + yz^3 \geq x^2y^2 + 2x^2yz + 2xy^2z + 2xy^2z + 2xy^2z + 2xy^2z +$$

$$+ y^2z^2 + 2x^2yz + x^2z^2 + 2xyz^2$$

$$x^4 + y^4 + z^4 + x^3y + x^3z + xy^3 + y^3z + xz^3 + yz^3 \geq$$

$$\geq x^2y^2 + y^2z^2 + x^2z^2 + 2xyz^2 + 2xy^2z + 2x^2yz + 1 + x^2y^2 + y^2z^2 + x^2z^2$$

$$(x^2 - y^2)^2 + (y^2 - xz)^2 + (z^2 - xy)^2 + x^3y + x^3z + xy^3 + y^3z + xz^3 + yz^3 \geq$$

$$\geq 2x^2y^2 + 2y^2z^2 + 2x^2z^2$$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 3 1 7 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$(x^2 - zy)^2 + (y^2 - xz)^2 + (z^2 - xy)^2 + xy(x^2 + y^2 - 2xy) + xz(x^2 + z^2 - 2xz) + yz(y^2 + z^2 - 2yz) \geq 0$$

$$(x^2 - zy)^2 + (y^2 - xz)^2 + (z^2 - xy)^2 + xy(x - y)^2 + xz(x - z)^2 + yz(y - z)^2 \geq 0$$

Т.к.  $x, y, z > 0$ , то каждое слагаемое неотрицательно, т.е. нер-во верно для всех положительных  $x, y, z$ .

Ч.т.д.

N4

20 команд

1) Возьмем произвольные 3 команды. Заметим, что ком-во ничей не может быть больше 2х. Если ничьих 3, то каждая команда сыграла с каждой вничью:

|   | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 1 |   | 1 | 1 |
| 2 | 1 |   | 1 |
| 3 | 1 | 1 |   |

Тогда у каждой команды ровно по 2 очка, но это противоречит условию.

Пример, что 2 ничьи бывают:

|   | 1 | 2 | 3 | Σ очков |
|---|---|---|---|---------|
| 1 |   | 1 | 2 | 3       |
| 2 | 1 |   | 1 | 2       |
| 3 | 0 | 1 |   | 1       |

Значит чтобы ничьих было как можно больше, у каждой 3-х команд должно быть ровно 2 ничьи.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 3 1 7 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа

в рамке справа



N4 (предложение)

|    | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  |
| 2  | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  |
| 3  | 0 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  |
| 4  | 1 | 0 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  |
| 5  | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  |
| 6  | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  |
| 7  | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  |
| 8  | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 2 | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  |
| 9  | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  |
| 10 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  |
| 11 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  |
| 12 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0  | 1  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  |
| 13 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1  | 0  | 1  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  |
| 14 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0  | 1  | 0  | 1  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  |
| 15 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1  | 0  | 1  | 0  | 1  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  |
| 16 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 1  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  |
| 17 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 1  | 1  | 2  | 1  | 2  |
| 18 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 1  | 1  | 2  | 1  |
| 19 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 1  | 1  | 2  |
| 20 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 1  | 1  |

2) Заметим, что в данном примере у любых



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 3 1 7 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4 (продолжение)

3-х команд равно 2 ~~команды~~ игры сыграно в кильку и 1 игра победа/поражение. Значит в этом примере наибольшее кол-во килькух. Посчитаем их:

$$2(1+2+\dots+9)+10=2\cdot\frac{9\cdot10}{2}+10=9\cdot10+10=100$$

Ответ: 100 килькух.

№5

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k \cdot 7^l$$

1)  $3^{2a} \div 2$  и  $3^{2a} \div 2$ , значит  $3^{2a} + 3^a \div 2$

$$\underbrace{3^{2a} + 3^a}_{\div 2} + 2 \div 2$$

Если  $3^{2a} + 3^a \div 2^b$ , где  $b \in \mathbb{N}$  и  $b \geq 2$ , то

$$3^{2a} + 3^a + 2 \div 2^b, \text{ т.к. } 2 \div 2^b, \text{ значит}$$

$3^{2a} + 3^a + 2 \div 2^1$ , получается, что при  $k \geq 2$  нет решений, также при  $k=0$  тоже нет реш., т.к. выражение слева  $\div 2$ , а справа - нет.  $\boxed{k=1}$

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 2^1 \cdot 7^l$$

$$3^{2a} + 3^a + 2 \geq 1+1+2=4, \text{ значит } l \geq 1, \text{ т.е.}$$

$$3^{2a} + 3^a + 2 \div 7$$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 3 1 7 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5 (продолжение)

Рассмотрим по mod 7:

| $a$ | $3^a$ | $3^{2a}$ | $3^a + 3^{2a} + 2$ |
|-----|-------|----------|--------------------|
| 0   | 1     | 1        | 4                  |
| 1   | 3     | 2        | $7 \equiv 0$       |
| 2   | 2     | 4        | $8 \equiv 1$       |
| 3   | 6     | 1        | $9 \equiv 2$       |
| 4   | 4     | 2        | $8 \equiv 1$       |
| 5   | 5     | 4        | $11 \equiv 4$      |
| 6   | 1     | 1        | 4                  |

Дальше остатки записываются. Получается выражение  $3^a + 3^{2a} + 2 \equiv 7$  при  $a \equiv 1$ .  
Очевидно  $a=1, k=1, l=1$  решение:  
 $9+3+2=14$  - верно.

2)  $a=6n+1, n \in \mathbb{N} \quad (a \geq 7)$   
 $3^{12n+6} + 3^{6n+2} + 2 = 2 \cdot 7^l$

$9 \cdot 3^{12n} + 3 \cdot 3^{6n} + 2 - 2 \cdot 7^l = 0$

$9 = 9 - 36(2 - 2 \cdot 7^l) = 72 \cdot 7^l - 63 = 9(8 \cdot 7^l - 7)$   
 $\sqrt{8} \notin \mathbb{N}$ , т.к.  $8 \cdot 7^l - 7 \equiv 7 \pmod{7} \quad (l \geq 1)$ , но  $8 \cdot 7^l - 7 \not\equiv 49 \pmod{49}$

Значит при  $a \geq 1$  больше реш. нет.  
 Ответ:  $a=k=l=1$ .

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Москва

Адрес площадки проведения

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 7 | 4 | 5 | 5 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Мацак

Имя Татьяна

Отчество Михайловна

Дата рождения 18.07.2006 Класс 11

Предмет математика

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы 26.02.23.

Номер телефона 8 909 9504038 Подпись ММ

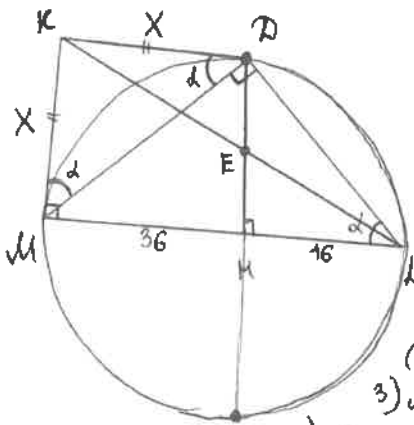
Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 11 В пархоразуемой расстановке рассмотрим как расположе-  
жены орехи относительно грибов. ~~Или грибами (и едой) есть 9~~  
~~мест, значит 9 вариантов для 1-ого ореха. Затем~~  
Всего  $5+8=13$  орехов и грибов, а значит всего вариантов рас-  
положения их  $C_{13}^5$  (если считать, что орехи, как и грибы, <sup>с едой</sup> ~~или едой~~  
орешков). Теперь для еды есть 14 мест/или орехами и грибами  
и едой). Сносодов выбрать 14 мест из 14  $C_{14}^{11}$   
Итого  $C_{13}^5 \cdot C_{14}^{11} = \frac{13! \cdot 14!}{11! \cdot 3! \cdot 5! \cdot 8!} = \frac{8! \cdot 10! \cdot 12 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 8} = \frac{11 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 6 \cdot 13 \cdot 14}{1} =$   
 $= 169 \cdot 22 \cdot 126 = 2772 \cdot 169 = 468468$

## Задача 2

Omber: 468468



- 1) Т.к.  $ML$  - диаметр, отразив точку  $D$ , отн.  $ML$ , получим  $D'$ , лежащую на  $ML$ ,  $DN = ND'$ .  
Растянем степень точки  $H$ :  
 $MH \cdot HL = HN \cdot HD'$ ,  $HN^2 = MH \cdot HL$ ,  $HN = \sqrt{MH \cdot HL}$ .  
 $MH = \frac{9}{13} \cdot 52 = 36$ ,  $HL = 52 - 36 = 16$ ,  $HN = \sqrt{16 \cdot 36} = 24$ .
- 2)  $KL, KD$  - отрезки го касания с окружностью, а значит они равны. Тогда  $\angle LKD = \pi/5$ ,  $\angle KLD = \angle KDL$ . Пусть  $\angle KLD = \alpha$ . По теореме о касательной и хорде, проверенной в точке касания,  $\angle DLM = \alpha$ . ( $KD$  - касательная,  $LD$  - хорда).  
3)  $ML$  - диаметр  $\Rightarrow \angle MDL = 90^\circ$ .  $\angle HDL = 90^\circ - \alpha$ .
- 4) По т. косинусов  $\cos \angle HLD = \cos \alpha = \frac{HL^2 + LD^2 - HD^2}{2 \cdot HL \cdot LD}$   
 $\cos \angle HLD = \cos \alpha = \frac{HL}{DL} = \frac{16}{\sqrt{16^2 + 24^2}} = \frac{2}{\sqrt{13}}$   
 $\frac{2}{\sqrt{13}} = \frac{x^2 + (36^2 + 24^2) - x^2}{2x \cdot \sqrt{36^2 + 24^2}}$
- 5) По т. косинусов  
 $\cos \angle KDL = \cos \alpha = \frac{KD^2 + LD^2 - KL^2}{2 \cdot KD \cdot LD}$   
 $\frac{2}{\sqrt{13}} = \frac{144 \cdot 13}{2x \cdot 12 \cdot \sqrt{13}}$   
 $2x \cdot 12 \cdot 2 = 144 \cdot 13$ ,  $x = \frac{144 \cdot 13}{2 \cdot 12 \cdot 2} = 3 \cdot 13 = 39$
- 6) По т. Пифагора  $KL^2 = 52^2 + 39^2 \neq$ ,  $KL = 5 \cdot 13 = 65$
- 7)  $\triangle LEH \sim \triangle KLM$  (по 2 углам  $\angle EHL = \angle KML = 90^\circ$ ,  $\angle ELH$  - общий):  $\frac{HL}{KL} = \frac{EH}{KM}$ ,  $EH = \frac{HL \cdot KM}{KL} = \frac{16 \cdot 39}{65} = \frac{16 \cdot 3}{5} = 12$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 7 4 5 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

8)  $S_{EAL}$  - площадь  $\triangle EAL$ ,  $S_{EAL} = AE \cdot AL \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin \angle EAL = (14-12) \cdot 8\sqrt{13} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin(90-2) =$   
 $= 12 \cdot 8\sqrt{13} \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos 2 = 12 \cdot 8\sqrt{13} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} = 12 \cdot 8 = 96$

Ответ: 96

## Задача N3

$x, y, z$  - положительные, значит  $(x+y+z)^3 > 0$ , величины больше, тем больше.  
 $2z^2x + yz^2 + z^3 + xz^2 + 2yz^2 + z^3 + x^3 + yx^2 + 2zx^2 + x^3 + 2yx^2 + 2zx^2 + xy^2 + y^3 + 2zy^2 + 2xy^2 + y^3 + zy^2 > 0$   
 $\geq 2x^2y + xy^2 + x^2z + x^2y + 2xy^2 + zxy + yzx + y^2z + 2yz^2 + xyz + 2y^2z + yz^2 + 2z^2x + 2xyx + 2x^2z$   
 $3z^2x + 3yz^2 + 2z^3 + 2x^3 + 2y^3 + 3x^2z + 3x^2y + 3y^2x + 3y^2z + 6xyz + 5z^2x + 5x^2z + 5y^2x + 5x^2y + 5y^2z + 5z^2y$   
 $3z^2x + 3yz^2 + 2z^3 + 2x^3 + 2y^3 + 3x^2z + 3x^2y + 3y^2x + 3y^2z - 6xyz - 6xyz - 6xyz - 3z^2x - 3x^2z - 3x^2y -$   
 $- 3y^2x - 3y^2z - 3z^2y \geq 0$

$2z^3 + 2x^3 + 2y^3 - 6xyz \geq 0$ ,  $z^3 + x^3 + y^3 - xyz \geq 0$

Мер-во ~~о средних~~ при  $a_i > 0$ :

$\sqrt[n]{a_1^n + a_2^n + \dots + a_n^n} \geq \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n}$

при  $n=3$ :

$\sqrt[3]{a_1^3 + a_2^3 + a_3^3} \geq \sqrt[3]{a_1 a_2 a_3}$

$a_1^3 + a_2^3 + a_3^3 \geq 3a_1 a_2 a_3 \geq a_1 a_2 a_3$

$\hookrightarrow z^3 + x^3 + y^3 \geq xyz$

ч.т.д.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 7 4 5 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 5

$$9^a + 3^a + 2 = 2^k \cdot 7^l$$

$$1) \quad 9^a + 3^a \equiv 1^a + (-1)^a \equiv \begin{cases} 0, a=2h+1, h \in \mathbb{Z}, h \geq 0 \\ 2, a=2h, h \in \mathbb{Z}, h \geq 0 \end{cases}$$

при  $a=2h$ :

$$9^a + 3^a \equiv 81^h + 9^h \equiv 1^h + 1^h \equiv 2$$

Тогда  $k \in \mathbb{Z}$  при  $a=2h+1$ :

$$9 \cdot 81^h + 3 \cdot 9^h \equiv 1 \cdot 1^h + 3 \cdot 1^h \equiv 4$$

Тогда  $(9^a + 3^a + 2) : 4$  при  $a=2h$

$: 2$  при  $a=2h+1$ , но не делится на 4 при  $a=2h+1$

Значит  $k=2$  или  $k=1$

$$2) \quad \text{Д-м, что если } 9^m + 3^m + 2 \equiv 0 \pmod{7}, \text{ то } 9^{m+6} + 3^{m+6} + 2 \equiv 0 \pmod{7}$$

$$9^{m+6} + 3^{m+6} + 2 \equiv 81^3 \cdot 9^m + 9^3 \cdot 3^m + 2 \equiv 4^3 \cdot 9^m + 2^3 \cdot 3^m + 2 \equiv 64 \cdot 9^m + 8 \cdot 3^m + 2 \equiv$$

$$\equiv 9^m + 3^m + 2 \pmod{7} \quad \text{ч.т.д.}$$

$$a=0: 9^0 + 3^0 + 2 = 4 \pmod{7}$$

$$a=1: 9^1 + 3^1 + 2 = 0 \pmod{7}$$

$$a=2: 9^2 + 3^2 + 2 = 1 \pmod{7}$$

$$a=3: 9^3 + 3^3 + 2 = 2 \pmod{7}$$

$$a=4: 9^4 + 3^4 + 2 = 1 \pmod{7}$$

$$a=5: 9^5 + 3^5 + 2 = 4 \pmod{7}$$

$\Rightarrow$  только при  $a=1+6n$  левая часть ур-я делится на 7,  $n \in \mathbb{Z}, n \geq 0$ .

$$a: 2 \Rightarrow k=1$$

$$3) \quad a=1: 9^1 + 3^1 + 2 = 14 \pmod{49}$$

$$a=7: 9^7 + 3^7 + 2 = 3 \pmod{49}$$

$$a=13: 9^{13} + 3^{13} + 2 = 5 \pmod{49}$$

$$a=19: 9^{19} + 3^{19} + 2 =$$

$$a=25: 9^{25} + 3^{25} + 2 =$$

$$a=31: 9^{31} + 3^{31} + 2 =$$

Если  $(9^a + 3^a + 2) : 7$ , то  $(9^a + 3^a + 2) \geq 7 \cdot 2$ , следовательно  $9^a + 3^a + 2 = 14 \cdot 2 \cdot 9^k$ ,  $9^k \not\equiv 7 \pmod{7}$ , значит такое число не существует. Тогда (кроме  $9=1$ ). Тогда

Ответ:  $a=1, k=1, l=1$



## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 7 | 4 | 5 | 5 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 4 Если команды А и В сыграли со счетом 2:0, можно взять любую 3-ю команду\* и условие будет соблюдаться. Команда С может как угодно сыграть с А и В.

|    |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| AB | 2/0 | 2/0 | 2/0 | 2/0 | 2/0 | 2/0 | 2/0 | 2/0 | 2/0 |
| AC | 1/1 | 2/0 | 0/2 | 0/2 | 0/2 | 2/0 | 2/0 | 1/1 | 1/1 |
| BC | 1/1 | 1/1 | 1/1 | 0/2 | 2/0 | 2/0 | 0/2 | 2/0 | 0/2 |
| A  | 3   | 4   | 2   | 2   | 2   | 4   | 4   | 3   | 3   |
| B  | 1   | 1   | 1   | 0   | 2   | 2   | 0   | 2   | 0   |
| C  | 2   | 1   | 3   | 4   | 2   | 0   | 2   | 1   | 3   |

\*кроме случаев, когда каждое из чисел  $1, 2, \dots, n$  встречается в строке ровно  $k$  раз.

Если  $A$  и  $B$  сыграны вместе, построив аналогичную таблицу будет ясно

Всего игр было 240.

Омлет: не более 12/64

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Москва

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 4 | 8 | 7 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Симонович

Имя Полина

Отчество Сергеевна

Дата рождения 11.10.2005.

Класс 11

Предмет математика

Работа выполнена на 7 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 8 926 543 05 79

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 3 4 8 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

- ① ~~5~~ 5 Орехов, 8 Грибов, 11 Ягод.  
2 стороны не рядом сколько способов?

посчитаем сколькими способами можно расставить только орехи и грибы.

т.е. по факту это кол-во способов расположить 5 орехов из 13 предметов (т.к. в таком случае грибы расположатся однозначно) —  $C_{13}^5$

получается:

308

| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | Σ  |
|----|----|----|---|----|----|
| 20 | 16 | 20 | 0 | 20 | 76 |

мн  $\frac{0}{1}$  мн  $\frac{1}{2}$  мн  $\frac{1}{3}$  мн  $\frac{0}{4}$  мн  $\frac{1}{5}$  мн  $\frac{1}{6}$  мн  $\frac{1}{7}$  мн  $\frac{1}{8}$  мн  $\frac{1}{9}$  мн  $\frac{1}{10}$  мн  $\frac{1}{11}$  мн  $\frac{1}{12}$  мн  $\frac{1}{13}$

между грибами и орехами расположить есть 14 мест в которые нужно разместить 11 ягод — это можно сделать  $C_{14}^{11}$  способами

тогда всего способов расположить предметов:

$$C_{13}^5 \cdot C_{14}^{11} = \frac{13!}{5! 8!} \cdot \frac{14!}{11! 3!} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3} = 3 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 13^2 \cdot 14$$

Ответ:

$$C_{13}^5 \cdot C_{14}^{11}$$

- ⑤  $3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k 7^l$ , где,  $a, k, l$  — целые, неотриц.

~~3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k 7^l~~

~~3^a(3^a + 1) = 2^k 7^l - 2~~

~~пусть  $k \geq 1$  тогда~~

$$\frac{3^a(3^a + 1)}{2} = 2^{k-1} 7^l$$

рассмотрим остатки по модулю 7

$$3^a \equiv 1, 3, 2, -1, -3, -2, 1, 3, \dots$$

$$3^{2a} \equiv 1, 2, 4, 1, 2, 4, 1, 2, \dots$$

и поочередно остатки циклически

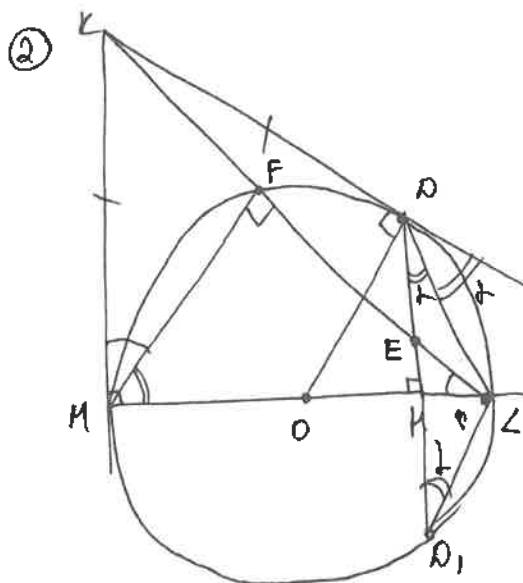
$$3^{2a} + 3^a \equiv 2, 5, 6, 0, -1, -2$$

$$3^{2a} + 3^a + 2 \equiv 4, 0, -1, 2, 1, 0$$

$$(3^{2a} + 3^a + 2) : 7 \text{ если } 3^a \equiv 3, 3^a \equiv -2$$

т.е. если  $a = 6k + 1$  или  $a = 6k + 5$  где  $k \in \mathbb{N}$

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа  
в правой строке



решение:

① если  $LK = 4x$   
 $MK = 9x$

$$\text{mo } ML = 13X = 52 \rightarrow X = 4$$

тогда по с-ву корд окр:

и пусть  $DH \cap \text{окр}(0; \frac{ML}{2}) = D_1$

попр. т.к.  $DN \perp ON$ , то  $DN = MD_1 - CO - EO$

См-но  $PH^2 = MH \cdot HL = 9 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$

$$DH = 3 \cdot 2 \cdot 4 = 24$$
$$\text{cu-HO } S_{DHL} = \frac{D_H \cdot H_L}{2} = \frac{24 \cdot 12}{2} = 12 \cdot 16 \quad \checkmark$$

② Точка  $MF \perp FL$ , т.к.  $ML$ -диам.,  $F \in \text{окр}(O; \frac{ML}{2})$   
 $ML$ -но заменим  $CB$ -во касат и секущ.

~~сл-но затисли св-во касат и секут:~~

 ~~$KF \cdot KL = KM^2$~~ 

по т. Пиф.  $\triangle KMF$  - пр.м.:  $MF^2 + KF^2 = KM^2$

Тогда по св-ву пропорционал от в  $\triangle KML$  - прам:

 ~~$MF^2 = kF \cdot FL$~~ 

~~maior~~  $\angle A F \cdot F X + A F^2 = A F \cdot A L$  tamen  $M F^2 + F L^2 = M L^2 = 52^2$

$$K_A^2 = \frac{A}{K_A} \cdot \frac{A}{K_A} = \frac{A^2}{K_A^2}$$

cu-no  $RF \cdot FL = 52^2 - FL^2$

~~$$LF(KF + FL) = 52^2$$~~~~FFFF~~  $LF \cdot KL = 52^2$ ~~140 (KL-KF) KL = 52^2~~~~$$KL^2 - KL \cdot \underset{\substack{h \\ KM^2}}{KF} = 52^2$$~~

замечем, что из  $\triangle ODL$ ,  $\angle ODL = \angle ODL = \angle ODL = \angle ODL = \alpha$

$$\text{KO } \angle LON = \alpha = \frac{VOL}{2}$$

- св-во касат и корды

привели по т. о касат  
и секунд:

$$D W^2 = N M \cdot N L =$$
$$N(N-1) = N(N+1)$$

воспринявшее св-во  
Биссек:

$$\frac{HL}{DN} = \frac{LN}{DN} = \frac{76^4}{246} = \frac{2}{3}$$
$$Cu-HO \quad DN = \frac{3}{2} LN$$

⑧  $\Delta HNL \sim \Delta MFL$  - no 2nd -  $\text{np} \sim \text{np} \sim \sqrt{NL(NL+52)} = NL(NL+52)$

~~$$\frac{EH}{MF} = \frac{HL}{FL} = \frac{EL}{ML}$$~~

~~$\triangle MFL \sim \triangle KML$  - правильный 2 yr.~~

$$\frac{MF}{KM} = \frac{FL}{ML} = \frac{ML}{KI} = \cos \angle KLM$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 3 4 8 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в ранке справа

~~18/11~~ сч-ко  $\frac{9}{4}LN^2 = NL^2 + 52NL$

$$\frac{5}{4}LN^2 = 52NL$$

$$LN = \frac{52 \cdot 4}{5}$$

③  $\triangle MKN \sim \triangle HDN$  -  $\angle N$ -общ и прямой:

$$\frac{MK}{HD} = \frac{KN}{DN} = \frac{MN}{HN} = \frac{52 + \frac{52 \cdot 4}{5}}{\frac{52 \cdot 4}{5} + 16} = \frac{52 \cdot 5}{4 \cdot 4 \cdot 5 + 4 \cdot 52} = \frac{5 \cdot 52^{13}}{4(20 + 52)}$$

прямеш  $MK = \frac{5 \cdot 13}{13 \cdot 8} \cdot HD = \frac{5 \cdot 13}{13 \cdot 8} \cdot 24 = \frac{65}{3}$

сч-ко  $S_{MKL} = \frac{MK \cdot ML}{2} = \frac{52 \cdot 65}{2 \cdot 3}$

и  $\triangle EHL \sim \triangle KML$  - прямой  $\angle L$ -общ

$$K = \frac{ML}{HL} = \frac{4}{13}$$

сч-ко  $\frac{S_{EHL}}{S_{KML}} = \frac{16}{13^2} = K^2$

$$S_{EHL} = \frac{4^2}{13^2} \cdot \frac{2 \cdot 65}{3} = \frac{16 \cdot 2 \cdot 65}{13 \cdot 3}$$

сч-ко  $S_{AEL} = S_{AHL} - S_{EHL} = 12 \cdot 16 - \frac{16 \cdot 2 \cdot 65}{13 \cdot 3} =$   
 $= \frac{2 \cdot 16 (13 \cdot 6 - 65)}{13} = 2 \cdot 16$

Ответ: 32



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 3 4 8 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



~~т.к.  $3a$  - нечет  
то  $3a+1$  - чет  
и  $3a \equiv 1, 3 \pmod{4}$ . всегда при  $a$   
 $3a+1 \equiv 0, 2 \pmod{4}$  и -ко  $a$  - нечет  
и -ко  $3a+1 \equiv 3 \pmod{4}$  - нечетное  
но тогда ч.г. - нечет а при  $a \equiv 1 \pmod{2}$   
но  $3a+3a \equiv 2, -2, 6, 0, -4, -2 \pmod{7}$   
и -ко  $3a+3a \equiv -1 \pmod{7}$  и -ко  $a \equiv 6 \pmod{7}$~~

$$\textcircled{3} \quad \frac{z^2}{x+y+z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \geq \frac{xy}{x+y+z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z}$$

(н.г.)

$$(2x+y+z)(x+2y+z)z^2 + ( ) ( ) x^2 + ( ) ( ) y^2 \geq (x)(x)xy + ( ) ( ) yz + ( ) (x)zx$$

пусть  $x \geq y \geq z$  ~~и т.д.~~  
и -ко  $2x+y+z \geq x+2y+z \geq x+y+z$

~~и -ко~~ тогда  $\frac{z}{x+y+z} \leq \frac{y}{x+2y+z} \leq \frac{x}{2x+y+z}$  т.к.  $x \geq y \geq z \geq 0$

и т.к.  $z \leq y \leq x$

то по транскрипции

$$\text{н.г.} \leq \frac{xy}{x+y+z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z}$$

7

т.г.г.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 3 4 8 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

⑤  $3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k 4^l$   $a, k, l$  — целые неотрицательные  
сравним  $3^a$  по модулю 14:

$$3^a \equiv_{14} 1, 3, 9, -1, -3, -9, 1, \dots$$

остатки циклически

$$3^{2a} \equiv_{14} 1, 9, -3, 1, 9, -3, 1, \dots$$

тогда  $3^a + 3^{2a} \equiv_{14} 2, 12, 6, 0, 6, -12, 2, \dots$

а-но  $3^a + 3^{2a} + 2 \equiv_{14} 4, 0, 8, 2, 8, -10, \dots$

если  $a = 6t + 1$  то и.ч.  $\nmid 14$  (\*)

примем  $3^{2a} + 3^a = 2^k 4^l - 2$

пусть  $k \geq 1$  тогда  $\frac{3^{2a} + 3^a}{2} = 2^{k-1} 4^l - 1$

заменим и.ч.  $\equiv_{14} 1, 6, 3, 0, 3, -6, 1, \dots$

если  $k \geq 2$   
пр.ч.  $\equiv_{14} -1$

тогда равенство невозможно

а-но  $k \leq 2$

тогда если  $k = 1$ :  $3^{2a} + 3^a = 2(4^l - 1)$

$$\frac{3^{2a} + 3^a}{2} = 4^l - 1$$

или

но  $3^{2a} + 3^a \equiv_{14} 2, 12, 6, 0, -1, -2$

т.к.  $3^a \equiv_{14} 1, 3, 9, -1, -3, -9, 1, \dots$

$3^{2a} \equiv_{14} 1, 9, -3, 1, 9, -3, 1, \dots$

остатки циклически  
левая часть

но  $4^l - 1$  — четное  $\Rightarrow$  применим  $\frac{3^a(3^a + 1)}{2}$

а-но  $a = 6t + 1$

то  $a = 6t + 1$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 3 4 8 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверять только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



сл-но  $l \leq 1$  или  $k \leq 1$  и промешой вариант  
 пусть  $\begin{cases} l=0 \\ k=1 \end{cases}$  :  $3^{2a} + 3^a + 2 = 2$  (0; 2; 0)

$$3^{2a} + 3^a = 0 - \text{невозможно}$$

т.к.  $y = 3^t > 0$  на  $\mathbb{R}$   
 (-2; +2)

$$\begin{cases} l=1 \\ k=0 \end{cases} : \begin{aligned} 3^{2a} + 3^a + 2 &= 4 \\ 3^{2a} + 3^a &= 5 \end{aligned}$$

но если  $a=1$  то  $3^2 + 3 > 5$

и т.к.  $y = 3^t$  на  $\mathbb{D}(t)$

\*\*) \*\*

то при больших  $t$  число больше

$$a=0 \quad 1+1 \neq 5$$

сл-но нет ~~решений~~ контур и 0 решений

$$\begin{cases} l=0 \\ k=0 \end{cases}$$

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 1$$

$$3^{2a} + 3^a = -1 - \text{невозможно}$$

$$\begin{cases} l=1 \\ k=1 \end{cases}$$

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 14$$

$$3^{2a} + 3^a = 12$$

$a=1$  - ед. реш т.к. \*\*) \*\*

Ответ: (1; 1; 1)  $\begin{pmatrix} a & k & l \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 3 4 8 7 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа  
в рамке справа

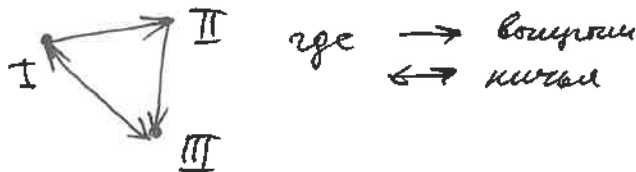


за каждую игру получивалось  
2 очка  
примем всего было получено  
15-16 очков

примем в каждой тройке: ~~3 очка~~ набрано в ручном команд-  
дах - ручное ком-во очков  
т.е. можно быть набрано

|                  |                  |
|------------------|------------------|
| <del>4-2-0</del> | <del>4-2-0</del> |
| 4-2-0            | - 0 очков        |
| 3-2-1            | - 1 очко         |
|                  | или 2 очка       |

получается предположим, что была сыграна  
котя до 1 очка, рассмотрим тройку с ней:



## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Уфа ул. Космодемьянск

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 3 | 4 | 9 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия Савибаева

Имя Ирина

Отчество Ильинична

Дата рождения 15.12.2005 Класс 11

Предмет математика

Работа выполнена на 6 листах Дата выполнения работы 16.01.2013

Номер телефона 89174551407 Подпись Савибаева И.И.

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О С О 2 2 3 4 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа  
в рамке справа

11. 7 орехов  
6 улиток  
10 яиц

300

|    |    |    |   |   |          |
|----|----|----|---|---|----------|
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5 | $\Sigma$ |
| 20 | 20 | 20 | 0 | 6 | 66       |

Способов расположить между собой  
7 орехов и 6 улиток =  $\frac{(7+6)!}{7! \cdot 6!} = \frac{13!}{7! \cdot 6!}$

Способов расставить между ними  
10 яиц на 14 мест:  $\frac{14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{10!}$

Каждому способу расстановки орехов и  
улиток соответствует способ расстановки  
яиц; поэтому получаем комбинаторный  
правильный произведение

$$\frac{13!}{7! \cdot 6!} \cdot \frac{14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{10!} =$$

$$= \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} =$$

$$= 121 \cdot 168 \cdot 84 = 1717716.$$

Ответ: 1717716.

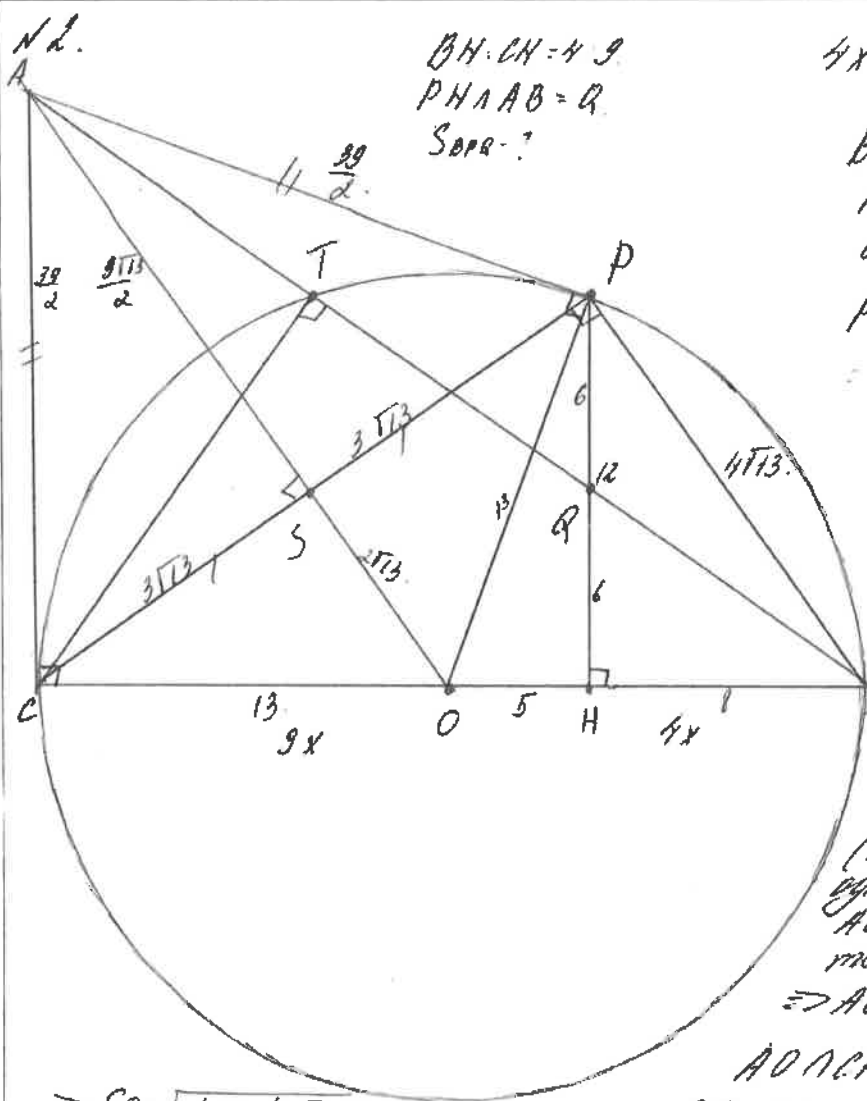
## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 3 | 4 | 9 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

**ВНИМАНИЕ!** Проверьте также то, что записано с этой стороны листа  
в рамке справа



$$\begin{aligned} 4x + 9x &= 26 & DC &= 13. \\ x &= 2 & OC &= OP = 13. \\ BN &= 8 & &= R_w \\ NC &= 18 \\ ON &= 5 \end{aligned}$$

$$PH = \sqrt{169 - 25}$$
$$= \sqrt{144}$$
$$= 12$$

$$PB = \sqrt{PN^2 + NB^2} = \sqrt{144 + 64} = 4\sqrt{13}$$

$$CP = \sqrt{26^2 - (4\sqrt{13})^2}$$

$$= \sqrt{468} = \sqrt{4 \cdot 9 \cdot 13} = 6\sqrt{13}$$

в т.к.  $AC \perp AP$   
(касательные из  
одной точки) и  
 $AO$  - общая сторона,  
то  $\triangle CAO \cong \triangle PAO$ .  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow AO$  - бис. угла  $CAP$

$AO \perp CP, S, AO \perp CP, CS:SP$

$$CP \& S = SP = 3T/3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{SO: } \sqrt{169 - (3\sqrt{13})^2} = 2\sqrt{13}$$

$$AC = AP \cdot x \quad \sqrt{x^2 + 169} - \sqrt{x^2 - 119} = 2\sqrt{13} \Rightarrow x = \frac{29}{2}$$

$$AS \Rightarrow = \frac{9\sqrt{13}}{2}$$

$$S_{DPN} = \frac{8.12}{2} = 4.06$$

Чет-ик АСОВ-вписанный (т.к.  $\angle ACO = \angle APO = 90^\circ$ ;  $90^\circ$ )  
 и  $\angle BQK \sim \angle BAC$  ( $BK \perp BC$ ,  $AC \perp BC \Rightarrow BK \parallel AC$ ,  $\angle B$  - общий)  
 $\angle BQK = \angle BAC$  (т.к.  $BK \parallel AC$ )

$$\frac{BQ}{AQ} = \frac{BH}{BC} = \frac{QH}{AC} = \frac{4}{13} = \frac{QH}{\frac{29}{2}} \Rightarrow QH = \frac{29 \cdot 4}{13} = 6 = PQ$$

~~В~~ В А Р О В И Д Н <sup>2</sup> имеют одну и ту же высоту, но разные основания

$$\frac{S_{PB\Phi}}{S_{PBH}} = \frac{P_{\Phi}}{P_H} = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{PB\Phi} = \frac{1}{2} \cdot S_{PBH} = \frac{48}{2} = 24$$

Лист 2 из 6

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 3 4 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\sqrt{3} \cdot \frac{x^2}{x+y+z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \geq \frac{xy}{x+y+2z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z}$$

$$2^2(2x+y+z)(x+2y+z) + x^2(x+y+2z)(x+2y+z) + y^2(x+y+2z)(2x+y+z) \geq$$

$$xy(2x+y+z)(x+2y+z) + yz(x+y+2z)(x+2y+z) + zx(x+y+2z)(2x+y+z)$$

$$(x^2 - xy)(2x+y+z)(x+2y+z) + (x^2 - yz)(x+y+2z)(x+2y+z) + (y^2 - z^2)(x+y+2z)(2x+y+z) \geq 0$$

$$(2xz^2 + 2zy^2 + 2z^2 \cdot 2xy - xy^2 - xyz)(x+2y+z) + (x^3 + x^2y + 2xz^2 - xyz - y^2z - 2z^2y)(x+2y+z) + (y^2x + y^3 + 2zy^2 - zx - zy \cdot 2z^2)(2x+y+z)$$

$$2x^3z^2 + xz^2y + xz^3 - 2x^2y - x^2y^2 - x^2yz + 4xyz^2 + 2z^2y^2 - 2yz^3 - 4x^2y^2 - 2xy^3 - 2xy^2z + 2xz^3 + z^3y + z^4 - 2x^2yz - xy^2z - xyz^2 + x^4 + x^3y + \dots \text{на упрощения}$$

Итого:

$$x^4 + y^4 + z^4 + 2xyz(x+y+z) + x^3y + x^3z + y^3x + y^3z + z^3x + z^3y - y^2x^2 - x^2z^2 - y^2z^2 \geq 0 \quad (x^2)$$

$$2x^4 + 2y^4 + 2z^4 + 4xyz(x+y+z) + 2x^3y + 2x^3z + y^3x + y^3z + 2y^3x + 2z^3x + 2z^3y - y^2x^2 - x^2z^2 - y^2z^2 \geq 0$$

$$(x^2 - y^2)^2 + (y^2 - z^2)^2 + (z^2 - x^2)^2 + 4xyz(x+y+z) +$$

$$+ 2x^3y + 2x^3z + 2y^3x + 2y^3z + 2z^3x + 2z^3y \geq 0$$

Так как сумма квадратов выражений  $\geq 0$ , а все остальные выражения  $\geq 0$ , т.к. по условию  $x, y, z > 0$ , то все выражение  $\geq 0$ .

ч.т.д.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 3 4 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

13. 
$$\frac{z^2}{x+y+2z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \geq \frac{xy}{x+y+2z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z}$$

Чтобы доказать ~~это~~ неравенство, нужно доказать, что

$$\begin{cases} \frac{z^2}{x+y+2z} \geq \frac{xy}{x+y+2z} \\ \frac{x^2}{2x+y+z} \geq \frac{yz}{2x+y+z} \\ \frac{y^2}{x+2y+z} \geq \frac{zx}{x+2y+z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 \geq xy \\ x^2 \geq yz \\ y^2 \geq zx \end{cases}$$

Так как, по условию задачи, мы работаем с положительными числами, то мы можем правомерно их сложить, сохранив при этом знак неравенства.

$$z^2 + x^2 + y^2 \geq xy + yz + zx \quad (x^2)$$

$$z^2 + x^2 + y^2 + z^2 + x^2 + y^2 \geq 2xy + 2yz + 2zx$$

$$2z^2 - 2zx + x^2 + y^2 - 2yz + z^2 + x^2 - 2xy + y^2 \geq 0$$

$$\underbrace{(z-x)^2}_{\geq 0} + \underbrace{(y-z)^2}_{\geq 0} + \underbrace{(x-y)^2}_{\geq 0} \geq 0$$

Квадрат числа  $\geq 0$ , их сумма тоже, значит неравенство верно.

т.м.д.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 3 4 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с левой стороны листа в рамке справа

№5.  $3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k \cdot 7^l$

$a=0: 4 = 2^k \cdot 7^l \Rightarrow k=2, l=0$

$a=1: 14 = 2^k \cdot 7^l \Rightarrow k=1, l=1$

$a, k, l \in \mathbb{Z}$

$a, k, l \geq 0$

$(0; 2; 0)$

$(1; 1; 1)$

Получили, есть ли другие решения

$2^k \equiv (-1)^k, \text{ то есть } 2^k \cdot 7^l \equiv (-1)^k$

$7^l \equiv 1$

$2 \equiv -1 \Rightarrow$  левая часть

уравнения при делении на 3 дает остаток  $(-1)^k$ , а правая при четных  $k$  - остаток 1 - не годится, при нечетных - остаток -1 - год.

$\Rightarrow k$  - нечетное при  $a > 0$

$k = 2m+1$

$(3^{a+2})(3^a+1) = 2^{2m+1} \cdot 7^l = 4^m \cdot 2 \cdot 7^l$

$3^a = t \Rightarrow (t+2)(t-1) = 4^m \cdot 2 \cdot 7^l$

$t > 0$

одно из них  $t-1, t, t+1, t+2$

обязательно четное, а другое нечетное.

Пусть  $t+2$  - четное

$t+2 = 4^m \cdot 2 \Rightarrow t = 4^m \cdot 2 \cdot 2 = 2(4^m \cdot 1)$

$t-1 = 7^l \Rightarrow t = 7^l + 1, t : 3 \Rightarrow 7^l \equiv 1$

$7^{l+1} \equiv 2 \pmod{3}$

противоречие и этот случай невозможен

Пусть  $t-1$  - четное

$t-1 = 4^m \cdot 2 \Rightarrow t = 4^m \cdot 2 + 1 \equiv 2+1 \equiv 3 \pmod{7}$

$t+2 = 7^l \Rightarrow t = 7^l - 2 \equiv 1-2 \equiv -1 \pmod{7}$

противоречие.



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 3 | 4 | 9 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ: Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



<sup>№5 (прод)</sup>  
Рассмотрим все возможные случаи значений переменных, и мы получим противоречие  $\Rightarrow$  уравнение имеет только 2 корня:  $(0; 2; 0)$  и  $(1; 1; 1)$ , другие корней нет.

Ответ:  $(0; 2; 0)$  и  $(1; 1; 1)$ .

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Уфа, ул. Космонавтов, 8

Адрес площадки проведения

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 4 | 5 | 9 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр

Вариант № \_\_\_\_\_

Фамилия Расфалясов

Имя Михаил ~~Максимович~~

Отчество Максимович

Дата рождения 17.02.2005 Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7 917 342 5074 Подпись Расфалясов

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 4 5 9 2 3

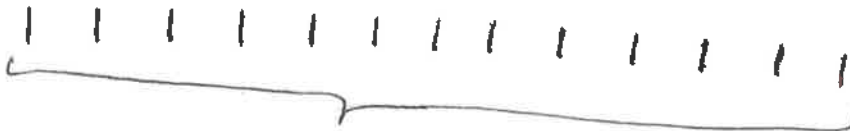
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

|    |    |   |   |    |    |
|----|----|---|---|----|----|
| 1  | 2  | 3 | 4 | 5  | Σ  |
| 20 | 20 | 6 | 0 | 12 | 58 |

н/

$$\frac{13!}{7! \cdot 6!}$$

— кол-во способов расставить 7 ор и 6 гр без учета



13 предметов (7 ор + 6 гр)

м/у мам, а также по краям 14-меш  
куда можно поставить 10 ягод

$$14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5$$

$$10!$$

— кол-во способов расставить  
10 ягод на 14 меш так, чтобы  
никакие 2 меш стояли рядом

$$\frac{13!}{7! \cdot 6!} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = 13 \cdot 11 \cdot 12$$

$$\frac{14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot (10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5)}{(10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5) \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = 7 \cdot 13 \cdot 11$$

$$13 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 11 = 169 \cdot 121 \cdot 84 = 1717716$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ \times 121 \\ \hline 169 \\ 338 \\ 169 \\ \hline 20449 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 20449 \\ 84 \\ \hline 81796 \\ 163592 \\ \hline 1717716 \end{array}$$

Ответ: 1717716

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



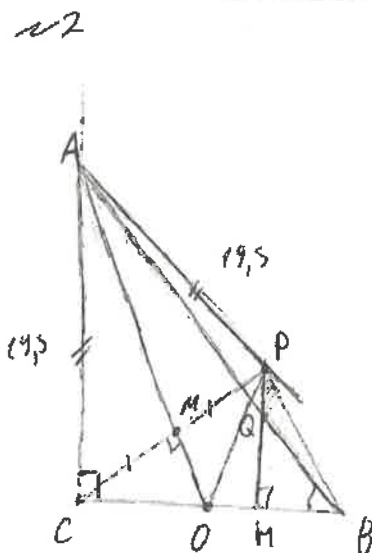
# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 4 5 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ: Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$\angle CPB = 90^\circ$ , т.к. олер на фом-р

$$PM^2 = CM \cdot MB$$

$$BC = 26, CM:MB = 9:4 \Rightarrow 4x + 9x = 26 \\ \Rightarrow CM = 18 \quad x = 2$$

$$BM = 8$$

$$\text{тогда } PM = \sqrt{8 \cdot 18} = 12$$

отметим т.ну O - срижину BC

$$OC = OP = \frac{1}{2} BC = 13 - \text{радиусы } \omega$$

$OC \perp AC \Rightarrow AC$  - кас-я к  $\omega$

$$\text{тогда } AC = AP$$

проведем стр-к AO

$$\triangle ACO = \triangle APO$$

$$(AP = AC, CO = OP, AO - \text{общ.})$$

$AO \perp CP = M$  т.к.  $\triangle COP$ ,  $\triangle ACP$  - равнобедр. M - середина CP,  $AO \perp CP$

$$\text{по т. Пиф: } CP = \sqrt{PM^2 + CM^2} = \sqrt{144 + 324} = \sqrt{468} = 2\sqrt{117}$$

$$\text{тогда } CM = MP = \sqrt{117}$$

$$\frac{MC}{AC} = \frac{MO}{AO} \Rightarrow AC = \frac{MC \cdot AO}{MO}$$

$$OM = \sqrt{69 - 117} = \sqrt{52}$$

$$(\text{т.к. } \triangle ACM \sim \triangle COM)$$

$$AC = \frac{\sqrt{117} \cdot 13}{\sqrt{52}}$$

$$\text{по т. Пиф: } PB = \sqrt{144 + 64} = 2\sqrt{52}$$

$$AC^2 = \frac{13^2 \cdot 117}{13 \cdot 4} = \frac{13 \cdot 117}{4}$$

$$AC = \frac{13 \cdot 3}{2} = 19,5$$

$$AB = \sqrt{AC^2 + CB^2} = \sqrt{\frac{13^2 \cdot 3^2}{4} + 13^2 \cdot 2^2} \\ = 13 \sqrt{\frac{9 + 16}{4}} = \frac{13 \cdot 5}{2} = 32,5$$

$$\text{tg } \angle CBA = \frac{19,5}{26} = \frac{39}{52} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{QM}{MB} = \frac{3}{4} \Rightarrow QM = \frac{3}{4} \cdot 8 = 6 \Rightarrow PQ = 12 - 6 = 6$$

$$S_{\triangle PMB} = \frac{PM \cdot MB}{2} = \frac{12 \cdot 8}{2} = 48$$

$$\frac{S_{\triangle PMQ}}{S_{\triangle PMB}} = \frac{PQ}{MB} = 1 \Rightarrow S_{\triangle PMQ} = \frac{1}{2} S_{\triangle PMB} = \frac{48}{2} = 24$$

Ответ: 24

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 4 5 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

✓ 5

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k \cdot 7^l$$

$$a, k, l \in \mathbb{Z}$$

~~Решение~~

Заметим, что при  $a \geq 1$   $3^{2a} + 3^a + 2$  - всегда нечет.

$$\begin{cases} a \geq 0 \\ k \geq 0 \\ l \geq 0 \end{cases}$$

проверим при  $a=0$ :

$$3^0 + 3^0 + 2 = 2^k \cdot 7^l$$

$$4 = 2^k \cdot 7^l$$

$$4 \not\equiv 7 \Rightarrow l=0$$

$$4 = 2^k$$

$$k=2$$

$$\begin{cases} a=0 \\ l=0 \\ k=2 \end{cases} - \text{I решение}$$

Вернемся к  $a \geq 1$ . если  $3^{2a} + 3^a + 2 \not\equiv 2$ , то  $2^k \cdot 7^l \not\equiv 2$

$$\Rightarrow k=0$$

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 7^l$$

$$9^a + 3^a + 2 = 7^l$$

$$3^a(3^a + 1) = 7^l - 2$$

$$7^l \equiv 1 \pmod{3}$$

$$2 \equiv -1 \pmod{3}$$

$$\Rightarrow 7^l - 2 \equiv 2 \pmod{3}, \text{ то есть } 7^l - 2 \not\equiv 3$$

при  $a \geq 1$  решений нет

$$\text{Ответ: } \begin{matrix} a=0 & a=1 \\ l=0 & l=1 \\ k=2 & k=1 \end{matrix}$$





# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 4 5 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

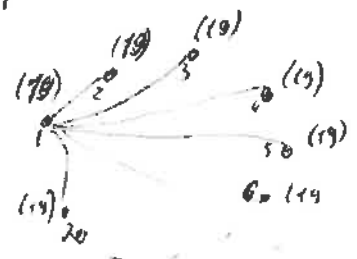
24

Кол-во игр можно посчитать, как кол-во ребер в полном графе:  $\frac{20 \cdot (20-1)}{2} = 190$  игр.

Кол-во различных графов можно посчитать так:

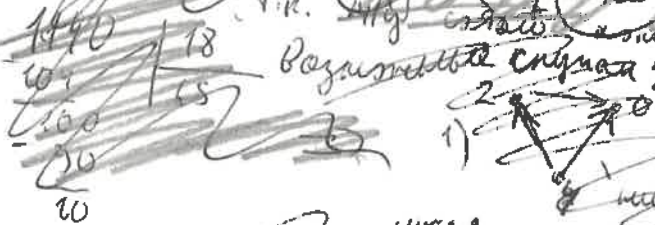
$$\frac{190 \cdot (19+19) \cdot 1}{2} = 95 \cdot 38$$

Каждый из этих графов встречается дважды



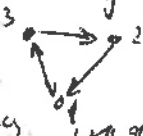
$$\frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{3!} = 20 \cdot 19 \cdot 3 = 1140 - \text{кол-во различных графов}$$

В графе  $K_{20}$  ребро является базисом для  $(20-2) = 18$ -ти графов. При этом в каждом из них ребро является базисом для  $(18-2) = 16$ -ти графов. Т.е. число графов, в которых данное ребро является базисом, равно  $18 \cdot 16 = 288$ . Тогда общее количество графов равно  $\frac{1140}{288} = 65 \frac{10}{18}$ .



I → II  
Значит I побеждает II  
I ↔ II — ничья

Единственный возможный случай, когда в графе есть ничья выглядит так:  $\frac{1140}{18} = 65 \frac{10}{18}$ . Ответ: 65



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 4 5 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\frac{x^2}{x+y+z} + \frac{y^2}{x+y+z} + \frac{z^2}{x+y+z} \geq \frac{xy}{x+y+z} + \frac{yz}{x+y+z} + \frac{zx}{x+y+z}$$

$$\frac{x^2}{a+z} + \frac{y^2}{a+x} + \frac{z^2}{a+y} \geq \frac{xy}{a+z} + \frac{yz}{a+x} + \frac{zx}{a+y}$$

$$\frac{(x^2-xy)(a^2+ax+ay+xy)}{(a+z)(a+x)(a+y)} + \frac{(x^2-yz)(a^2+ay+az+y^2)}{(a+z)(a+x)(a+y)} + \frac{(y^2-zx)(a^2+az+ax+y^2)}{(a+z)(a+x)(a+y)} \geq 0$$

т.к.  $(a+z)(a+x)(a+y) > 0$  на него можно делить, знак не изменится

$$\begin{aligned} & (x^2-xy)(a^2+ax+ay+xy) + (x^2-yz)(a^2+ay+az+y^2) + (y^2-zx)(a^2+az+ax+y^2) \geq 0 \\ & x^2a^2 - xya^2 + x^2ax + x^2ay + x^2xy - xy a^2 - xyax - xyay - xyxy + x^2a^2 - yza^2 + x^2ay + x^2az + x^2y^2 - yzax - yzay - yzyx + \\ & - a^2x^2 + y^2zx - z^2x^2 + (a^2y^2 - zxa^2 + y^2az - z^2ax + y^2ax - \\ & z^2a^2 - xya^2 + z^2xy - x^2y^2 + (x^2a^2 - yza^2 + x^2ay - y^2z^2 + (a^2y^2 - zxa^2 + y^2az - z^2ax + y^2ax - \\ & a^2(x^2-xy + x^2-yz + y^2-zx) + xy(x^2-xy) + yz(x^2-yz) + \\ & + zx(y^2-zx) \geq 0 \end{aligned}$$

$$(xy + xz + yz)^2 \leq (x^2 + y^2 + z^2)(x^2 + y^2 + z^2) \text{ по ГИ.}$$

$$\Rightarrow xy + xz + yz \leq x^2 + y^2 + z^2$$

$$\Rightarrow x^2 - xy + y^2 - xz + z^2 - xy \geq 0$$

$$\text{тогда } \frac{x^2-xy}{x+y+z} + \frac{y^2-yz}{x+y+z} + \frac{z^2-zx}{x+y+z} \geq 0 \text{ т.д.}$$

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Уфа, ул. Космонавтов 8

Адрес площадки проведения

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 5 | 1 | 4 | 9 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр

Вариант № 1

Фамилия Прозорова

Имя Мария

Отчество Игоревна

Дата рождения 13.07.2005 Класс 11

Предмет Математика

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89173885580 Подпись Прозорова

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

## 1

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 5 | 1 | 4 | 9 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

|    |    |    |    |    |          |
|----|----|----|----|----|----------|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | $\Sigma$ |
| 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 100      |

Пусть изначально ряд выглядит так:

R-R-R-R-R-R-R-R-R-R

Есть еще 4 места, которые можно "положить" в одно из 11 мест относительно ягод.

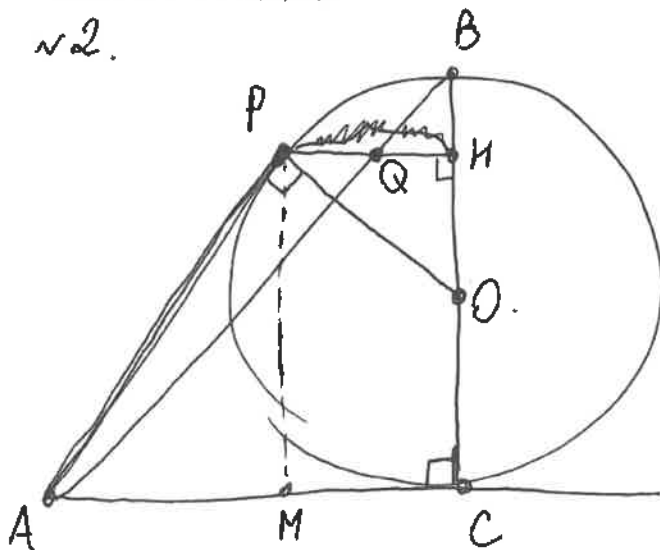
4 места <sup>1190</sup>разбиваются 10ю перестановкам как  $\frac{14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11}{4!} = 7 \cdot 13 \cdot 11$

Далее на 13 пустых мест поставим 6 цифров. Остальные места  
однозначно займут фреки. Это можно сделать  $\frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{6!}$   
способами.

Итого способов:  $7 \cdot 3 \cdot 11 \cdot \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{6!} = 1414416.$

Итого: 17 17 16

n2.



Ans:  $BC = 26$

$$BH:HC=4:9$$

Канты:  $SBPQ$ .

$$\begin{cases} BH:HC=9:9 \\ BC=26 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} BH=8 \\ HC=18. \end{matrix}$$

$O$  - центр окружности.

$$OP = BQ = OC = \frac{BC}{2} = 13.$$

$$KO = BO - BH = 5$$

$$PK = \sqrt{PO^2 - HO^2} = \sqrt{169 - 25} = 12.$$

$PM \perp AC, M \in AC \Rightarrow MC = PH = 12, PM = HC = HO + OC = 18.$

$$AP = AC. \quad AP^2 = AM^2 + PM^2 = (AC - MC)^2 + PM^2 = AP^2 - 24AP + 144 + 324 \Rightarrow$$

$$24AP = 468 \Rightarrow AP = \frac{39}{2} \Rightarrow AC = \frac{39}{2}.$$

$$BQH \sim ABC \Rightarrow QH = \frac{AC}{BC} \cdot BH = \frac{39 \cdot 8}{204} = 6.$$

$$S_{BPQ} = S_{BPH} - S_{BQH} = \frac{1}{2}(HP \cdot BH) - \frac{1}{2}(QH \cdot BH) = \frac{1}{2}BH(HP - QH) = 4 \cdot (12 - 6) = 24.$$

Ответ: 24.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 5 1 4 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3.

$$\begin{aligned} \frac{z^2}{x+y+2z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} &= \frac{1}{2} \left( \frac{2z^2}{x+y+2z} + \frac{2x^2}{2x+y+z} + \frac{2y^2}{x+2y+z} \right) = \\ \frac{1}{2} \left( 2 - \frac{2y}{x+y+2z} - \frac{2x}{x+y+2z} + x - \frac{xy}{2x+y+z} - \frac{xz}{2x+y+z} + y - \frac{yx}{x+2y+z} - \frac{yz}{x+2y+z} \right) &= \\ \frac{1}{2} \left( \left( \frac{y}{2} - \frac{2y}{x+y+2z} \right) + \left( \frac{x}{2} - \frac{2x}{x+y+2z} \right) + \left( \frac{y}{2} - \frac{xy}{2x+y+z} \right) + \left( \frac{z}{2} - \frac{xz}{2x+y+z} \right) + \left( \frac{x}{2} - \frac{yx}{x+2y+z} \right) + \left( \frac{z}{2} - \frac{yz}{x+2y+z} \right) \right) &= \\ = \frac{1}{2} \left( \frac{\frac{xy}{2} + \frac{y^2}{2} + \frac{xy}{2} + \frac{x^2}{2}}{x+y+2z} + \frac{\frac{yz}{2} + \frac{y^2}{2} + \frac{yz}{2} + \frac{z^2}{2}}{2x+y+z} + \frac{\frac{xz}{2} + \frac{x^2}{2} + \frac{xz}{2} + \frac{z^2}{2}}{x+2y+z} \right) &= (\star) \end{aligned}$$

Т.к.  $\frac{a^2+b^2}{2} \geq ab$  (т.к.  $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2 \geq 0$ ), то

$$(\star) \geq \frac{1}{2} \left( \frac{2xy}{x+y+2z} + \frac{2yz}{2x+y+z} + \frac{2xz}{x+2y+z} \right) = \frac{xy}{x+y+2z} + \frac{yz}{x+y+z} + \frac{xz}{x+2y+z} - \text{т.т.д.}$$

№4 (начало)

Заметим, что по условию каждые 3 команды не могут между собой иметь 3 ничьи.

Пусть команды - вершины, ничьи - ребра.

Допустим, может быть 101 ничья. Тогда сумма степеней вершин  $\geq 202$ .

~~Вспомогательная лемма. Пусть  $r$  - наибольшая степень вершины. Тогда сумма степеней вершин  $\leq r \cdot n$ .~~

Пусть  $r$  - наибольшая степень. Пусть  $A$  - вершина со степенью  $r$ , вершины  $B$  - все  $r$  вершин, соединенных с  $A$ , вершины  $C$  - остальные  $19-r$  вершин. У  $A$  степень  $r$ , у каждой из вершин  $B$  степень не более  $20-r$  (иначе есть две вершины  $B$ , соединенные между собой, т.е. есть эти две вершины и  $A$ , и они имеют между собой 3 ничьи, что противоречит условию), у каждой из вершин  $C$  степень не более  $r$ , т.к.  $r$  - наибольшая степень. Если ситуация возможна, то  $202 - r - r \cdot (20-r) - (19-r) \cdot r \geq 0$ , т.е.  $2r^2 - 40r + 202 \leq 0$ , однако дискриминант  $= 1600 - 1606 = -6$ , следовательно  $2r^2 - 40r + 202$  всегда  $\geq 0$  - неуж.

Следовательно, ничьих не более 100.



## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 5 1 4 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

✓ 4. (продолжение)

Приведём пример на 100 ничьих. Разобьём команды на две группы по 10 команд, в каждой группе пронумеруем команды от 1 до 10. Пусть, если команды из двух разных групп, то у них ничья, а если из одной, то побеждает команда с меньшим номером. Тогда, если три команды из одной группы, то у одной из них между ними 4 очка, у другой 2 очка, у третьей 0. Если две команды из одной группы, и третья из другой, то у них между собой 3 очка, 1 очко и 2 очка.

Ответ: 100 ничьих.

✓ 5. (часть 1 из 2)

Заметим, что  $3^6 \equiv 1 \pmod{7}$ .Если  $a \equiv 0 \pmod{6}$ , то  $3^a \equiv 3^0 \equiv 1 \pmod{7}$ ,  $3^{2a} \equiv 1^2 \equiv 1 \pmod{7}$ ,

$$3^{2a} + 3^a + 2 \equiv 4 \pmod{7}.$$

Если  $a \equiv 1 \pmod{6}$ , то  $3^a \equiv 3^1 \equiv 3 \pmod{7}$ ,  $3^{2a} \equiv 3^2 \equiv 2 \pmod{7}$ ,

$$3^{2a} + 3^a + 2 \equiv 7 \equiv 0 \pmod{7}.$$

Если  $a \equiv 2 \pmod{6}$ , то  $3^a \equiv 3^2 \equiv 2 \pmod{7}$ ,  $3^{2a} \equiv 2^2 \equiv 4 \pmod{7}$ .

$$3^{2a} + 3^a + 2 \equiv 2 + 2 + 2 \equiv 1 \pmod{7}.$$

Если  $a \equiv 3 \pmod{6}$ , то  $3^a \equiv 3^3 \equiv 6 \pmod{7}$ ,  $3^{2a} \equiv 6^2 \equiv 1 \pmod{7}$ 

$$3^{2a} + 3^a + 2 \equiv 6 + 1 + 2 \equiv 2 \pmod{7}.$$

Если  $a \equiv 4 \pmod{6}$ , то  $3^a \equiv 3^4 \equiv 4 \pmod{7}$ ,  $3^{2a} \equiv 4^2 \equiv 2 \pmod{7}$ 

$$3^{2a} + 3^a + 2 \equiv 4 + 2 + 2 \equiv 1 \pmod{7}.$$

Если  $a \equiv 5 \pmod{6}$ , то  $3^a \equiv 3^5 \equiv 5 \pmod{7}$ ,  $3^{2a} \equiv 5^2 \equiv 1 \pmod{7}$ 

$$3^{2a} + 3^a + 2 \equiv 5 + 1 + 2 \equiv 1 \pmod{7}.$$

Заметим, что  $3^2 \equiv 1 \pmod{4}$ .Если  $a \equiv 1 \pmod{2}$ , то  $3^a \equiv 3^1 \equiv 3 \pmod{4}$ ,  $3^{2a} \equiv 3^2 \equiv 1 \pmod{4}$ ,

$$3^{2a} + 3^a + 2 \equiv 3 + 1 + 2 \equiv 2 \pmod{4}.$$



## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M A O O O 2 5 1 4 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5 (часть 2 из 2)

Заметим, что  $3^2 \equiv 1 \pmod{8}$ Если  $a \equiv 0 \pmod{8}$ , то  $3^a \equiv 3^0 \equiv 1 \pmod{8}$ ,  $3^{2a} \equiv 1^2 \equiv 1 \pmod{8}$ ,

$$3^{2a} + 3^a + 2 \equiv 1 + 1 + 2 \equiv 4 \pmod{8}.$$

Пусть  $\ell = 0$ ,  $k = 1$  или  $0$ .Тогда  $3^{2a} + 3^a + 2 \geq 1 + 1 + 2 > 2^1 \cdot 7^0 > 2^0 \cdot 7^0$  — не год.Пусть  $\ell = 0$ ,  $k = 2$ .Если  $a = 0$ , то урр,  $1 + 1 + 2 = 2^2$ . Если  $a > 0$ , то  $3^{2a} + 3^a + 2 > 1 + 1 + 2 = 2^2$  — не год.Пусть  $\ell = 0$ ,  $k > 2$ .

$$2^k \cdot 7^\ell \div 8, \text{ т.к. } k \geq 3.$$

Однако, если  $a \equiv 1 \pmod{2}$ , то  $3^{2a} + 3^a + 2 \not\div 4$ , а если  $a \equiv 0 \pmod{2}$ , то

$$3^{2a} + 3^a + 2 \not\div 8. \text{ — не год.}$$

Пусть  $\ell \geq 1$ .

$$2^k \cdot 7^\ell \div 4 \Rightarrow 3^{2a} + 3^a + 2 \equiv 0 \pmod{4} \Rightarrow a \equiv 1 \pmod{6} \Rightarrow a \equiv 1 \pmod{2}$$

$$\Rightarrow 3^{2a} + 3^a + 2 \not\div 4 \Rightarrow k < 2.$$

Т.к.  $3^{2a}$  — чет,  $3^a$  — нечет, то  $3^{2a} + 3^a + 2 \div 2 \Rightarrow k = 1$ .

$$3^{2a} + 3^a - 2(7^\ell - 1) = 0. \text{ Пусть } x = 3^a. \text{ Посчитаем дискриминант.}$$

$$D = 1^2 + 4 \cdot 2(7^\ell - 1) = 8 \cdot 7^\ell - 7 = 7 \cdot (8 \cdot 7^{\ell-1} - 1).$$

Т.к.  $3^a$  — рациональное, то  $D$  — квадрат. Т.к.  $D \div 7$ , то  $D \div 49$ ,и следовательно  $(8 \cdot 7^{\ell-1} - 1) \div 7$ , однако, если  $\ell > 1$ , то  $8 \cdot 7^{\ell-1} \div 7$ и  $8 \cdot 7^{\ell-1} - 1 \not\div 7$ . Следовательно,  $\ell = 1$ .

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 14.$$

$$a = 1 \text{ подходит: } 9 + 3 + 2 = 14.$$

Если  $a < 1$ , то  $3^{2a} + 3^a + 2 < 14$ , если  $a > 1$ , то  $3^{2a} + 3^a + 2 > 14$ .Ответ:  $(a, k, \ell) \in \{(0, 2, 0), (1, 1, 1)\}$

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Уфа ул. Касимова 8.

Адрес площадки проведения

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 8 | 1 | 3 | 6 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр

Вариант № 1

Фамилия Рылов

Имя Максим

Отчество Георгиевич

Дата рождения 02.09.2005 Класс 11

Предмет математика

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79846145103 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 8 1 3 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №1.

У нас есть 7 орехов 6 грибов 10 слод.

Требуется - никакие продукты не лежат рядом.

Для начала разложим грибки и орехи, после того между ними разложим слоды.

1) Разложим 7 орехов в 13 позиций, а оставшиеся заполним орехами.  $\Rightarrow C_{13}^7 = \frac{13!}{6! \cdot 7!} = 11 \cdot 12 \cdot 13$

2) Между орехами и грибами разложим 10 слод.

1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1

(Ними-возм. полож. слод) - всего 14 возм. позиций.

$$\Rightarrow C_{14}^{10} = \frac{14!}{10! \cdot 4!} = \frac{11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 7 \cdot 11 \cdot 13$$

3) Итого вариантов:  $11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 = 11^2 \cdot 13^2 \cdot 84 = 1717416$

Задача №3.

~~$x, y, z \geq 0$~~

$$\frac{z^2}{x+y+z} + \frac{x^2}{x+y+z} + \frac{y^2}{x+y+z} \geq \frac{xy}{x+y+z} + \frac{yz}{x+y+z} + \frac{zx}{x+y+z}$$

1)  ~~$x, y, z \geq 0$~~   $\Rightarrow$  в левой части кер-ва заменим все знаменатели на  $2(x+y+z)$  - тем самым увеличим все их  $\Rightarrow$  увеличим. левую часть.

$$(1) \frac{x^2+y^2+z^2}{2(x+y+z)} \geq \frac{z^2}{x+y+z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z}$$

2) В правой части наоборот увеличим все знаменатели до  $(x+y+z)$ , тем самым увеличив ее.

$$(2) \frac{xy+yz+zx}{(x+y+z)} \geq \frac{xy}{x+y+z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z}$$

3) Докажем, что:

$$\frac{x^2+y^2+z^2}{2(x+y+z)} \geq \frac{xy+yz+zx}{(x+y+z)} \quad | \cdot (x+y+z) \cdot 2 > 0$$

$$x^2+y^2+z^2 \geq 2xy+2yz+2zx \quad | : 2$$

$$\frac{x^2+y^2+z^2}{2} \geq xy+yz+zx \quad \text{кер-во Коши.}$$

$\Rightarrow$  выполн. для всех  $x, y, z \geq 0$

Исходя из (1) и (2) будет также верно и исходное кер-во.

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

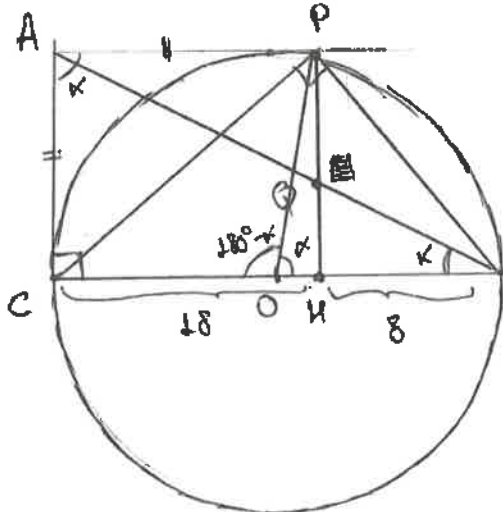
Вариант № 1

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 8 | 1 | 3 | 6 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Zagaza #2.

О-центр. окруж.



1) BC = 26

$$B_H : C_H = 4 : 9$$

$$\Rightarrow \text{BH} = 8 \quad \text{CH} = 18$$

1.  $\angle CPB = 90^\circ$ , т.к. опущ. на диаметр.

$$2. BC = 2R \Rightarrow R = 13.$$

3.  $OP = R = 13$ .

$$4. \text{OH} = \text{CH} - \text{R} = 28 - 13 = 5$$

5.  $PK = \sqrt{PO^2 - OK^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$

6.  $AC \perp BC, PH \perp BC \Rightarrow PH \parallel AC$

7.  $\triangle ABC \sim \triangle QHB$  по двум углам. ( $\angle CBA = \angle BQH$ ,  $\angle ACB = \angle QHB = 90^\circ$ )

$$k = \frac{BM}{BC} = \frac{4}{13}$$

8.  $OP \perp AP$  (как радиус к касат)  $\Rightarrow \angle OPA = 90^\circ \Rightarrow \angle OPA + \angle ACO = 180^\circ$   
 $\Rightarrow \angle PAC = 180^\circ - \angle POC$   $\angle POC = 180^\circ - \angle POH \Rightarrow \angle PAC = \angle POH$

9.  $\cos \angle POH = \frac{OH}{OP} = \frac{5}{13}$

10. Th. cos γme ΔCAP.  
x = AC = AP και οτρ. κας.

$$CP^2 = AC^2 + AP^2 - 2AC \cdot AP \cdot \cos \angle PAC$$

$$18^2 + 12^2 = 2x^2 \left(1 - \frac{5}{13}\right) = 2x^2 \cdot \frac{8}{13} = \frac{16x^2}{13}$$

$$X = \sqrt{\frac{13(18^2 + 12^2)}{46}}$$

$$4. \frac{QH}{AC} = \frac{4}{13} \Rightarrow QH = \frac{4}{13} \times \sqrt{\frac{16(18^2 + 12^2)}{13 \cdot 16}} = \sqrt{\frac{18^2 + 12^2}{13}} = \sqrt{\frac{36 \cdot 13}{13}} = 6$$

$$12. S_{\Delta BPQ} = S_{\Delta PHB} - S_{\Delta QHB} = 12 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} - 6 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} = 6 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} = 24$$

Omform: 24

Лист 2 из 5



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 8 1 3 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №3.

$$\frac{z^2}{x+y+z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \geq \frac{xy}{x+y+z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z}$$

$$1) \frac{z^2-xy}{x+y+z} + \frac{x^2-yz}{2x+y+z} + \frac{y^2-zx}{x+2y+z} \geq 0$$

2)  $x, y, z > 0 \Rightarrow$  увеличим знаменатель каждой дроби до  $2(x+y+z)$  - тем самым сделаем левую часть меньше.

$$\Rightarrow \frac{x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx}{2(x+y+z)} < \frac{z^2-xy}{x+y+z} + \frac{x^2-yz}{2x+y+z} + \frac{y^2-zx}{x+2y+z}$$

$$3) \frac{x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx}{2(x+y+z)} > 0 \quad | \cdot 2(x+y+z) > 0$$

$$x^2+y^2+z^2 \geq xy+yz+zx \quad - \text{доказать.}$$

$$\begin{cases} x^2+y^2 \geq 2xy \\ x^2+z^2 \geq 2xz \\ y^2+z^2 \geq 2yz \end{cases} \Rightarrow 2(x^2+y^2+z^2) \geq 2(xy+yz+zx) \quad \text{z.m.g}$$

$$4) \text{ Исходя из 2) и 3) } \Rightarrow 0 \leq \frac{x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx}{2(x+y+z)} < \frac{z^2-xy}{x+y+z} + \frac{x^2-yz}{2x+y+z} + \frac{y^2-zx}{x+2y+z}$$

$$\Rightarrow \frac{z^2-xy}{x+y+z} + \frac{x^2-yz}{2x+y+z} + \frac{y^2-zx}{x+2y+z} > 0 \quad \text{z.m.g}$$



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

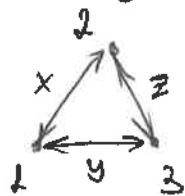
Вариант № 1.

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | О | О | О | 2 | 8 | 1 | 3 | 6 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №4.

Каждые 3 команды набрали разное кол-во очков.



$x, y, z$  — различные числа из  $\{0; 1; 2; 4; 3\}$

Всего  $\frac{20 \cdot 19}{2} = 190$  тр.

Рассм. 3 такие команды.



Максимум в такой тройке может быть

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 8 | 1 | 3 | 6 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №5.

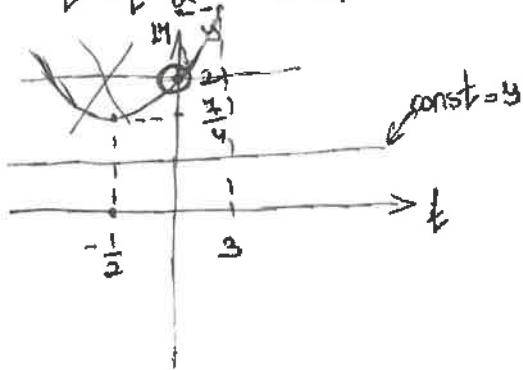
$$3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k \cdot 7^l \quad a, k, l \in \mathbb{Z} \quad a, k, l \geq 0$$

$$3^{2a} + 3^a + 2 : 2 \quad k \neq 0$$

1) Заметим, что  $a=1 \quad k=1 \quad l=1$  ур-ем.

$$2) 3^a = t \quad t \geq 0$$

$$t^2 + t + 2 = \text{const}$$



$$\Rightarrow \text{при } 2^k \cdot 7^l < \frac{7}{4}$$

корней нет.

$$2^k \cdot 7^l > \frac{7}{4}$$

всегда выполн.

$$3) \text{ при } a = 2n \quad n \in \mathbb{Z} \quad n \geq 0$$

$$3^{2a} + 3^a + 2 : 4$$



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

КГЭУ

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | О | О | О | 2 | 1 | 3 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант №

1

Фамилия Порохов

Имя Егор

Отчество Дмитриевич

Дата рождения 04.05.2005

Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89128709229

Подпись

*Егор*

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы шифрами. Не забудьте поставить подпись.

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 3 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

**ВНИМАНИЕ!** Проводится только то, что записано с этой стороны листа  
в рамке справа



14.

Всего в каждой тройке прошло по 3 матча, и при этом  
всего 3 не могли окончиться ничьей, т.е. во каждом был рав-  
но кол-во очков. Поэтому в каждой тройке могло быть не  
более 2 ничьих, где команда А играла с В и С вничью, а  
В против С, тогда у этих трёх команд будет разное кол-во  
очков. Представим игру в виде графа на 20 вершинах, где  
вершины - команды, а рёбра - матчи. Получается, что  
в нашем графе не должно быть треугольников, т.е.  
в каждой тройке не может быть 3 ничьих. Поэтому  
решением будет полный двудольный граф, т.е. в нём не  
появятся треугольников, и при этом кол-во рёбер будет  
наибольшим. Долно быть 1 и 19, 2 и 18, 3 и 17  
и т.д. до 10 и 10. Но наибольшим кол-во рёбер будет при  
долах 10 и 10, и оно будет равно 100.

Arbet: 100.

300

|    |    |   |    |    |          |
|----|----|---|----|----|----------|
| 1  | 2  | 3 | 4  | 5  | $\Sigma$ |
| 20 | 20 | 0 | 20 | 20 | 80       |

12.

Ометим центр окружности  $O$ .

$$OC = OP = OB = 13$$

По г. Пифагора  $PM = \sqrt{169 - 25} = 12$

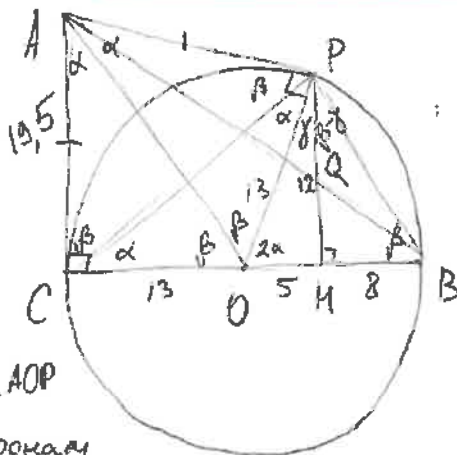
$$AC = AP \text{ (отр. касат. из узн. точки)}$$

$$CO = OP$$

AD-обуча

$\Rightarrow \triangle AOC = \triangle AOP$   
по 3 сторонам

Пусть  $\angle CPO = \alpha$ ,  $\angle CPA = \beta$ , тогда  $\alpha + \beta = 90^\circ$ ,  $\angle CAP = 2\alpha \Rightarrow$





Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 3 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$\Rightarrow \angle CAO = \alpha, \angle COA = \beta = \angle POA$$

П.к.  $\angle CPB$  опирается на диаметр, а  $\angle CPO = \alpha$ , то  $\angle OPB = \beta$

Пусть  $\angle OPH = \gamma$ , тогда  $\angle BPH = \beta - \gamma$ , а  $\angle POH = \alpha + \beta - \gamma$ ,

$$\text{Но } \angle COP = 2\beta \Rightarrow \angle POH = 2\alpha$$

$$2\alpha = \alpha + \beta - \gamma \Rightarrow \alpha = \beta - \gamma \Rightarrow \angle BPH = \alpha \Rightarrow \angle HBP = \beta$$

Получается, что треугольники  $ACO$  и  $PHB$  подобны,

$$\text{значит } \frac{AC}{PH} = \frac{CO}{HB}, \frac{AC}{12} = \frac{13}{8}, AC = 19,5$$

Также подобны треугольники  $ABC$  и  $QPH$ , поэтому

$$\frac{AC}{QH} = \frac{CB}{HB}, \frac{19,5}{QH} = \frac{26}{8}, QH = 6$$

$$S_{BPC} = S_{BPH} - S_{BQH} = \frac{PH \cdot HB}{2} - \frac{QH \cdot HB}{2} = \frac{12 \cdot 8}{2} - \frac{6 \cdot 8}{2} =$$

$$= 12 \cdot 4 - 6 \cdot 4 = 6 \cdot 4 = 24$$

Отв: 24.

Л5.

Для начала напомним количество способов уложить 10 ягод в 23 «ячейки» так, как сказано в условии. Для этого мы будем «перекладывать» ячейки. Разложим 10 ягод в ряд, а между ними 9 пустых «ячеек». Количество способов разложить оставшиеся 4 пустых «ячейки» и будет количеством способов разложить 10 ягод в 23 «ячейки». Назовём пространства между ягодами, до первой ягоды и после десятой ягоды «ящичками».

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 1 3 0 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

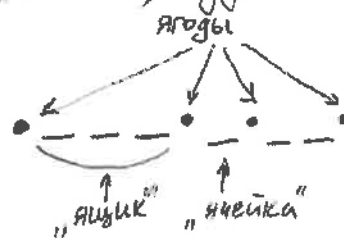
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа.

В наших «ящиках» будут храниться пустые «ячейки», куда потом мы будем складывать орехи и грибы.

Всего мы имеем 11 «ящиков», и различать

4 «ячейки» можно 5 способами:

- 1) в один «ящик» 4 яч. по 1
- 2) в два «ящика» 3 и 1 яч. по 1
- 3) в два по 2
- 4) в один 2 и в два по 1
- 5) в четыре по 1



Теперь посчитаем количество способов разместить эти 4 «ячейки» в 11 «ящиках»:

- 1) 4: 11 способов
- 2) 3-1:  $11 \cdot 10$  способов
- 3) 2-2:  $\frac{11 \cdot 10}{2} = 11 \cdot 5$  способов
- 4) 2-1-1:  $11 \cdot \frac{10 \cdot 9}{2} = 11 \cdot 9 \cdot 5$  способов
- 5) 1-1-1-1:  $C_{11}^4 = \frac{11!}{7!4!} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 11 \cdot 10 \cdot 3$  способов

Мы посчитали количество способов разместить 10 яч. в 23 «ячейки», теперь умножим это на кол-во способов разместить 7 орехов в оставшиеся 13 пустых «ячеек», это равно  $C_{13}^7$ , и получим ответ:

$$(11 + 11 \cdot 10 + 11 \cdot 5 + 11 \cdot 9 \cdot 5 + 11 \cdot 10 \cdot 3) \cdot \frac{13!}{6!7!} = 1001 \cdot \frac{8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} =$$

$$= 1001 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 = 1717716$$

Ответ: 1717716

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 1 3 0 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Реш.

Если  $a=0$ , то  $y = 2^k 7^l \Rightarrow k=2, l=0$

В ином случае слева мы имеем остаток 2 при делении на 3, а справа следующее:

$$\begin{array}{c|c|c} k & 2n & 2n+1 \\ \hline \equiv_3 2^k & 1 & 2 \end{array}, \quad \begin{array}{c|c} l & h \\ \hline \equiv_5 7^l & 1 \end{array} \text{ для любых целых неотриц. } n \text{ и } h.$$

Остаток произведения будет равен произведению остатков, и чтобы оно равнялось 2,  $k$  должно быть нечётным.

И если  $l \neq 0$ , то справа мы должны иметь остаток 0 при делении на 7, т.е.  $y = 3^{2n} + 3^a$  должен быть остаток 5

| $a$               | $6n$ | $6n+1$ | $6n+2$ | $6n+3$ | $6n+4$ | $6n+5$ |
|-------------------|------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $3^a \equiv_7$    | 1    | 3      | 2      | 6      | 4      | 5      |
| $2^{2a} \equiv_7$ | 1    | 2      | 4      | 1      | 2      | 4      |

для любого целого неотриц.  $n$

Заметим, что сумма остатков будет 5 только при  $a = 6n+1$ ,  
и ещё одним решением будет  $a=1, k=1, l=1$

Ответ:  $a=l=0, k=2$ ;

$a=k=l=1$ .

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Уфа ул. Коммуналов, 8

Адрес площадки проведения

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 5 | 1 | 9 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр

Вариант № 1

Фамилия ЖУРАВЛЁВ

Имя ГЕОРГИЙ

Отчество ВАЛЕРЬЕВИЧ

Дата рождения 29.09.2005 Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79179361078 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

**Вариант № 1**

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | O | O | O | 2 | 2 | 5 | 1 | 9 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

11

Заставили Скипала Форехов а в уридов, тогда в прострво  
мужики можно поставить не более 1 ягоди (а таме <sup>отряд</sup> <sup>на 14 мест</sup>

1 2 3 4 . . . 13

|    |    |    |   |   |          |
|----|----|----|---|---|----------|
| 4  | 2  | 3  | 4 | 5 | $\Sigma$ |
| 20 | 20 | 20 | 0 | 8 | 68       |

Множ-во способов расст. 7 пар и втр. =  $\frac{13!}{7! \cdot 6!}$  - способ от 12 пар и втр.

Каждому такому способу есть способ  
раст. в год на 14 лет;

Permutations -  $\frac{13!}{7! \cdot 6!} = C_{14}^{10} = \frac{13! \cdot 14!}{7! \cdot 6! \cdot 10! \cdot 4!}$

Antennae bear microdactyls

B

$\frac{(3! \cdot 14!)}{7! \cdot 6! \cdot 6! \cdot 4!}$

$$\frac{z^2}{x+y+z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \geq \frac{(x+y+z)^2}{4x+4y+4z} = \frac{x+y+z}{4} \quad (1)$$

по кер-лу КБ III  $x, y, z > 0$   $\Rightarrow$   $\frac{x+y+z}{4} > 0$

умножим знамен (м.  $x, y, z > 0$ )  $\Rightarrow$  умнож. 1.

$$\frac{xy}{x+y+z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z} \geq \frac{xy}{x+y+z} + \frac{yz}{x+y+z} + \frac{zx}{x+y+z} \quad (2)$$

Справим на лев. А и B

$$B \geq \frac{x+y+z}{4} + \frac{xy+yz+zx}{x+y+z} - \frac{x+y+z}{4} = \frac{xy+yz+zx}{x+y+z}$$

$$x^2+y^2+z^2 - 2xy - 2yz - 2zx$$



## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 5 | 1 | 9 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

**ВНИМАНИЕ:** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа  
в рамке справа



$$(x+y+z)(x+y+2z)(2x+y+z)(x+2y+z) - 4xy(2x+y+2z)(x+2y+z) +$$

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 3yz + 3xz + 3xy + yz(2x+y+2z) + xz(2x+y+2z) + xy(2x+y+2z)$$

$$= (x^2 - xy)(2x+y+z)(x+2y+z) + (x^2 - 2y)(x+y+2z)(x+2y+z) + (y^2 - xz)(x+y+2z)(2x+y+z)$$

$$\begin{aligned} & 2x^2x^2 + 2xy^2z^2 + 2x^2z^2 + 3yz^2 + 3xz^2 - \sqrt{5}yz^2 - 2xy^2 - 2yz^2 + \sqrt{5}z^2 - 3x^2yz - 3x^2yz^2 - 5x^2yz^2 + 2x^2yz^2 + 2x^2z^2x^4 \\ & + \sqrt{5}x^2yz^2 + 3x^2z^2 + 3x^2yz - 2yz^2 - 2yz^2 - x^2yz - \sqrt{5}yz^2 - 1x^2yz - 3x^2yz^2 + 2x^2yz^2 + 2yz^2 + \sqrt{5}xyz^2 + \\ & + y^4 + 3yz^2 + 3xy^3 - 2x^2z^2 - 2xz^2 - \sqrt{5}x^2z^2 - y^2xz - 3yz^2 - 3x^2yz + 10. \end{aligned}$$

~~$x^4 + y^4 + z^4 + x^3y + x^3z + y^3x + y^3z + z^3x + z^3y = 0$ , maka  $\Rightarrow 0$ .~~

$$x^4 + 2x^2y^2 + y^4 + y^2x + x^3y + x^2z + \underline{xz^3} + y^2z + \underline{zy^2} - x^2z^2 - y^2z^2 - x^2y^2 - xy^2z -$$

$$-xyz^2 - yxz^2 \text{ vo.}$$

$$\frac{x^4 + z^4}{2} \geq x^2 z^2$$

$$\frac{y^4 z^4}{2} \approx y^4 z^2$$

$$\frac{x^4 y^9}{z} \geq x^2 y^2$$

$$y^3 + x^3 y + x^3 z + x^3 yz + y^3 z + y^3 yz - xyz^2 - xzy^2 - xy^3$$
  

$$\frac{x^3 + x^3}{2} = x^3 \quad \checkmark O.$$

$$\begin{aligned} x^2 + x^2 &\geq x^2. & \text{amg.} \\ x^2 + x^2 &\geq x^2 \\ x^2 + x^2 &\geq x^2 \end{aligned}$$

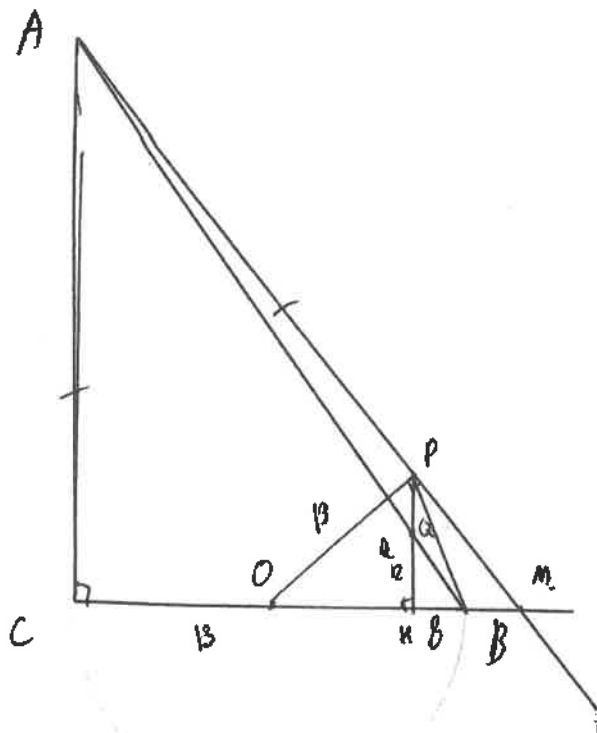
## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 5 | 1 | 9 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N2



$$\frac{BH}{CH} = \frac{1}{5} \quad BH + CH = 26$$

$$BH + CH = 26$$

$BH=8$

$$OH = OB - BH = 13 - 8 = 5$$

11/13/77

$AP = AC$  - отрезок касат.

$$PH = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{13^2 - 25} = 12$$

по теор. о в. ласам:

$$m_B - m_C = m_P^2$$

$$MB(MB-26) = Mp^2 \quad (1)$$

по твор. Пафнутия Ртищева

$$m_p^2 = m_h^2 + \rho_h^2 \quad (2)$$

$$Q_1 = Q_2 =$$

$$MB^2 + 26MB = (MB+13)^2 + 140.$$

$$MB^2 + 26MB = MD^2 + 16MB + 64 + 144$$

$$M_B = 20,2 = 13,1,6.$$

PMH MH = 28,8      MC = 46,8.

$\delta \text{MPH} \sim \delta \text{MAC}$ , on  $\angle \text{PMH} - \text{odn}$ ,  
 $\angle \text{PHI} \text{ NC}; \text{ACLAC};$

$$\frac{m_H}{m_C} = \frac{p_H}{AC} \Rightarrow AC = \frac{p_H \cdot m_C}{m_H}$$

$$A_2 = \frac{12 \cdot 46,2}{12 \cdot 2,4} = \frac{13 \cdot 3,6}{2,4} =$$

$$= \frac{19.3}{2} = 19.5$$

то  $\triangle BQH \sim \triangle BAC$  - подобны

$$\frac{Q_H}{A_c} = \frac{B_H}{B_C}$$

$$Q_H = \frac{8 \cdot 13 \cdot \frac{3}{2}}{26} = 6$$

$$S_{BQP} = \frac{S_{BPQ}}{2} = \frac{48}{2} = 24$$

Prble. 5 BAP = 24

$$PQ = 12 - 6 = 6 \Rightarrow$$

Лист 13 из 5

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 5 1 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$3^{2q} + 3^q + 2 = 2^k \cdot 7^l$$

$\frac{a}{k} = 0$   
 $N5. \quad a = l = k = 1 \quad a = l = 0, k = 2 \quad 4 = 4 - \text{н}$   
 $9 + 3 + 2 = 14 - \text{н}$   
 $3 \frac{9}{8} \frac{1}{3}$   
 рассм  $k \geq 3$   
 $2^k \cdot 7^l \equiv 0$   
 $3^{2q} + 3^q + 2 = 9^q + 3^q + 2 \equiv 1 + 3^q + 2 - \text{правильно по mod 8}$   
 $\text{Мод } 8: 1 + 3^q + 2 = 6 \neq 0$   
 $\text{Мод } 8: 1 + 3^q + 2 = 4 \neq 0$   
 $\underline{k < 3}$

$$k = 0:$$

$$3^{2q} + 3^q + 2 = 7^l$$

$$3^{2q} + 3^q + 2 \equiv 1 + 1 + 2 \equiv 0 \pmod{2}$$

$$7^l \equiv 1 \pmod{2} \quad - \text{н}$$

$$k \geq 1 \quad 1 + 1 + 2 = 2^2 \cdot 1 \quad 4 = 4 - \text{н}$$

$$3^{2q} + 3^q + 2 = 4 \cdot 7^l \quad a = 0, 1 + 1 + 2 \equiv 1 \pmod{5}$$

$$3^{2q} + 3^q + 2 \equiv 2 \pmod{3}$$

$$4 \cdot 7^l \equiv 1 \pmod{3} \quad 1 \cdot 1 \equiv 1$$

$$\underline{k = 1}: 3^{2q} + 3^q + 2 = 2 \cdot 7^l$$

$$9^q + 3^q + 2 = 2 \cdot 7^l$$

$$\begin{array}{r} 2 \cdot 14 \\ 4, 6 \\ 8 \end{array}$$

$$\text{mod } 8: 2 \cdot 7^l \equiv 2, -2 \pmod{8}$$

$$3^{2q} + 3^q + 2 = 2 \cdot 7^l$$

$$9^q + 3^q + 2 = 2 \cdot 7^l$$

$$(l = 2q + 1)$$

$$a = l = m, n$$



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | О | О | О | 2 | 2 | 5 | 1 | 9 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$l=1: -99 \quad 14=14$$

$$l=2: 81+9+2 \neq 98.$$

$$\text{Так } a > l: \Rightarrow a \geq l+1$$

9l

$$9 \cdot 9^{\frac{a}{2}} \cdot 2 \cdot 9^{\frac{l}{2}} + 3 \cdot 3^{\frac{l}{2}+2}$$

$$2 \cdot 2^{\frac{l}{2}} \sim 1000$$

$$\text{Так } a < l: a \leq l-1 \quad l \geq a+1$$

$$9^{\frac{a}{2}} \cdot 3^{\frac{l}{2}+2} \equiv \frac{2 \cdot 3^{\frac{a}{2}+2}}{6} \equiv 2$$

$$2 \cdot 2^{\frac{l}{2}} \equiv 2$$

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Москва

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 8 | 8 | 9 | 0 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Карпов

Имя Павел

Отчество Сергеевич

Дата рождения 24.03.2005 Класс 11

Предмет Математика

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7 926 713 2854 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А 0 0 0 2 8 8 9 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

~~Задача эквивалентна задаче~~

201

| 1  | 2  | 3  | 4 | 5 | Σ  |
|----|----|----|---|---|----|
| 20 | 12 | 20 | 0 | 0 | 52 |

1). Сначала разместим все, кроме ягод:

$$C_{5+8}^5 = C_{13}^5$$

2). Теперь между 13ю предметами поставим ягоды (как шары и перегородки).

Всего мест для ягод  $13+1=14$ .

| ● ● | ● | ● ● | 0 0 0 0 0 0 | 0 0 |

● - орехи

0 - яблоки

⇒ всего мест для 11 ягод

(или же для 11 перегородок) 14.

⇒ всего вариантов их разместить, чтобы не было 2х ягод (2х перегородок рядом):

$C_{14}^{11}$ . Тогда с учетом 1) получаем

по правилу умножения:  $C_{13}^5 \cdot C_{14}^{11} = 13 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 2^2 \cdot 13$

Ответ:  $C_{13}^5 \cdot C_{14}^{11} = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13^2$

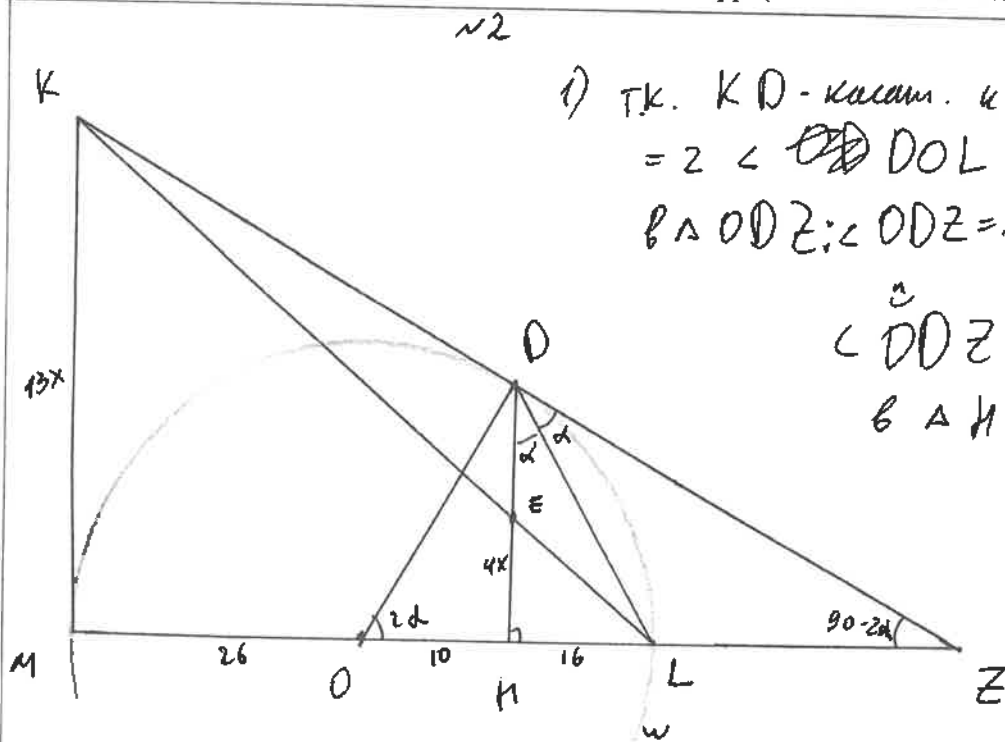
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 8 8 9 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



1) тк.  $KD$  - касат.  $\llcorner \Rightarrow \angle L D Z =$   
 $= 2 \angle D O L = 2 \angle D M L$   
 в  $\triangle O D Z$ :  $\angle O D Z = 90^\circ$  ( $OD = R$ ,  
 $KD$  - касат.)

$\angle D D Z = 90 - 2\alpha$ , тогда  
 в  $\triangle H D Z$ :  $\angle H D Z = 2\alpha$ ,  
 $\Rightarrow DL$  - бис-са  
 $\angle H D Z$ .

2) тк.  $\frac{LH}{HK} = \frac{4}{9}$  и  $MO + OL = 52 \Rightarrow LH = 16$ ;  $OH = 10$ ;  $MO = 16$ .  
 (из подобия).  $\Rightarrow$  тк.  $\triangle LHE \sim \triangle LMK$  (по 3м углам ( $DL \parallel KM$ ))

$$\Rightarrow \frac{EH}{KM} = \frac{LH}{LM} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13} \Rightarrow EH = 4x; KM = 13x.$$

3).  $OD = OL = R = 26$  из  $\triangle ODH$  по т. Пифагора  $DH =$   
 $= \sqrt{OD^2 - OH^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$ .

4). тк.  $\triangle O D Z \sim \triangle D H Z$  (по 3м углам);  $\frac{OD}{DZ} = \frac{DH}{ZH}$ ;

$$\frac{26}{DZ} = \frac{24}{ZH}; \text{ пусть } ZL = z; \text{ тогда } DZ^2 = ZL \cdot ZH$$

(кв. касат = произ. отрезков)  $\Rightarrow DZ^2 = z \cdot (z + 52)$   
 применим еще раз:

$$\frac{26}{\sqrt{z(z+52)}} = \frac{24}{z+16}$$

или найдем  $z$  так: по т. Пифагора в  $\triangle DHZ$ :

$$DZ^2 = (z + 16)^2 - 24^2 = z(z + 52)$$

$$-20z = 24^2 - 16^2 \quad (z < 0)$$

$$DZ^2 = 24^2 - (z + 16)^2 = z(z + 52)$$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 8 8 9 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверять только то, что написано с этой стороны листа  
в рамке справа

√2 (продолжение)

$$24^2 - (z^2 + 32z + 16^2) = z^2 + 52z$$

$$(24 - 16)(24 + 16) = 2z^2 + 84z$$

$$8 \cdot 40 = 2(z^2 + 42z)$$

$$z^2 + 42z - 160 = 0$$

$$z = \frac{-42 \pm \sqrt{2404}}{2} = \frac{-42 + 48}{2} = 3$$

5). Тогда из  $\triangle MKZ \sim \triangle KDE$ :

$$\frac{EK}{KD} = \frac{KM}{KD} \quad ; \quad \frac{19}{24} = \frac{55}{13x} \Rightarrow x = \frac{5 \cdot 11 \cdot 24}{19 \cdot 13}$$

$$\Rightarrow \text{т.к. } DK = 24 \Rightarrow DE = 24 - 4x = 24 - 4 \cdot \frac{5 \cdot 11 \cdot 24}{19 \cdot 13}$$

$$DL = \sqrt{KD^2 + KL^2} = \sqrt{832} \Rightarrow \text{и т.д.}$$

$$\sin \alpha = \frac{LK}{KD} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3} \quad \text{из } \triangle KDL$$

$$6). \text{ Тогда } [DEL] = DE \cdot DL \cdot \sin \alpha =$$

$$= \frac{4}{2} \left( 6 - \frac{5 \cdot 24 \cdot 11}{19 \cdot 13} \right) \cdot \sqrt{832} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \sqrt{832} \cdot \left( 6 - \frac{5 \cdot 24 \cdot 11}{19 \cdot 13} \right)$$

Ответ: ↗

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 8 8 9 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Без оцр. <sup>нз</sup> ~~однородности~~ ~~записи~~  $x \geq y \geq z > 0$

ищем 
$$\begin{aligned} x+y+z &= a \\ x+y+z &= b \\ 2x+y+z &= c \end{aligned} \quad a \leq b \leq c$$

$$\frac{z^2}{a} + \frac{x^2}{b} + \frac{y^2}{c} \geq \frac{xy}{a} + \frac{yz}{c} + \frac{zx}{b}$$

$$z^2(c-b) + x^2(ab) + y^2(ac) \geq xy(c-b) + yz(ab) + zx(ac)$$

$$(b(z^2 - xy) + ab(x^2 - yz) + ac(y^2 - zx)) \geq 0$$

$$(1) \quad \frac{z^2 - xy}{a} + \frac{x^2 - yz}{c} + \frac{y^2 - zx}{b} \geq 0$$

$$\forall \quad \frac{z^2 + x^2 + y^2 - xy - yz - zx}{c} \leq (1)$$

$$z^2 + x^2 + y^2 - xy - yz - zx \geq 0. \quad (c > 0)$$

$$z^2 - 2yz + y^2 + z^2 - 2zx + x^2 + x^2 - 2xy + y^2 \geq 0$$

$$\underbrace{(z-y)^2}_{\geq 0} + \underbrace{(z-x)^2}_{\geq 0} + \underbrace{(x-y)^2}_{\geq 0} > 0, \text{ тогда}$$

$$0 \leq \frac{z^2 + x^2 + y^2 - xy - yz - zx}{c}, \text{ а значит}$$

$$\text{что } 0 \leq \frac{z^2 - xy}{a} + \frac{x^2 - yz}{c} + \frac{y^2 - zx}{b} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  исходное неравенство верно. ■

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 8 8 9 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1). Всего игр:  $\frac{16 \cdot 15}{2} = 8 \cdot 15$ , за любую игру суммарное кол-во очков всех уч. увелич. на 2.  $\Rightarrow$

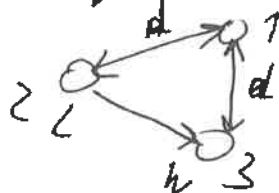
$\Rightarrow$  всего очков в конце всех игр:  $8 \cdot 30 = 240$  оч.

2). Пусть в каждой тройке все игроки вничью, тогда каждый наберет по 3 очка  $\Rightarrow$  такое же может быть, пусть тогда 2 игрока вничью, а один не вничью:

тогда у 1: 2 оч

у 2: 1 оч

у 3: 3 оч



w - win - побед.  
L - lose - проигр  
d - ничья (draw)

$\Rightarrow$  максимум 2 ничьи на тройку.

всего троек:  $\binom{3}{16} = \frac{16!}{13! 3!} = 16 \cdot 35$ , тогда троек

где все 3 игрока разные:  $\frac{16 \cdot 35}{2} = 40$ .

но 2 ничьи в каждой тройке  $\Rightarrow$  всего ничьих: 80.

$\Rightarrow$  кол-во ничьих  $\leq 80$ .

в тройке получается по 6 очков

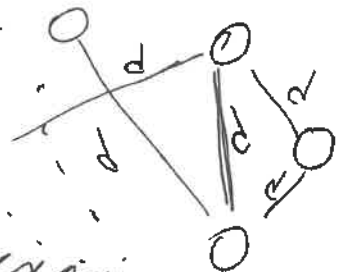
80 - много, т.к. по принципу Дирихле найдется

Тройка с 3мя ничьими.

При 41 ничье: ~~4+2+1+1+1+1~~

по принципу Дирихле, нужно будет изед. ребрами 'd'

2 вершины, из которых уже исходит 2 d, приход. в те вершины, какой не является ребра d.  $\Rightarrow d \leq 40$ . Пример на 40:



из каждой исходит 5 d, 5 w и ~~5 L~~  $\Rightarrow$  Ответ: 40.



## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Уфа, ул. Космонавтов

Адрес площадки проведения

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 3 | 5 | 0 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Чиннов

Имя Сергей

Отчество Евгеньевич

Дата рождения 21.01.2005

Класс 11

Предмет математика

Работа выполнена на 8 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023г.

Номер телефона +79177903933

Подпись Чиннов

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 2 3 5 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

Для начала расположим все предметы  
крае ягод

Это можно сделать :

|    |    |    |   |   |    |
|----|----|----|---|---|----|
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5 | Σ  |
| 12 | 16 | 20 | 0 | 6 | 54 |

~~12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1~~  
~~12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1~~

~~12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1~~

$$C_{13}^5 \cdot C_8^8 = \frac{13!}{5! \cdot 8!} \quad 1 = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{5!} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}$$

$$= 13 \cdot 11 \cdot 9 = 99 \cdot 13 = 1287 \text{ см.}$$

Рассмотрим куда мы можем положить ягоды :

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13

где 1 (орех или  
ябло)

Нам необходимо расположить 11 ягод на 13 мест.  
Это можно сделать

$$C_{13}^{11} = \frac{13!}{2! \cdot 11!} = \frac{13 \cdot 12}{2!} = 13 \cdot 6 = 78$$

Всего способов расставить орехи.

$$S = 78 \cdot 1287 = 13 \cdot 6 \cdot 99 \cdot 13 = 169 \cdot 6 \cdot 99 = 169 \cdot 594 = 100386 \text{ см.}$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа  
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А 0 0 0 2 2 3 5 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Теорема о квадрате касательно:

$$MK^2 = KG \cdot KL \quad (1)$$

$$(1) \cdot (2)$$

$$MG = \frac{MK^2}{KL}$$

$$(2) = (3)$$

$$\frac{ML \cdot MK}{KL} = \frac{MK^2}{KL}$$

$$= \frac{MK^2}{KL}$$

$$ML = MK$$

$$\Rightarrow \triangle KLM$$

$$\text{равнобедр}$$

$$\frac{ML}{KL} = \frac{MK}{KL}$$

$$MK = 13x$$

$$ML = 26\sqrt{2} = MK$$

$$LM = 8\sqrt{2}$$

$$MH = 18\sqrt{2}$$

$$EH = \frac{4}{13} \cdot MH = \frac{4}{13} \cdot 18\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

$$\triangle LHE \sim \triangle HND$$

Так тогда из рав-ства углов  $\Rightarrow \triangle MND$  - равнобедрен  $DM = MN = 9\sqrt{2}$   
Значит  $DE = 9x - 4x = 5x = 10\sqrt{2}$   $\angle DEL = 180 - 75 = 135^\circ$  (см. оборот)

$$\triangle KLM \sim \triangle ELH$$

$$k = \frac{4x}{13x} = \frac{4}{13}$$

$$EL = 52 \cdot \frac{4}{13} = 16$$

$KM = KD$  - как отрезки

касат. проведенных из одной точки

$DHG$  - высота  $\triangle KLM$

$$MG = \frac{ML \cdot MK}{KL} \quad (3)$$

$$MG = \frac{KG \cdot GL}{KL} \quad (2)$$

$$MK^2 = \frac{ML^2}{KL}$$

$$L3 = L4$$

$$\Rightarrow \triangle MGD$$

$$\text{вписанный}$$

$$\angle L1 = \angle L2$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

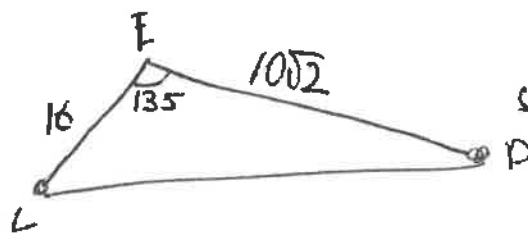
М А О О О 2 2 3 5 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№2 (продолж.)  
Необходимо посчитать площадь  $\triangle DEL$



$$S = \frac{1}{2} ab \cdot \sin 135^\circ$$

$$\sin 135^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 10\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 852$$

№3

$$\frac{z^2}{x+y+z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \geq \frac{xy}{x+y+z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z}$$

$$\frac{z^2 - xy}{x+y+z} + \frac{x^2 - yz}{2x+y+z} + \frac{y^2 - zx}{x+2y+z} \geq 0$$

(1) часть

(добавим и вычтем по каждой дроби столько, чтобы они равнялись  $\frac{2(x+y+z)}{2(x+y+z)}$ ) Тогда (1) часть станет меньше т.к.  $x, y, z \geq 0$   

$$\frac{x^2 + y^2 + z^2 - xy - zx - yz}{2(x+y+z)}$$
 правая часть больше 0

Нам необходимо доказать, что

$$\frac{x^2 + y^2 + z^2 - xy - zx - yz}{2(x+y+z)} \geq 0$$

$x+y+z$  - по условию  $\geq 0$

значит необходимо д-ть что  $x^2 + y^2 + z^2 - xy - zx - yz \geq 0$  (1)  
(см. см. стр.)

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 2 3 5 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3 (продолж.)

Запишем нер-во Коши:

~~$$\begin{aligned} x+y &\geq 2\sqrt{xy} \\ x+z &\geq 2\sqrt{xz} \\ y+z &\geq 2\sqrt{yz} \end{aligned}$$~~

$$\begin{cases} x^2+y^2 \geq 2xy \\ x^2+z^2 \geq 2xz \\ y^2+z^2 \geq 2yz \end{cases}$$

Сложим три нер-ва

$$2(x^2+y^2+z^2) \geq 2(xy+xz+yz)$$

$$x^2+y^2+z^2 \geq xy+xz+yz$$

$$x^2+y^2+z^2 - xy - xz - yz \geq 0 \quad (2)$$

(2)-(1)  $\Rightarrow$  утверждение доказано

Значит

~~$$\frac{z^2-xy}{x+y+z} + \frac{x^2-yz}{2x+y+z} + \frac{y^2-zx}{x+2y+z} \geq \frac{x^2+y^2+z^2-xy-xz-yx}{2(x+y+z)} \geq 0$$~~

0 - ч.т.д.

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k z^l$$

$$x^2 + x + 2 = 2^k z^l$$

№5

Введем замену  $3^a = x$   $x \geq 0$

$$f(x) = x^2 + x + 2 \quad g(x) = 2^k z^l$$

Заметим что  $f(x)$  квадратичная и  $g(x) = \text{const}$ , то есть, строим графики мы получим (см. см. страницу)





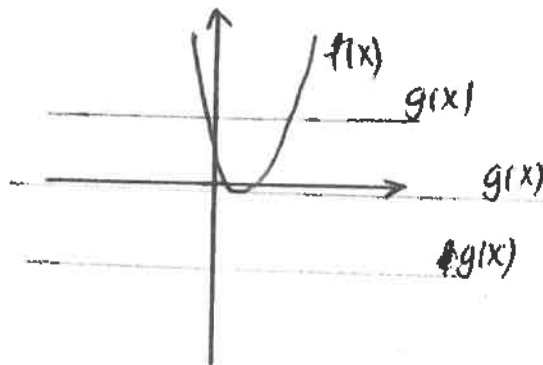
# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 2 3 5 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5 (продолжение)



Исходя из графика

видно, что если  $g(x)$  ниже нашей параболы, то корней у нашей ур.я

если  $g(x)$  проходит через вершину параболы то решение одно, и если  $g(x)$  проходит выше вершины то решений всегда два

При  $g(x) < \frac{7}{4}$  - корней ур.я нет.

При  $g(x) = \frac{7}{4}$

$$2k + 7l = \frac{7}{4}$$

$$l = 1$$

$$k = -2$$

-невозм. условие

$$\text{При } k = 0$$

$$k = 1 \quad l = 2 - \text{корень}$$

$$g(x) > \frac{7}{4}$$

$$l \geq 1$$

$$k > -2$$

min значение, которое может принимать  $g(x)$  - это 7 при

$$l = 1$$

$$k = 0$$

в данном случае

$$x^2 + x + 2 - 7 = 0$$

$$x^2 + x - 5 = 0$$

$$D = 1 + 20 = 21$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2} = 3^2$$

$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{21}}{2} = 3^2$$

$2 \in \mathbb{Z}$  - неуж.

(и.и.стр)

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 2 3 5 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Рассмотрим следующий случай:

$$k=l=1$$

$$x^2+x+1=14$$

$$x^2+x-12=0$$

$$D=1+48=49=7^2$$

$$x_1 = \frac{-1-7}{2} = -4 \text{ — нецелое}$$

$$x_2 = \frac{-1+7}{2} = 3 = 3^2 \Rightarrow d=1$$

Заметим что при увеличении

$k, l$  решениями ур-я будут

являться один положительный

корень и один отрицательный

знаки при каждом  $k$  и  $l$   $2$ -един.  
(вспомог.)

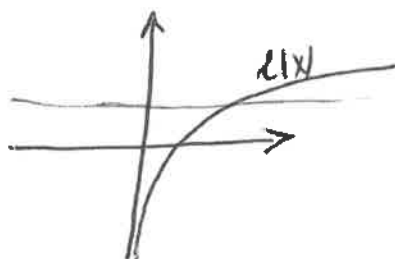
Рассмотрим случай  $k \neq l, k, l \geq 0$

$$x^2+x+2=2k+2l$$

$$x^2+x+2-2k-2l=0$$

$$D=1-4(2-2k-2l)=8k+8l-7$$

там



Теперь рассмотрим  $D(x)=3^{2k}+3^{2l}$

- эта функция монотонно возрастает

значит ее график выйдет

с осью она может иметь  
лишь одно пересечение

Продолжим анализировать параболу

Нам необходимо чтобы:

$$x = \frac{-1 + \sqrt{1-4(2-2k-2l)}}{2} = \frac{-1 + \sqrt{1-8+8k+8l}}{2} =$$

$$= \frac{-1 + \sqrt{8k+8l-7}}{2}$$

$\geq 0$  и являясь степенью 3-ти

такое возможно только при  $8l-7=0$ , то есть



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 2 3 5 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

При  $l=1$  при  $l=1$  - у нас существует лишь одна тройка решений  $l=k=d=1 \Rightarrow$  решений больше нет  
Отв:  $k=l=d=1$

Или  $k=0, k=1, l=2$

Всего было сыграно:

$$\frac{16 \cdot 15}{2} = 8 \cdot 15 = 80 + 40 = 120 \text{ - матчей}$$

По условию три команды сыграли между собой набрали разное кол-во очков

Рассмотрим случайную выбранную тройку команд.

| /// | 1   | 2   | 3    |
|-----|-----|-----|------|
| 1   | /// | 3   | 3    |
| 2   | 0   | /// | 3    |
| 3   | 0   | 0   | //// |

6  
3  
0  
- Данный случай не-  
приятен для нас, поскольку  
нет ни одной победы  
Рассмотрим расстановку  
с наибольшим кол-вом  
побед.

Наибольшее кол-во  
побед в тройке это  
2

| М | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 1 | М | 3 | 1 |
| 2 | 0 | М | 1 |
| 3 | 1 | 1 | М |

Всего троек

$$\frac{16 \cdot 15 \cdot 14}{3!} = \frac{16 \cdot 15 \cdot 14}{8 \cdot 2} = 40 \cdot 14 = 560$$

Каждую тройку команд из тройки уже посчитали  
В каждой тройке 3 матча - 2 из которых ничейные

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 3 | 5 | 0 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Это означает что ~~каждая~~ из трех матчей двусторонней  
Значит максимальное число теннисных матчей =  
$$= \frac{40 \cdot 2}{3} = 80 \text{ матчей}$$

Ответ: 80 матчей

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Москва

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 5 | 4 | 2 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 1

Фамилия КОТЕЛЬНИКОВ

Имя ДАНИИЛ

Отчество ЕВГЕНЬЕВИЧ

Дата рождения 18.11.2005

Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 7 листах

Дата выполнения работы 26.02.23

Номер телефона +79167859143

Подпись ДК

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.



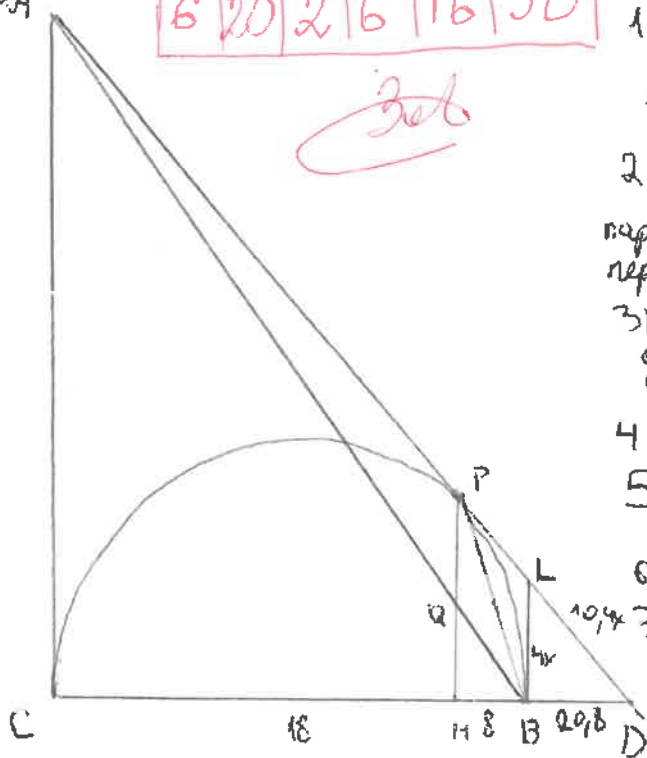
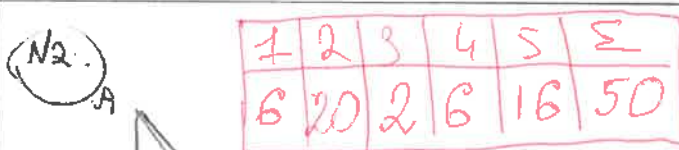
## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 5 | 4 | 2 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

**ВНИМАНИЕ:** Проверьте только то, что записано с этой стороны листа  
в рамке справа



$$1) \text{BH} + \text{CH} = 26 \text{ u } \frac{\text{BH}}{\text{CH}} = \frac{4}{9} \Rightarrow \text{BH} = 8, \text{CH} = 18.$$

2) Проведём через точку В прямую, параллельную AC и DH, пусть она пересечёт прямую AD в точке L

3) Проведем отрезок СВ за точку В до перес. с прямой АР, пусть на перес. будет точка D

4)  $AC = AP$  (отрезки кас.)  
5)  $AP$  — биссектриса

$$5) \frac{AP}{PL} = \frac{CH}{HB} (\text{по т. Понсеа}) = \frac{9}{4}$$

6) Точка нулевого АС = АР = 9х; РЛ = 4х

Заметим, что  $LB$  также эвл.  
кас. к окр.  $\omega$ , т.к.  $LB \parallel AC$ , а  
 $BC$  — диаметр окр.  $\omega$

8) Terga PL = LB = 4x (vzp. kor.)  
 $\angle LOB$

9) Т.к.  $AC \parallel LB$ , то  $\angle ACB = \angle LBD = 90^\circ$ , а т.к.  $AB \parallel CD$  эти углы  
явл. внутр.  $\angle ACD$  и  $\angle CBD$ , но треугольники  $\triangle ACD$  и  $\triangle CBD$  равны  
по 2 углам  $\in$  коэф. пропорциона  $k = \frac{3}{4}$ , т.к.  $\frac{AC}{LB} = \frac{3x}{4x} = \frac{3}{4}$ .

10) Пусть  $BD = x$ , тогда из подобия  $\triangle CBD$   $\frac{CB}{BD} = \frac{3}{4}$ .

10) Пусть  $BD = a$ , Тогда из подобия  $\frac{CD}{BD} = \frac{9}{4} = \frac{CB+BD}{BD} = \frac{26+BD}{BD}$

Torque  $\Rightarrow BD = 104 + 4BD \Rightarrow 5BD = 104 \Rightarrow BD = 20,8$

11) Taxime us nigrobus  $\frac{AD}{LD} = \frac{3}{4} = \frac{AL+LD}{LD} = \frac{13x+LD}{LD} \Rightarrow 4LD = 4LD + 52x \Rightarrow$   
 $\Rightarrow 5LD = 52x \Rightarrow LD = 10,4x$

12) По т. Рундара для макс. ЛВД.  $432,64 + 16x^2 = 108,16x^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 92,16x^2 = 432,64 \Rightarrow 9216x^2 = 43264 \Rightarrow 1152x^2 = 5408 \Rightarrow$$

$$\rightarrow 144x^2 = 876 \Rightarrow 36x^2 = 169 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{169}{36}} = \frac{13}{6}$$

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 5 | 4 | 2 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа  
в рамке справа

13) Треугольники  $\triangle PND$  и  $\triangle LBD$  подобны, т.к.  $\angle PNB = \angle LBD = 90^\circ$ ,  
а  $\angle LDB$  общий, причем с коэффициентом  $k = \frac{28,8}{20,8}$ , т.к.  $\frac{ND}{BD} = \frac{28,8}{20,8} \Rightarrow$

$$\Rightarrow PH = 4 \times \frac{28.8}{20.8} = \frac{52}{6} \cdot \frac{288}{208} = \frac{288}{24} = 12$$

141) Точка S  $S_{\text{РМБ}} = \frac{P_{\text{H}} - F_{\text{H}}}{2} = 48$ , м.к. т.р.р. РМБ - гранич.

15) Т.к.  $\angle B$  — прямой,  $\Delta ABC$  — прямоугольный, а  $AC = 3x = \frac{117}{6} = \frac{39}{2} = 19,5$ ,  
то  $AB = \sqrt{676 + 380,25} = \sqrt{1056,25} = 32,5$ .

161 Треуг.  $ABC$  и  $QBN$  подобны, т.к.  $\angle QBN$  - общий, а  $\angle ACB = \angle QNB = 90^\circ$ , причем с коэф.  $k = \frac{26}{8} = \frac{BC}{BN}$ .  $\Rightarrow QN = AC \cdot \frac{8}{26} = \frac{30}{2} \cdot \frac{8}{26} = 6$

$$= 6 \Rightarrow S_{Q_{BH}} = \frac{Q_H \cdot B_H}{2} = 24, \text{ т.к. } Q_{BH} - \text{премию.}$$

17) Tonga  $S_{BPQ} = S_{BPK} - S_{BPK} = 48 - 24 = \underline{24}$

Ombem: 24

 $N_4$ 

Заметим, что 3 книги в одной тройке <sup>команда</sup> ~~могут~~, которая играет  
игра между собой, быть не может, т.к. у всех было бы по 2 очка.  
А 2 книги быть может. Возьмем любую тройку <sup>команда</sup> ~~могут~~, образуя  
А, В, С. Тогда если А сыграл выигрыш с В и С, а В выиграл с С,  
то у А будет 2 очка, у В - 1, а у С - 1, у всех разное кол-во  
очков. Возьмем любую <sup>команду</sup> ~~тройку~~ к тройке и рассмотрим четверку  
Заметим, что если А выиграл D, а В и С сыграли с D вничью,  
то в любой тройке из этой четверки будет ~~команда~~ <sup>команда</sup> ~~команда~~  
команда с 4 очками, команда с 2 очками и команда с 1 очком, а т.е.  
команда с 1 победой, 1 ничьей, команда с 2 ничьими и команда с  
1 ничьей и 1 поражением. Это верно для любой ~~тройки~~ <sup>команды</sup> ~~четверки~~

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 1 5 4 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверять только то, что записано с этой стороны листа



Камень, т.к. мы брали любые. Попробуем посчитать количество четверок, которые можно получить из 20 камней:  $C_{20}^4 = \frac{20!}{16!4!} = \frac{17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 20}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 3 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 5 = 15 \cdot 17 \cdot 19 = 255 \cdot 19 = 4845$ . Тогда ~~всего~~

Тогда если суммировать количество нильей в каждой четверке, то их  $4845 \cdot 4 = 19380$ , 5 нильей из 6 в четверке быть не может, т.к. найдется тройка камней, все из которых между собой сыграли вничью, потому что если брать камни А, В, С, D и пусть С и D — единственные, кто между собой сыграли не вничью. Тогда А, В, С и А, В, D в тройках между собой сыграли вничью, а т.е. у камня было по 2 очка. 6 из 6 нильей тем более в четверке быть не может, т.к. во всех тройках из этой четверки у камня будет по 2 очка. Т.е. 4 и 6 нильей — максимум, так что мы рассматривали случай с наиб. количеством нильей. Заметим, что каждая игра бывает равно в  $C_{19}^2 = \frac{19!}{17!2!} = \frac{17 \cdot 18}{2} = 153$  четверках, т.е. это количество способов выбрать для игры ~~каждые~~ 2 камня в четверку из оставшихся 18. Тогда искомое количество нильей будет:  $\frac{19380 \cdot 153}{4845} = 4 \cdot 153 = 612$ .

Ответ 612

№5.

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k \cdot 7^l$$

$$3^{2a} + 3^a - 2 + 4 = 2^k \cdot 7^l$$

$$(3^a - 1)(3^a + 2) = 2^k \cdot 7^l - 4$$

$$(3^a - 1)(3^a + 2) = 4(2^{k-2} \cdot 7^l - 1)$$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 1 5 4 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



~~Заметим, что т.к.  $2^{k-2} \cdot 7^l$  делится на 2, то  $2^{k-2} \cdot 7^l$~~   
 Рассмотрим  $k \geq 3$  и  $l \geq 0$ . Тогда заметим, что  $2^{k-2} \cdot 7^l$  делится на 2, а следовательно  $2^{k-2} \cdot 7^l - 1$  не делится на 2, т.е. правая часть равенства делится на 4, но не делится на 8.  
 Рассмотрим левую часть. Заметим, что т.к.  $3^a$  - нечетное число, то  $3^a + 2$  - нечетное, а  $3^a - 1$  - четное, т.е.  $3^a - 1$  делится на 4, но не делится на 8, т.к.  $3^a + 2$  не делится на 2. Рассмотрим возмозможности при делении числа  $3^a - 1$  на 8:  
 $a=0: 1-1=0 \equiv 0 \pmod{8}$   
 $a=1: 3-1=2 \equiv 2 \pmod{8}$   
 $a=2: 9-1=8 \equiv 0 \pmod{8}$   
 $a=3: 27-1=26 \equiv 2 \pmod{8}$   
 и т.д. На самом деле, если увеличивать степень тройки на единицу, то остаток от деления числа  $3^a$  на 8 будет меняться либо с 1 на 3, т.к.  $1 \cdot 3 \equiv 3$ , либо с 3 на 1, т.к.  $3 \cdot 3 \equiv 1 \pmod{8}$ , а т.е.  $3^a - 1$  может иметь только остатки 0 и 2 при делении на 8, т.е. либо  $3^a - 1$  делится на 8, либо делится на 2, но не делится на 4. Только при остатке от деления  $3^a - 1$  на 8, равном 4, число делится на 4, но не делится на 8  $\Rightarrow$  нет решений при  $k \geq 3$  и  $l \geq 0$ .

~~Пусть  $l=0 \Rightarrow 3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k$~~

Тогда пусть  $k=2 \Rightarrow$

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 4 \cdot 7^l$$

$$3^a (3^a - 1) (3^a + 2) = 4 (7^l - 1)$$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 1 5 4 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках строки

Заметим, что левая часть равенства не делится на 3, т.к.  $3^a - 1 \equiv 2 \pmod{3}$ , т.к.  $3^a \equiv 0 \pmod{3}$ , а также  $3^a + 2 \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow (3^a - 1)(3^a + 2) \equiv 1 \pmod{3}$ . А

Рассмотрим остаток от деления числа  $7^b$  на 3. При  $b=0$

$b=0$ : он равен 1, делится на 7, а т.е. на 1, т.к.  $7 \equiv 1 \pmod{3}$

и при  $b=1$  остаток будет равен 1, и так при любом  $b$ , т.к. остаток при увеличении  $b$  ни сколько не увеличивается, всегда

на 1, а т.е. не меняется.  $\Rightarrow$  Остаток при делении числа  $7^b - 1$

на 3 всегда будет 0, т.е. правая часть равенства делится на 3.

А т.к. левая нет, то при  $k=2$  нет реш.

~~Пусть  $k \leq 1 \Rightarrow 3^a(3^a - 1)(3^a + 2) = 2(7^b - 1)$~~

~~Как мы доказывали выше,  $(3^a - 1)(3^a + 2) \equiv 1 \pmod{3}$ , а т.к.  $7 \equiv 1 \pmod{3}$ , то~~

Пусть  $k=0$ , тогда как мы доказывали выше  $(3^a - 1)(3^a + 2) \equiv 1 \pmod{3}$ , а тогда  $7^b \equiv 1 \pmod{3}$ , то  $7^b - 4 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow$  нет реш. при  $k=2$ .

Остается  $k=1$ :

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 2 \cdot 7^b \Rightarrow 3^a(3^a + 1) = 2(7^b - 1)$$

Рассмотрим  $b \geq 1 \Rightarrow 7^b \equiv 0 \pmod{49} \Rightarrow 2(7^b - 1) \equiv 47 \pmod{49}$

Рассмотрим остатки при делении  $3^a(3^a + 1)$  на 49.

$$a=0: 1 \cdot 2 = 2 \equiv 2 \pmod{49}$$

$$a=1: 3 \cdot 4 = 12 \equiv 12 \pmod{49}$$

$$a=2: 9 \cdot 10 = 90 \equiv 41 \pmod{49}$$

$$a=3: 27 \cdot 28 = 756 \equiv 21 \pmod{49}$$

$$a=4: 81 \cdot 82 = 6642 \equiv 27 \pmod{49}$$

$$a=5: 243 \cdot 244 = 59292 \equiv 2 \pmod{49}$$

~~и т.д. т.к. член  $3^a(3^a + 1)$  циклически повторяется~~



и т.д. Дальше образуется цепочка остатков, как и в некоторых случаях раньше, т.е. в некоторых уже не будет, т.е. <sup>какой-то</sup> делитель левой части у нас ~~на  $3^a + 1$  не делится~~ ~~на разность степеней~~ ~~трех  $\rightarrow 3^a + 1$~~  ~~никогда не будет иметь остаток 47 при делении на 49.~~  $\rightarrow$  При  $b > 1$  и  $k = 1$  нет реш.

Пусть  $b = 0 \Rightarrow 3^{2a} + 3^a + 2 = 2 \Rightarrow 3^{2a} + 3^a = 0$ , ~~или  $3^a = 0$  и  $3^{2a} = 0$~~ ,

но т.к.  $a \geq 0$ , то  $3^{2a} \geq 1$  и  $3^a \geq 1 \Rightarrow 3^{2a} + 3^a \geq 2 \Rightarrow$

При  $b = 0$  и  $k = 1$  нет реш.

Пусть  $b = 1 \Rightarrow 3^{2a} + 3^a + 2 = 14 \Rightarrow 3^a(3^a + 1) = 12 \Rightarrow 3^a = 3 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow a = 1$ .

Все случаи рассмотрены.

Ответ:  $a = 1; k = 1; b = 1$ .

N3.

~~Дальше~~ <sup>числитель и 3</sup> ~~каждого дроби на ее знаменателе~~

$$\frac{2xz^2 + 4xz^2 + z^3 + x^3 + yx^2 + 2x^2z}{2x^2 + 2xy + xz + xy + y^2 + 2xy + 1xz + yz + 2z^2} + \frac{y^2}{x + 2yz} \geq \frac{2x^2y + xy^2 + 2xy + y^2 + 2yz^2}{3xy + 5xz + 3yz + 2x^2 + y^2 + 2z^2}$$

Приведем обе части к общ. знаменателю и разложим на углы. обе части, т.к. они одинаковые:

$$\begin{aligned} & \frac{2x^2z^2 + 4xz^2 + z^3 + x^3 + yx^2 + 2x^2z}{2x^2 + 2xy + xz + xy + y^2 + 2xy + 1xz + yz + 2z^2} + \frac{y^2}{x + 2yz} \geq \frac{2x^2y + xy^2 + 2xy + y^2 + 2yz^2}{3xy + 5xz + 3yz + 2x^2 + y^2 + 2z^2} \\ & \frac{2x^2z^2 + 4xz^2 + z^3 + x^3 + yx^2 + 2x^2z}{2x^2 + 2xy + xz + xy + y^2 + 2xy + 1xz + yz + 2z^2} + \frac{y^2}{x + 2yz} \geq \frac{2x^2y + xy^2 + 2xy + y^2 + 2yz^2}{3xy + 5xz + 3yz + 2x^2 + y^2 + 2z^2} \\ & \frac{2x^2z^2 + 4xz^2 + z^3 + x^3 + yx^2 + 2x^2z}{2x^2 + 2xy + xz + xy + y^2 + 2xy + 1xz + yz + 2z^2} + \frac{y^2}{x + 2yz} \geq \frac{2x^2y + xy^2 + 2xy + y^2 + 2yz^2}{3xy + 5xz + 3yz + 2x^2 + y^2 + 2z^2} \\ & \frac{2x^2z^2 + 4xz^2 + z^3 + x^3 + yx^2 + 2x^2z}{2x^2 + 2xy + xz + xy + y^2 + 2xy + 1xz + yz + 2z^2} + \frac{y^2}{x + 2yz} \geq \frac{2x^2y + xy^2 + 2xy + y^2 + 2yz^2}{3xy + 5xz + 3yz + 2x^2 + y^2 + 2z^2} \\ & \frac{2x^2z^2 + 4xz^2 + z^3 + x^3 + yx^2 + 2x^2z}{2x^2 + 2xy + xz + xy + y^2 + 2xy + 1xz + yz + 2z^2} + \frac{y^2}{x + 2yz} \geq \frac{2x^2y + xy^2 + 2xy + y^2 + 2yz^2}{3xy + 5xz + 3yz + 2x^2 + y^2 + 2z^2} \\ & \frac{2x^2z^2 + 4xz^2 + z^3 + x^3 + yx^2 + 2x^2z}{2x^2 + 2xy + xz + xy + y^2 + 2xy + 1xz + yz + 2z^2} + \frac{y^2}{x + 2yz} \geq \frac{2x^2y + xy^2 + 2xy + y^2 + 2yz^2}{3xy + 5xz + 3yz + 2x^2 + y^2 + 2z^2} \\ & \frac{2x^2z^2 + 4xz^2 + z^3 + x^3 + yx^2 + 2x^2z}{2x^2 + 2xy + xz + xy + y^2 + 2xy + 1xz + yz + 2z^2} + \frac{y^2}{x + 2yz} \geq \frac{2x^2y + xy^2 + 2xy + y^2 + 2yz^2}{3xy + 5xz + 3yz + 2x^2 + y^2 + 2z^2} \\ & \frac{2x^2z^2 + 4xz^2 + z^3 + x^3 + yx^2 + 2x^2z}{2x^2 + 2xy + xz + xy + y^2 + 2xy + 1xz + yz + 2z^2} + \frac{y^2}{x + 2yz} \geq \frac{2x^2y + xy^2 + 2xy + y^2 + 2yz^2}{3xy + 5xz + 3yz + 2x^2 + y^2 + 2z^2} \\ & \frac{2x^2z^2 + 4xz^2 + z^3 + x^3 + yx^2 + 2x^2z}{2x^2 + 2xy + xz + xy + y^2 + 2xy + 1xz + yz + 2z^2} + \frac{y^2}{x + 2yz} \geq \frac{2x^2y + xy^2 + 2xy + y^2 + 2yz^2}{3xy + 5xz + 3yz + 2x^2 + y^2 + 2z^2} \\ & \frac{2x^2z^2 + 4xz^2 + z^3 + x^3 + yx^2 + 2x^2z}{2x^2 + 2xy + xz + xy + y^2 + 2xy + 1xz + yz + 2z^2} + \frac{y^2}{x + 2yz} \geq \frac{2x^2y + xy^2 + 2xy + y^2 + 2yz^2}{3xy + 5xz + 3yz + 2x^2 + y^2 + 2z^2} \end{aligned}$$

( ~~$x + y + z$~~ ) Заметим, что  $x^2 + y^2 + z^2 \geq x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2$ , т.к.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 1 5 4 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$x^3y + y^3x + z^3x - x^2y^2 - y^2z^2 - z^2x^2 \geq 0.$$

$$(x^2 - y^2)^2 + (x^2 - z^2)^2 + (y^2 - z^2)^2 + x^2y^2 + y^2z^2 + x^2z^2 \geq 0.$$

А можно заметить, что  $x^3y + y^3x + y^3z + x^3z + z^3x + z^3y - 2xy^2z - 2x^2yz - 2xyz^2 \geq 0$ , т.к.  $x^3y + y^3x + y^3z + x^3z + z^3x + z^3y - 2xy^2z - 2x^2yz - 2xyz^2 \geq 0$ , т.к.  $x^2(xy + xz - 2yz) + y^2(yz + yx - 2xz) + z^2(zx + zy - 2xy) \geq 0$  по пер. бу. о средних, ариф. пер. бу. о средних. по пер. бу. о средних

Н1.

Посчитаем общее кол-во способов расставить 10 букв на 23 места в ряду, а т.е.  $C_{23}^{10} = \frac{23!}{10!13!} = \frac{14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 20 \cdot 21 \cdot 22 \cdot 23}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10} =$

$= 17 \cdot 19 \cdot 7 \cdot 22 \cdot 23 = 1144066$ . Заметим, что ~~способов~~ всего раз. т.е.  $C_{10}^2 = \frac{10!}{2!8!} = 45$ . Способов их не расстав.  $42 + 20 \cdot 21 = 462 \geq 7$  Для всех пер.

$462 \cdot 45 = 20790 \Rightarrow$  Кол-во способов расставить буквы, чтобы не было соседних:  $1144066 - 20790 = 1123276$ . Кол-во способов расставить 6 букв в 13 мест, а софф. и т.е. в оставшихся местах.  $C_{13}^6 = \frac{13!}{6!7!} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = 1716$

Тогда ответ будет  $1123276 + 1716 = 1125000$

Ответ: 1125000

не все упрости.

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Уфа, ул. Каширистов, д. 8

Адрес площадки проведения

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 3 | 5 | 5 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр

Вариант № 1

Фамилия Габеев

Имя Матвей

Отчество Дмитриевич

Дата рождения 02.12.2005 Класс 11

Предмет математика

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89174780078 Подпись Матвей

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 3 5 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

|    |    |    |   |   |    |
|----|----|----|---|---|----|
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5 | Σ  |
| 20 | 20 | 20 | 0 | 6 | 66 |

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$BC=26$$

$$BO=OC=OP=13$$

$$A \frac{BH}{CH} = \frac{4}{5} \Rightarrow BH=4x, CH=5x$$

$$4x+5x=BC$$

$$9x=26$$

$$x=2 \Rightarrow BH=8, CH=10$$

$$OH=BO-BH=13-8=5 \Rightarrow$$

По т. Пифагора:

$$HP=\sqrt{OP^2-OH^2}$$

$$HP=\sqrt{169-25}=12 \Rightarrow$$

$$BP=\sqrt{44+64}=\sqrt{208}$$

Заметим, что  $\angle BPC$  опирается

на диаметр  $BC$  и  $P$  лежит на

окружности  $\Rightarrow \angle BPC=90^\circ \Rightarrow$

По т. Пифагора:

$$PC=\sqrt{676-208}=\sqrt{468}$$

По т. косинусов в  $\triangle POC \Rightarrow$

$$PC^2=2PO^2-2PO^2 \cos(\angle POA)$$

$$468=2 \cdot 169-2 \cdot 169 \cos(\angle POA)$$

$$234=169-169 \cdot \cos(\angle POA) \Rightarrow 65=-169 \cdot \cos(\angle POA) \Rightarrow \angle POA=\arccos(-\frac{5}{13})$$

Окружность вписана в  $\triangle PAC \Rightarrow PA=AC \Rightarrow$  ~~треугольник равнобедренный~~

Также  $\angle OPA=90^\circ$ , т.к. радиус  $\perp$  касательной ( $OP \perp AP$ )  $\Rightarrow$

4-угольник  $OPAC$  вписанный, тогда  $\angle OPA+\angle OCA=180^\circ \Rightarrow$

$$\angle PAC=\pi-\arccos(-\frac{5}{13}) \Rightarrow$$

По т. косинусов в  $\triangle PAC$ :

$$PC^2=2PA^2-2PA^2 \cos(\pi-\arccos(-\frac{5}{13})) \cdot \cos(\pi-\angle C)=\cos \pi \cdot \cos \angle C + \sin \pi \cdot \sin \angle C = -\cos \angle C$$

$$468=2 \cdot PA^2-2PA^2 (-\cos(\arccos(-\frac{5}{13})))$$

$$234=\frac{8}{13} PA^2 \Rightarrow PA=\sqrt{\frac{234 \cdot 13}{8}}=13 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 31

М А О О О 2 2 3 5 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамках справа



12 (продолжение)

Δ ВКQ ~ Δ ВСА по 2-м ∠, ∠ СВА - общий, ∠ ВКQ = ∠ ВСА = 50° ~

$$\frac{BK}{BC} = \frac{KQ}{CA}$$

$$KQ = \frac{BK \cdot CA}{BC} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = 6 \Rightarrow$$

$$S_{BOP} = S_{BKP} - S_{BKQ} = \frac{1}{2} BK \cdot (PK - KQ) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot (12 - 6) = 24$$

$$\text{Отв: } S_{BOP} = 24$$

13

$$\frac{z^2}{x+y+2z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \geq \frac{xy}{x+y+2z} + \frac{xz}{x+2y+z} + \frac{yz}{2x+y+z}$$

$$\frac{z^2 \cdot xy}{x+y+2z} + \frac{x^2 \cdot z}{2x+y+z} + \frac{y^2 \cdot x}{x+2y+z} \geq 0$$

Заметим, что равенство выполняется при  $x=y=z$

Также мы можем сказать, что  $x, y, z \geq 0$ , без потери общности

$$\frac{(z^2 \cdot xy)(x+2y+z)(2x+y+z) + (x^2 \cdot z)(x+y+2z)(x+2y+z) + (y^2 \cdot x)(x+y+2z)(2x+y+z)}{(x+y+2z)(2x+y+z)(x+2y+z)} \geq 0$$

Заметим, что знаменатель всегда  $> 0 \Rightarrow$  докажем, что числитель  $\geq 0$

$$x^4 + 2x^3y + 2x^2y^2 + 3x^2y + 3x^2z + 5x^2yz + x^2yz - 2y^5z - 2yz^3 - 3xy^2z - 3xyz^2 - 5y^3z + 2xy^3 + 2xz^3 + 4xyz^2 + 4yz^3 - 2x^2y - 2x^2y^2 - 2x^2z - 2x^2z^2 - 4xyz + y^4 + z^3y + 2y^2z^2 - 1y^3z - x^2y - xy^3 - x^2yz - xyz^2 - 2xy^2z + y^3z + z^4 + 2yz^3 + 2y^2z^2 - x^2yz - x^2y^2 - x^2z^2 - 2xyz^2 \geq 0$$

$$x^4y + y^4x + 2x^2yz + 2xy^2z + 2xyz^2 + x^3y - x^2y^2 + x^3z - x^2yz + y^3z - y^2z^2 + x^2z + xy^3 + z^3y \geq 0$$

$$x^4y + y^4x + 2xyz(x+y+z) + x^3y(x-y) + y^3z(y-z) + x^2z + xy^3 + z^3y + x^2z + xy^3 + z^3y \geq 0$$



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 2 2 3 5 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



~~7 орехов, 6 грибов и 10 ягод~~  
~~Если нужно поставить ягоды между орехами и грибами~~  
~~тогда расставить орехи и грибы мы можем 6 способами~~  
 Ягоды между ними  $C_{10}^{14}$   

$$C_{10}^{14} \cdot C_6^{13} = \frac{14! \cdot 13!}{10! \cdot 4! \cdot 6! \cdot 7!} = \frac{14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 13!}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 7!} = 14 \cdot 13 \cdot 11 \cdot 6 = 84 \cdot 169 \cdot 121 = 1717716$$
  
 Ответ 1717716 способов; ~~тогда~~  $= \frac{14! \cdot 13!}{10! \cdot 4! \cdot 6! \cdot 7!}$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 3 | 5 | 5 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверять только то, что записано с этой стороны листа  
в рамке справа



НН

13/14  
0.7/10/41

Победы - 2 очка

Ничья - 1 очко

Поражение - 0 очков

$$\frac{20 \cdot 13}{2} = 130 - \text{всего игр было сыграно}$$

Каждые три команды в игре друг с другом выбрали разное количество очков

Также между собой они сыграли 3 игры.

Указность

Если все 3 игры они сыграли вничью  $\Rightarrow$  ~~указность~~ количество очков по 2 очка между

Если только 2 игры они сыграли вничью  $\Rightarrow$  у одного команды

2 очка, у 2 оставшихся по 1 очку, так как количество очков разное, то одна из них выиграет  $\Rightarrow$

средн. 4.3 игры может быть максимум 2 ничьи  $\Rightarrow$

средн. 4.3 игры при 2 ничьих будет средн. 6 очков  $(2 + 1 + 1 + 2 \cdot 3 = 6)$

Всего очков:  $130 \cdot 2 = 260 \Rightarrow$  макс. кол-во ничей:  $\frac{260}{6} \cdot 2 = 130 \cdot \frac{2}{3} = 126 \frac{2}{3} \Rightarrow$

■ Макс. количество ничей = 126

Ответ: 126

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 2 3 5 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



15

$$3^{2^k+1} + 2 = 2^{k+1} \cdot 7^l, \quad a, k, l \geq 0$$

$$3^a(3^{2^k+1} + 1) = (2^{k+1} \cdot 7^l) / 2$$

$$\begin{cases} 3^a + 1 = 2 \\ 3^a = 2^{k+1} \cdot 7^l - 1, \quad 3^a - \text{четное} \Rightarrow 3^a + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 0 \\ 4 = 2^{k+1} \cdot 7^l - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 0 \\ 2 = 2^{k+1} \cdot 7^l \Rightarrow \begin{cases} k = 1 \\ l = 0 \end{cases} \end{cases}$$

Пусть  $3^a = t, \Rightarrow t \in \mathbb{N}$

$$t^2 + t + 2 = 2^{k+1} \cdot 7^l$$

$$t^2 + t + 2 - 2^{k+1} \cdot 7^l = 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot 2^{k+1} \cdot 7^l = (2^{k+2} \cdot 7^{l+1} - 1) \cdot 7$$

Так как  $t \in \mathbb{N}$ , то  $D$  - ~~полное~~ квадрат  $\Rightarrow \sqrt{D} \in \mathbb{N}$

$$(2^{k+2} \cdot 7^{l+1} - 1) : 7 \Rightarrow \text{если } l-1 \neq 0 \text{ то } 2^{k+2} \cdot 7^{l-1} : 7 - \text{кв.}$$

$$\begin{aligned} l=1 \Rightarrow \\ \sqrt{(2^{k+2} - 1) \cdot 7} \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

$$2^{k+2} - 1 = 7$$

$$2^{k+2} = 8 \Rightarrow k=1 \quad (1, 1, 1) - \text{корень}$$

~~корень~~

Ответ:  $\begin{cases} a=1 \\ k=1 \\ l=1 \end{cases}; \begin{cases} a=0 \\ k=2 \\ l=0 \end{cases}$

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Уфа ул. Космонавтов, д. 8

Адрес площадки проведения

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 7 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр

Вариант № 3

Фамилия БАХИТОВА

Имя ЭЛИНА

Отчество АЙРАТОВНА

Дата рождения 25.08.2005 Класс 11А

Предмет математика

Работа выполнена на 8 листах Дата выполнения работы 26.02.2023.

Номер телефона 89174808674 Подпись ЭБД

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 7 4 5 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

|    |    |   |   |   |    |
|----|----|---|---|---|----|
| 1  | 2  | 3 | 4 | 5 | 6  |
| 20 | 20 | 6 | 0 | 8 | 54 |

№1.

5 орехов, 8 грибов, 11 ягд — всего 24 элемента. 13 из них — не ягд.

Сначала расставили в ряд грибы и орехи. Т.к. все грибы и <sup>все</sup> орехи между собой одинаковы, то не важно в каком ~~ты~~ именно порядке стоят грибы между собой (как и орехи), важно лишь то, <sup>на каком месте</sup> где стоит какой-то гриб, а где — какой-то орех. Т.е., ~~нужно~~ чтобы найти кол-во способов расставить в ряд 5 ~~ор.~~ ор. и 8 грибов, нужно найти кол-во способов выбрать из 13 элементов 5 (или из 13 выбр. 8):  $C_{13}^5 = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{5!} = \frac{13!}{5! \cdot 8!}$

Мы получили 13 расставл. в ряд элементов:

oooooooooooo — далее будем говорить «13 шаров»

Т.к. никакие 2 ягд. не должны лежать рядом, можно ставить их между 13 шарами так, чтобы ни в одной промежутке м-у ними не лежало  $\geq 2$  ягд. (при этом можно класть ягды с краю от 13 шар., с каждой краю должно быть опять же не более 1 ягды).

Итого для ягд есть  $12 + 2 = 14$  мест (12 м-у шарами и 2 по краям). Найдём кол-во способов расставить 11 ягд. по 14 местам =  $C_{14}^{11} = \frac{14!}{11! \cdot 3!}$ .

Мы сначала расставляем 5 ор. и 8 гр.  $C_{13}^5$  способами, а потом между ними ставим 11 ягд.  $C_{14}^{11}$  способами. Найдём общее кол-во способов расставить предметы так, чтобы 2 ягд. не лежали вместе:  $C_{13}^5 \cdot C_{14}^{11} = \frac{13!}{5! \cdot 8!} \cdot \frac{14!}{11! \cdot 3!}$





## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

M A 0 0 0 2 7 4 5 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$\frac{13! \cdot 14!}{3! \cdot 5! \cdot 8! \cdot 11!} = \frac{9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 9 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 2 \cdot 13 \cdot 14 = 11 \cdot 13^2 \cdot 14 \cdot 18 = 169 \cdot 154 \cdot 18 = 26 \cdot 26 \cdot 18 = 468 \cdot 468$$

Ответ: 468 · 468 способами.

N3.

$$\frac{z^2}{x+y+2z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \geq \frac{xy}{x+y+2z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z}$$

По неравенству КБШ для дробей:  $\frac{a_1^2}{b_1} + \frac{a_2^2}{b_2} + \dots + \frac{a_n^2}{b_n} \geq \frac{(a_1 + a_2 + \dots + a_n)^2}{b_1 + b_2 + \dots + b_n}$ Тогда (т.к.  $x, y, z > 0$  по усл.):

$$\frac{z^2}{x+y+2z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \geq \frac{(x+y+z)^2}{4(x+y+z)} = \frac{x+y+z}{4}$$

Также из нер-ва о средних  $\frac{x^2+y^2}{2} \geq xy$  для  $x, y > 0$ .

Тогда

$$\begin{aligned} \frac{xy}{x+y+2z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z} &\leq \frac{x^2}{2(x+y+2z)} + \frac{y^2}{2(x+y+2z)} + \frac{y^2}{2(2x+y+z)} + \\ &+ \frac{z^2}{2(2x+y+z)} + \frac{z^2}{2(x+2y+z)} + \frac{x^2}{2(x+2y+z)} \end{aligned}$$

Тогда ~~снова~~ по нер-ву КБШ для дробей:

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{2(x+y+2z)} + \frac{y^2}{2(x+y+2z)} + \frac{y^2}{2(2x+y+z)} + \frac{z^2}{2(2x+y+z)} + \frac{z^2}{2(x+2y+z)} + \frac{x^2}{2(x+2y+z)} &\leq \\ &\leq \sqrt{\left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^4}{4} + \frac{y^4}{4} + \frac{y^4}{4} + \frac{z^4}{4} + \frac{z^4}{4}\right) \left(\frac{1}{(x+y+2z)^2} + \frac{1}{(x+y+2z)^2} + \frac{2}{(2x+y+z)^2} + \frac{2}{(x+2y+z)^2}\right)} \end{aligned}$$



№5.

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k 7^l, \quad a, k, l \in \mathbb{N}, \quad a, k, l \geq 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 3^{2a} - \text{нечёт} \\ 3^a - \text{нечёт} \\ 2 - \text{чёт} \end{array} \right\} 3^{2a} + 3^a + 2 - \text{чёт} \Rightarrow 2^k 7^l : 2 \Rightarrow k \geq 1$$

Пусть  $3^a = x$ . тогда:

$$x^2 + x + 2 - 2^k 7^l = 0$$

$$D = 1 - 8 + 2^2 \cdot 2^k 7^l = -7 + 2^{k+2} 7^l = 7(2^{k+2} 7^{l-1} - 1)$$

$7(2^{k+2} 7^{l-1} - 1)$  либо 0, либо полный квадрат.

Следовательно  
Тогда либо  $2^{k+2} 7^{l-1} - 1 = 0$ , либо  $2^{k+2} 7^{l-1} - 1 : 7$

$$k \geq 1 \Rightarrow 2^{k+2} \geq 8$$

мин. знач.  $7^{l-1}$  при  $l \geq 0$ :  $\frac{1}{7}$

$$2^{k+2} 7^{l-1} \geq \frac{8}{7} > 1 \Rightarrow 2^{k+2} 7^{l-1} - 1 > 0$$

Тогда возм. только  $2^{k+2} 7^{l-1} - 1 : 7$

т.к.  $2^{k+2} 7^{l-1}$  кратен 7 при любых  $l \geq 2$ , а  $(-1) \not\equiv 7$ , то их сумма никак не может быть кратна семи.

Тогда  $l = 0$  или  $l = 1$ .

$l = 0 \Rightarrow 2^{k+2} 7^{l-1} \notin \mathbb{N}$ , т.к.  $7^{-1} = \frac{1}{7}$ , и 2 в любой степени не равен делится на 7. т.е.  $l \neq 0$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 7 4 5 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

При  $l=1$ :  $2^{k+2} \cdot 7^{l-1} - 1 = 2^{k+2} - 1$

| $n$ | $2^n$ | $2^n \equiv ?$ |
|-----|-------|----------------|
| 1   | 2     | 2              |
| 2   | 4     | 4              |
| 3   | 8     | 1              |
| 4   | 16    | 2              |
| 5   | 32    | 4              |
| 6   | 64    | 1              |

— как видно, остатки при дел. на 7 для раз-  
личных степеней двойки записываются  
и будут записываться дальше,  
т.к. мы всё время умнож. на одно и  
то же число)

$-1 \equiv -1 \Rightarrow$  нужно брать такие  $k$ , при кот.  ~~$2^{k+2} \equiv 1$~~

$2^{k+2} \equiv 1 \Rightarrow k+2 : 3 \Rightarrow k = 3b-2 \quad (b \in \mathbb{N})$

т.е.  $l=1$ ;  $k=3b-2 \quad (b \in \mathbb{N})$  — ед. возм. случай (но это не значит, что он всегда подходит)

$D = 7 \cdot (2^{k+2} \cdot 1 - 1) = 7 \cdot 2^{3b} - 7 = 7 \cdot 8^b - 7 = 7(8^b - 1) \Rightarrow \frac{8^b - 1}{7}$  тоже

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{7(8^b - 1)}}{2} = \frac{-1 \pm 7 \sqrt{\frac{8^b - 1}{7}}}{2} = 3 \text{ и } 3^9$

должно быть полн. квадр.

~~$x = \frac{-1 \pm \sqrt{7(8^b - 1)}}{2} = 3 \text{ и } 3^9$~~

$3^{2a} + 3^a + 2 = 8^b$

$\frac{49(8^b - 1)}{4} + 1 - 14 \sqrt{\frac{8^b - 1}{7}} + \frac{14 \sqrt{\frac{8^b - 1}{7}} - 2}{4} + 2^4 = 8^b$

$\frac{7(8^b - 1) + 14 \sqrt{\frac{8^b - 1}{7}} - 14 \sqrt{\frac{8^b - 1}{7}} + 1 - 2 + 8}{4} = 8^b$

$\frac{7(8^b - 1) + 7}{4} = 8^b$

при  $\frac{3^9}{3a} = \frac{7 \sqrt{\frac{8^b - 1}{7}} - 1}{2}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 7 4 5 1 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверять только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$\frac{7(8^b - 1 + 1)}{4} = 8^b$$

$$\frac{7 \cdot 8^b}{4} = 8^b$$

Такое возм. лишь при  $8^b = 0$ , но  $8^b \neq 0 \Rightarrow$  при ~~5~~  $3^a = \frac{7\sqrt{\frac{8^b-1}{7}} - 1}{2}$  корней нет.

Пусть  $3^a = \frac{-1 - 7\sqrt{\frac{8^b-1}{7}}}{2}$

$$\begin{cases} 7\sqrt{\frac{8^b-1}{7}} \leq 1 \\ 3^{2a} + 3^a + 2 = 8^b \end{cases} \quad \begin{cases} \sqrt{7(8^b-1)} \leq 1 \\ \frac{1 + 7(8^b-1) + 14\sqrt{\frac{8^b-1}{7}}}{4} + \frac{-2 - 14\sqrt{\frac{8^b-1}{7}}}{4} + 2^a = 8^b \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7(8^b-1) \leq 1 \\ \frac{1 + 7(8^b-1) - 2 + 8}{4} = 8^b \end{cases} \quad \begin{cases} \text{Нетрив. при } b \in \mathbb{N} \\ \frac{7 \cdot (8^b-1+1)}{4} = 8^b \Rightarrow b \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Т.е. нет таких  $b$ , которые бы нам подошли.

Т.к.  $b$  и  $k$  линейно связаны, то нет таких  $k$ .

Значит, нет реш. этого уравн. в целых неотриц.

Ответ: нет решений.

№4.

Если бы в одной тройке все сыграли вничью, то у них было бы одинак. баллы. т.е., среди троек игроков вничью сыграли максимум два раза в каждой тройке.

Но это слишком жесткая оценка. Если взять <sup>градо</sup> ~~вероят~~ с

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 7 4 5 1 2 3

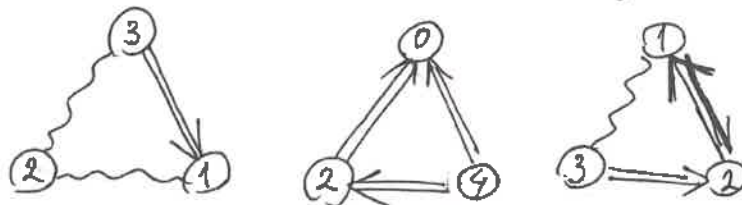
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

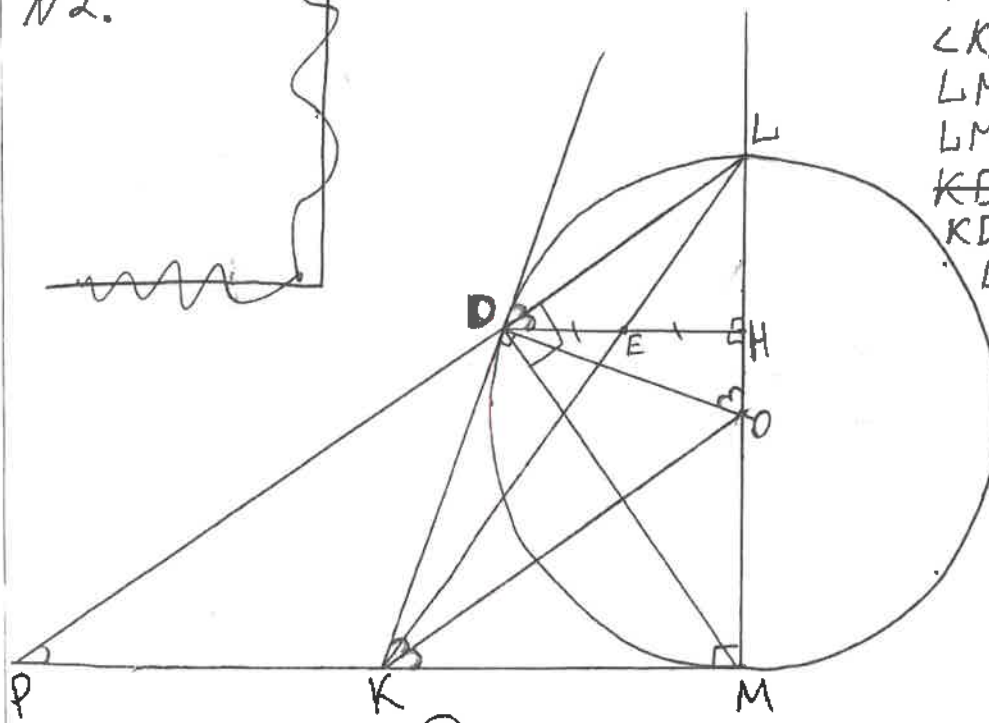
5 вершинами, ~~то~~ обозначив ван. линией победы, а ~~двух~~ лин. ями-победу или поражение, то не пашт. расставить рёбра так, чтобы в каждом треуг. было два ван. ребра.

П.к. всего команд 16, то разыграли они  $\frac{16 \cdot 15}{2} = 120$  игр. П.е. на связном полном графе из 16 вершин 120 рёбер. Рёбра двух типов: ван. и двойные, при этом между каждой тройкой вершин есть как двойные, так и ван. ~~рёбра~~ рёбра.

есть 3 способа возм. рез. игр:



N2.



Дано:  $\triangle KLM$

$\angle KML = 90^\circ$

$LM = 52$

$LM - d \text{ окр. } \omega$

$KD \perp OD$

$KD - \text{кас.}$

$DH \perp LM$

$LK \parallel DH = E$

$LH : MH = 4 : 9 \Rightarrow LH = 4x, MH = 9x$

И-ти:  $SLDE = ?$

Решение:



1. Проведём  $KO$ . ~~также~~Рассм.  $\triangle KDO$  и  $\triangle KMO$ 

$KD = KM$  (как. отр. кас.)

 $KO$  - общ.

$DO = MO$  (как. r)

$\Rightarrow \triangle KDO = \triangle KMO$

$\angle DKO = \angle MKO = 2\alpha$

$\text{Также } \angle KDO = \angle KMO = 90^\circ \Rightarrow \angle KDO + \angle KMO = 180^\circ$

 $KDOM$  - впис.

$\angle LOD = \angle DKM = 2\alpha$

2.  $DH \perp LM$  (по усл.) $KM \perp LM$  (как r и кас.)

$\Rightarrow DH \parallel KM \Rightarrow \angle DKM = \angle CDH = 2\alpha$   
(где  $C$  - т. пересек.  $KD$  и  $LM$ )

3.  $\angle CDL = \angle DML$  (как. уг. м-у хорд. и кас. и уг. м-у опир. на эту х.)

$\angle DML = \frac{\angle DOL}{2}$  (как. уг. и впис. уг.)

$\Rightarrow \angle CDL = \frac{\angle LOD}{2} = \alpha$



$\angle LDH = \angle CDH - \angle CDL = \alpha$

4. Продлим  $LD$  до пересек. с  $KM$ . пог. обём  $\alpha$  т. Р.

$\text{4. } DH \parallel KM \Rightarrow \angle LDH = \angle LPH = \alpha$

$\angle OKM = \alpha$  (по док.)

$\Rightarrow KO$  - ср. линия  $\triangle PLM$

$\Downarrow$   
 $PK = KM$

4. Рассм.  $\triangle LPM$  и  $\triangle LDH$  $\angle PLM - \text{б.у.}$   
 $DH \parallel PM \Rightarrow \triangle LPM$  и  $\triangle LDH$  подобны.Тогда  $LK$  - медиана  $\triangle PLM$   
является и медианой  $\triangle LDH$ 

$$\Downarrow$$
  
 $DE = EH$

$$\left. \begin{aligned} 5. S_{LDE} &= DE \cdot LH \\ S_{LEH} &= \frac{1}{2} \cdot EH \cdot LH \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_{LDE} = S_{LEH}$$

~~6.  $\triangle LEH$  и  $\triangle LKM$  подобны~~6.  $\triangle LEH$  и  $\triangle LKM$  подобны т.к.  $\angle KLM - \text{б.у.}$ ,  $EH \parallel KM$ .

$$\frac{S_{LEH}}{S_{LKM}} = \left( \frac{LH}{LM} \right)^2 \Rightarrow S_{LEH} = \frac{LH^2 \cdot S_{LKM}}{LM}$$

$$\begin{aligned} 6. LH + HM &= \\ &= 4x + 9x = 52 \\ &\Downarrow \\ x = 4 &\Rightarrow LH = 16 \\ HM &= 36 \end{aligned}$$

$$7. \frac{DH}{LH} = \frac{HM}{DH} \text{ (как высота из прям. угла } \angle MDL \text{ (отпр. на } d))$$

$$\Downarrow$$
  
 $DH = \sqrt{LH \cdot HM}$

$$8. S_{LEH} = S_{LDE} = \frac{DH}{2} \cdot LH \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{LH \cdot HM} \cdot LH}{4} = \frac{\sqrt{36 \cdot 16} \cdot 16}{4} = \frac{6 \cdot 4 \cdot 16}{4} = 96$$

Ответ: 96

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Уфа, Космонавтов 8

Адрес площадки проведения

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 4 | 3 | 6 | 6 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр

Вариант № 3

Фамилия ВАСИЛЬЕВ

Имя АРОСЛАВ

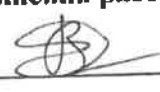
Отчество КОНСТАНТИНОВИЧ

Дата рождения 10.01.2006 Класс 11

Предмет математика

Работа выполнена на 7 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89191558894 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

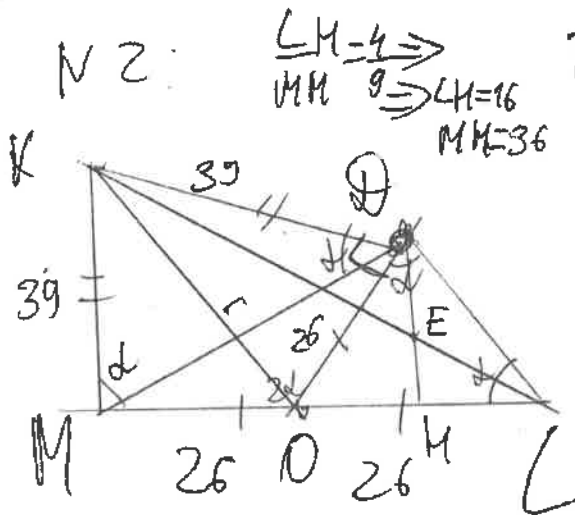
## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 4 | 3 | 6 | 6 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках строки



$MO = OL = OG = \frac{52}{2}$   
- как радиусы

Из м. Туропова ⇒

$$\textcircled{d} H = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$$

$$LH = 16 \Rightarrow S_{DEL} = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot t$$

|    |    |    |   |   |          |
|----|----|----|---|---|----------|
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5 | $\Sigma$ |
| 20 | 20 | 12 | 0 | 6 | 58       |

$$\cancel{\angle KMD} \quad \angle KPD = \angle MAD =$$

$$= \frac{180 - 200}{2} =$$

$$= \angle OPL = \angle OLP \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{tg} \angle K'DM = \text{tg} \angle O'QD =$$

$$= \frac{24}{15} = \frac{3}{2}$$

$$\angle KDM = \frac{\angle KOS}{2} = \frac{\angle KOD}{2} - \text{из симметрии}$$

$\sin \alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{KO}{KO} = \tan \angle KOD = \frac{3}{4} \Rightarrow$

$$\Rightarrow K_D = K_M = \frac{8}{7} \cdot 26 = 39 \Rightarrow$$

$$\text{из пропорции} \Rightarrow \frac{EK}{KM} = \frac{LH}{LM} = \frac{4}{13} \Rightarrow EK = \frac{4}{13} \cdot 39 =$$

$$\Rightarrow \textcircled{1} E = 24 - 12 = 12 \Rightarrow S_{\textcircled{1}EL} = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 12 = 96 \quad \text{Dimensi: } 96$$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А 0 0 0 2 4 3 6 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$N3: \frac{z^2}{x+y+z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \geq \frac{xy}{x+y+z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z}$$

$$\left. \begin{array}{l} x+y=a \\ z+x=b \\ z+y=c \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{z^2-xy}{b+c} + \frac{x^2-yz}{a+b} + \frac{y^2-zx}{a+c} \geq 0$$

$$\left. \begin{array}{l} z = \frac{b+c-a}{2} \\ x = \frac{a+b-c}{2} \\ y = \frac{a+c-b}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{z^2-xy}{b+c} = \frac{(b+c-a)^2 - (a+b-c)(a+c-b)}{4(b+c)}$$

$$= \frac{2b^2+2c^2-2ab-2ac}{4(b+c)} = \frac{b^2+c^2}{2(b+c)} - \frac{a}{2}$$

Аналогично  $\frac{b^2+c^2}{b+c} + \frac{a^2+c^2}{a+c} + \frac{b^2+c^2}{a+b} - a - b - c \geq 0 \quad (1)$

Лемма:  $\frac{x_1^2}{y_1} + \frac{x_2^2}{y_2} + \dots + \frac{x_n^2}{y_n} \geq \frac{(x_1 + \dots + x_n)^2}{\sum y_i}$

Док-во. через индук. база:  $\frac{x_1^2}{y_1} \geq \frac{x_1^2}{y_1} - y_1$

инд:  $\sum \frac{x_i^2}{y_i} \geq \frac{(\sum x_i)^2}{\sum y_i} \Rightarrow \text{для } i+1 \sum \frac{x_{i+1}^2}{y_{i+1}} \geq \frac{(\sum x_i)^2}{\sum y_i} + \frac{x_{i+1}^2}{y_{i+1}}$



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант №

3

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 4 | 3 | 6 | 6 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с левой стороны листа в рамке справа



$$W3. \sum x_i = a$$

$$\sum y_i = b$$

$$x_{i+1} = c$$

$$y_{i+1} = d$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{b} + \frac{c^2}{d} \sqrt{\frac{a+c}{b+d}}$$

$$\frac{a^2(b+d)}{b} + \frac{c^2(b+d)}{d} \sqrt{a+c}$$

$$a^2 + a^2 \frac{d}{b} + \cancel{c^2} + c^2 \frac{b}{d} \sqrt{a+c}$$

$$\text{но поим } a^2 \frac{d}{b} + c^2 \frac{b}{d} \geq 2ac \sqrt{\frac{d}{b}}$$

$$= 2ac - \text{им}$$

вернемся к (1):

$$(1) = \frac{b^2}{b+c} + \frac{c^2}{b+c} + \frac{a^2}{a+c} + \frac{c^2}{a+c} + \frac{b^2}{a+b} + \frac{a^2}{a+b} - a - b - c \geq$$

$$\text{Далее } a+b+c=t \geq \frac{(2t)^2}{4t} - t = 0$$

- им

**ВНИМАНИЕ:** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



W 4  
Заметили, что в каждой тройке команд  
не было 3 ншчей. ~~Плюс кол-во спс~~  
(т.к. у всех дру. оу с кол-во ошек)  
Кол-во способов ~~тройку: 15/12/11~~  $C_{16}^3 \Rightarrow$   
выбрать команду - 16 команд

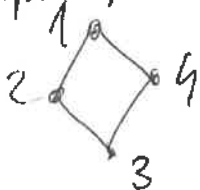
кон-во мичей  $\leq C_{16}^3 \cdot 2$  - кон-во мичей в игре

каждую нитью  $\frac{1}{4}$  дюйма командуют; т.к. ост-ва команд 14.)

Полная ком-бо  $\leq \frac{16 \cdot 15 \cdot 74}{6} \cdot 2 = 16 \cdot 5 = 80$

Пример на 80: 1 соединен с 2, 4, 6, ... 16  
соединен = сыгран вничью 2 соединен с 1, 3, 5, ... 15

Пример на 4 команд



16 соединений  $= 1, 3, 5, \dots, 15$   
Всего нитен  $16 \cdot 8 = 80$

~~Докладчик, член президиума ВЦИК тов. Прохор Бородин~~

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 4 3 6 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1: Пусть так же все команды, которые не считали выигравшими как-нибудь выигрывают. Тогда среди выигравших и проигравших команд, но среди них

Пусть остальные матчи выигрывает команда с ~~самым~~ <sup>большим</sup> номером.

Тогда при взятии двух команд одной темноты и третьей - другой, то среди них будет 2 темноты и  $\Rightarrow$  очки будут 1, 3, 2 - у

Если взять все команды одинаковой темноты, то у команды с наименьшим номером будет 4 очка, а с меньшим 0  $\Rightarrow$  у оставшейся 2 очка

(т.к. среди 3 игр по 2 очка)

Ответ: 80 очков

Задача №1

Выбрать 5 ор, 8 ур -  $\frac{13!}{5!8!}$  перестановок

между ними 14 мест, на которые можно поставить  $\leq 1$  оловы  $\Rightarrow C_{14}^1 = \frac{14!}{13!1!}$

Значит всего  $\frac{13!}{5!8!} \cdot \frac{14!}{11!3!}$

Ответ:  $\frac{13!}{5!8!} \cdot \frac{14!}{11!3!}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 4 3 6 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N 5

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k \cdot 7^l$$

~~Рассмотрим~~ Выражение олимпиады

mod 3:  $a \geq 1$ :  $3^{2a} + 3^a + 2 \equiv -1 \equiv 2^k \cdot 7^l \equiv (-1)^k \cdot 1^l \equiv (-1)^k \pmod{3} \Rightarrow k - \text{нечетное, т.к. } (-1)^k = -1$

(Если  $a=0$ , то  $3^0 + 3^0 + 2 = 2^2$  — не подходит)

$$k = 2n - 1; n \in \mathbb{N}: 3^{2a} + 3^a + 2 = 2^{2n-1} \cdot 7^l$$

Или: Если  $n \geq 2$ , то рассмотрим mod 8:

$$9^a + 3^a + 2 \equiv (-1)^a + 3^a + 2 \equiv 0 \pmod{8} \Rightarrow$$

$$3^a \equiv -3 \pmod{8}, a \text{ т.к.}$$

$$3^1 \equiv 3 \pmod{8}$$

$$3^2 \equiv 1 \pmod{8} \Rightarrow 3^a \equiv 1 \text{ или } 3 - \text{невозможно}$$

$$3^3 \equiv 3 \pmod{8}$$

$$3^4 \equiv 1 \pmod{8}$$

и т.д.

II.  $a: n=1$ :  $9^a + 3^a + 2 = 2 \cdot 7^l \Rightarrow 9^a + 3^a = 2 \cdot (7^l - 1)$

(1)  $a=1 \Rightarrow 9 + 3 = 12 = 2 \cdot 6 \Rightarrow 7^l = 6$  — не подходит

(2)  $a=2 \Rightarrow 81 + 9 = 90 = 2 \cdot 45 \Rightarrow 7^l = 45$  — не подходит

(3)  $a \geq 3$ :  $9^a + 3^a \equiv 0 \pmod{7}$

$$\pmod{7}: 9^a + 3^a \equiv 0 \equiv 2 \cdot (7^l - 1)$$

$a \geq 2$ :  $\pmod{8}: 9^a + 3^a \equiv 0 \equiv 2 \cdot (7^l - 1) \Rightarrow 7^l - 1 \equiv 0 \pmod{4}$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа





Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 4 3 6 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



N 5

Заметим, что  $3^a(3^a+1) = 2(7^l-1)$

$3^a$  и  $3^a+1$  взаимнопросты  $\Rightarrow$

$$3^a(3^a+1) = 2(7^l-1) = 4 \cdot 3(7^{l-1} + 7^{l-2} + \dots + 1)$$

$$2(7^l-1) = 2 \cdot (7-1)(7^{l-1} + \dots + 1) = 3^a(3^{a+1}+1)$$

$$(7^{l-1} + \dots + 1) = 3^{a-1} \left( \frac{3^a+1}{4} \right)$$

Есть  $3^a \equiv 0 \pmod{4}$

$$\frac{3^a+1}{4} \equiv 1 \pmod{4}$$

Ответ:  $a=0, k=0, l=0$   
 $a=1, k=1, l=1$



## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

2. Ура, ул. Космонавтов, д. 8

Адрес площадки проведения

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 5 | 7 | 0 | 4 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Мухамбетов

Имя Влад

Отчество Марселевич

Дата рождения 26.01.2005 Класс 11

Предмет Математика

Работа выполнена на 7 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89638951435 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 5 7 0 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

|    |    |    |   |   |    |
|----|----|----|---|---|----|
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5 | Σ  |
| 18 | 20 | 20 | 0 | 6 | 64 |

Задача 1.

Всего у нас 24 предмета:  $11+5+8=24$ .

Выбирая место для ягод, мы первую ягоду можем поместить в любое из 24 мест, вторую — в уже меньшее количество мест, т.к. одно место занято, а рядом мы класть ягоды не можем, так далее.

Вообще говоря, если мы хотим по n позициям расположить m предметов так, чтобы предметы не находились рядом, у нас есть n-м-1 способ это сделать.

Выбрав места для ягод, нам остаётся заполнить  $24-11=13$  мест орехами и грибами. К тому же выбрав места для орехов, все оставшиеся места задаются однозначно как места для грибов, то есть расположить грибы и орехи остаётся  $C_{13}^5$  способами.

Таким образом, у нас:

$$C_{24-11+1}^{11} \cdot C_{13}^5 = C_{14}^{11} \cdot C_{13}^5 = \frac{12 \cdot 13 \cdot 14}{2 \cdot 3} \cdot \frac{9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 13 \cdot 14 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 2 \cdot 13 = 169 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 14 = 936936$$

Ответ: 936936.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Задача 2.

Решение:

Дано:

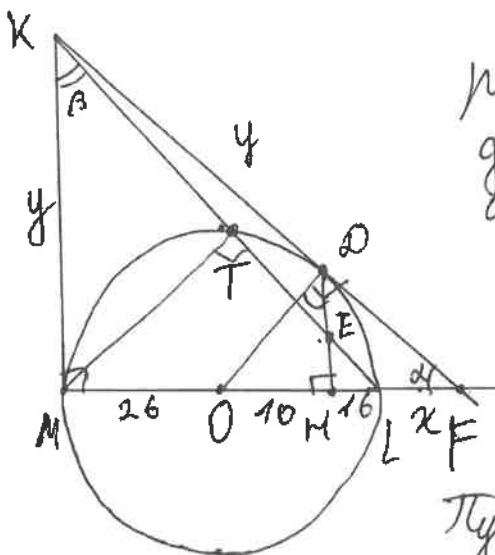
LM=52.

$$LN:MN = \frac{9}{9}$$

$$DN \cap KL = E$$

Flächen:

SIDE?



Пусть  $O$  - центр окружности  $\omega$ . П.к.  $ML$  - диаметр, то  $O$  - центр ~~середина~~  $ML$  и радиус  $R = \frac{ML}{2} = 26$ .

$$R = \frac{ML}{2} = 26.$$

Пусть  $KD$  пересекает продолжение ка-  
мента  $MZ$  в  $л$  в  $м$   $F$ .

Пусть  $\angle MKL = \beta$ ,  $\angle KFM = \alpha$ ,  
отрезки касательных из

$LF = x$ ,  $KM = KD = y$  (отрезки касательных из одной точки).

$$\frac{LM}{MM} = \frac{4}{9} \Rightarrow LM = \frac{4}{9} MM \Rightarrow LM + MM = \frac{13}{9} MM = ML = 52$$

$$MK = \frac{9 \cdot 52}{13} = 36 \Rightarrow OM = MK - MO = MK - R = 36 - 26 = 10$$

$$LM = OL - OM = R - OM = 26 - 10 = 16$$

$$\angle DFK = \alpha \Rightarrow \angle DON = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \angle ODK = 90^\circ - 90^\circ + \alpha = \alpha$$

$$\sin \angle = \frac{OH}{OD} = \frac{OH}{R} = \frac{10}{26} = \frac{5}{13} \Rightarrow \cos \angle = \sqrt{1 - \sin^2 \angle} = \frac{12}{13}$$

$$DK = \cos \alpha \cdot OD = \frac{12}{13} \cdot R = 24.$$

ДК - высота в прямоугольном  $\triangle ODF$  ( $OD \perp KD$ , т.к.  $KD$  - касательная), поэтому по свойству высоты в прямоугольном треугольнике  $DK^2 = OD \cdot OF$ .

$$DK^2 = OK \cdot FM \Rightarrow FM = \frac{DK^2}{OK} = \frac{24^2}{10} = \frac{12 \cdot 2}{5} = \frac{288}{5}$$

$$DF = \frac{FM}{2} = 288$$

$$\textcircled{B} \Delta F_{KM}: \cos \alpha - \frac{200}{5} \cdot \frac{13}{12} = \frac{24-13}{5}$$

$$\sin \alpha = \frac{KM}{KF} = \frac{4}{4 + \frac{24 \cdot 13}{5}} = \frac{5}{13}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 5 7 0 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Задача 2 (продолжение).

$$13y = 5y + 24 \cdot 13 \Rightarrow 8y = 8 \cdot 3 \cdot 13 \Rightarrow y = 39$$

$$\triangle KML: \operatorname{tg} \beta = \frac{ML}{KM} = \frac{52}{1399} = \frac{4}{3} \Rightarrow \operatorname{ctg} \beta = \frac{3}{4}$$

$$\cos \beta = \cos(\operatorname{arctg} \frac{4}{3}) = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin \beta = \frac{4}{5}$$

$$\angle KLM = 90^\circ - \beta \Rightarrow \angle HEL = 90^\circ - 90^\circ + \beta = \beta$$

$$\angle HEL = \angle K \quad \angle DEL = 180^\circ - \angle HEL = 180^\circ - \beta \text{ (смежные)}$$

$$HE = \operatorname{tg}(90^\circ - \beta) \cdot 16 = \operatorname{ctg} \beta \cdot 16 = \frac{3}{4} \cdot 16 = 12$$

$$DE = DK - HE = 24 - 12 = 12$$

$$EL = \frac{ML}{\cos(90^\circ - \beta)} = \frac{ML}{\sin \beta} = \frac{16}{\frac{4}{5}} = 20$$

$$S_{\triangle DE} = \frac{1}{2} \sin \angle DEL \cdot DE \cdot LE = \frac{1}{2} \sin(180^\circ - \beta) \cdot 12 \cdot 20 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} \cdot 12 \cdot 20 = 96$$

Ответ: 96.

$$\cos \beta = \cos(\operatorname{arctg} \frac{4}{3}) = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin \beta = \frac{4}{5}$$

$$EL = \frac{ML}{\cos(90^\circ - \beta)} = \frac{ML}{\sin \beta} = \frac{16}{\frac{4}{5}} = 20$$

$$S_{\triangle DE} = \frac{1}{2} \sin \angle DEL \cdot DE \cdot LE = \frac{1}{2} \sin(180^\circ - \beta) \cdot 12 \cdot 20 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} \cdot 12 \cdot 20 = 96$$

Ответ: 96.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 5 7 0 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Задача 3.

$$\frac{z^2}{x+y+2z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \geq \frac{xy}{x+y+2z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z}$$

$$\frac{z^2}{x+y+2z} - \frac{xy}{x+y+2z} + \frac{x^2}{2x+y+z} - \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} - \frac{zx}{x+2y+z} \geq 0$$

$$\frac{z^2 - xy}{2z+x+y} + \frac{x^2 - yz}{2x+y+z} + \frac{y^2 - zx}{2y+x+z} \geq 0 \quad | \cdot 4$$

$$\frac{4z^2 - 4xy}{2z+x+y} + \frac{4x^2 - 4yz}{2x+y+z} + \frac{4y^2 - 4zx}{2y+x+z} \geq 0$$

Вычтем из обеих частей

$$\frac{4z^2 - 4xy - (x-y)^2}{2z+x+y} + \frac{4x^2 - 4yz - (y-z)^2}{2x+y+z} + \frac{4y^2 - 4zx - (z-x)^2}{2y+x+z} \geq$$

$$\geq -\frac{(x-y)^2}{2z+x+y} - \frac{(y-z)^2}{2x+y+z} - \frac{(z-x)^2}{2y+x+z}$$

Сразу скажем, что  $x > 0, y > 0, z > 0$  по условию, поэтому  $2z+x+y > 0, 2x+y+z > 0, 2y+x+z > 0$ , а  $(x-y)^2 \geq 0, (y-z)^2 \geq 0, (z-x)^2 \geq 0$ . Отсюда следует, что:

$$\frac{(x-y)^2}{2z+x+y} \geq 0 \Rightarrow -\frac{(x-y)^2}{2z+x+y} \leq 0;$$

$$\frac{(y-z)^2}{2x+y+z} \geq 0 \Rightarrow -\frac{(y-z)^2}{2x+y+z} \leq 0;$$

$$\frac{(z-x)^2}{2y+x+z} \geq 0 \Rightarrow -\frac{(z-x)^2}{2y+x+z} \leq 0. \text{ Тогда:}$$

$$-\frac{(x-y)^2}{2z+x+y} - \frac{(y-z)^2}{2x+y+z} - \frac{(z-x)^2}{2y+x+z} \leq 0. \text{ Значит, правая часть неравенства всегда меньше или равна нулю.}$$



Задача 3 (продолжение).

Для док-ва неравенства <sup>достаточно</sup> надо доказать, что левая часть неравенства больше или равна нулю, т.е.:

$$\frac{4z^2 - 4xy - (x-y)^2}{2z+x+y} + \frac{4x^2 - 4yz - (y-z)^2}{2x+y+z} + \frac{4y^2 - 4zx - (z-x)^2}{2y+x+z} \geq 0$$

Скажем, что:

$$-4xy - (x-y)^2 = -4xy - x^2 - y^2 + 2xy = -x^2 - y^2 - 2xy = -(x+y)^2$$

Аналогично:

$$-4yz - (y-z)^2 = -(y+z)^2$$

$$-4zx - (z-x)^2 = -(z+x)^2. \text{ Итого:}$$

$$\frac{4z^2 - (x+y)^2}{2z+x+y} + \frac{4x^2 - (y+z)^2}{2x+y+z} + \frac{4y^2 - (z+x)^2}{2y+x+z} \geq 0$$

$$\frac{(2z - (x+y))(2z+x+y)}{2z+x+y} + \frac{(2x - (y+z))(2x+y+z)}{2x+y+z} + \frac{(2y - (z+x))(2y+x+z)}{2y+x+z} \geq 0$$

$$2z - (x+y) + 2x - (y+z) + 2y - (z+x) \geq 0$$

$$2z + 2x + 2y - x - y - y - z - z - x \geq 0$$

$0 \geq 0$ , левая часть всегда равна нулю, т.е. она всегда больше или равна правой части. Это и требовалось.



Задача 4.

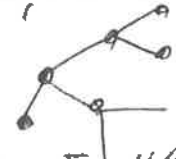
Выбрав три команды, сколько максимум может быть в этой тройке ничьих? Допустим, 3. Тогда каждая из этих команд сыграла в две ничьи. Но тогда у всех команд поровну очков. Это противоречит условию.

А если ничьих две? Тогда, например, одна команда сыграла одну дружбу и сыграла вничью с третьей; другая (вторая команда) сыграла вничью с третьей. Тогда у I — 3 очка, у II — 1, у III — 2. У всех разное кол-во очков, т.е. условие выполнено. Значит, в каждой тройке не более двух ничьих.

Всего из 16 команд тройки можно выбрать  $C_{16}^3$ . Каждая ничья считается 14 раз, т.к. в тройку к двум командам, сыгравшим вничью, можно поставить 14 разных команд поочередно.

Тогда имеем что всего может быть не более

$$\frac{2 \cdot C_{16}^3}{14} = \frac{2 \cdot \frac{14 \cdot 15 \cdot 16}{2 \cdot 3}}{14} = 5 \cdot 16 = 80 \text{ ничьих}$$

Число 80 достигается, когда в каждой тройке по 2 ничьи. Это возможно, т.к. тогда можно составить дерево по типу , где каждое ребро означает наличие ничьей между командами.  
Ответ: 80.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3.

М А О О О 2 5 7 0 4 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 5.

$$3^{2^a} + 3^a + 2 = 2^k \cdot 7^l$$

Очевидны решения  $a=0, k=2, l=0$  и  $a=1, k=1, l=1$ .

Заметим, что при  $a=0$   $3^{2^a} + 3^a + 2 = 4$ , т.е.  $2^k \cdot 7^l = 4$   
т.е.  $l=0, k=2 \Rightarrow$  при  $a=0$  иных решений нет.

Пусть  $a \geq 1$   $3^{2^a} + 3^a + 2 \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow 2^k \cdot 7^l \equiv 2 \pmod{3}$

$$7^l \equiv (6+1)^l \equiv 1 \pmod{3}, \text{ тогда}$$

$$2^k \cdot 7^l \equiv 2 \pmod{3} \Leftrightarrow 2^k \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow k \geq 1$$

~~5+4~~

$$\frac{4+1}{2} \cdot 1 = 1$$

\* Пусть  $a \geq 1, k \geq 1$

Ответ:  $a=0, k=2, l=0;$   
 $a=1, k=1, l=1.$

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа  
в рамке справа



## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Уфа, ул. Космонавтов, д. 8

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 7 | 2 | 8 | 9 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия МУСТАРИНА

Имя Нурия

Отчество Ильдаровна

Дата рождения 04.01.2005 Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 9 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89876168390 Подпись Нурия

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 7 2 8 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

|    |    |   |    |    |    |
|----|----|---|----|----|----|
| 1  | 2  | 3 | 4  | 5  | Σ  |
| 20 | 20 | 0 | 10 | 20 | 70 |

306

№ 2.

Дано:

$\triangle KME$  - прямоугольный

$$LM = 52$$

$$\frac{LM}{MH} = \frac{4}{9}$$

Найти:  $S_{LDE} = ?$

Рез  $\frac{LM}{MH} = \frac{4}{9}$  , то  $\frac{LM}{ML} = \frac{4}{13}$

$$\frac{MH}{ML} = \frac{9}{13}$$

$$LH = \frac{LM \cdot 4}{13} = 16$$

$$MH = \frac{9 \cdot LM}{13} = 36$$

$KM = KD$  - касательные к окр-ти

Расс-рим  $\triangle ODH$  - прямоугольный, где  $OD = R = 26 = \frac{LM}{2}$

$$OD^2 = OH^2 + DH^2$$

$$OH = OL - HL = R - HL = 10$$

$$DH = \sqrt{OD^2 - OH^2} = \sqrt{R^2 - OH^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$$

$$S_{HLD} = \frac{1}{2} DH \cdot HL = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 24 = 8 \cdot 24 = 192$$

$$\frac{EH}{KM} = \frac{LM}{ML} = \frac{4}{13} \quad EH = \frac{4KM}{13}$$

$\angle LDB = \frac{1}{2} \angle DOL$  - как угол между касательной и хордой

Пусть  $\angle LDB = \alpha$ , то  $\angle DOL = 2\alpha$

$KO$  - биссектриса угла  $\angle MKD$

$$\triangle KMO = \triangle KDO \Rightarrow \angle MOK = \angle DOK = \frac{180 - 2\alpha}{2} = 90 - \alpha$$





# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 7 | 2 | 8 | 9 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$\angle OKD = 90^\circ - \angle KOD = \alpha$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{OM}{KM} \quad KM = \frac{OM}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{DH}{OH} = \frac{24}{10} = \frac{12}{5}$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$\frac{12}{5} = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$12 - 12 \operatorname{tg}^2 \alpha = 10 \operatorname{tg} \alpha$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{18}{12} = -\frac{3}{2} < 0 \text{ — не уга}$$

$$KM = \frac{26 \cdot 3}{2} = 13 \cdot 3 = 39$$

$$EH = \frac{4}{13} \cdot 39 = 12$$

$$S_{HLE} = \frac{1}{2} HL \cdot EH = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 12 = 8 \cdot 12 = 96$$

$$S_{LDE} = S_{DHL} - S_{EHL} = 192 - 96 = 96$$

Ответ: 96.

№4

Р\* Так по условию заданы кон-тво очков любых команд должно отличаться. Рас-решим минимальный случай, когда играют 3 команды

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 7 2 8 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

|   |     |     |     |
|---|-----|-----|-----|
| 0 | 1   | 2   | 3   |
| 1 | /// | 2   | 1   |
| 2 | 0   | /// | 1   |
| 3 | 1   | 1   | /// |

Для того, чтобы кол-во очков отличалось из трех игр максимум возможны 2 игры, иначе кол-во очков у всех команд совпадет. РАС-РИМ ДАЛЕЕ ДЛЯ 4-х команд, где

|   |     |     |     |     |
|---|-----|-----|-----|-----|
|   | 1   | 2   | 3   | 4   |
| 1 | /// |     |     |     |
| 2 |     | /// | 2   | 1   |
| 3 |     | 0   | /// | 1   |
| 4 |     | 1   | 1   | /// |

по основу берем игру для 3-х команд. Так необходимо расположить очки первой команды так чтобы кол-во у всех отличалось. Первая команда не может со всеми сыграть вничью, тогда у нее будет 3 очка, что совпадет с количеством очков четвертой команды при прибавлении единицы. Аналогично у нее не может быть 2 единицы. Так если по единицы дать 3 и 2 к. или 4 и 3 к. то ~~соби~~ у третьей команды будет 2 очка и у 4 команды будет 2 очка, что невозможно. Если дать 2 очка 4 и 2 командам, то получим

|   |     |     |     |     |
|---|-----|-----|-----|-----|
|   | 1   | 2   | 3   | 4   |
| 1 | /// | 1   |     | 1   |
| 2 | 1   | /// | 2   | 1   |
| 3 |     | 0   | /// | 1   |
| 4 | 1   | 1   | 1   | /// |

прибавляя +2 очка к первой команде ее кол-во очков будет совпадать с 2-ой командой. а прибавляя +2 очка к 3-ей команде, то ее кол-во очков совпадет с 4 командой. Следовательно, не могут быть еще игры. РАС-РИМ

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 7 2 8 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках справа

служат с 1 нигьей. Так, например, удовлетворяет

При игре четырех команд к предыдущему кол-ву от 3 команд идет +1 доп нигья.

|   | 1            | 2            | 3            | 4            | ИТОГ очк |
|---|--------------|--------------|--------------|--------------|----------|
| 1 | <del>1</del> | 0            | 1            | 0            | 1        |
| 2 | 2            | <del>2</del> | 2            | 1            | 5        |
| 3 | 1            | 0            | <del>1</del> | 1            | 2        |
| 4 | 2            | 1            | 1            | <del>1</del> | 4        |

Рас-рим, когда играют 5 команд. Так прибавляя все по единице к кол-ву очков старых команд не будет совпадать, а раз среди кол-ва очков предыдущих нет команды с 3 очками, тогда первая команда может иметь 4 очка, от 4 игр в нигью. Т.е. прибавляется +4 доп нигьи.

|   | 1            | 2            | 3            | 4            | 5            | ИТОГ. очк. |
|---|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|------------|
| 1 | <del>1</del> | 1            | 1            | 1            | 1            | 4          |
| 2 | 1            | <del>1</del> | 0            | 1            | 0            | 2          |
| 3 | 1            | 2            | <del>2</del> | 2            | 1            | 6          |
| 4 | 1            | 1            | 0            | <del>1</del> | 1            | 3          |
| 5 | 1            | 2            | 1            | 1            | <del>1</del> | 5          |

Рас-рим для 6 команд. Используя предыдущую таблицу для 5 команд. Д-жем, что не более двух доп нигьей образуется

|   | 1            | 2            | 3            | 4            | 5            | 6 | ИТОГ       |
|---|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|---|------------|
| 1 | <del>1</del> |              |              |              |              |   | БЫЛО СТАЛО |
| 2 | <del>1</del> | <del>1</del> | 1            | 1            | 1            | 1 | 4          |
| 3 | 1            | <del>1</del> | 0            | 1            | 0            | 2 |            |
| 4 | 1            | 2            | <del>2</del> | 2            | 1            | 6 |            |
| 5 | 1            | 1            | 0            | <del>1</del> | 1            | 3 |            |
| 6 | 1            | 2            | 1            | 1            | <del>1</del> | 5 |            |

Так не может произойти 5 нигьей, т.к. имеется команда с 4 очками. Также не может быть 4 нигьи, т.к. есть команда с 3 очками, а если поставить 0 у команды с 3 очками, то команда с 2 очками также ~~не~~ будет иметь 3 очка, а если поставить

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 7 2 8 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

команде с 3 очками +2, то есть команда с 4 очками и их кол-во очков совпадет. Также не может быть 3 доп игры т.к. имеется команда с 2 очками. Остается, что максимально возможно +2 доп игры. Приведу пример.

Так при 7 командах РАЗ нет команды с 5-ью очками образуется +6 доп игр.

Замечаем закономерность

|            | КОЛ-ВО КОМАНД | КОЛ-ВО НИЧЬИ |
|------------|---------------|--------------|
| Изначально | 3             | 2            |
|            | 4             | +1           |
|            | 5             | +4           |
|            | 6             | +2           |
|            | 7             | +6           |

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ИТОГ |
|---|---|---|---|---|---|---|------|
| 1 | ✓ | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 8    |
| 2 | 0 | ✓ | 1 | 1 | 1 | 1 | 4    |
| 3 | 0 | 1 | ✓ | 0 | 1 | 0 | 2    |
| 4 | 1 | 1 | 2 | ✓ | 2 | 1 | 7    |
| 5 | 0 | 1 | 1 | 0 | ✓ | 1 | 3    |
| 6 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | ✓ | 6    |

ТАК при четных каждая послед игра дает на единицу больше предыдущей четной.

А при нечет дает на единицу меньше кол-ва команд.

Получаем, что 15-ая команда даст 14 ничьих, а 16-ая команда даст +7 ничьих.

$S_1$  - сумма доп очков для нечет

$S_2$  - сумма доп очков для чет

$$S_1 = \frac{1+14}{2} \cdot 6 = 3 \cdot 18 \quad (\text{от 5-ой команды до 15-ой})$$

$$S_2 = \frac{1+7}{2} \cdot 7 = 28 \quad (\text{от 4-ой команды до 16-ой})$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 7 2 8 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Изначально 2 книги

Итого:  $S_1 + S_2 + 2 = 28 + 2 + 3 \cdot 18 = 30 + 54 = 84$

Ответ: 84 книги max.

№5.

$$3^{2^a} + 3^a + 2 = 2^k \cdot 7^l$$

1) при  $a=0$ :  $4 = 2^k \cdot 7^l$   $k=2, l=0$

2) при  $a \neq 0$ :  $3^{2^a} + 3^a = 2^k \cdot 7^l - 2$

$$3^a(3^a + 1) = 2(2^{k-1} \cdot 7^l - 1)$$

$(3^a + 1) : 2$  — верно всегда

$(2^{k-1} \cdot 7^l - 1) : 3$

1)  $k-1=2n$ , то

$(2^{2n} \cdot 7^l - 1) = (4^n \cdot 7^l - 1) : 3$  — всегда,

т.к.  $4 \equiv 1 \pmod 3$   $4^n \equiv 1 \pmod 3$  и  $7 \equiv 1 \pmod 3$   $7^l \equiv 1 \pmod 3$

$4^n \cdot 7^l \equiv 1 \pmod 3 \Rightarrow (4^n \cdot 7^l - 1) : 3$

$k=2n+1$

2)  $k-1=2n+1$

$(2 \cdot 2^{2n} \cdot 7^l - 1) = (2 \cdot 4^n \cdot 7^l - 1) \not: 3$ , т.к.

$4 \equiv 1 \pmod 3$   $4^n \equiv 1 \pmod 3$   $2 \cdot 4^n \equiv 2 \pmod 3$   $7 \equiv 1 \pmod 3$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 7 2 8 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$7^e \equiv 1 \pmod{3}, \text{ то } (2 \cdot 4^k \cdot 7^e - 1) \equiv (2 - 1) \pmod{3}$$

Получаем, что  $k = 2n+1$ , т.е.  $k$  - нечет.

$$\text{или } a \geq 2, \text{ то } \begin{cases} (2^{k-1} \cdot 7^e - 1) : 9 \\ (4^n \cdot 7^e - 1) : 9 \end{cases}$$

$$4 \equiv 4 \pmod{9}$$

$$4^2 \equiv -2 \pmod{9} \equiv 7 \pmod{9}$$

$$4^3 \equiv 1 \pmod{9}$$

далее цикл

~~$$7 \equiv 7 \pmod{9}$$~~

~~$$7^2 \equiv 4 \pmod{9}$$~~

~~$$7^3 \equiv 1 \pmod{9}$$~~

далее цикл

Так подходит случай, когда  $(4^t \equiv 4 \pmod{9} \text{ и } 7^t \equiv 7 \pmod{9})$   
~~и~~;  $(4^t \equiv 7 \pmod{9} \text{ и } 7^t \equiv 4 \pmod{9})$ ;  $(4^t \equiv 1 \pmod{9} \text{ и } 7^t \equiv 1 \pmod{9})$ .

$$1) 4^{3t+1} \text{ и } 7^{3t+2} : 4 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 4^{3t} \cdot 7^{3t} = 28 \cdot 7 - 1 \equiv (-1) \pmod{28}$$

$$2) 4^{3t+2} \text{ и } 7^{3t+1} : (4^{3t+2} \cdot 7^{3t+1} - 1) \equiv (-1) \pmod{28}$$

$$3) 4^{3t} \text{ и } 7^{3t} : (4^{3t} \cdot 7^{3t} - 1) \equiv (-1) \pmod{28}$$

РАС-РИМ ПРИ КАКИХ  $a = 2 \mathbb{Z}$

$$(9^z + 1) \equiv (-1) \pmod{28} \equiv 27 \pmod{28}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 7 2 8 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$9^z$

$$9 \equiv 9 \pmod{28}$$

далее  
взялся  
защипки

| $z$ | $9^z \pmod{28}$ | $(9^z + 1) \pmod{28}$ |
|-----|-----------------|-----------------------|
| 1   | 9               | 10                    |
| 2   | -3              | -2                    |
| 3   | 1               | 2                     |
| 4   | 9               | 10                    |

~~Так  $3^a \not\equiv -1 \pmod{28}$~~

при  $a \geq 2$   
 Так  $3^a \not\equiv (-1) \pmod{28}$  и  $(3^a + 1) \not\equiv -1 \pmod{28}$

Т.е.  $a < 2$ :

1)  $a = 1$

$$9 + 3 + 2 = 2^k \cdot 7^l$$

$$14 = 2^k \cdot 7^l$$

$$\begin{aligned} k &= 1 \\ l &= 1 \end{aligned}$$

Ответ:  $(a=1, k=1; l=1); (a=0; k=2, l=0)$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 7 | 2 | 8 | 9 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



N1

~~Найдем~~ Найдем количество способов составить ряд из орехов и грибов.

$$C_{13}^5 = \frac{13!}{5!8!} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = 99 \cdot 13 = 1287$$

Расположим наши грибы и орехи в ряд,

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

Всего у нас есть 14 окошечков, т.е. 14 мест для ягод и способов расставить ягоды тогда

$$C_{14}^{11} = \frac{14!}{11!3!} = \frac{14 \cdot 13 \cdot 12}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 14 \cdot 13 \cdot 2 = 28 \cdot 13 = 364 \text{ способа}$$

При этом всего способов:  $364 \cdot 1287 = 468468$  сп.

Ответ: 468468 способов.

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

ЛЕНИНА 16

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Н | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 5 | 5 | 2 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия РЕЙТБЛАТ

Имя ЕВГЕНИЯ

Отчество ОЛЕГОВНА

Дата рождения 24.10.2005

Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79199322364

Подпись



Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 3 5 5 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

Изначально выложим в ряд только орехи и грибы. Их в сумме  $7+8=13$ . Значит  $C_{13}^5$  - кол-во способов выбрать 5 мест из 13 на которых будут стоять <sup>орехи</sup> грибы. А 8 оставшихся мест единственным способом займут грибы. Теперь будем в этот ряд вставлять 11 ягод. Заметим, что между 7 орехами и 8 грибами образуется 12 промежутков внутри и 2 снаружи.

↑ 0 0 0 ... 0 И заметим, что в каждый из таких промежутков нельзя поставить более одной ягоды. Т.к тогда ягоды будут лежать рядом. Всего 11 ягод. Значит надо выбрать 11 мест на которых будут лежать эти ягоды. Таких способов  $C_{14}^{11}$ . Тогда

всего - Заметим, что мы посчитали все возможные способы и каждый был посчитан ровно 1 раз. Тогда всего способов.  $C_{13}^5 \cdot C_{14}^{11} = \frac{13!}{5! \cdot 8!} \cdot \frac{14!}{11! \cdot 3!} = \frac{9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} = 11 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 6 \cdot 13 \cdot 14 = 13^2 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 14$ .

Ответ:  $C_{13}^5 \cdot C_{14}^{11}$

№4.

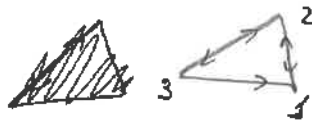
Предположим, что нити могут быть темн. Введем угад, где команды вершины, а матчи ребра. И будем красить ребро в серый если нитья и в синий если 1 из команд выиграла.

Рассмотрим варианты как могут быть раскрашены ребра в треугольнике. Это может быть:



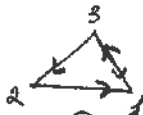
Тогда  $4 \rightarrow 2$  (4, 2, 0) это кол-во их очков. оно различно

Также это может быть:



условие соблюдения 3  $\rightarrow$  2 ) нити (3, 2, 1) - кол-во очков 4 оно разное.

Либо



Все три ребра серые быть не могут, т.к тогда у всех по 2 очка



№ 3

$$\frac{z^2}{x+y+2z} + \frac{x^2}{2x+y+2} + \frac{y^2}{x+2y+2} \geq \frac{xy}{x+y+2z} + \frac{yz}{2x+y+2} + \frac{zx}{x+2y+2}, \quad x, y, z > 0.$$

По нер-ву КБШ

$$\left( \frac{z^2}{x+y+2z} + \frac{x^2}{2x+y+2} + \frac{y^2}{x+2y+2} \right) \geq \frac{(x+y+z)^2}{x+y+2z+2x+y+2+x+2y+2} = \frac{(x+y+z)^2}{4(x+y+z)} = \frac{x+y+z}{4}.$$

$$\frac{x+y+z}{4} \geq \frac{xy}{x+y+2z} + \frac{yz}{2x+y+2} + \frac{zx}{x+2y+2}.$$

$$\frac{(x+y+z)(x+y+2z)(2x+y+2)(x+2y+2)}{4} \geq \frac{xy(2x+y+2)(x+2y+2) + yz(x+y+2z)(x+2y+2) + zx(x+y+2z)(2x+y+2)}{4}.$$

Раскрываем скобки или помним, что это верно. Циклическая тоже верно.

№ 2.

$$LN:MH = 4:9, \quad \angle N = 52^\circ \Rightarrow \angle H = \frac{52}{13} \cdot 4 = 16; \quad MH = \frac{52}{13} \cdot 9 = 36.$$

$\angle DMN$  - прямоугол. т.к.  $\angle DMN = 90^\circ$ , т.к.  $LM$  - диаметр.

$$\Rightarrow DH^2 = LN \cdot MH; \quad DH^2 = 16 \cdot 36; \quad DH = 4 \cdot 6 = 24.$$

$$S_{\text{олдв}} = \frac{1}{2} \cdot LN \cdot DE = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot DE = 8DE.$$

$KD = KM$ , как отрезки касательных к

$O$  - центр описанной окружности  $\triangle DMN$

$\Rightarrow LO = OM = OD. \Rightarrow DOMK$  - равнобедренный  $\Rightarrow$

$OK \perp DM \Rightarrow LO \parallel OK$ , т.к.  $\angle LDO = \angle OKD$ , т.к.

$LO \perp DM, DM \perp KD. \Rightarrow \angle LHO \sim \angle ONK$ , т.к.

$$HO \perp KM; \quad LO \parallel OK \Rightarrow \frac{LO}{ON} = \frac{HO}{KM}; \quad ON = \frac{LM}{2} = 26; \quad \frac{LO}{26} = \frac{16}{26} = \frac{8}{13} = \frac{HO}{KM}.$$

При этом  $\triangle LHE \sim \triangle LNK$ ,  $\Rightarrow \frac{LO}{LM} = \frac{HE}{NK}; \quad \frac{16}{52} = \frac{HE}{NK} = \frac{1}{4}; \quad NK = 4HE.$

$$8NK = 13HD$$

$$8 \cdot 4HE = 13HD; \quad 32HE = 13HD; \quad HE = \frac{13}{32} HD; \quad DE = HD - \frac{13}{32} HD = \frac{19}{32} HD = \frac{19}{32} \cdot 24 =$$

$$= \frac{19}{4} \cdot 3 = \frac{3 \cdot 19}{4} \Rightarrow S_{\text{олдв}} = 8DE = 8 \cdot \frac{3 \cdot 19}{4} = 6 \cdot 19 = 114.$$

№ 5

при  $a=0$ ;

$$3^{2^k} + 3^k + 2 = 2^k \cdot 7^k; \quad (4; 7) = 1 \Rightarrow k=0$$

$$1+1+2=2^k \cdot 7^k$$

$$4=2^k \cdot 7^k$$

$$(a=0; k=2).$$

при  $a \neq 0$ ; если  $3^a = 0 \Rightarrow 3^{2^k}$

рассмотрим  $3^a$  с тем сравним  $3^a$  и  $3^{2^k}$  по mod 7.

|           |   |   |   |   |   |   |
|-----------|---|---|---|---|---|---|
| $3^a$     | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| $3^{2^k}$ | 1 | 4 | 2 | 2 | 4 | 1 |

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 5 | 5 | 2 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа  
в рамке справа

Тогда  $3^a + 3^{2a}$  могут быть  $\equiv 2, 6, 5, 0 \pmod{7}$ .  
если  $l > 0 \Rightarrow 3^{2a} + 3^a + 2 \not\equiv 7^l$ ,  $\Rightarrow$  такое возможно только если

$$3^a \equiv 3; 3^{2a} \equiv 2 \Rightarrow \text{если } a=1; 3^a=3$$

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 9 + 3 + 2 = 14 = 2 \cdot 7 \Rightarrow a=1; k=1; l=1$$

~~Рассмотрим остатки  $3^a$  по mod 47.~~

ответ:  $a=0; k=2; l=0$   
 $a=1; k=1; l=1$

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Краснодар, Мотрица

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 1 | 7 | 8 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия СУКМАНЮК

Имя НИКОЛАЙ

Отчество ВЛАДИМИРОВИЧ

Дата рождения 25.11.2005

Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы 16.02.2023

Номер телефона 8 928-207-57-62

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

03  
N3: +185

Апелляционной комиссии  
Университетской олимпиады школьников  
«Бельчонок»

по  
математике  
(предмет)

от  
Ивановский Николай Владимирович  
(ФИО участника)

Адрес площадки проведения  
г. Красноярск, ул. Кирова, д. 2

Класс  
11

Шифр  
MA0002317823

### Апелляционное заявление на результаты проверки олимпиадной работы

Прошу пересмотреть результаты проверки моей олимпиадной работы.

- Задача № 3/2 (Номер задачи/выставленный за нее балл)
- Задача № \_\_\_\_\_ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
- Задача № \_\_\_\_\_ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
- Задача № \_\_\_\_\_ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
- Задача № \_\_\_\_\_ (Номер задачи/выставленный за нее балл)
- Задача № \_\_\_\_\_ (Номер задачи/выставленный за нее балл)

Основанием для пересмотра баллов считаю:

- Задача № 3: Считаю, что я решил задачу верно
- Задача № \_\_\_\_\_
- Задача № \_\_\_\_\_
- Задача № \_\_\_\_\_
- Задача № \_\_\_\_\_
- Задача № \_\_\_\_\_

О себе сообщаю: \_\_\_\_\_ (номер контактного телефона)  
83163104655

Результат рассмотрения апелляции прошу сообщить

n.kola.sakman@gmail.com (адрес электронной почты)

Дата и время подачи апелляции (время – красноярское): 11.04.2023 02:00

Подпись участника Олимпиады: Н.И.

### ЗАПОЛНЯЕТСЯ АПЕЛЛЯЦИОННОЙ КОМИССИЕЙ

Дата и время рассмотрения апелляции (время – красноярское) 13.04.23 9:50

Комментарии апелляционной комиссии:

N3: поставил верное решение - 20 баллов

Результат рассмотрения апелляции:

Изменить выставленные баллы за задачу N3 с 2 до 20 баллов.

Члены Апелляционной комиссии:

|                     |                  |
|---------------------|------------------|
| <u>Мышкова Е.К.</u> | <u>[подпись]</u> |
| <u>Шалько Ю.В.</u>  | <u>[подпись]</u> |
| <u>Шефер И.А.</u>   | <u>[подпись]</u> |

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

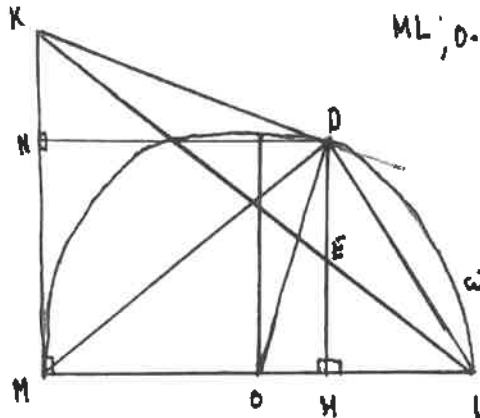
Вариант № 3

М А О О О 2 3 1 7 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

|    |    |    |   |   |     |
|----|----|----|---|---|-----|
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5 | Σ   |
| 20 | 20 | 20 | 2 | 2 | 64  |
|    |    |    |   |   | 82  |
|    |    |    |   |   | 306 |

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Дано:  $\triangle KML$   $\angle M = 90^\circ$   $\omega$  - окружность с диаметром

$KL$ ,  $O$  - центр  $\omega$ .  $KD$  - касательная к  $\omega$ .

$DH \perp ML$ .  $DH \cap KL = E$ .  $LM = 52$

$LH : MH = 4 : 9$ .

Найти  $S_{DEL}$

$$\frac{LH}{MH} = \frac{4}{9} \Rightarrow LH = 52 \cdot \frac{4}{13} = 16;$$

$$\text{тогда } MH = 52 - 16 = 36.$$

П.к.  $OM = OL = \frac{52}{2} = 26$ , тогда  $OH = 36 - 26 = 10$ . В  $\triangle MDL$   $\angle D = 90^\circ$  т.к. лежит на диаметре.  $HD = \sqrt{36 \cdot 16} = 24$  (как среднее геометрическое). Опустим  $DN \perp KM$ .

$DN = HM = 36$  т.к.  $MNDH$  - прямоугольник. Пусть  $\angle NDO = \alpha$ , тогда  $\angle KDN = 90 - \alpha$  (т.к.  $\angle ODK = 90^\circ$ ) и  $\angle ODH = 90 - \alpha$  (т.к.  $\angle NDH = 90^\circ$ )  $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle KDN \sim \triangle ODH$  по трем углам.  $\Rightarrow \frac{KN}{36} = \frac{10}{24}$ ,  $KN = 15$ . т.к.  $NDHM$  - прямоугольник

$NM = DH = 24$ .  $KM = 24 + 15 = 39$ .  $\triangle EHL \sim \triangle KML$  по трем углам и общей углу.  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{EH}{39} = \frac{16}{52} \quad EH = 12, \quad DH = 24 \Rightarrow ED = 24 - 12 = 12. \quad S_{EDL} = \frac{1}{2} LH \cdot ED =$$

$$= \frac{1}{2} 16 \cdot 12 = 8 \cdot 12 = 96$$

Ответ: 96.

№1

Запишем буквы в алфавит на площадке 43 корнями, тогда

нужно разместить 11 букв среди 43 корнями, чтобы никакие

2 буквы не были вместе. Допустим 13 корнями уже стоят в ряд

$\underbrace{\overset{1}{K} \overset{2}{K} \overset{3}{K} \dots \overset{13}{K} \overset{14}{K} \overset{15}{K}}_{13}$



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 3 1 7 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

тогда нужно распределить 11 букв по 14-ти оставшимся местам. Это можно сделать  $C_{14}^{11}$  способами. Но, учитывая, что в задании 5 гласных и 8 согласных вместо 13 корневых, по разности формулы из 5 гласных и 8 согласных в 13 местам  $C_{13}^5$ . Тогда ответ:  $C_{14}^{11} \cdot C_{13}^5$

Ответ:  $C_{14}^{11} \cdot C_{13}^5$

№ 3

$$\frac{4z^2}{x+y+2z} + \frac{4x^2}{2x+y+z} + \frac{4y^2}{x+2y+z} \geq \frac{4xy}{x+y+2z} + \frac{4yz}{2x+y+z} + \frac{4zx}{x+2y+z}$$

(умножим обе части на 4)

Докажем, что

$$\frac{4z^2}{x+y+2z} + \frac{4x^2}{2x+y+z} + \frac{4y^2}{x+2y+z} \geq \frac{(x+y)^2}{x+y+2z} + \frac{(x+z)^2}{x+2y+z} + \frac{(y+z)^2}{2x+y+z}$$

$$\frac{4z^2 - (x+y)^2}{x+y+2z} + \frac{4x^2 - (y+z)^2}{2x+y+z} + \frac{4y^2 - (x+z)^2}{x+2y+z} \geq 0$$

$$\frac{(2z - (x+y))(2z + x + y)}{x+y+2z} + \frac{(2x - (y+z))(2x + y + z)}{2x+y+z} + \frac{(2y - (x+z))(2y + x + z)}{x+2y+z} \geq 0$$

$$2z - x - y + 2x - y - z + 2y - x - z \geq 0$$

$0 \geq 0$  верно  $\Rightarrow$  выполняется равенство.

Также докажем, что

$$\frac{(x+y)^2}{x+y+2z} + \frac{(x+z)^2}{x+2y+z} + \frac{(y+z)^2}{2x+y+z} \geq \frac{4xy}{x+y+2z} + \frac{4yz}{2x+y+z} + \frac{4zx}{x+2y+z}$$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 3 1 7 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

это аналогично

$$(x+y)^2 + (x+z)^2 + (y+z)^2 \geq 4xy + 4yz + 4zx$$

а т.к.  $(a+b)^2 \geq 4ab$  потому что

$$a^2 + 2ab + b^2 \geq 4ab$$

$$a^2 - 2ab + b^2 \geq 0$$

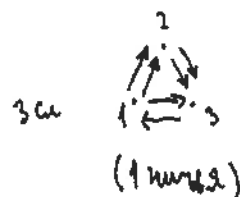
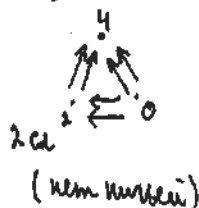
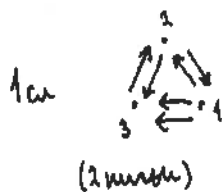
$$(a-b)^2 \geq 0$$

верно

то неравенство верно. т.к. г.

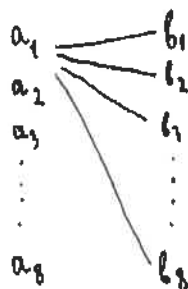
√4

Рассмотрим все вариации <sup>ниже</sup> троек <sup>каждой</sup> вершины. Пусть точки это  
концы,  $\Rightarrow$  - знак, что вершина концы в какую сторону направлены  
стрелочки, а  $\Leftarrow$  - ниль. Тогда всего 3 вариации  
(~~стрелочки~~ - ~~ниль~~ - ~~цифры~~ под точками - ~~ка-то~~ ~~буквы~~)



Ступа с 3-х ниль нет.

Рассмотрим такой пример: <sup>концы</sup> ~~ниль~~ ~~цифры~~ ~~буквы~~ разделим на 2 группы.



Отрезки между <sup>концами</sup> ~~ниль~~ ~~цифры~~ ~~буквы~~ разделим  
концы - ниль. А внутри более цифр

Каждый концы вытравив все нильности.

Тогда, если мы берем тройку из одной группы, то

это 2-й случай (или выше), если в тройке 2-е концы из одной группы и одна из

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа  
в рамке справа



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 1 | 7 | 8 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

другой, то остальные нули. Все команды соединены с командой командой из другой группы. Тогда имеем  $8 \cdot 8 = 64$ . Есть пример на 64.

Далее: Рассмотрим <sup>бульб</sup> графовый граф с 16 вершинами.  $K$ -максимальная степень вершины. Тогда всего ребер  $K(16-K) \leq \left(\frac{K}{2} + \frac{16-K}{2}\right)^2 = 64$  ребер меньше или равно 64, тогда 64-максимальное число.

Ответ: 64

15

Пусть  $a = 0$

$$1+1+2 = 2^k \cdot 2^l$$

$$4 = 2^k \cdot 2^l$$

$$k=2 \quad l=0$$

$$\{0, 2, 0\}$$

Пусть  $a = 1$

$$3+3+2 = 2^k \cdot 2^l$$

$$8 = 2^k \cdot 2^l$$

$$k=1 \quad l=1$$

$$\{1, 1, 1\}$$

~~Значит, ответ 64~~  
~~Значит, ответ 64~~



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Москва

Адрес площадки проведения

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр

Вариант № 3

Фамилия БЕЛЫХ

Имя ИВАН

Отчество ФЕДОРОВИЧ

Дата рождения 25.04.2005

Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 8 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7 (916) 125-11-77

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Организационному комитету  
университетской Олимпиады школьников  
«Бельчонок»

от  
Белая Ирина Федоровна  
(Ф.И.О. участника)

### Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой  
по математике выполненной «26» фев 2023 г. на площадке г. Москва  
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

+7(916)125-11-77 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

cottorcatson2@gmail.com (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 04.04.2023 23:24

Подпись участника Олимпиады: (подпись)

ШИФР РАБОТЫ МА 000 23 455 23

КЛАСС 11

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

Дата и время отправки работы (время – красноярское) 08.04.23 17<sup>00</sup>



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 3 4 5 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 3.

|    |    |    |   |   |    |
|----|----|----|---|---|----|
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5 | Σ  |
| 20 | 20 | 20 | 0 | 2 | 62 |

$$\frac{z^2}{x+y+2z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \geq$$

$$\geq \frac{xy}{x+y+2z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{xz}{x+2y+z} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{z^2 - xy}{x+y+2z} + \frac{x^2 - yz}{2x+y+z} + \frac{y^2 - xz}{x+2y+z} \geq 0 \quad (1).$$

Рассмотрим числитель  $\frac{z^2 - xy}{x+y+2z}$ .

По неравенству между средним арифметическим и средним геометрическим:

$$\begin{aligned} xy &\leq \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 \\ -xy &\geq -\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 \\ z^2 - xy &\geq z^2 - \left(\frac{x+y}{2}\right)^2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Значит, } \frac{z^2 - xy}{x+y+2z} &\geq \frac{z^2 - \left(\frac{x+y}{2}\right)^2}{2\left(z + \frac{x+y}{2}\right)} = \frac{\left(z - \frac{x+y}{2}\right)\left(z + \frac{x+y}{2}\right)}{2\left(z + \frac{x+y}{2}\right)} = \\ &= \frac{1}{2}\left(z - \frac{x+y}{2}\right). \end{aligned}$$

$$\text{Аналогично } \frac{x^2 - yz}{2x+y+z} \geq \frac{1}{2}\left(x - \frac{y+z}{2}\right);$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 3 4 5 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

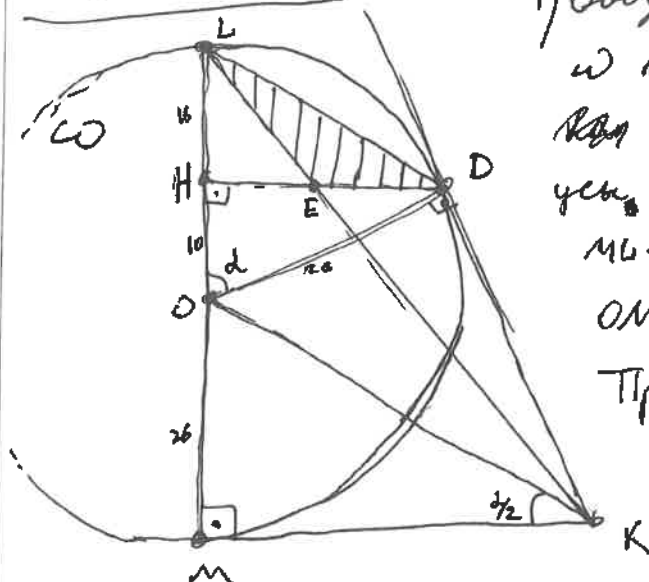


$$\frac{y^2 - xz}{x + 2y + z} \geq \frac{1}{2} \left( y - \frac{x+z}{2} \right).$$

Получаем, что сумма всех трёх членов  $\geq \frac{1}{2} \left( z - \frac{x+y}{2} + x - \frac{y+z}{2} + y - \frac{x+z}{2} \right) =$   
 $= \frac{1}{2} \left( z + x + y - \frac{x+y+y+z+x+z}{2} \right) = \frac{1}{2} (z + x + y - z - x - y) = 0$ , т.е. она  $\geq 0$ , что соответствует неравенству (1) и, следовательно, исходному неравенству.

ЧТД.

Задача 2.



1) Обозначим центр окружности  $\omega$  как  $O$ , тогда  $OM = OD = OL = R = \frac{ML}{2}$ , т.к.  $OM, OD, OL$  — радиусы,  $ML$  — диаметр (по построению),  $ML$  — радиус (по условию).

$$OM = OD = OL = \frac{52}{2} = 26.$$

Проведём также отрезок  $OK$ .

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 3 4 5 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2) П.к.  $\angle H : MH = 4 : 9$  тогда и  $LM = 52$  по условию, то  $LH = 16$  и  $MH = 36$ . Тогда  $OH = OL - LH = 26 - 16 = 10$ .

$OH \perp OD$  по условию  $\Rightarrow \triangle OHD$  — прямоугольный

По теореме Пифагора в  $\triangle OHD$ :

$$OD^2 = OH^2 + HD^2$$

$$HD = \sqrt{OD^2 - OH^2}$$

$$HD = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$$

3) Обозначим  $\angle HOD = \alpha$ . Тогда  $\cos \alpha = \frac{OH}{OD} = \frac{5}{13}$

Рассмотрим  $\triangle OMK$  и  $\triangle ODK$ .

$OK$  — общая сторона

$OM = OD$  как радиусы

$MK = DK$  как отрезки касательных из одной точки до точки касания

}  $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle OMK = \triangle ODK$  по 3-м сторонам  $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle MOK = \angle DOK$  (по свойству равенства ~~треугольников~~)

$\Rightarrow \angle MOD = 2\angle MOK \Rightarrow \angle MOK = \frac{1}{2}\angle MOD$

4) Пусть  $\angle HOD = \alpha$ . Тогда  $\cos \alpha = \frac{5}{13}$  (из  $\triangle OHD$ ).

Также т.к.  $\angle HOD$  и  $\angle MOD$  — смежные, то  $\angle MOD = \pi - \alpha$ .

$$\angle MOK = \frac{1}{2}(\pi - \alpha) = \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}$$

Тогда по сумме углов в  $\triangle MOK$   $(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}) + \frac{\pi}{2} + \angle MKO = \pi \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle MKO = \frac{\alpha}{2}$ . Тогда  $MK = \frac{OM}{\tan \frac{\alpha}{2}}$  (1)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 3 4 5 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа  
в рамке справа



$$5) \left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{d}{2} &= \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \frac{d}{2}} - 1} \\ \cos^2 \frac{d}{2} &= \frac{1 + \cos d}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \operatorname{tg} \frac{d}{2} = \sqrt{\frac{2}{1 + \cos d} - 1}$$

$$\operatorname{tg} \frac{d}{2} = \sqrt{\frac{2}{1 + \frac{13}{18}} - 1} = \sqrt{\frac{26}{18} - 1} = \sqrt{\frac{13-9}{9}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

$$6) MK = \frac{OM}{\operatorname{tg} \frac{d}{2}} = \frac{26}{\frac{2}{3}} = 39 \quad (\text{из (1)})$$

$$7) \left. \begin{aligned} DH \perp LM &\Rightarrow \angle LHD = \frac{\pi}{2} \\ \angle LMK &= \frac{\pi}{2} \quad (\text{по условию}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

~~$\angle LMK = \frac{\pi}{2}$  (по условию)~~

$\angle MLK$  — общий для  $\triangle MLK$  и  $\triangle HLE$

$$\Rightarrow \triangle MLK \sim \triangle HLE \quad (\text{по двум углам}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{HE}{MK} = \frac{LH}{LM} \quad (\text{по св-ву подобия треугольников})$$

$$\Downarrow$$

$$HE = \frac{LH}{LM} \cdot MK = \frac{16}{56} \cdot 39 = 12 \text{ см}$$

$$ED = HD - HE = 24 - 12 = 12$$

8) Рассмотрим  $\triangle LED$ . В нём  $HL$  — высота к  $ED$ .

$$\text{Тогда } S_{\triangle LED} = \frac{1}{2} \cdot HL \cdot ED = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 12 = 96$$

Ответ: 96.



## Задача 1.

И. Сначала посчитаем, сколько есть способов разложить 11 ягод на  $5+8+11=24$  местах так, чтобы никакие две из них не летали рядом. Проанализируем эти места от 1 до 24. Тогда для того, чтобы где-то ягоды не летали рядом, их номера должны отличаться минимум на 2, т.е. между ними что-то летит (пока что не рассматриваем, что именно). Тогда рассмотрим наборы таких расстояний, причем важно, чтобы их сумма была  $\leq 23$  (иначе ягоды не поместятся на 24 места), а их сумма была 10. Рассмотрим 4 возможных случая.

1) 1-я ягода летит на 1 месте.

Тогда возможные наборы расстояний:

а)  $2+2+\dots+2$  ( $\overset{10}{=20}$ ) (10 двоек) — 1 способ приставки

б)  $3+2+\dots+2$  ( $\overset{10}{=21}$ ) (1 тройка, 3 двоицы) —  $C_{10}^1 = 10$  способов

в)  $3+3+2+\dots+2$  ( $\overset{10}{=22}$ ) (2 тройки, 8 двоек) —  $C_{10}^2 = 45$  способов

г)  $3+3+3+2+\dots+2$  ( $\overset{10}{=23}$ ) (3 тройки, 7 двоек) —  $C_{10}^3 = 120$  способов

д)  $4+2+\dots+2$  ( $=22$ ) (3 двоицы, 1 четверка) —  $C_{10}^1 = 10$  способов

е)  $4+3+2+\dots+2$  ( $=23$ ) (1 четверка, 1 тройка, 2 двоицы) —  $C_{10}^1 \cdot C_3^1 = 10$  способов

ж)  $5+2+\dots+2$  ( $=23$ ) (1 пятерка, 3 двоицы) —  $C_{10}^1 = 10$  способов



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 3 4 5 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



III. е. всего  $1 + 10 + 45 + 120 + 10 + 90 + 10 = 286$  способов для случая 1.

2) 1-я ягода лежит на 2 месте (теперь сумма  $\leq 22$ ).

а)  $2 + 2 + \dots + 2$  ( $= 20$ ) (10 двоек) — ~~10~~ 1 способ

б)  $3 + 2 + \dots + 2$  ( $= 21$ ) (1 тройка, 9 двоек) —  $C_{10}^1 = 10$  способов

в)  $3 + 3 + 2 + \dots + 2$  ( $= 22$ ) (2 тройки, 8 двоек) —  $C_{10}^2 = 45$  способов

г)  $4 + 2 + \dots + 2$  ( $= 22$ ) (1 четвёрка, 8 двоек) —  $C_{10}^1 = 10$  способов

III. е. всего  $1 + 10 + 45 + 10 = 66$  способов для случая 2.

3) 1-я ягода лежит на 3 месте, сумма оставшейся  $\leq 21$ .

а)  $2 + \dots + 2$  ( $= 20$ ) (10 двоек) — 1 способ

б)  $3 + 2 + \dots + 2$  ( $= 21$ ) (1 тройка, 9 двоек) —  $C_{10}^1 = 10$  способов

III. е. всего 11 способов для случая 3.

4) 1-я ягода на 4 месте, сумма  $\leq 20$ .

а)  $2 + \dots + 2$  ( $= 20$ ) (10 двоек) — 1 способ

Итого имеет  $286 + 66 + 11 + 1 = 364$  способа разложить куклами образом ягоды без учёта грибов и орехов.

II. На свободные  $8 + 5 = 13$  мест в рядке можно разложить 2 гриба и 5 орехов.

Всего возможных комбинаций —  $\frac{13!}{8!5!} =$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А 0 0 0 2 3 4 5 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$= \frac{13 \cdot \cancel{12} \cdot 11 \cdot \cancel{12} \cdot 9}{\cancel{54321}} = 13 \cdot 99 = 1287 \cdot \cancel{1287}$$

III. Всего возможных ~~разр~~ способов  
размещения в ряд —  $364 \cdot 1287 =$   
 $= 468468$

Ответ: 468468

Задача 5.

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 2^{kL}$$

Заметим, что подходят ~~ред~~ решения

$$a=0; k=2; L=0 \text{ и } a=1; k=1; L=1.$$

Задача 4.

Наибольшее количество точек  
в рамках одной тройки и при выполнении  
условия однозначности то есть в тройке дости-  
гается, если две из трех букв сыграли ~~в~~  
выигрыш, а одна — с победой одной из команд,  
т.е. одна набирает 1 очко, вторая — 2 очка,  
третья — 3 очка. Всего игра проводится ~~в 3х~~

$$15 + 14 + 13 + 12 + 11 + \dots + 1 + 0 =$$

Другими словами

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа  
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 3 4 5 5 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 4. ) Если 3 команды сыграли между собой на  $a, b, c$  очков, соответственно, то  $0 \leq a < b < c$  и  $a+b+c=6$  (по условию). Возможны только 2 случая:

$a=0; b=2; c=4$  (1 команда ~~сыграла~~ проиграла 2 игры, 2 — одна победа, 3 — две две победы)  
(всего 0 очков)

или

$a=1; b=2; c=3$  (1 команда сыграла вничью и проиграла, 2 — две ничьи, 3 — победа и ничья)  
(всего 2 очка).

$$\text{Всего сыграно игр } 15+14+\dots+1+0 = \\ = \frac{15+0}{2} \cdot 16 = \underline{120}$$

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Москва, МЭИ.

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 8 | 2 | 0 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3.

Фамилия Лазуткин (ЛАЗУТКИН)

Имя Владимир (ВЛАДИМИР)

Отчество Дмитриевич (ДМИТРИЕВИЧ)

Дата рождения 15.03.2005 Класс 11.

Предмет Математика. (МАТЕМАТИКА)

Работа выполнена на 09 листах Дата выполнения работы 26.02.2023.

Номер телефона +7(385)146-34-20 Подпись [подпись]

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Организационному комитету  
университетской Олимпиады школьников  
«Бельчонок»

от

Мазушкин Владимир Дмитриевич  
(ФИО участника) виза

### Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой  
по математике выполненной «26» февраля 2023 г. на площадке МЭИ  
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

+7 (985)-146-34-20 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

novas2005.ru@gmail.com (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 03:50. 05.04.2023

Подпись участника Олимпиады: 

ШИФР РАБОТЫ МА 000 2082023

КЛАСС 11

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

Дата и время отправки работы (время – красноярское) 080423 17<sup>00</sup>



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3.

М А 0 0 0 2 0 8 2 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2.

Пусть  $O$  - центр  $\omega$ .

Тогда  $OM = OL = 26$  (р  $\omega$ ).

$$\frac{MH}{HL} = \frac{9}{4}, \quad ML = 52 \Rightarrow 39.$$

$$\Rightarrow MH = 36, \quad HL = 16.$$

Тогда  $OH = 36 - 26 = 10$ .

$$\text{по т. Пиф. } OH = \sqrt{OL^2 - MH^2} = M$$

$$= \sqrt{676 - 100} = 24.$$

$$\text{по т. Пиф. } OL = \sqrt{OH^2 + HL^2} = \sqrt{576 + 256} =$$

$$= 8\sqrt{13}.$$

Тогда по т. кос:  $OL^2 = OM^2 + OL^2 - 2OM \cdot OL \cos \alpha$ , где  $\alpha = \angle MOK$ .

$$OM = OL \text{ (р } \omega) \Rightarrow \text{ т. кос: } 832 = 1352 - 1352 \cos \alpha.$$

$$\cos \alpha = \frac{520}{1352}, \quad \cos \angle DOM = -\cos \alpha \text{ (смежные углы)}.$$

$$\cos \angle MOK = \frac{-\cos \alpha + 1}{2} \quad (\triangle KOM = \triangle KOD \text{ (по 3 сторонам: } KO - \text{общая, } OD = OM = \text{р } \omega, \text{ } KM = KD - \text{касательные)}) \Rightarrow \angle MOK = \frac{1}{2} \angle MOD.$$

$$\cos \angle MOK = \frac{1352 - 520}{2704} = \frac{2\sqrt{13}}{13} \quad 306$$

$$\cos \angle MOK = \frac{MO}{KO} \Rightarrow KO = \frac{MO}{\cos \angle MOK} \Rightarrow KO = \frac{26 \cdot 13}{2\sqrt{13}} = 13\sqrt{13}.$$

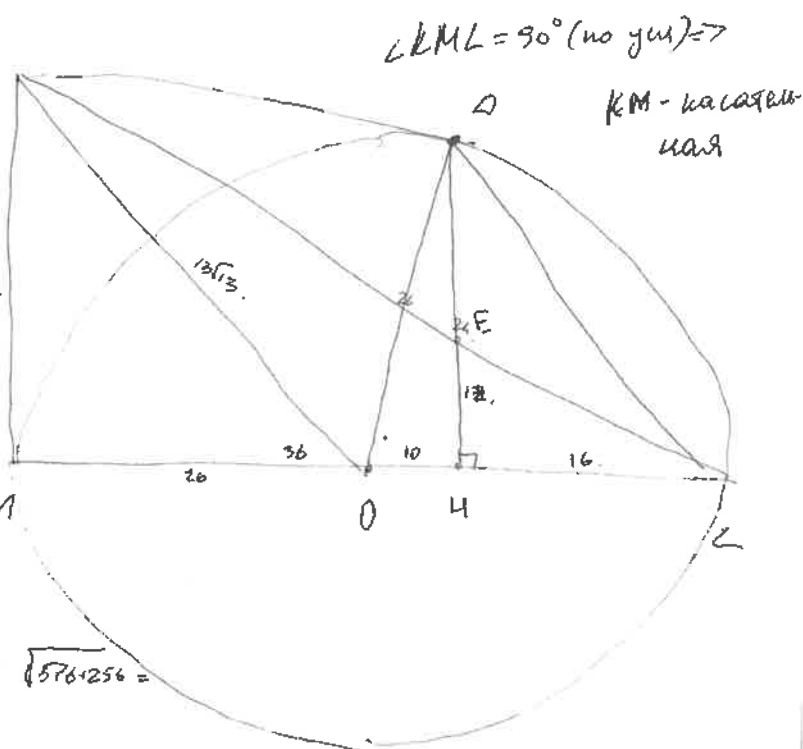
$$\text{Тогда по т. Пиф. } KM = \sqrt{KO^2 - MO^2} = \sqrt{(13\sqrt{13})^2 - 676} = \sqrt{1521} = 39.$$

Рассмотрим  $\triangle KLM$  и  $\triangle ELH$ .  $\angle L$  - общий,  $KM \perp ML$ ,  $EH \perp ML \Rightarrow \angle KML = \angle EHL = 90^\circ \Rightarrow \triangle KLM \sim \triangle ELH$  (по двум  $\angle$  и п/у  $\Delta$ ).

$$\text{Тогда } \frac{HE}{KM} = \frac{HL}{ML} \Rightarrow EH = \frac{HL \cdot ML}{KM} = \frac{16 \cdot 52}{39} = 12.$$

$$\text{Тогда } S_{\triangle HEL} = \frac{12 \cdot 16}{2} = 96, \quad S_{\triangle DHL} = \frac{24 \cdot 16}{2} = 192.$$

$$S_{\triangle KLE} = S_{\triangle DHL} - S_{\triangle EHL} = 192 - 96 = 96 \text{ Ответ: } 96.$$



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 0 8 2 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$\frac{z^2}{x+y+z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \geq \frac{xy}{x+y+z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+y+z}.$$

сначала упростим левую ① и правую ②

$$\textcircled{1}: \frac{z^2}{x+y+z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} = \frac{z^2(2x+y+z)(x+2y+z) + x^2(x+2y+z)(x+y+z) + y^2(2x+y+z)(x+y+z)}{(2x+y+z)(x+2y+z)(x+y+z)}.$$

$$\textcircled{2}: \frac{xy(2x+y+z)(x+2y+z) + yz(x+2y+z)(x+y+z) + xz(2x+y+z)(x+y+z)}{(2x+y+z)(x+2y+z)(x+y+z)}.$$

Так как в ① и ② одинаковые знаменатели, представленные в числителе суммы положительных чисел, то можно формально это неравенство на знаменатели, так как сами упростить его.

$$\textcircled{1} \text{ пров: } z^2(2x+y+z)(x+2y+z) = 5xyz^2 + 2x^2z^2 + 3xz^3 + 2y^2z^2 + 3yz^3 + z^4$$

аналог с  $z^2, x^2$

$$x^2: 5x^2yz + 3x^3y + 3x^3z + 2xy^2z + 2x^2z^2 + y^4$$

аналог с  $z^2, y^2$

$$y^2: 5xy^2z + 3y^3x + 3y^3z + 2x^2y^2 + 2z^2y^2 + y^4$$

$$\text{По формуле ①} = : 5xyz(2+x+y) + 4x^2z^2 + 4y^2z^2 + 4x^2y^2 + 3xz^3 + 3yz^3 + 3x^3z + 3xy^3 + 3y^3z + x^4 + y^4 + z^4 + x^3y.$$

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 8 | 2 | 0 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



②.  $xy(2x+y+z)(x+2y+z) = xyz(z+3x+3y) + 2x^3y + 2xy^3 + 5x^2y^2$ .

аналог / с /  $xy, yz$ :

$$y^2(x+y+z)(x+zy+z) = xyz(x+3y+3z) + zy^3z + zy^2z^2 + 5y^2z^2$$

аналог с  $x_2, x_7$ :

$$x(y+z)(z+y+z) = xyz(3x+y+3z) + 2xz^2 + 2yz^2 + 5x^2z^2$$

तुम्हा (2) :-

$$+ xyz(3x+y+3z) + 2x^3z + 2xz^3 + 5x^2z^2 =$$

$$= xyz(7x+7y+7z) + 2x^3y + 2xy^3 + y^3z + 2yz^3 + 2x^3z + 2xz^3 + 5x^2y^2 + 5y^2z^2 + 5x^2z^2$$

Вернемся к началному неравенству, подставив сокращенные  $\delta$  выражения.

$$\begin{aligned} & 5xyz(z+x+y) + 4x^2z^2 + 4y^2z^2 + 3xz^2y^2 + 3yz^2x^2 + 3yz^2xy^2 + 3xz^2yx^2 \\ & \geq 7xyz(x+y+z) + 2x^3y + 2xy^3 + 2y^3z + 2yz^3 + 2x^3z + 2xz^3 + 5x^2y^2 + 5y^2z^2 + 5x^2z^2 \\ & x^3 + y^3 + z^3 \end{aligned}$$

$$x^2z^3 + yz^3 + x^3z + xy^3 + y^3z + x^3y \geq 2xyz(x+y+z) + x^2y^2 + xz^2 + y^2z^2$$

$\sqrt{3}$ .

$$\frac{z^2}{x+y+2z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \geq \frac{xy}{x+y+2z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z}$$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 0 1 2 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Цель

$$1. \frac{z^2 - xy}{x+y+2z} + \frac{x^2 - yz}{2x+y+z} + \frac{y^2 - xz}{x+2y+z} \geq 0.$$

По неравенству, между средним арифметическим и средним геометрическим, получаем:

$$xy \leq \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 \Rightarrow -xy \geq -\left(\frac{x+y}{2}\right)^2$$

$$z^2 - xy \geq z^2 - \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{z^2 - xy}{x+y+2z} \geq \frac{z^2 - \left(\frac{x+y}{2}\right)^2}{2x+y+z+2\left(z+\frac{x+y}{2}\right)}$$

$$= \frac{\left(z - \frac{x+y}{2}\right)\left(z + \frac{x+y}{2}\right)}{2\left(z + \frac{x+y}{2}\right)} = \frac{z - \frac{x+y}{2}}{2}$$

аналогично  $\frac{x^2 - yz}{2x+y+z} \geq \frac{x - \frac{y+z}{2}}{2}$  и  $\frac{y^2 - xz}{x+2y+z} \geq \frac{y - \frac{x+z}{2}}{2}$

$$\frac{x^2 - yz}{2x+y+z} \geq \frac{x - \frac{y+z}{2}}{2}$$

$$\frac{y^2 - xz}{x+2y+z} \geq \frac{y - \frac{x+z}{2}}{2}$$

Тогда сумма всех 3 дроби  $\geq z - \frac{x+y}{2} + x - \frac{y+z}{2} +$

$$+ y - \frac{x+z}{2} = \frac{1}{2} \left( 2 + x + y - \frac{x}{2} - \frac{y}{2} - \frac{y}{2} - \frac{z}{2} - \frac{x}{2} - \frac{z}{2} \right) = 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  все 3 дроби тоже  $\geq 0$ . ЧТД.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 0 8 2 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$3^a + 3^b + 2 = 2^k \cdot 7^l$ ,  $a; b; k; l \in \mathbb{N}$ .  $N$  - целые неотрицательные числа.

Заметим, что  $a=0; k=2; l=0$  - короче,  
 $a=1; k=1; l=1$  - тоже короче.

$$3^0 + 3^0 + 2 = 4; \quad 2^2 + 7^0 = 4 \Rightarrow 4=4 \checkmark$$

$$3^2 + 3^1 + 2 = 14; \quad 2^1 \cdot 7^1 = 14 \Rightarrow 14=14 \checkmark.$$

№1.

1. Всего можно положить 11 звезд на

$5+8+11=24$  места. так, чтобы рядом не лежали 2 звезды, не учитывая то, как левая звезда и овец.

Пусть 1 звезда лежит на самом первом месте. Нужна сумма 10 шагаемых

(расстояние между соседними звездами), чтобы последнее шагаемое  $\geq 2$ , вся сумма  $\leq 23$

(10 звон) - 1 способ, (1 тройка, 8 звон) =

$$= C_{10}' = 10 \text{ способов. } (2 тройки и 8 звон) =$$

$$= C_{10}^2 = \frac{10 \cdot 9}{1 \cdot 2} = 45 \text{ способов. } (3 тройки и 7 звон) =$$



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 0 8 2 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$= C_{10}^3 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 120$  способов; (1 четвертая и 3 рубля) =  $C_{10}^1 = 10$  способов; (1 четвертая, 1 рубль и 8 рублей) =  $C_{10}^1 \cdot C_9^1 = 90$  способов; (1 четвертая всего способов:

$$1 + 10 + 45 + 120 + 10 + 90 = 276 \text{ способ}$$

2 вариант. Пусть 3 рубля на II месте.

Сумма остальных рублей уже  $\leq 22$ .

(10 рублей) - 1 способ; (1 рубль; 9 рублей) =  $C_{10}^1 = 10$  способов; (два рубля; 8 рублей) =  $C_{10}^2 = \frac{9 \cdot 10}{1 \cdot 2} = 45$  способ; (1 четвертая, 9 рублей) =  $C_{10}^1 = 10$  способов; Тогда всего способов:  $1 + 10 + 45 + 10 = 66$  способов.

3. Пусть 1 рубль на III месте.

Сумма рублей  $\leq 21$ .

Тогда: (10 рублей) = 1 способ; (одна рубль и 9 рублей) -  $C_{10}^1 = 10$  способов. Тогда здесь всего 11 способов.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А 0 0 2 0 8 2 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

4. Первая ягода на  $\text{IV}$  месте.

Сумма тогда  $\leq 20$ .

Всего 1 способ — 10 ягод.

По всем пунктам:

$$\begin{aligned} \text{Сумма способов: } 276 + 66 + 11 + 1 = \\ = 354. \end{aligned}$$

При всех расстановках ягод, можно на всех 13 оставшихся местах расставить 5 орехов и 8 грибов.

$$\begin{aligned} \text{Всего вариантов этой перестановки} = \\ = \frac{13!}{8! \cdot 5!} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 3 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 13 = 1287. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Тогда всего расстановок: } 1287 \cdot 354 = \\ = 455598 \text{ способов.} \end{aligned}$$

Ответ: 455598 способов.



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 0 8 2 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4

3. Если между собой ~~два~~ играют команда  
A, B, и C, то сумма их всех набранных  
очков в их играх = 6.

Матчей всего 3, в каждом разограно  
2 очка (1+1; 2+0; 0+2). Они набрали  
 $x; y; z$  очков, где  $0 \leq x < y < z$ .

$$x + y + z = 6.$$

Возможно только 2 варианта.

1) 0+2+4 : A обе игры проиграла; B  
выиграла одну у A, но проиграла C;  
C выиграла все игры. Ничья тут нет.

2) 1+2+3 : A сыграла вничью с B, вторую  
проиграла; B обе вничью, C - вничью с  
B и победа над A. Из 3 игр  
есть 2 ничьи.

Тогда самый хороший вариант  
при 2 ничьих.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа  
в рамке справа



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 0 8 2 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



~~100~~  
Рассмотри таблицу, соответствующую условиям задачи. Игры в таблицу вносятся зачёт циклических повторений ~~из~~ результатов игр в каждой строке. 2-победа, 1-ничья, 0-поражение

|    | 1            | 2            | 3            | 4            | 5            | 6            | 7            | 8            | 9            | 10           | 11           | 12           | 13           | 14           | 15           | 16           |
|----|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 1  | <del>1</del> | 2            | 1            | 0            | 2            | 1            | 0            | 2            | 1            | 0            | 2            | 1            | 0            | 2            | 1            | 0            |
| 2  | 0            | <del>2</del> | 2            | 0            | 1            | 2            | 0            | 1            | 2            | 0            | 1            | 2            | 0            | 1            | 2            | 0            |
| 3  | 1            | 0            | <del>2</del> | 1            | 0            | 2            | 1            | 0            | 2            | 1            | 0            | 2            | 1            | 0            | 2            | 1            |
| 4  | 2            | 2            | 1            | <del>1</del> | 2            | 1            | 2            | 2            | 1            | 2            | 2            | 1            | 2            | 2            | 1            | 2            |
| 5  | 0            | 1            | 2            | 0            | <del>1</del> | 2            | 0            | 1            | 2            | 0            | 1            | 2            | 0            | 1            | 2            | 0            |
| 6  | 1            | 0            | 0            | 1            | 0            | <del>1</del> | 1            | 0            | 0            | 1            | 0            | 0            | 1            | 0            | 0            | 1            |
| 7  | 2            | 2            | 1            | 0            | 2            | 1            | <del>2</del> | 2            | 1            | 0            | 2            | 1            | 2            | 2            | 1            | 0            |
| 8  | 0            | 1            | 2            | 0            | 1            | 2            | 0            | <del>2</del> | 2            | 0            | 1            | 2            | 0            | 1            | 2            | 0            |
| 9  | 1            | 0            | 0            | 1            | 0            | 2            | 1            | 0            | <del>2</del> | 1            | 0            | 2            | 1            | 0            | 0            | 1            |
| 10 | 2            | 2            | 1            | 0            | 2            | 1            | 2            | 2            | 1            | <del>1</del> | 2            | 1            | 2            | 2            | 1            | 0            |
| 11 | 0            | 1            | 2            | 0            | 1            | 2            | 0            | 1            | 2            | 0            | <del>1</del> | 2            | 0            | 1            | 2            | 0            |
| 12 | 1            | 0            | 0            | 1            | 0            | 2            | 1            | 0            | 0            | 1            | 0            | <del>1</del> | 1            | 0            | 0            | 1            |
| 13 | 2            | 2            | 1            | 0            | 2            | 1            | 0            | 2            | 1            | 0            | 2            | 1            | <del>1</del> | 2            | 1            | 0            |
| 14 | 0            | 1            | 2            | 0            | 1            | 2            | 0            | 1            | 2            | 0            | 1            | 2            | 0            | <del>1</del> | 2            | 0            |
| 15 | 1            | 0            | 0            | 1            | 0            | 2            | 1            | 0            | 2            | 1            | 0            | 2            | 1            | 0            | <del>1</del> | 1            |
| 16 | 2            | 2            | 1            | 0            | 2            | 1            | 2            | 2            | 1            | 2            | 2            | 1            | 2            | 2            | 1            | <del>1</del> |

Отсюда всего ничьих: 40.

Ответ: 40. ничья

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Москва

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 8 | 8 | 0 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Королюкова

Имя Дарья

Отчество Владимировна

Дата рождения 24.11.2005 Класс 11

Предмет Математика

Работа выполнена на 6 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +7910 0868520 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.



Организационному комитету  
Университетской Олимпиады школьников  
«Бельчонок»  
от Корольковой Дарьи Владимировны  
(ФИО участника)

### Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой  
по математике, выполненной «26» февраля 2023 г. на площадке г. Москва  
(предмет) (дата) (региональная площадка)

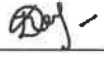
О себе сообщаю:

+79100868520 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

[DashokKor@yandex.ru](mailto:DashokKor@yandex.ru) (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 03:15

Подпись участника Олимпиады: 

---

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

ШИФР РАБОТЫ МА000 2188023, 11кл

Дата и время отправки работы (время – красноярское) 08.04.23 17<sup>00</sup>

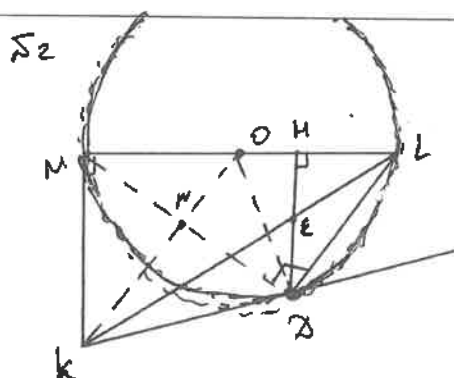
## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

**Вариант № 3**

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 8 | 8 | 0 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа  
в рамке справа



$$d) LH : MH = 4 : 9$$

\*R- paguyc

Прочто  $M_H = 4K$ ;  $L_H = 9x \Rightarrow$

$$\Rightarrow LM = 13K = 52 \Rightarrow K = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L_H = 16; \quad M_H \geq 36$$

$$OH = \frac{LM}{2} - HL = 10 = OL - HL$$

$$OA = R = OM = OL = \frac{LM}{2} = 26$$

$$LM = \frac{4}{13} \cdot LM = 16$$

|   |    |    |   |   |          |
|---|----|----|---|---|----------|
| 1 | 2  | 3  | 4 | 5 | $\Sigma$ |
| 6 | 20 | 20 | 0 | 8 | 54       |

2)  $\angle KML = \angle PHL = 90^\circ \Rightarrow \triangle HEM \cong \triangle MKL$   
 $\angle MLK = \text{div}$  (two 2 yman)

$$\Rightarrow \frac{LM}{LM} = \frac{HE}{MK} = \frac{4}{13} \Rightarrow HE = \frac{4 \cdot MK}{13}$$

$$M_K = k_D \text{ (konst. exp. konst.)} \Rightarrow k_E = \frac{4 \cdot k_D}{13}$$

3)  $\Delta OMD: (no \text{ F. Pump})$ ;

$$DH = \sqrt{OD^2 - OH^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24 \quad \checkmark$$

$\Delta LHD$  (no T. Rucp);

$$LD = \sqrt{HL^2 + HD^2} = \sqrt{256 + 576} = 8\sqrt{13}$$

4) Проведем  $MA$  и  $OK$ , пусть  $MA \cap OK = N$

$OM = OD$  (как радиусы);  $KM = KD \Rightarrow \square MKD$  - ромб  
 $\Rightarrow MD \perp OK$  (как диагонали ромба)

$\Delta M \Delta L$  - не являясь, т.к.  $\Delta M \Delta L \neq 0$  - бросе и окуп  
по т. Рис: на графике  $M \Delta L$

$$MD = \sqrt{LN^2 - LD^2} = \sqrt{52^2 - 832} = 12\sqrt{13}$$

4.  $ON$  - высота падающая;  $MD$  - высота падающая;  $ON \perp MD \Rightarrow$   
 $\Rightarrow MN = ND = \frac{MD}{2} = 8\sqrt{13}$ .

$\Delta OND$  (no 7. Prop):

$$ON = \sqrt{OQ^2 - NQ^2} = \sqrt{676 - 36 \cdot 13} = 4\sqrt{13}$$

3) Δ ODK - πρωτογεν (γ.κ. ΚΟ - κατ ; ΟΔ - παρυσ)

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 1 8 8 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$ND$  - высота в  $\triangle ONK \Rightarrow$

$$\Rightarrow ON \cdot NK = ND^2$$

$$4\sqrt{13} \cdot NK = 36 \cdot 13$$

$$NK = 9\sqrt{13}$$

$$OK = NK + ON = 13\sqrt{13}$$

$\triangle OKD$  (по т. Пифаг.)

$$MK = KD = \sqrt{OK^2 - OD^2} = 39$$

$$KE = \frac{4 \cdot 39}{13} = 12 \Rightarrow ED = KD - KE = 12 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow KE:ED = 1:1 \Rightarrow S_{\triangle KDE} = \frac{1}{2} S_{\triangle KDH} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 24 = 96$$

по св-ву медианы

Ответ: 96

З.5. Проверим остатки от деления на 7

числа  $3^{2a} + 3^a = 3^a(3^{a+1})$

$a=0$  - остаток  $1 \cdot 2 = 2$

$a=1$  - остаток  $3 \cdot 4 = 12 = 5$

$a=2$  - остаток  $9 \cdot 10 = 90 = 6$

$a=3$  - остаток  $27 \cdot 28 = 0$

$a=4$  - остаток  $81 \cdot 82 =$  остатку от  $4 \cdot 5$ ; равен 6

$a=5$  - остаток  $243 \cdot 244$ ;  $33 \cdot 34$ ; равен 5

$a=6$  - остаток такой же как и у  $a=0$ , т.е. равен 2

И далее остатки периодически повторяются

Значит,  $3^{2a} + 3^a + 2 : 7$ , только при  $a$ , равном

при делении на 6 остаток либо 1 либо 5.

Делится на 2 - всегда.

Делимость на 4:  $3^{2a}$  всегда дает ост. 1;  $3^a + 2$  дает ост. 2 при  $a$  - нечет и ост. 0 при  $a$  - четном, но при  $a$  - четн. нет делимости на 7.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 7

М А О О О 2 1 8 8 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Выбор: либо  $k=1$ ; либо  $l=0$ . Одновременно не может быть.

В первом случае  $a$  обязательно дает ост. при делении на 6 равный 1 или 5.

Например, при  $a=1$ , получаем слева 14,  $k=1$ ;  $l=1$ . ✗

Во втором случае  $a=2b$  - четное число,  
уравнение  $3^{4b} + 3^{2b} + 2 = 2^k$

$$3^{2b} \cdot (3^{2b} + 1) = 2^{k-1} \cdot 2$$

тоже может иметь решение?

Ответ:  $a=1$ ;  $k=1$ ;  $l=1$ .

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 8 | 8 | 0 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

**ВНИМАНИЕ:** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа

~~Redup. nuda l i / nuda l o~~

51 Пусть 11 ящик уже лежит в ряду, тогда 10 промежутков между ними должны быть заполнены при чем  $5+8-10 \geq 3$  только 3 максимум промежутка могут иметь более 1 предмета. Тогда 7 промежутков заполнены или 1 орехом, или 1 яблоком.  $C_{10}^1 \cdot C_8^5$  - кол-во способов разложить 2 ореха и 5 яблок в промежутки, при чем к ним больше не будут помещать еще предметы

Остается еще 3 места между ящиками и 2  
по краям. Выходит, скомбоками вариантами  
можно расставить оставшиеся 6 предметов.  
~~Когда бы по одному предмету разной стоимости~~  
~~в трех базисных~~

А также разница между кон-вом прибоов и  
орехов в первой ячейке не может быть  
2 и более. Поэтому: ограничим следующие варианты:

$\boxed{0}^1$   $\boxed{1}^2$   $\boxed{2}^3$   $\boxed{10}^4$   $\boxed{101}^5$   $\boxed{1001}^6$   $\boxed{10101}^7$   $\boxed{100101}^8$   
 только 1/2 (0 1)  
 6 7 или 8

Поэтому вариантов  $2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$

С группой 5, 6 и 3, 4 только 1, 2  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 24$$

С группой 5, 6 и ромбом 1; 2  $\Rightarrow$

$$2 \cdot 4 \cdot 3 = 24$$



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 1 8 8 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

С группой 3, 4; 3, 4 и ~~3, 4~~ 3; 4

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

С группой 3; 4 и 1; 2

$$2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 96$$

С группой 3; 4 и 1; 2 и 1; 2.

$$2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 120$$

~~Всего 284 комбинации~~ Всего 284 комбинации

С группой 1; 2 ~~и только~~ и только 1; 2

5 мест; 6 предметов  $\rightarrow$  2 попадают в 1 ящик

$$\text{Итого всего комбинаций: } C_{10}^2 \cdot C_8^5 \cdot 284 = \frac{10!}{8! \cdot 2!} \cdot \frac{8!}{5! \cdot 3!} \cdot 284 = 715680.$$

Ответ: 715680

Дз. Ср. арифм не меньше ср. геом:

$$z^2 - xy \geq z^2 - \left( \frac{x+y}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} \left( z - \frac{x+y}{2} \right) (2z + x + y)$$

Отсюда,  $\frac{z^2 - xy}{2z + x + y} \geq \frac{1}{2} \left( z - \frac{x+y}{2} \right)$  и так

Умножим на (аналогично)

$$\frac{y^2 - xz}{2y + x + z} \geq \frac{1}{2} \left( y - \frac{x+z}{2} \right)$$

$$\frac{x^2 - yz}{2x + y + z} \geq \frac{1}{2} \left( x - \frac{y+z}{2} \right)$$

Сложим все 3 пер-ва

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 1 8 8 0 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Прорезается только по, что записано с этой стороны листа в разрез справа

$$\frac{(z^2 - xy)}{2z + x + y} + \frac{y^2 - xz}{2y + x + z} + \frac{x^2 - yz}{2x + y + z} \geq \frac{1}{2} \left( z - \frac{x+y}{2} + y - \frac{x+z}{2} + x - \frac{y+z}{2} \right) = 0$$

Проверим каждую дробь из л.ч. поочередно

$$\frac{z^2}{2z + x + y} - \frac{xy}{2z + x + y} + \frac{y^2}{2y + x + z} - \frac{xz}{2y + x + z} + \frac{x^2}{2x + y + z} - \frac{yz}{2x + y + z} \geq 0$$

При переносе отриц. слагаемых в р.ч. получим исх. нер-во.

Чт.р.

Бч. Пусть команды упорядочены по силе, и пусть в каждом противостоянии двух команд более сильная делает 1 выигрыш и 1 ничью, тогда ни при каких трех командах равенство в тройке не будет, а они расположены в тройке по силе.

Половина всех выигранных матчей завершится в ничью  $\frac{16 \cdot 15}{2} = 120$

Выиграть больше матчей было не может две команды могли свести оба своих матча в ничью, но это уменьшает количество матчей с др. командами

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Уфа, ул. Космонавтов 8

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 5 | 7 | 8 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия ЗИНОВ

Имя КИРИЛЛ

Отчество АНДРЕЕВИЧ

Дата рождения 12.12.2004

Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 12 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 8917 8052058

Подпись ЗК

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Организационному комитету  
университетской Олимпиады школьников  
«Бельчонок»

от Зипова Кирилла Андреевича  
(ФИО участника)

### Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой  
по математике, выполненной «26» февраля 2023 г. на площадке Уфа  
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

8917 805 2058 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

kirill121204@gmail.com (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 08.04.2023 19:55

Подпись участника Олимпиады: ЗК

ШИФР РАБОТЫ МА0002157823

КЛАСС 11

---

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

Дата и время отправки работы (время – красноярское) 10.04.23 14:30

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 1 5 7 8 2 3

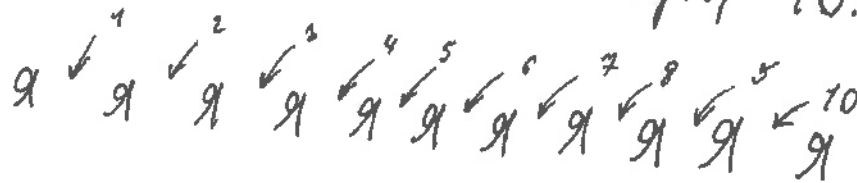
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

|    |    |   |   |    |    |
|----|----|---|---|----|----|
| 1  | 2  | 3 | 4 | 5  | Σ  |
| 12 | 20 | 0 | 2 | 20 | 54 |

№ 1

5 орехов  
8 грибов  
11 ягод

чтобы никакие две ягоды не  
лежали рядом, нужно между  
ними положить др. предметы.  
Таких мест, в которые нужно  
положить не ягоды, 10:



Ягоды можно положить 10 предметов  
разными способами:

1) 8 гр. и 2 ор.  $\xrightarrow{\text{ложим 10 предметов}}$   $\frac{10!}{8! \cdot 2!} = \frac{9 \cdot 10}{2} = 45$

8 грибов  $\rightarrow$  8!  $\rightarrow$  одинаковые  
2 ореха  $\rightarrow$  2!  $\rightarrow$  одинаковые

Мы положили 21 предмет, осталось выложить  
3 ореха:  $\frac{22 \cdot 23 \cdot 24}{3!} = 22 \cdot 23 \cdot 4$

Расположение орехи  $\rightarrow$  3!  
3 ореха зависят от 8 гр. и 2 орехов, поэтому  
перемножим:  $45 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 4$

2) 7 гр. и 3 ор.

$\frac{10!}{7! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 10}{6} = 120$

7 одинак. грибов  $\rightarrow$  7!  $\rightarrow$  3!  $\rightarrow$  3 одинак. ореха

продолжение на  
след. листе  $\Rightarrow$





# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 1 5 7 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1 (продолжение)

Расставим 1 гр. и 2 ор.:  $\frac{22 \cdot 23 \cdot 24}{2} = 22 \cdot 23 \cdot 12$

Аналогич. 1), переносим: 2 орешка орешка

3) 6 гр. и 4 ор.  $\frac{120 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 12}{10!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 7 \cdot 3 \cdot 10$   
 6 орешков грибов 4 орешка орешка

Расставим 2 гр. и 1 ор.:  $\frac{22 \cdot 23 \cdot 24}{2} = 22 \cdot 23 \cdot 12$

Аналогич. 1), переносим: 2 орешка гриба

4) 5 гр. и 5 ор.:  $\frac{10!}{5! \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 4 \cdot 7 \cdot 9$   
 5 орешков грибов 5 орешков орешков

Расставим 3 гр.:  $\frac{22 \cdot 23 \cdot 24}{3!} = 22 \cdot 23 \cdot 4$   
 3 орешка гриба

Аналогич. 1), переносим: 4 · 7 · 9 · 22 · 23 · 4

Случаи не зависят друг от друга, так что сложим варианты в 1), 2), 3), 4):

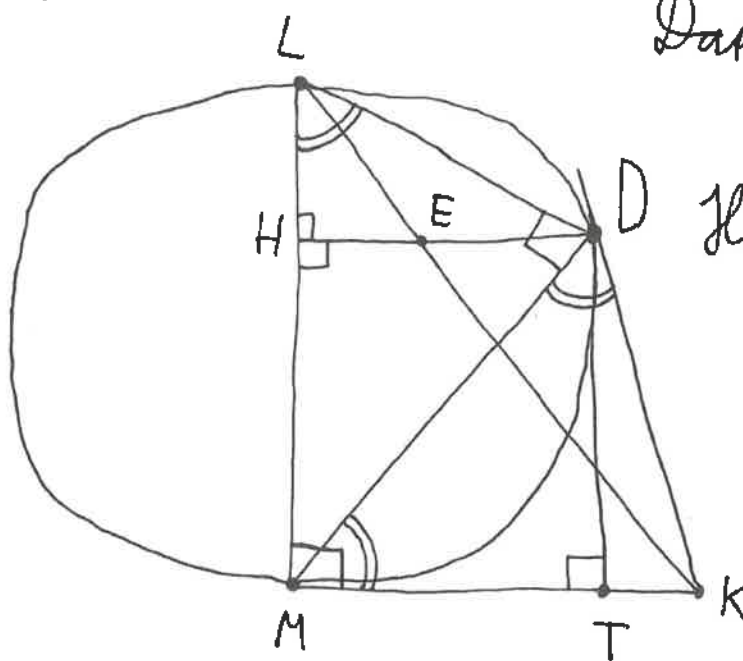
$45 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 4 + 120 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 12 + 210 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 12 + 4 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 4$

Ответ:  $45 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 4 + 120 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 12 + 210 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 12 + 4 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 4$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№2

Дано:  $LM = 52$  $LH : MH = 4 : 9$ Найти:  $S_{\triangle LDE}$ 

$$\left. \begin{array}{l} LM = 52 \\ \frac{LH}{MH} = \frac{4}{9} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow LH = LM \cdot \frac{LH}{LH + MH} = 52 \cdot \frac{4}{13} = 16 \text{ и}$$

$$\text{и } MH = LM \cdot \frac{MH}{LH + MH} = 52 \cdot \frac{9}{13} = 36$$

Соединим  $M$  и  $D$ , получим  $\angle LDM = 90^\circ$ , т.к. опирается на диаметр.

$\angle MDK = \angle DMK = \frac{1}{2} \widehat{MD}$ , т.к. это углы между <sup>одной</sup> хордой и касательными, опущенными из одной точки  $K$ .

$\angle DLM = \frac{1}{2} \widehat{MD}$ , т.к. он впис. и опирается на дугу  $\widehat{MD}$ . Из всего этого делаем вывод, что  $\angle DLM = \angle MDK = \angle DMK$  (\*)

продолжение по след. <sup>листе</sup> стороне  $\Rightarrow$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А 0 0 0 2 1 5 7 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверка только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



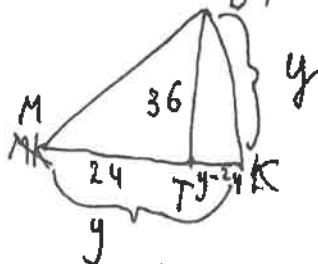
12 (продолжение)  
Проведём  $DT \perp MK, \Rightarrow \angle DTM = 90^\circ$   
 $\angle DHM = \angle LMK = \angle DTM = 90^\circ \Rightarrow HDTM$  -  
- прямоугольник  $\Rightarrow DT = MH = 36; DH = MT$   
 $\angle DMK = \angle DLM$  (доказано (\*))  
 $\angle DTM = \angle LDM = 90^\circ \Rightarrow \triangle DTM \sim \triangle MDL$   
(по двум углам)

Значит можем записать такое соотношение:  
 $\frac{LM}{MD} = \frac{MD}{DT} \Rightarrow MD^2 = LM \cdot DT = 52 \cdot 36 \Rightarrow$

$$\Rightarrow MD = \sqrt{52 \cdot 36} \Rightarrow MD = 12\sqrt{13}$$

В  $\triangle MTD$  по т. Пифагора найдём  
 $MT: MD^2 = MT^2 + DT^2 \Rightarrow MT^2 = 52 \cdot 36 - 36^2 = 16 \cdot 36$   
 $\Rightarrow MT = 24 = DH$

$MK = KD$  - касательные к  $\omega$  из одной т. К.  
Рассмотрим  $\triangle MKD$ :



В  $\triangle DKT$  по т. Пифагора  
найдем  $DK = y$ :  
 $y^2 = (y - 24)^2 + 36^2 \Rightarrow y^2 = y^2 - 48y +$   
 $+ 24^2 + 36^2 \Rightarrow y = \frac{24^2 + 36^2}{48} = \frac{144(2^2 + 3^2)}{48} = 39$

след. продолжение на след. листе  $\Rightarrow$

Вариант № 3

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 5 | 7 | 8 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2 (продолжение 2)

$$y = MK = KD = 39$$

$$\angle LHE = 90^\circ = \angle LMK \quad \left| \begin{array}{l} \angle HLE - \text{общ.} \end{array} \right. \Rightarrow \triangle LHE \sim \triangle LMK$$

Можем записать такое соотношение:

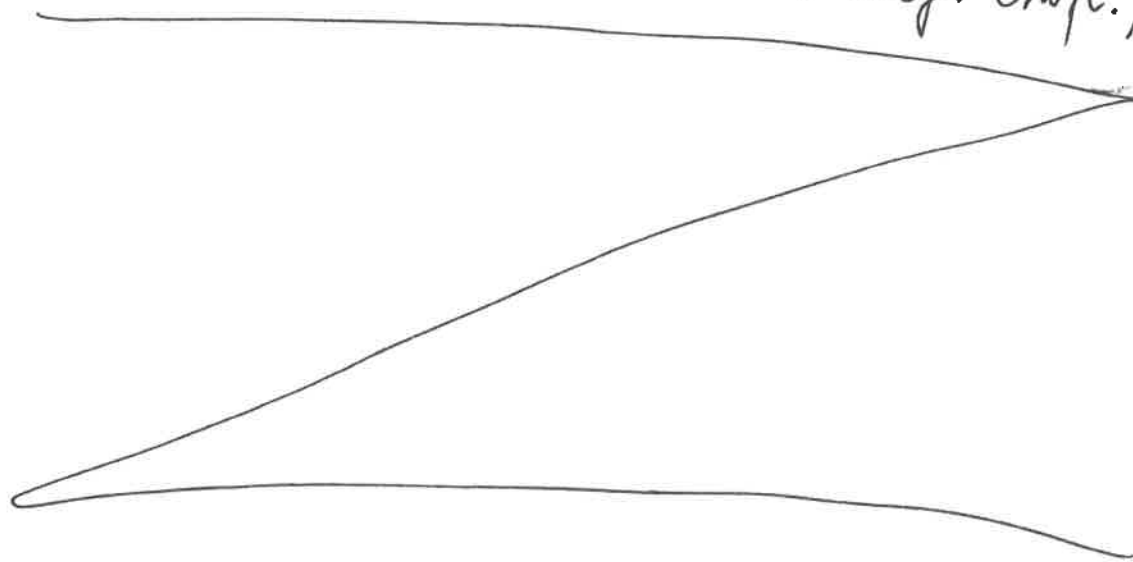
$$\frac{LH}{LM} = \frac{HE}{MK} \Rightarrow HE = \frac{4}{13} \cdot 39 = 12$$

$$ED = HD - HE = 24 - 12 = 12$$

LH — расстояние от L до прямой ED,

$$\text{значит } S_{\triangle LDE} = ED \cdot LH \cdot \frac{1}{2} = 12 \cdot 16 \cdot \frac{1}{2} = 96$$

Ответ. 96

(след. задана на след. стр.)  $\Rightarrow$ 

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 1 5 7 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 4

16 команд, каждая сыграла с каждой

Всего игр:  $\frac{16 \cdot 15}{2}$  ← каждая из 16 команд сыграла с каждой из 15 оставшихся, но каждую игру посчитали 2 раза, поэтому делим на 2

Всего игр - 120

Заметим, что за каждую игру раздается 2 очка (2-0; 1-1)

Рассмотрим игры 3-х команд, пусть их названия А, Б, В. По усл. задачи в этих играх у каждой команды разное кол-во очков. Всего игр между 3 командами:  $\frac{3 \cdot 2}{2} = 3$

3 ничьих быть не может, в этом случае у всех команд будет одинаковое кол-во очков = 2.

2 ничьи может быть, пример:

А выиграла Б, в остальных А-В и Б-В играх ничьи. Тогда у А 3 очка (2+1), у В 2 очка (1+1) и у Б 1 (0+1). У всех разное количество очков, как и требуется в задаче.

продолжение на след. листе) ⇒

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа





Вариант № 3

M A O O O 2 1 5 7 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4 (продолжение)

Почему мы можем делать так со всеми тройками?

Возьмём команды А и Б, пусть с ними в тройке ещё команда Г.

Положим, что в игре А-Б победила А, тогда в игре А-Г и Б-Г будет ничья. А наберёт 3 очка ( $2+1$ ),

Б наберёт 1 очко ( $1+0$ ), Г наберёт 2 очка ( $1+1$ ). Снова все разные

Если возьмём команды А и В, и с ними будет команда А, то пусть А выиграла А, А-В ничья уже была, и сделаем А-В ничьей. Тогда

у А 3 очка ( $2+1$ ), у А 1 очко ( $0-1$ ),

и у В 2 очка ( $1+1$ ). Снова разные.

Судя, когда берём Б и В с какой-то другой командой рассматривается так же, как А-В-А, т.к. Б-В ничья. Получается так мы можем подкрасить команды ещё и ещё до 16 команд.

след. продолжение на след. листе) =>





№4 (продолжение 2)

Всего в каждой из 3 игр. 2 игры  
будет ничья, получается  $\frac{2}{3}$  всех  
игр будет ничья, то есть  
 $120 \cdot \frac{2}{3} = 80$  игр с ничьей

Почему не может быть больше?

Если „ничейных“ игр будет хотя  
бы 81, то по принципу Дирихле  
найдется хотя бы 1 тройка  
команд, у которых в играх  
между собой будут одни ничьи,  
то есть, как я уже писал, счёт  
будет 2-2-2, то есть у всех  
одинаковое кол-во очков, а  
по усл. задачи так нельзя.  
Получается, 80 ничьих — это максимум

Ответ: 80

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 1 5 7 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа.  
в рамке справа



№5

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k 7^L$$

Составим таблицу остатков при делении на 7 левой части:

| a | $3^{2a}$ | $3^a$ | 2 | сумма  |
|---|----------|-------|---|--------|
| 1 | 2        | 3     | 2 | 7 : 7  |
| 2 | 4        | 2     | 2 | 8 \ 7  |
| 3 | 2        | 6     | 2 | 10 \ 7 |
| 4 | 4        | 4     | 2 | 10 \ 7 |
| 5 | 2        | 5     | 2 | 9 \ 7  |
| 6 | 4        | 1     | 2 | 7 : 7  |
| 7 | 2        | 3     | 2 | 7 : 7  |
| 8 | 4        | 2     | 2 | 8 \ 7  |

цикл

Интересно заметить цикл a от 1 до 6, от 7 до 12 и т.д. (продолжение на след. листе)



№5 (продолжение)

Получается левая часть : 7 при  $a$  вида:

$a = 6n$ ,  $n$  - целое неотриц.

$a = 1 + 6e$ ,  $e$  - целое неотриц.

Сделаем таблицу остатков левой части при дел. на 4: (можем  $k \geq 1$ )

| $a$ | $3^{2a}$ | $3^a$ | 2 | сумм  |
|-----|----------|-------|---|-------|
| 1   | 1        | 3     | 2 | 6 : 4 |
| 2   | 1        | 1     | 2 | 4 : 4 |
| 3   | 1        | 3     | 2 | 6 : 4 |
| 4   | 1        | 1     | 2 | 4 : 4 |

Получается нам подходит только четные  $a \Rightarrow a = 2m$ ,  $m$  - неотриц. целое

$a = 1$  проверим отдельно:

$$9 + 3 + 2 = 14 = 2^k 7^l \Rightarrow k, l = 1$$

Получаем

$$a = 2m, m \in \mathbb{Z}, m \geq 0$$

$$a = 6n, n \in \mathbb{Z}, n \geq 0$$

$$a = 1 + 6c, c \in \mathbb{Z}, c \geq 0$$

$$\Rightarrow a = 6n, n \in \mathbb{Z}, n \geq 0$$

(продолжение на след. листе)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А 0 0 0 2 1 5 7 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



N5 (продолжение 2)

Мы рассмотрим  $k > 1$ , если:

1)  $k = 1$ :

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 2 \cdot 7^l$$

можно заметить  $l = 1, a = 1$

2)  $k = 0$

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 2 \cdot 7^l \text{ - нет реш.}$$

~~м.к. при  $a = 1$  левая м.к.~~

левая часть кратна 2 (нечёт + нечёт + чёт = чёт)

Рассмотрим  $a = 0$ :

$$1 + 1 + 2 = 2^k \cdot 7^l \Rightarrow k = 2; l = 0$$

Запишем таблицу левой части по модулю 16:

|      | $a$ | $3^{2a}$ | $3^a$ | 2 | сумма         |
|------|-----|----------|-------|---|---------------|
| цикл | 1   | 1        | 3     | 2 | 6 $\nmid 16$  |
|      | 2   | 9        | 9     | 2 | 20 $\nmid 16$ |
|      | 3   | 1        | 11    | 2 | 14 $\nmid 16$ |
|      | 4   | 9        | 1     | 2 | 12 $\nmid 16$ |
|      | 5   | 1        | 3     |   |               |
|      | 6   | 9        | 9     |   |               |



## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

M A 0 0 0 2 1 5 7 8 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой строчки листа в рамке справа



№5 (продолж. 3)

Допустим, что  $k < 4$ ,Проверим  $k=3$ 

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 8 \cdot 7^l$$

Нет решений

Далее:  $k=2; l=0; a=0$  $a=1; l=1; k=1$

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Москва, МЭИ

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 6 | 5 | 9 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Вариант № 1

Шифр

Фамилия Самородова

Имя Маргарита

Отчество Вадимовна

Дата рождения 06.05.2005

Класс 11

Предмет математика

Работа выполнена на 7 листах

Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона +79163460831

Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Организационному комитету  
университетской Олимпиады школьников  
«Бельчонок»

от Самородовой Маргариты  
(ФИО участника) Вадимовны

### Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой  
по математике выполненной «26 февраля» 2023 г. на площадке Москва, МЭИ  
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

+79163460831 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

margarita.samorodova@gmail.com (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 18:35

Подпись участника Олимпиады: [подпись]

ШИФР РАБОТЫ МА 0002365923

КЛАСС 11

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

Дата и время отправки работы (время – красноярское) 10.04.23 14:30

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 3 6 5 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

|    |    |    |   |   |    |
|----|----|----|---|---|----|
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5 | Σ  |
| 20 | 12 | 20 | 0 | 2 | 54 |

③  $x, y, z > 0$

$$\frac{z^2}{x+y+2z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \geq \frac{xy}{x+y+2z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z}$$

$$\frac{z^2}{x+y+2z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} - \frac{xy}{x+y+2z} - \frac{yz}{2x+y+z} - \frac{zx}{x+2y+z} \geq 0$$

$$2 \frac{x^2 - yz}{2x+y+z} + \frac{z^2 - xy}{x+y+2z} + \frac{y^2 - zx}{x+2y+z} \geq 0$$

Т.к.  $x, y, z > 0$  то увеличим знаменатель какой-либо дроби на  $x, y$  или  $z$ , знаменатель увеличится  $\Rightarrow$  дробь уменьшится.

Увеличим знаменатель каждой дроби до  $2(x+y+z)$ .

$$\Rightarrow \frac{x^2 - yz}{2x+y+z} \geq \frac{x^2 - yz}{2x+y+z+y+z} = \frac{x^2 - yz}{2(x+y+z)}$$

$$\frac{z^2 - xy}{x+y+2z} \geq \frac{z^2 - xy}{2(x+y+z)}$$

$$\frac{y^2 - zx}{x+2y+z} \geq \frac{y^2 - zx}{2(x+y+z)}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 - yz}{2x+y+z} + \frac{z^2 - xy}{x+y+2z} + \frac{y^2 - zx}{x+2y+z} \geq \frac{x^2 - yz}{2(x+y+z)} +$$

$$+ \frac{z^2 - xy}{2(x+y+z)} + \frac{y^2 - zx}{2(x+y+z)} = \frac{x^2 - yz + z^2 - xy + y^2 - zx}{2(x+y+z)} \cdot \frac{2}{2} \geq 0$$

ВНИМАНИЕ! Проверять только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 3 6 5 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$\textcircled{1} \quad \frac{2(x^2+z^2+y^2-xy-yz-xz)}{4(x+y+z)} = \frac{x^2-2xy+y^2+x^2-2xz+z^2+z^2-2zy+y^2}{4(x+y+z)} \\ = \frac{(x-y)^2 + (x-z)^2 + (z-y)^2}{4(x+y+z)} \geq 0$$

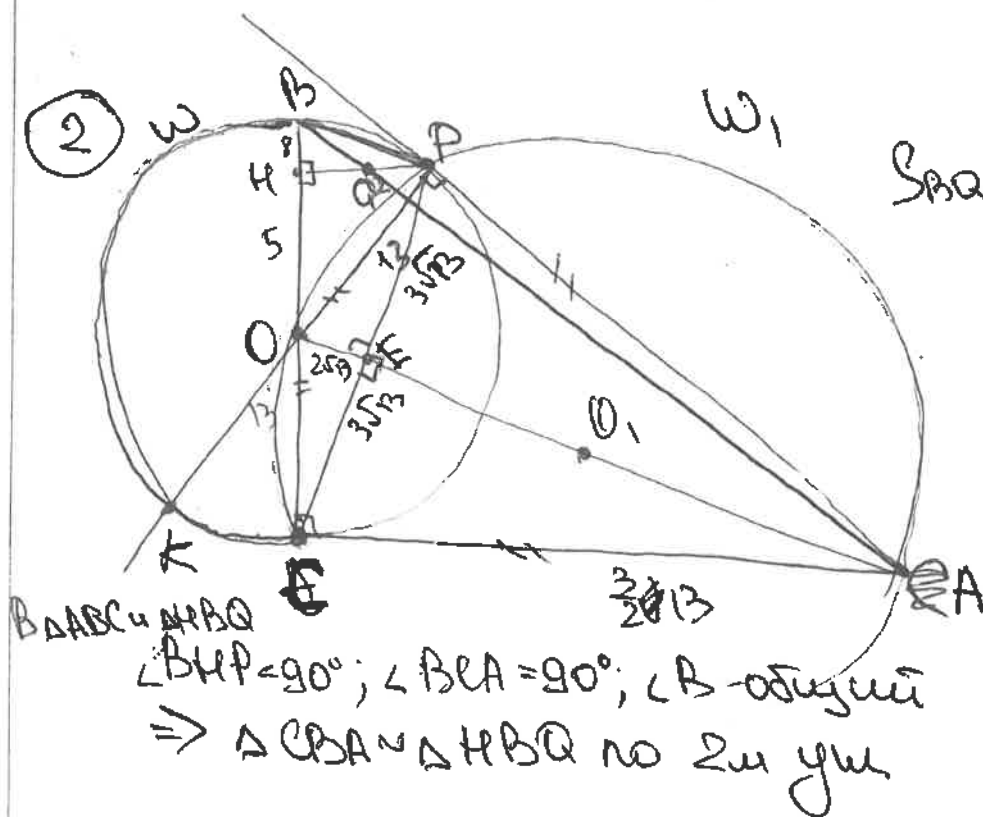
$$(x-y)^2, (x-z)^2, (z-y)^2 \geq 0$$

$x+y+z > 0$ , т.к. полож.  $\Rightarrow$  все выраж.  $\geq 0$

$$\Rightarrow \frac{x^2-yz}{2x+y+z} + \frac{z^2-xy}{x+y+2z} + \frac{y^2-zx}{x+2y+z} \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{z^2}{x+y+2z} + \frac{x^2}{2x+y+z} + \frac{y^2}{x+2y+z} \geq \frac{xy}{x+y+2z} + \frac{yz}{2x+y+z} + \frac{zx}{x+2y+z}$$

с.т.д.





Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 3 6 5 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\Rightarrow \frac{BH}{CH} = \frac{BQ}{QA} = \frac{HQ}{AC} = \frac{4}{9}$$

Известно  $BC = 26 = BH + CH = 26$

$$OH = BO - HB = 5$$

$$\Rightarrow BH = 8; CH = 18$$

т. О - центр  $BC \Rightarrow OE = R = \frac{1}{2}D = \frac{1}{2} \cdot BC = 13$

$$OP = R = 13 \Rightarrow \text{в } \triangle OHP \text{ по теор. Пиф. } HP = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

$$\Rightarrow S_{\triangle HOP} = \frac{1}{2} \cdot BH \cdot HP \cdot \sin \angle BHP = 4 \cdot 12 = 48 \quad (\angle PHO = 90^\circ)$$

~~$OH = 5$~~  ~~по теор. кос. и син.~~

в  $\triangle CHP$   $PC = \sqrt{CH^2 + HP^2} = \sqrt{18^2 + 12^2} = 6\sqrt{13}$

Заметим, что  $\angle OPA + \angle OCA = 90 + 90 = 180$

$\Rightarrow OPAC$  - впис. ч.ч. и  $OA$  - диаметр. у окр.  $\omega$ ,  $PC$  - общая хорда  $\omega$  и  $\omega_1 \Rightarrow PC \perp OO_1$  ( $P \in OO_1$ )

$OP = OC = R \Rightarrow \angle COP = 90^\circ \Rightarrow OE$  - вис. и мед.

$$\Rightarrow CE = EP = \frac{1}{2}PC = 3\sqrt{13} \Rightarrow OE = \sqrt{OC^2 - CE^2} = \sqrt{169 - 9 \cdot 13} = 2\sqrt{13}$$

по т. Пиф. для  $\triangle OPE$

по сч. отрезкам в окр.  $\omega_1$ :  $OE \cdot EA = PE \cdot EC$

$$\Rightarrow 2\sqrt{13} \cdot EA = 9 \cdot 13$$

$$\Rightarrow EA = \frac{9 \cdot 13}{2\sqrt{13}} = 4,5 \cdot \sqrt{13} = \frac{9}{2} \sqrt{13}$$

$$\Rightarrow OA = \frac{13}{2} \sqrt{13}$$

$\Rightarrow$  по т. Пиф. в  $\triangle COA$ :  $CA = \sqrt{\frac{13^2}{4} \cdot 13 - 13^2} = \frac{9}{2} \cdot 13$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 3 6 5 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа



$$\Rightarrow HQ = \frac{4AC}{9} = \frac{24 \cdot 8 \cdot 13}{2 \cdot 9 \cdot 3} = \frac{2}{3} \cdot 13$$

$$HQ = CA \cdot \frac{4}{13} = \frac{3}{2} \cdot 13 \cdot \frac{4}{13} = 6$$

$$\Rightarrow S_{HBO} = \frac{1}{2} \cdot BH \cdot HQ = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \frac{2}{3} \cdot 13 = \frac{8}{3} \cdot 13$$

$$\Rightarrow S_{BOP} = S_{BHP} - S_{HBO} = 48 - \frac{8}{3} \cdot 13 = \frac{144}{3} - \frac{104}{3} = \frac{40}{3}$$

Ответ:  $\frac{40}{3}$

① Сначала разложим орехи и грибы.  
Выберем для орехов 7 мест из  $7+6=13$   
Всего способов:  $C_{13}^7$

② Далее осталось свободными мест  $(13-7)+1=7$ , т.к. появившиеся места между орехами и грибами и по бокам от них.

~~⇒~~ ⇒ положив по ягоде на одно из 14 мест не будет ситуация, когда 2 ягоды лежат рядом, т.к. между ними обязательно будет либо орех, либо гриб, либо кустик, если лежат по бокам. ⇒ всего способов разложить ягоды = кол-ву способов выбрать 10 мест из 14.

$C_{14}^{10}$ . ~~кол-во способов в ягодах~~ Расстановка ягод зависит от расстановки орехов и грибов ⇒ кол-во способов перемножаются:

## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 6 | 5 | 9 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

**ВНИМАНИЕ!** Проверается только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\Rightarrow \text{Всего способов: } C_{13}^7 \cdot C_{14}^{10} = \frac{13!}{7!6!} \cdot \frac{14!}{10!4!} =$$

Obert:  $C_{13}^7 \cdot C_{14}^{10}$

(5)  $3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k 7^e$   
 $3^{2a} + 3^a + 2 \equiv 0$   
 $3^{2a} + 3^a \equiv 5$

Рассм. остатки от дел. степ. 3 на 7:

$$\begin{aligned} 3^0 &\equiv 1 \\ 3^1 &\equiv 2 \\ 3^2 &\equiv 2 \\ 3^3 &\equiv 6 \\ 3^4 &\equiv 4 \\ 3^5 &\equiv 5 \\ 3^6 &\equiv 1 \\ 3^7 &\equiv 3 \end{aligned}$$

 $\text{mod } 7$ 

⇒ Заметим циклическую  
остатков, т.е.

$$\begin{aligned} 3^{6m} &= 1 \\ 3^{6m+1} &= 3 \\ 3^{6m+2} &= 9 \\ 3^{6m+3} &= 27 \\ 3^{6m+4} &= 81 \\ 3^{6m+5} &= 243 \\ \underline{3^{6m}} &= \end{aligned}$$

mod 7

где  $m$  —

Варианты зная, а:

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 3 6 5 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверять только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

- 1)  $a = 6m \Rightarrow 3^{2a} + 3^a = 3^{12m} + 3^{6m} \equiv 1 + 1 = 2$  - не подходит.
  - 2)  $a = 6m + 1 \Rightarrow 3^{2a} + 3^a = 3^{12m+2} + 3^{6m+1} \equiv 2 + 3 = 5$  - подходит.
  - 3)  $a = 6m + 2 \Rightarrow 3^{12m+4} + 3^{6m+2} \equiv 4 + 2 = 6$  - не подх.
  - 4)  $a = 6m + 3 \Rightarrow 3^{12m+6} + 3^{6m+3} \equiv 1 + 6 = 7$  - не подх.
  - 5)  $a = 6m + 4 \Rightarrow 3^{12m+8} + 3^{6m+4} \equiv 2 + 4 = 6$  - не подх.
  - 6)  $a = 6m + 5 \Rightarrow 3^{12m+10} + 3^{6m+5} \equiv 4 + 5 = 9$  - не подх.
- $\Rightarrow$  подходит только  $a = 6m + 1$ .

Также  $2^k \cdot 7^l \equiv 2$

Рассм. ост. степ. 2 при дел. на 3:

$$\begin{aligned} 2^0 &\equiv 1 \\ 2^1 &\equiv 2 \\ 2^2 &\equiv 1 \\ 2^3 &\equiv 2 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$  ~~зависимость~~ циклическость ост.:

$$\begin{cases} 2^{2b} \equiv 1 \\ 2^{2b+1} \equiv 2 \end{cases} \text{ где } b - \text{цел. не отр.}$$

Рассм. ост. степ. 7 при дел. на 3:

$$\begin{aligned} 7^0 &\equiv 1 \\ 7^1 &\equiv 1 \\ 7^2 &\equiv 1 \\ 7^3 &\equiv 1 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$  циклическость ост.:

$$7^c \equiv 1 \text{ где } c - \text{цел. не отр.}$$

$\Rightarrow 2^k \cdot 7^l \equiv 2$  только, если  $k = 2b + 1$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 2 3 6 5 9 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$\Rightarrow 3^{2(6m+1)} + 3^{6m+1} + 2 = 2^{2b+1} \cdot c$$

~~Рассмотрим члены~~ → Покажем, что  
выраж.  $3^{2(6m+1)} + 3^{6m+1} + 2$  числу не будет кратно,  
кроме 2 и 7, при  $m \in \mathbb{N}$

Для этого рассм. члены 3 и остатки от  
дел. на числа  $> 3$  и не д.  
и не 7 и не 2.  
т.к. чл. не д. на 2

|       |   |   |   |   |    |    |
|-------|---|---|---|---|----|----|
| mod   | 4 | 5 | 6 | 8 | 10 | 11 |
| $3^0$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1  | 1  |
| $3^1$ | 3 | 3 | 3 | 3 | 3  | 3  |
| $3^2$ | 1 | 4 | 3 | 1 | 9  | 9  |
| $3^3$ | 3 | 2 | 3 | 3 | 7  | 7  |

Важно, что у  $3^{6m+1}$  и  $3^{2(6m+1)} (= 3^{6z+2})$

$\Rightarrow$  при убож.  $m$ , найдутся такие  $b$  и  $c$ ,  
где  $m, b, c$  — цел. не от  
и  $c \geq b \geq m$

4) Всего пар. было  $\frac{20 \cdot 19}{2} = 190$   
Всего троек было  $\frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{3!} = 1140$   
В каждой тройке разное кол-во очков. Такое  
возможно, если 1 из тройки выиграл 2 раза, а ост. 2й выигр.  
ран у 3го  $\Rightarrow$  очки: 4 20. Мб. если 1 из тройки выиграл 1 раз



## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Москва

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 6 | 9 | 0 | 6 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Адрес площадки проведения

Шифр

Вариант № 3

Фамилия Рыбин

Имя Максим

Отчество Андреевич

Дата рождения 17.01.2005 Класс 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы 26.02.2023

Номер телефона 89092494800 Подпись 

Впишите свои фамилию, имя и отчество, название предмета печатными буквами; дату рождения, класс, номер телефона, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы цифрами. Не забудьте поставить подпись.

Организационному комитету  
университетской Олимпиады школьников  
«Бельчонок»

от Тюбина Максима Андреевича  
(ФИО участника)

### Заявление на просмотр работы

Прошу разрешить мне ознакомиться с моей олимпиадной работой  
по математике, выполненной «26» 02 2023 г. на площадке г. Москва  
(предмет) (дата) (региональная площадка)

О себе сообщаю:

8909 249 48 00 (номер контактного телефона)

Скан-копию прошу прислать по электронному адресу:

rybin1317maxim@gmail.com (адрес электронной почты)

Дата и время подачи заявления (время – красноярское): 16:30, 09.04.2023

Подпись участника Олимпиады: 

ШИФР РАБОТЫ MA0002690623

КЛАСС 11

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМ КОМИТЕТОМ

Дата и время отправки работы (время – красноярское) 09.04.2023 16:30  
10 04 23 14 30

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 6 9 0 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

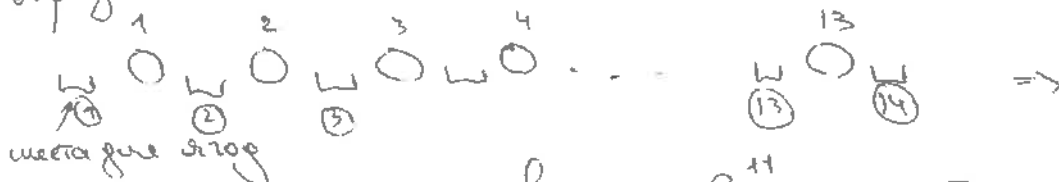
1) Подуми, расставив орехи, грибы и яблоки так, чтобы выполнялось условие можно сделать образцы (при этом между каждой подходящей расстановкой и той, к-ую делаем мы, будем взаимнооднозначное соответствие, а значит кол-во наших расстановок = кол-ву расстановок, к-ые подходят под условие 1):

1) сначала расставим орехи и грибы произвольным образом, а яблоки на места, к-ые находятся между двумя соседними элементами и ~~словами~~ слева от самого первого и справа от самого правого элементов, поставив 11 ябл. Тогда яблоки 2 ябл. не будут рядом, при этом каждая такая расстановка будет соответствовать ровно 1 ~~раз~~ расстановке, подходящей под условие и каждой подходящей расстановке будет соответствовать одной нашей. Значит кол-во наших расст. числ-во подходящих единиц.

Найдем кол-во наших:

|    |    |   |   |    |          |
|----|----|---|---|----|----------|
| 1  | 2  | 3 | 4 | 5  | $\Sigma$ |
| 20 | 20 | 2 | 0 | 20 | 62       |

Сначала расставим на 13 позиций 5 орехов, что можно сделать  $C_{13}^5$  способами, а места грибов будут определены образцами.



Яблоки можно расставить  $C_{14}^{11}$  способами. Значит всего ~~наш~~ расстановок  $C_{14}^{11} \cdot C_{13}^5$

Ответ:  $C_{14}^{11} \cdot C_{13}^5$

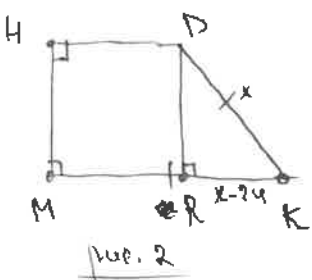
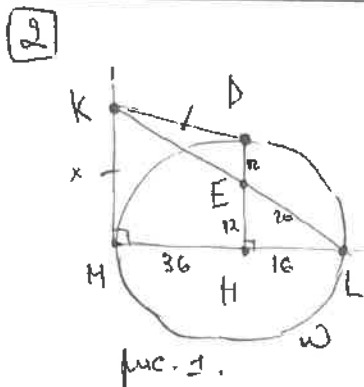
## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | 0 | 0 | 0 | 2 | 6 | 9 | 0 | 6 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа



1) If given  $LH = 4g \Rightarrow MH = 9g$ , then

$$LM = LH + HM = 13y = 52; y = 4 \Rightarrow$$

$$LH = 16; MH = 36$$

2) Т.к  $ML$  - гравит. окр.  $\omega$ , то  $\angle MSL = 90^\circ$ ,  
а значит,  $DL$  - высота из пр. угла, а  
значит  $DL = \sqrt{ML \cdot ML} = 6 \cdot 4 = 24$

3)  $\text{KM} \parallel \text{DH}$ , т.к.  $\angle \text{KMH} = \angle \text{DHL} = 90^\circ \Rightarrow$   
 $\text{KMHD}$  — паралл. трап. Пусть  $\text{KM} = x \Rightarrow$ , т.к.  
 $\text{KM}$  и  $\text{KD}$  — кас. к опис.  $\omega$ , то  $\text{DK} = x$ .

Определим из Д на МК берем  $DR \rightarrow$   
 $RK = MK - MA = MK - HD = x - 24$ ;  $HM = RD = 36 \rightarrow$

no t. Paar:  $x^2 = (x-24)^2 + 36^2$

$$x^2 = x - 48x + 24^2 + 36^2 ; \quad \frac{48x}{n \cdot 24} = \frac{12^2 \cdot 2^2 + 12^2 \cdot 3^2}{4} ; x = \frac{124}{4} = \frac{12 \cdot 9}{4} =$$

$$= \frac{12 \cdot 13}{4} = 39; \quad KN = 39 = KM$$

4)  $\Delta E H_1$  и  $\Delta L K M$  подобны, т.к.  $E H_1 \parallel K M$ , с шир. подобия =  $\frac{4}{13} \rightarrow$

$$\frac{EH}{KM} = \frac{4}{15} = \frac{EH}{30} ; EH = 12 \Rightarrow EL_{\text{гор. плуп}} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20 \text{ м}$$

$$\sin H E L = \frac{16}{20} = \frac{4}{5} \quad DE = DH - HE = 24 - 12 = 12$$

$$5) \int_{DEL} = \frac{DE \cdot EL \cdot \sin DEL}{2} = \frac{12 \cdot 20}{2} \cdot \sin(180 - DEL) = \frac{12 \cdot 20}{2} \cdot \sin DEL =$$
$$= \frac{12 \cdot 20}{2} \cdot \frac{4}{5} = 12 \cdot 8 = \boxed{96}$$

Answer:  $S_{LSE} = 96$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 6 9 0 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

5 Пусть  $3^a = x$ , тогда:

$$x^2 + x + 2 = 2^k \cdot 3^l \quad | : 4$$

$$4x^2 + 4x + 1 = 2^{k+2} \cdot 3^l - 3 \quad (\text{если } l \geq 2)$$

$$(2x+1)^2 = 3 \left( \frac{2^{k+2}}{3} \cdot 3^{l-1} - 1 \right) \Rightarrow \begin{cases} (2x+1)^2 : 3 \\ (2x+1)^2 : 3^2 \end{cases} \text{ что невозможно,}$$

т.к. ~~все~~ все простое входит в квадраты  
поэтому числа в четной степени. Значит  $\begin{cases} l=0 \\ l=1 \end{cases} \rightarrow$

$$3^{2a} + 3^a + 2 = 2^k \quad \text{Если } l=0$$

$$(2x+1)^2 = 2^{k+2} - 3, \text{ если } k:2, \text{ то } 2^{k+2} = y^2 \Rightarrow$$

~~то~~  $y^2 - (2x+1)^2 = 3$ , то есть, разность между квадратами  
равна 3, значит  $y \leq 4$ , т.к. если  $y \geq 5$ , то

$$y^2 - (2x+1)^2 \geq y^2 - (y-1)^2 = 2y-1 \geq 9, \text{ что невозможно.}$$

$$y=4 \Rightarrow 2x+1=3 \Rightarrow x=2=3^a, \text{ что невозможно.}$$

$$y=3 \Rightarrow 9 - (2x+1)^2 = 3 \Rightarrow (2x+1)^2 = 6, \text{ что невозм.}$$

$$\text{Если } y \leq 2, \text{ то } y^2 \leq 4 \Rightarrow (2x+1)^2 \leq 0, \text{ что невозм.}$$

$$\text{Значит } k \not\equiv 2 \Rightarrow 2^{k+2} = 2z^2 \Rightarrow$$

$$(2x+1)^2 = 2z^2 - 3 \quad \text{не}$$

$$(2x+1)^2 - 1 = 2(z^2 - 4)$$

$$4(x)(x+1) = 2(z-2)(z+2), \text{ обр. замена}$$

$$4 \cdot 3^a (3^a + 1) = 2 \cdot 2^{k+1} \cdot 2^{k+1} \cdot 2^{k+1} \cdot 2^{k+1} \quad (\text{если } k=0, k=1 \text{ не подходит})$$

$$2 \cdot 2^{k+1} \cdot 2^{k+1} \cdot 2^{k+1} \cdot 2^{k+1} = 2 \left( 2^{\frac{k+1}{2}} - 2 \right) \left( 2^{\frac{k+1}{2}} + 2 \right) \quad (\text{если } k \not\equiv 2)$$

$$3^a + 3^a + 2 \geq 4 \Rightarrow k \geq 2$$

прод. на сл. стр.



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 2 6 9 0 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа

крес. 1/5

$$2(2^{\frac{k+1}{2}} - 2)(2^{\frac{k+1}{2}} + 2) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \left(2^{\frac{k-1}{2}} - 1\right) \left(2^{\frac{k-1}{2}} + 1\right) \Rightarrow \text{сг. встроит } 2$$

6 ~~2~~  $2z^2 - 8$  равна ~~3~~, значения  $4b$   
 $4 \cdot \frac{3^a}{2} (3^a + 1)$  2 тоже  $6x$ . в 3 стр.  $\Leftrightarrow 3^a + 1 \nmid 4$ , но  $3^a + 1 \vdots 2 \Rightarrow$

$$\boxed{a \vdots 2} \Rightarrow \text{иначе } 2^{\frac{k-1}{2}} = 6$$

$$3^a(3^a + 1) = 2(b-1)(b+1)$$

$b-1$  и  $b+1$  не могут оба  $\vdots 3$ , т.к. тогда  $b-1 \equiv b+1 \Rightarrow 2 \equiv 0$   
 противор.

Значит, ~~иначе~~

$$\begin{cases} b-1 = 3^a \cdot r \\ b+1 = \frac{3^a+1}{2r} \\ b-1 = \frac{3^a-1}{2f} \\ b+1 = 3^a \cdot f \end{cases}$$

$$\begin{cases} b-1 = 3^a \cdot r \\ b+1 = \frac{3^a+1}{2r} \\ b-1 = \frac{3^a-1}{2f} \\ b+1 = 3^a \cdot f \end{cases}$$

$$3^a \cdot r \nmid \frac{3^a+1}{r}, \text{ т.к. } 3^a(r^2+1) \nmid 1 \text{ (если } r \geq 2) \Rightarrow$$

$$b-1 \nmid 2(b+1) \Rightarrow$$

$$2b+2 < b-1$$

$b+3 < 0$  — неверно.  $\Rightarrow$

$$r=1 \Rightarrow$$

$$b-1 = 3^a$$

$$2(b+1) = 3^a + 1 = b \Rightarrow$$

$$2b+2 = b$$

$b+2 = 0$  — неверно.

$$b+1 \nmid 2(b-1)$$

$$b < 3 \text{ но } b > 1 \Rightarrow$$

$$b=2, \text{ тогда } 2^{\frac{k-1}{2}} = 2^1 \Rightarrow$$

$$3^a \cdot f = 2 \Rightarrow \text{т.к. } f \geq 2, \text{ то } \boxed{k=3} \Rightarrow$$

$$\text{Если } f=1 \Rightarrow$$

$$2(b-1) = 3^a + 1 = b+2$$

$$b=4, \text{ тогда } 2^{\frac{k-1}{2}} = 2^2 \Rightarrow \boxed{k=5}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 3 = 3^a + 1 (a \geq 1) \Rightarrow \emptyset \text{ (если } a=0 \Rightarrow k=2)$$

$\Rightarrow$  нет решений, если

$$\boxed{l=0}$$

крес. на сл. стр.

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | А | 0 | 0 | 0 | 2 | 6 | 9 | 0 | 6 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа

прог. ~~2/5~~

→ есть решение  $(l=0; a=0; k=2)$

Есть  $l=1 \Rightarrow$

$$3^a + 3^a + 2 = 2^k \cdot 7 - \text{очевидно, только случай } k=1$$

Решим:  $(a=0; l=0; k=2)$  и  $(a=1; l=1; k=1)$

[3] Заметим, что наше нер-во однородно. Значит, пусть,

$$x+y+z=1 \Rightarrow$$

$$\frac{z^2}{z+1} + \frac{x^2}{x+1} + \frac{y^2}{y+1} \geq \frac{xy}{z+1} + \frac{yz}{x+1} + \frac{zx}{y+1}$$

Заметим, что  $x^2+y^2+z^2 \geq xy+yz+zx$ , т.е.

$\frac{1}{2}(x^2+y^2) \geq xy$ , аналог. с другими

$$\frac{1}{2} \left( \frac{z^2}{z+1} + \frac{x^2}{x+1} \right) \geq \frac{zx}{(z+1)(x+1)} \geq \frac{zx}{y+1}, \text{ т.е.}$$

$$y \geq zx + z + x = zx + 1 - y, \text{ т.е.}$$

По нер-ву КБШ:

$$\frac{z^2}{z+1} + \frac{y^2}{y+1} + \frac{x^2}{x+1} \geq \frac{(x+y+z)^2}{x+y+z+3} = \frac{1}{4}$$

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 5 9 5 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

|    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | Σ  |
| 20 | 20 | 20 | 20 | 12 | 92 |

№ 3

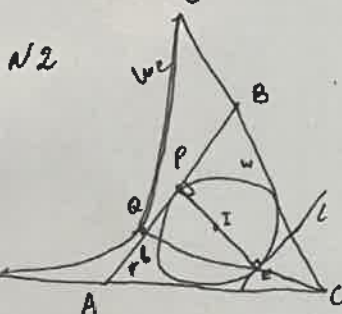
$$\frac{a}{3a^2 + b^2 + 2ca} \leq \frac{a}{2a^2 + 2ab + 2ca} = (\text{п.к. } 2ab \leq a^2 + b^2) = \frac{a}{2a(a+b+c)} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Тогда } \frac{a}{3a^2 + b^2 + 2ca} + \frac{b}{3b^2 + c^2 + 2ab} + \frac{c}{3c^2 + a^2 + 2ac} \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

Равенство достигается при  $a = b = c = \frac{1}{3}$

$$\frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

2. ГИ. О



Пусть I - центр впис. окружности  
Тангенту к окружности к и в точке Q  
- прямая l

$$PI \perp AB \text{ и } PI \perp l \Rightarrow AB \parallel l$$

Полотетия с центром в I, переводя л в AB, переводит Q в AC  
(где  $w_c$  - вневпис. окружность). Обозначим AB, BC, AC за a, b, c  
соответственно. Тогда  $CA = b$ ,  $AQ = r - b$  (известно для вневпис.)  
 $CA + AQ = b + r - b = r = 1 \Rightarrow r = 1$ .

$$S = pr = r$$

Ответ: r

Лист 1 из 4

Что нам и нужно. Ответ

# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 5 9 5 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках справа

№1

Посчитаем кол-во вариантов где АБ стоят рядом и вычтем из них количество вариантов где и АБ и ВГ стоят рядом. Тогда мы получим требуемое число.

Обозначим АБ за 1 человека: х

Тогда способов расставить ребят, так чтобы АБ были рядом будет  $5! \cdot 2$  ( $5!$  т.к считаем, что у нас пятеро детей: х, в, г, д, ж, а умножаем на 2 т.к АБ или БА)

Аналогично обозначим ВГ за 1 человека: у. Тогда способов чтобы АБ и ВГ были рядом  $4! \cdot 2 \cdot 2$  ( $4!$  т.к 4 человека: х, у, д, ж), а  $2 \cdot 2$  т.к АБ/БА и ВГ/ГВ.

$$\text{Итого: } 2 \cdot 5! - 4 \cdot 4! = 240 - 96 = 144$$

Ответ: 144



# Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 2 5 9 5 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в правую сторону

Решение: Пусть всего участвует  $n$  команд. По второй системе в любой матче в сумме набирается 2 очка  $\Rightarrow$  всего будет набрано  $\frac{n(n-1)}{2} \cdot 2 = (n-1) \cdot n$  очков  $\Rightarrow$  чтобы команда заняла строго первое место она должна набрать  $\geq n$  очков, 1 раз выиграть. Пусть, „Метеор“ выиграл  $x$  раз и сыграл вничью  $t$  раз, а „Бельчонок“ выиграл  $x+k$  раз и сыграл вничью  $t$  раз. Тогда  $3(x+k) + t \geq 3x + t + 2$ , т.к. по первой системе Бельчонок набрал  $\geq$  на 2 очка больше, потому что остальные команды должны уместиться строго между ними.  $2(x+k) + t \leq 2x + t - 2$  по аналогичным причинам  $\Rightarrow k \geq 4 \Rightarrow (k \geq 10 \Rightarrow) x \geq 2, (k \geq 10 \Rightarrow) \Rightarrow$  всего  $\geq 11$  матчей. Пример: Статистика:

$O_1$  - очки по первой системе  
 $O_2$  - очки по второй системе

|           | В | И  | П | $O_1$ | $O_2$ |
|-----------|---|----|---|-------|-------|
| Бельчонок | 5 | 0  | 6 | 15    | 10    |
| Метеор    | 1 | 10 | 0 | 13    | 12    |
| Остальные | 3 | 5  | 3 | 19    | 11    |

Остаток проверим, что такие кол-во побед, ничей, проигрышей достижимы.

Сделаем так: „Метеор“ выигрывает „Бельчонок“, а все остальные матчи играет вничью. Получаем 10 групп команд по 5 „верхних“ и 5 „нижних“.  $v_1, v_2, \dots, v_5$  - верхние;  $n_1, n_2, \dots, n_5$  - нижние.

Тогда „Бельчонок“ выигрывает у всех  $n_i$ , но проигрывает всем  $v_i$ , а также  $n_i$  выигрывает у  $v_1$ ,  $n_1$  у  $v_2$ ,  $n_2$  у  $v_3$  и т.д. Далее все  $v_i$  играют с группой групп вничью, как и  $n_i$ . Остальные матчи  $n_i$  и  $v_i, i \neq j$ :  $v_i$  выигрывает у  $n_2, n_3$ , но проигрывает  $n_1, n_5$ . Далее все команды сведены по 4 mod 5, т.е.  $v_2 \geq n_3, n_2 \geq v_3, n_3 \geq v_4, n_4 \geq v_5, n_5 \geq v_1$  и т.д. Тогда у всех  $v_i, n_i$  будет ровно по 3 победы, 5 ничей, 2 проигрыша.

Что нам и нужно. Ответ: 12 команд



## Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант №

4

М А 0 0 0 2 5 9 5 6 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N5

$$x^4 + y^2 = xy^2 + y, x, y \in \mathbb{N}$$

Пусть  $y \div p^k$ , но  $y \nmid p^{k+1}$ , где  $p \in \mathbb{P}$  - простое

$$x^4 = xy^2 + y - y^2 \div p^k \Rightarrow x \div p^k, \nmid p^{k+1} \quad k \in \mathbb{N}$$

Тогда  $\underbrace{x^4}_{\div p^{4k}} + \underbrace{y^2}_{\div p^{2k}} = \underbrace{xy^2}_{\div p^{k+k}} + y_{\div p^k}$  - равенство решается

только если  $d = 4k$ , иначе  $y$  и  $xy^2$  и  $y$  не делится на большую степень  $p$ , нечет четвёртое

значит любое простое число входит в  $y$  с степенью  $4k$ .

$$\text{значит } y = z^4$$

$$x^4 + z^8 = xz^8 + z^4$$

$$\text{Пусть } z \div p^k \in \mathbb{P} \Rightarrow x^4 = xz^8 - z^4 - z^8 \div p^4 x$$

$$x \div p^k \Rightarrow \boxed{x \div z} \quad x = za$$

$$(za)^4 + z^8 = za z^8 + z^4$$

$$a^4 + z^4 = a z^5 + 1 \text{ и } (a, z) = 1$$

т.е. единственные решения  $a = z = 1$  и  $a = 3, z = 2$ .

$$\text{Ответ: } x = 1, y = 1$$

$$x = 6, y = 16$$